Γραφική με Υπολογιστές
Εργασία 2

Βασίλειος Αραϊλόπουλος
varailop@ece.auth.gr
AEM: 9475

Μάιος 2021

Α. Πίνακας Μετασχηματισμού

Αρχικά, δημιουργήθηκε η κλάση όπως περιγράφεται στην εκφώνηση. Μέσω του constructor της αρχικοποιείται κατευθείαν στον μοναδιαίο πίνακα I_{4x4}. Στην συνάρτηση rotate για την εύρεση του πίνακα περιστροφής χρησιμοποιήθηκε ο τύπος του Rodrigues (σχέση 5.45 στις σημειώσεις). Μόλις βρεθεί ο πίνακας αυτός τοποθετείται στην κατάλληλη θέση του πίνακα T της κλάσης. Στην συνάρτηση translate απλά τοποθετείται κατευθείαν στον πίνακα T το διάνυσμα της εισόδου. Για να μπορέσουν να χρησιμοποιηθούν πιο εύκολα αυτές οι συναρτήσεις η κλάση που ορίζεται είναι τύπου handle. Έτσι, για την ενημέρωση του πίνακα T καλείται απλά η επιθυμητή συνάρτηση με τις εισόδους της και σαν όρισμα εισάγεται και το αντικείμενο που πρέπει να ενημερωθεί. Μετά από τις κλήσεις και των δύο συναρτήσεων ο πίνακας T θα έχει την εξής μορφή:

$$T = \begin{bmatrix} R_{3x3} & t_{3x1} \\ 0_{1x3} & 1 \end{bmatrix},$$

όπου R είναι ο πίνακας περιστροφής και t το διάνυσμα μετατόπισης.

Β. Συνάρτηση μετασχηματισμού τύπου affine

Σε αυτό το ερώτημα υλοποιήθηκε μια απλή συνάρτηση που, αρχικά, παίρνει ένα σύνολο από σημεία και τα μετατρέπει στις αντίστοιχες τους ομογενείς συντεταγμένες. Αυτές πολλαπλασιάζονται με τον πίνακα T του αντικειμένου και δίνουν τις μετασχηματισμένες ομογενείς συντεταγμένες. Τέλος, αφαιρείται η τελευταία γραμμή των νέων ομογενών συντεταγμένων και επιστρέφονται τα νέα σημεία.

Γ. Συνάρτηση μετασχηματισμού σ.σ.

Μια απλή συνάρτηση που παίρνει ένα ήδη τροποποιημένο αντικείμενο τύπου transformation_matrix και χρησιμοποιεί τον τύπο (5.28) των σημειώσεων για να βρει τις νέες συντεταγμένες ως προς την νέα βάση. Ο τύπος αυτός είναι ο εξής:

$$c_h' = \begin{bmatrix} L^{-1} & -L^{-1}c_0 \\ 0_{1x3} & 1 \end{bmatrix} c_h$$

όπου L είναι ο πίνακας περιστροφής και c_0 το διάνυσμα μετατόπισης που βρίσκονται στον πίνακα T. Ακόμα αυτή η έκφραση μπορεί να απλοποιηθεί λόγω της ιδιότητας των πινάκων περιστροφής και αντί για τον αντίστροφο πίνακα L να χρησιμοποιηθεί ο ανάστροφος. Μέσα στην συνάρτηση δημιουργείται ένα νέο αντικείμενο που έχει την παραπάνω μορφή και καλείται η συνάρτηση του ερωτήματος B για να βρεθεί ο μετασχηματισμός.
Σημείωση: Στην εκφώνηση αναφέρεται ότι ο πίνακας T περιέχει μόνο περιστροφή, αλλά θεώρησα χρήσιμο να περιλαμβάνει και μετατόπιση, κάτι που χρειάστηκε και σε επόμενα ερωτήματα.

Δ. Συνάρτηση προοπτικής κάμερας

Σκοπός αυτού του ερωτήματος ήταν η προβολή των τρισδιάστατων σημείων στις δύο διαστάσεις γνωρίζοντας την θέση, τις συντεταγμένες της κάμερας και την απόσταση του πετάσματος από το κέντρο της. Εφαρμόζοντας την θεωρία του Κεφαλαίου 6 των σημειώσεων, αρχικά, γνωρίζουμε ότι ο πίνακας περιστροφής R ενός νέου συστήματος με συντεταγμένες των μοναδιαίων διανυσμάτων c_x, c_y και c_z ως προς το WCS είναι:

$$R = \begin{bmatrix} c_x & c_y & c_z \end{bmatrix}$$

Επίσης, το κέντρο της κάμερας είναι μετατοπισμένο κατά c_v. Δημιουργείται, έτσι, ένα αντικείμενο τύπου transformation_matrix που περιλαμβάνει τον πίνακα περιστροφής R και την μετατόπιση κατά το διάνυσμα c_v. Εφαρμόζεται η συνάρτηση του ερωτήματος Γ και βρίσκονται οι συντεταγμένες των τρισδιάστατων σημείων ως προς το νέο σύστημα. Από αυτά τα σημεία βρίσκονται και οι συντεταγμένες προβολής των σημείων πάνω στο πέτασμα της κάμερας με τους τύπους:

$$q_x = \frac{wp_x}{p_z} \quad \text{και} \quad q_y = \frac{wp_y}{p_z}$$

Για το βάθος των σημείων περνιέται κατευθείαν η τιμή του z τους.

Ε. Συνάρτηση προοπτικής κάμερας

Παρόμοια λογική με την προηγούμενη συνάρτηση, μόνο που σε αυτήν την περίπτωση αντί για τα διανύσματα του σ.σ. της κάμερας δίνονται οι συντεταγμένες του σημείου προς το οποίο "κοιτάει" το κέντρο της κάμερας και το προς τα πάνω διάνυσμα της $\mathbf{u}$. Αυτό που κάνει η συνάρτηση είναι να βρει με αυτά τα δεδομένα τα διανύσματα του νέου σ.σ. και να καλέσει την συνάρτηση του ερωτήματος Δ, τα οποία βρίσκονται με τους εξής τύπους των σημειώσεων.

$$c_z = \frac{\mathbf{CK}}{CK}, \quad c_y = \frac{\mathbf{t}}{|\mathbf{t}|}, \text{ όπου } \mathbf{t} = \mathbf{u} - \langle \mathbf{u}, c_z \rangle c_z$$

Και οι συντεταγμένες c_x του διανύσματος $\mathbf{x}$ προκύπτουν από το εξωτερικό γινόμενο του $\mathbf{y}$ με το $\mathbf{z}$.

ΣΤ. Συνάρτηση απεικόνισης

Σε αυτήν την συνάρτηση αντιστοιχίζονται οι φυσικές διαστάσεις του πετάσματος στις διαστάσεις της εικόνας σε pixel. Αρχικά, βρίσκεται ο λόγος της κάθε φυσικής διάστασης προς την αντίστοιχη διάσταση της εικόνας, ο οποίος συμβολίζει τις φυσικές διαστάσεις ενός pixel. Μετά, μετακινείται το πέτασμα κατά $W/2$ προς τα θετικά x και κατά $H/2$ κατά τα θετικά y ώστε να γίνει μια " ευθυγράμμιση " των δύο " επιφανειών " για να γίνει η απεικόνιση. Βρίσκονται, έτσι, με διαίρεση του της κάθε διάστασης x Και y με τον προηγούμενο λόγο και στρογγυλοποίηση του αποτελέσματος προκύπτουν οι θέσεις των pixel στην εικόνα.

Ζ. Συνάρτηση φωτογράφισης

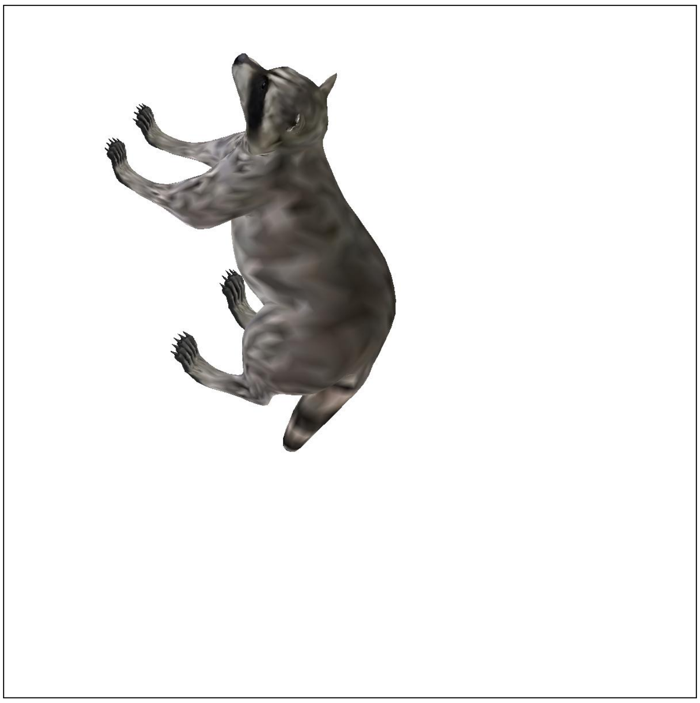
Η συνάρτηση αυτή καλεί την συνάρτηση του ερωτήματος ΣT με τα κατάλληλα ορίσματα και μετά χρωματίζει τα τρίγωνα που προκύπτουν. Ο κώδικας που χρησιμοποιείται για τον χρωματισμό των τριγώνων είναι ίδιος με τον κώδικα στην συνάρτηση render της προηγούμενης εργασίας. Για αυτό και περιλαμβάνονται και οι συναρτήσεις paint_triangle_gouraud και vector_interp.

Demo και Αποτελέσματα

Ο κορμός του αρχείου demo.m είναι ίδιος με του αρχείου που είχε δοθεί. Πριν κάθε βήμα κατασκευάζεται ένα αντικείμενο transformation_matrix, το οποίο περιέχει την μετατόπιση ή την περιστροφή που χρειάζεται. Τα τρισδιάστατα σημεία μετασχηματίζονται μέσω της συνάρτησης affine_transform, αποθηκεύονται σε μία μεταβλητή και χρησιμοποιούνται για να καλέσουν την συνάρτηση render_object. Αυτά είναι και τα σημεία που θα μετασχηματιστούν στο επόμενο βήμα. Μετά από κάθε βήμα αποθηκεύεται η εικόνα που παράγεται και εμφανίζεται από το MATLAB. Έτσι, η μορφή που θα έχει η είσοδος στο τελευταίο βήμα είναι:

$$\begin{pmatrix} V_3 \\ 1 \end{pmatrix} = L_{3h}\left(L_{2h}\left(L_{1h}\begin{pmatrix} V \\ 1 \end{pmatrix}\right)\right),$$

όπου L_{1h}, L_{2h} και L_{3h} οι ομογενείς πίνακες μετασχηματισμού των βημάτων (α′), (β′) και (γ′) αντίστοιχα. Παρακάτω φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την εκτέλεση του κώδικα.



0.jpg

1.jpg

2.jpg

3.jpg

Από τα αποτελέσματα φαίνεται το ρακούν να είναι ανεστραμμένο. Με μία αλλαγή, όμως, στην φορά του μοναδιαίου διανύσματος **y**, όπως υπολογίζεται στην συνάρτηση project_cam_ku για την προβολή του αντικειμένου στον δισδιάστατο χώρο, το αποτέλεσμα της εικόνας 0.jpg γίνεται ίδιο με αυτό της προηγούμενης εργασίας. Με αλλαγή των τετμημένων σε τεταγμένες και αντίστροφα (δηλαδή με την εύρεση της αντίστροφης εικόνας) το ρακούν φαίνεται να έχει τον ιδανικό προσανατολισμό. Τέλος, ο χρόνος εκτέλεσης φαίνεται να είναι παρόμοιος με αυτόν της πρώτης εργασίας, άρα όλος ο χρόνος αφιερώνεται στον χρωματισμό των αντικειμένων. Όλα αυτά φαίνονται και παρακάτω.

```
Elapsed time is 238.792623 seconds.
Elapsed time is 239.349123 seconds.
Elapsed time is 276.946704 seconds.
Elapsed time is 252.976505 seconds.
```

Ενδεικτικοί χρόνοι εκτέλεσης για τις 4 παραπάνω εικόνες

Το ίδιο αποτέλεσμα με αυτό της πρώτης εργασίας που προκύπτει από το βήμα 0

Το ρακούν προσανατολισμένο σωστά στο βήμα 0

Το ρακούν προσανατολισμένο σωστά στο βήμα 1

Το ρακούν προσανατολισμένο σωστά στο βήμα 2

Το ρακούν προσανατολισμένο σωστά στο βήμα 3

Σημείωση: τα περιγράμματα των εικόνων έχουν προστεθεί για να είναι πιο διακριτές οι μετατοπίσεις.