# Γραφική με Υπολογιστές 2021

# Εργασία #2: Μετασχηματισμοί και Προβολές

## Ζητούμενα

#### Α. Πίνακας Μετασχηματισμού

Να δημιουργηθεί η κλάση  $transformation\_matrix$ , η οποία υλοποιεί έναν πίνακα μετασχηματισμού τύπου affine. Η κλάση θα έχει ως μέλη έναν πίνακα  $T_{4\times 4}$  και δύο μεθόδους, την  $rotate(\theta,u)$  και translate(t).

**Σημείωση:** Τα αντικείμενα τύπου  $transformation\_matrix$  θα πρέπει να αρχικοποιούνται (μέσω του constructor τους) στο μοναδιαίο πίνακα  $\mathbf{I}_{4\times 4}$ .

#### **A1.** $rotate(\theta, u)$

Η μέθοδος  $rotate(\theta,u)$  θα υπολογίζει τον πίνακα περιστοφής κατά γωνία  $\theta$  και άξονα που διέρχεται από την αρχή του συστήματος συντεταγμένων και είναι παράλληλος προς το  $\mathbf{u}$ , και θα ενημερώνει τον πίνακα  $\mathbf{T}$  της κλάσης  $transformation\_matrix$  κατάλληλα.

#### **A2.** translate(t)

Η μέθοδος  $translate(\mathbf{t})$ , θα δέχεται ως όρισμα ένα διάνυσμα μετατόπισης  $\mathbf{t}$  και θα ενημερώνει κατάλληλα τον πίνακα  $\mathbf{T}$  της κλάσης  $transformation\_matrix$ .

#### B. Συνάρτηση μετασχηματισμού τύπου affine

Να υλοποιήσετε τη συνάρτηση

$$c_q = affine\_transform(c_p, \mathbf{T})$$

όπου:

- $c_p \in \mathbb{R}^3$ , είναι μία  $3 \times 1$  στήλη με τις συντεταγμένες ενός σημείου p ως προς ένα σύστημα συντεταγμένων.
- Τ είναι ένα αντικείμενο τύπου  $transformation\_matrix$  το οποίο περιέχει έναν ενημερωμένο πίνακα μετασχηματισμού τύπου affine.

Η συνάρτηση θα υλοποιεί σημειακό μετασχηματισμό affine εφαρμόζοντας τον μετασχηματισμό που προκύπτει από τον πίνακα  $\mathbf{T}_{4\times4}$  των αντικειμένων τύπου  $transformation\_matrix$ . Φροντίστε η συνάρτηση  $affine\_transform(c_p,\mathbf{T})$  να λειτουργεί σωστά και στην περίπτωση που τα  $c_p,c_q$  είναι πίνακες  $3\times N$  με τις συντεταγμένες σημείων.

## Γ. Συνάρτηση μετασχηματισμού συστήματος συντεταγμένων

Έστω διάνυσμα  $\mathbf{v}_0$  με συντεταγμένες  $c_0 \in \mathbb{R}^3$  ως προς σύστημα συντεταγμένων με αρχή o και άξονες  $\{x,y,z\}$ . Έστω, επίσης,  $c_p \in \mathbb{R}^3$  η  $3 \times 1$  στήλη με τις συντεταγμένες ενός σημείου p ως προς το ίδιο σύστημα συντεταγμένων. Για να υπλογισθούν οι συντεταγμένες του p ως προς ένα άλλο σύστημα συντεταγμένων, το οποίο προκύπτει από κάποιον μετασχηματισμό περιστροφής του πρώτου συστήματος ως προς το διάνυσμα  $\mathbf{v}_0$ , να υλοποιηθεί η συνάρτηση:

$$d_p = system\_transform(c_p, T, c_0)$$

όπου:

- Τ είναι ο πίνακας μετασχηματισμού τύπου transformation\_matrix (ο οποίος θα περιλαμβάνει μόνο περιστροφή) ως προς το διάνυσμα v<sub>0</sub>.
- $d_p \in \mathbb{R}^3$  είναι οι συντεταγμένες του σημείου p ως προς το νέο, μετασχηματισμένο σύστημα συντεταγμένων.

### Δ. Συνάρτηση προοπτικής κάμερας

Έστω  $c_p \in \mathbb{R}^3$  η  $3 \times 1$  στήλη με τις συντεταγμένες ενός σημείου ως προς το WCS  $\{o, \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0\}$ . Έστω, επίσης, ότι μία προοπτική κάμερα έχει κέντρο  $c = o \oplus \mathbf{v}_c$  και μοναδιαία διανύσματα  $\{\mathbf{x}_c, \mathbf{y}_c, \mathbf{z}_c\}$ . Να υλοποιήσετε τη συνάρτηση:

$$[P,D] = project\_cam(w, c_v, c_x, c_u, c_z, p)$$

όπου τα  $c_v, c_x, c_y, c_z$  είναι οι συντεταγμένες των  $v_c, x_c, y_c, z_c$  αντίστοιχα, ως προς το WCS, και w είναι η απόσταση του πετάσματος από το κέντρο (μετρημένη στις μονάδες που χρησιμοποιεί το σύστημα συντεταγμένων της κάμερας).

Η συνάρτηση θα παράγει τις προοπτικές προβολές των τρισδιάστατων σημείων και θα τις επιστρέφει στον πίνακα P διάστασης  $2\times N$ . Η συνάρτηση ακόμη θα υπολογίζει το βάθος κάθε σημείου πριν την προβολή του στις 2 διαστάσεις και το επιστρέφει στον πίνακα D διάστασης  $N\times 1$ . Φροντίστε η  $project\_camera$  να λειτουργεί σωστά και στην περίπτωση που το p είναι  $3\times N$  πίνακας με τις συντεταγμένες σημείων.

## Ε. Συνάρτηση προοπτικής κάμερας

Να υλοποιήσετε τη συνάρτηση:

$$[P, D] = project\_cam\_ku(w, c_v, c_{lookat}, c_{up}, p)$$

η οποία θα παράγει τις προοπτικές προβολές και το βάθος των σημείων του p όπως και η προηγούμενη αλλά δέχεται ως όρισμα τις συντεταγμένες  $c_{lookat}$  και  $c_{up}$  (σε μη ομογενή μορφή) του σημείου στόχου K και του μοναδιαίου up vector  $\mathbf{u}$  αντίστοιχα. Το  $c_v$  περιέχει όπως και πριν τις συντεταγμένες του κέντρου της κάμερας ως προς το WCS.

### ΣΤ. Συνάρτηση απεικόνισης

Να υλοποιήσετε τη συνάρτηση:

$$P_{rast} = rasterize(P, M, N, H, W)$$

η οποία απεικονίζει τις συντεταγμένες των σημείων από το σύστημα μιας κάμερας με πέτασμα διάστασης  $H\times W$  (σε ίντσες), σε ακέραιες θέσεις (pixels) της εικόνας, διάστασης  $M\times N$ , που παράγεται σαν έξοδος από την κάμερα κατά την φωτογράφιση.

**Σημείωση**: Ο άξονας της κάμερας περνά από το κέντρο του ορθογωνίου διάστασης  $H \times W$  ενώ η αρίθμηση του  $M \times N$  πίνακα της εικόνας ξεκινά από τα κάτω προς τα πάνω και από αριστερά προς δεξιά, και έχει τιμές [1,...,N] οριζοντίως και [1,...] καθέτως.

### Ζ. Συνάρτηση φωτογράφισης

Να υλοποιήσετε τη συνάρτηση:

$$\mathbf{I} = render\_object(p, F, C, M, N, H, W, w, c_v, c_{lookat}, c_{up})$$

όπου:

- Ι είναι η έγχρωμη εικόνα διάστασης  $M \times N \times 3$ . Η εικόνα θα περιέχει K χρωματισμένα τρίγωνα.
- p είναι οι τρισδιάστατες συντεταγμένες των σημείων του αντικειμένου.
- F είναι ο πίνακας που περιέχει τις κορυφές των τριγώνων. Ο πίνακας είναι διάστασης  $K \times 3$ . Η i-οστή γραμμή του πίνακα, δηλώνει τις τρεις κορυφές που σχηματίζουν το τρίγωνο (με αναφορά σε κορυφές του πίνακα p και η αρίθμησή του ξεκινάει από το 1).
- C είναι ο πίνακας με τα χρώματα των κορυφών. Ο πίνακας C είναι διάστασης  $L \times 3$ . Η i-οστή γραμμή του πίνακα δηλώνει τις χρωματικές συνιστώσες της αντίστοιχης κορυφής.
- και N είναι το ύψος και το πλάτος του καμβά αντίστοιχα.
- Η και W είναι το ύψος και το πλάτος του πετάσματος της κάμερας (σε ίντσες).
- w είναι η απόσταση του πετάσματος από το κέντρο (μετρημένη στις μονάδες που χρησιμοποιεί το σύστημα συντεταγμένων της κάμερας).
- $c_{lookat}$  είναι οι συντεταγμένες του σημείου στόχου (σε μη ομογενή μορφή).
- $c_{up}$  είναι το μοναδιαίο up vector της κάμερας (σε μη ομογενή μορφή).
- Το  $c_v$  περιέχει τις συντεταγμένες του κέντρου της κάμερας ως προς το WCS.

η οποία χρησιμοποεί κατάλληλα τις παραπάνω συναρτήσεις για να υλοποιήσει όλο το pipeline της απεικόνισης ενός αντικειμένου. Επίσης θα πρέπει να χρησιμοποιεί τη συνάρτηση render της προηγούμενης εργασίας για να χρωματίσει το αντικείμενο με τη μέθοδο Gouraud shading.

# Παραδοτέα

- 1. Οι παραπάνω συναρτήσεις σε μορφή σχολιασμένου πηγαίου κώδικα MATLAB (ιδανικά έκδοσης R2018a) με σχόλια γραμμένα στα αγγλικά ή greeklish. (κοινώς, μη γράφετε σχόλια με ελληνικούς χαρακτήρες).
- 2. script επίδειξης με όνομα demo.m. Το script θα πρέπει να καλείται χωρίς εξωτερικά ορίσματα, να διαβάζει το αντικείμενο από το αρχείο hw2.mat που σας δίνεται, και να εκτελεί ένα προκαθορισμένο σύνολο μετασχηματισμών, ο οποίος περιγράφεται παρακάτω:

 $\Omega_{\rm S}$  είσοδο χρησιμοποιείστε τον πίνακα  $V_{K \times 3}$ , οποίος περιέχει τις τρισδιάστατες συντεταγμένες των K κορυφών των τριγώνων που αποτελούν το αντικείμενο. Δοθέντων των σημείων του πίνακα V, το script σας θα πρέπει να εκτελεί σειριακά τα ακόλουθα βήματα:

- (α') Τα μετατοπίζει κάτα  $t_1$ .
- (β΄) Τα περιστρέφει κατά γωνία  $\phi$  rad περί άξονα που διέρχεται από το σημείο O και έχει κατέυθυνση παράλληλη προς διάνυσμα g.
- $(\gamma')$  Τα μετατοπίζει κατά  $t_2$

Κάθε βήμα θα δέχεται ως είσοδο την έξοδο του προηγούμενου. Μετά από κάθε βήμα θα πρέπει να φωτογραφίζετε το αντικείμενο, καλώντας τη συνάρτηση  $render\_object$  με παραμέτρους κάμερας  $c_v, c_K, c_u$  και να το χρωματίζετε καλώντας τη συνάρτηση render της πρώτης εργασίας με τη χρήση Gouraud shading.

Συνολικά, θα πρέπει να παράξετε 4 φωτογραφίες του αντικειμένου, μία στην αρχική του θέση, και μία για τα αποτελέσματα των βημάτων (α) - (β). Κάθε φωτογραφία να αποθηκεύεται με χρήση της συνάρτησης imwrite, και με όνομα αρχείου τον αριθμό του βήματος (θεωρώντας ότι η αρχική θέση είναι το βήμα 0) και επέκταση jpg.

**Σημείωση 1**: Αν δεν είχατε υλοποιήσει τη συνάρτηση render, ή αν είχατε κάποιο λάθος στην υλοποίησή της, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τη render κάποιου/κάποιας συναδέλφου σας, αρκεί να το δηλώσετε στην αναφορά.

**Σημείωση 2**: Το αρχείο hw2.mat που σας δίνεται, περιέχει τις παοραμέτρους του αντικειμένου (V,C,F) καθώς και όλες τις παραμέτρους που θεωρούνται γνωστές (παραμέτρους κάμερας, διανύσματα μετατόπισης, άξονες περιστροφής κτλ.). Για διευκόλυνση μπορείτε επίσης να χρησιμοποιήσετε τον σκελετό του script επίδειξης (demo.m) που δίνεται.

#### 3. Αναφορά με:

- Περιγραφή της λειτουργίας και του τρόπου κλήσης των προγραμμάτων.
- Περιγραφή των συναρτήσεων.
- Τα ενδεικτικά αποτελέσματα που παράγονται από το demo.

# Παρατηρήσεις

- Μην κάνετε τεχνητές περιστφές της φωτογραφίας προκειμένου να φαίνεται "ίσιο" το αντικείμενο.
- Οι εργασίες αξιολογούνται με χρήση Matlab2018a.

- Οι εργασίες είναι αυστηρά ατομικές.
- Το background του καμβά είναι λευκό (rgb = (1.0, 1.0, 1.0)).
- Υποβάλετε ένα και μόνο αρχείο, τύπου .zip.
- Το όνομα του αρχείου πρέπει να είναι ΑΕΜ. zip, όπου ΑΕΜ είναι τα τέσσερα ψηφία του Α.Ε.Μ. του φοιτητή της ομάδας.
- Το προς υποβολή αρχείο πρέπει να περιέχει τα αρχεία κώδικα Maltab και το αρχείο report . pdf το οποίο θα είναι η αναφορά της εργασίας.
- Η αναφορά πρέπει να είναι ένα αρχείο τύπου PDF, και να έχει όνομα report .pdf.
- Όλα τα αρχεία κώδικα πρέπει να είναι αρχεία κειμένου τύπου UTF-8, και να έχουν κατάληξη m.
- Το αρχείο τύπου zip που θα υποβάλετε δεν πρέπει να περιέχει κανένα φάκελο.
- Για την ονομασία των αρχείων που περιέχονται στο προς υποβολή αρχείο, χρησιμοποιείτε μόνο αγγλικούς χαρακτήρες, και όχι ελληνικούς ή άλλα σύμβολα, πχ "#", "\$", "%" κλπ.

Προσοχή: Θα αξιολογηθούν μόνο όσες εργασίες έχουν demos που τρέχουν!