

Actividad Descomposición QR

• Parte 1

```
File Edit Selection View Go ... Search [Administrator]
mibiblioteca.py x mibiblioteca1.py miprogramaprincipal.py
C: > Users > Usuario > Desktop > matematica_computacional > mibiblioteca.py > ...
104
105 import numpy as np
106 import numpy.linalg as la
107 |
108 def projection(u, v):
109     aux = np.dot(u, v) / np.dot(v, v)
110     return aux * v
111
112 def QRdecomposition(A):
113     Q = A.copy().astype(float)
114     R = np.zeros((A.shape[1], A.shape[1]), dtype=float)
115
116     N = Q.shape[1]
117     for col in range(N):
118         sum = np.zeros_like(Q[:, col])
119         for j in range(col):
120             if la.norm(Q[:, j]) != 0:
121                 sum = sum + projection(Q[:, col], Q[:, j])
122             R[j, col] = np.dot(Q[:, j], Q[:, col])
123         Q[:, col] = Q[:, col] - sum
124         R[col, col] = la.norm(Q[:, col], 2)
125         if R[col, col] != 0:
126             Q[:, col] = Q[:, col] / R[col, col]
127
128     return Q, R
129
```

```
File Edit Selection View Go ... Search [Administrator]
mibiblioteca.py miprogramaprincipal.py x mibiblioteca1.py Release
C: > Users > Usuario > Desktop > matematica_computacional > miprogramaprincipal.py > ...
142
143 # Ejemplo de uso extraido de https://es.wikipedia.org/wiki/Factorizaci%C3%B3n\_QR
144 A = np.array([[12, -51, 4], [6, 167, -68], [-4, 24, -41]])
145 Q, R = bib.QRdecomposition(A)
146 print("Q:\n", Q)
147 print("R:\n", R)
148
149 # Comprobación de la ortogonalidad de Q
150 aux = np.matmul(Q, Q.transpose()) - np.eye(Q.shape[0])
151 print("Auxiliar (Q * Q^T - I):\n", aux)
152 norma = np.linalg.norm(aux)
153 print("Norma de la matriz auxiliar:", norma)
154
155 # Comprobación de R
156 A_reconstruida = np.matmul(Q, R)
157 print("A reconstruida:\n", A_reconstruida)
158 error = np.linalg.norm(A - A_reconstruida)
159 print("Error de reconstrucción de A:", error)
160
161
162 # Generar matrices aleatorias y verificar resultados
163 sizes = [10, 20]
164 for size in sizes:
165     A = np.random.rand(size, size)
166     Q, R = bib.QRdecomposition(A)
167
```

```
File Edit Selection View Go ... Search [Administrator]
PROBLEMS OUTPUT DEBUG CONSOLE TERMINAL PORTS
> & C:/Users/Usuario/AppData/Local/Microsoft/WindowsApps/python3.12.exe c:/Users/Usuario/Desktop/matematica_computacional/miprogramaprincipal.py
Q:
[[ 0.85714286 -0.39428571 -0.33142857]
 [ 0.42857143  0.90285714  0.03428571]
 [-0.28571429  0.17142857 -0.94285714]]
R:
[[ 14.  21. -14.]
 [ 0. 175. -70.]
 [ 0.   0.  35.]]
Auxiliar (Q * Q^T - I):
[[ 0.00000000e+00 -1.88400939e-16  8.25099626e-17]
 [-1.88400939e-16 -1.11022302e-16 -4.50177310e-16]
 [ 8.25099626e-17 -4.50177310e-16  0.00000000e+00]]
Norma de la matriz auxiliar: 7.086965419669828e-16
A reconstruida:
[[ 12. -51.  4.]
 [ 6. 167. -68.]
 [-4.  24. -41.]]
Error de reconstrucción de A: 1.637720085286689e-14
```

• Parte 2

```
File Edit Selection View Go ... Search [Administrator]
tera_clase_JUNTO.ipynb mibiblioteca.py miprogramaprincipal.py x mibiblioteca1.py Release Notes: 1.95.2
C: > Users > Usuario > Desktop > matematica_computacional > miprogramaprincipal.py > ...
159 print("Error de reconstrucción de A:", error)
160
161
162 # Generamos las matrices aleatorias y verificamos los resultados
163 sizes = [10, 20]
164 for size in sizes:
165     A = np.random.rand(size, size)
166     Q, R = bib.QRdecomposition(A)
167
168     # Comprobación de la ortogonalidad de Q
169     aux = np.matmul(Q, Q.transpose()) - np.eye(Q.shape[0])
170     norma = np.linalg.norm(aux)
171     print(f"Norma de la matriz auxiliar para tamaño {size}x{size}: {norma}")
172
173     # Comprobación de R
174     A_reconstruida = np.matmul(Q, R)
175     error = np.linalg.norm(A - A_reconstruida)
176     print(f"Error de reconstrucción de A para tamaño {size}x{size}: {error}")
177
178 Error de reconstrucción de A: 1.637720085286689e-14
Norma de la matriz auxiliar para tamaño 10x10: 4.434731635274628e-14
Error de reconstrucción de A para tamaño 10x10: 5.309274164001863e-16
Norma de la matriz auxiliar para tamaño 20x20: 8.740875927388731e-14
Error de reconstrucción de A para tamaño 20x20: 2.479739881268991e-15
```

Otra forma seria utilizar Descomposición QR de propia Numpy

```
130 # Otra forma de calcular es utilizar
131 # La función np.linalg.qr utiliza internamente el algoritmo de Householder
132 def QRdecomposition1(A):
133     Q, R = np.linalg.qr(A)
134     return Q, R
135
136
137
138
```

```
File Edit Selection View Go ... Search [Administrator]
hera_clase_JUNTO.ipynb mibiblioteca.py miprogramaprincipal.py X mibiblioteca.py Release Notes: 1.95.2
C: > Users > Usuario > Desktop > matematica_computacional > miprogramaprincipal.py > ...
176     print(f"Error de reconstrucción de A para tamaño {size}x{size}: {error}")
177
178
179 # Generamos la descomposicion de matrices aleatorias y verificar resultados con qr propia de
180 # Numpy, claro esta es diferente al trabajado en clase
181 sizes = [10, 20]
182 for size in sizes:
183     # Generar una matriz aleatoria de tamaño 'size' x 'size'
184     A = np.random.rand(size, size)
185     # Realizar la descomposición QR utilizando np.linalg.qr
186     Q, R = bib.QRdecomposition1(A)
187
188     # Comprobación de la ortogonalidad de Q
189     aux = np.matmul(Q, Q.T) - np.eye(Q.shape[0])
190     norma = np.linalg.norm(aux)
191     print(f"Norma de la matriz auxiliar para tamaño {size}x{size} (Q * Q^T - I): {norma}")
192
193     # Comprobación de la matriz R
194     # Reconstruir la matriz original A multiplicando Q y R
195     A_reconstruida = np.matmul(Q, R)
196     # Calcular el error de reconstrucción (diferencia entre A y A_reconstruida)
197     error = np.linalg.norm(A - A_reconstruida)
198     print(f"Error de reconstrucción de A para tamaño {size}x{size}: {error}")
199
200
```

```
Error de reconstrucción de A para tamaño 10x10: 3.0081525632360184e-15
Norma de la matriz auxiliar para tamaño 10x10 (Q * Q^T - I): 1.8938165395461197e-15
Error de reconstrucción de A para tamaño 20x20: 4.065749149378257e-15
Norma de la matriz auxiliar para tamaño 20x20 (Q * Q^T - I): 2.4601533961258285e-15
Error de reconstrucción de A para tamaño 20x20: 4.065749149378257e-15
PS C:\Users\Usuario>
Ln 177, Col 5 Spaces: 4
```