

Задача 371.

Написать уравнение прямой, параллельной прямой $2x + 5y = 0$ и образующей вместе с осями системы координат треугольник, площадь которого равна 5. Система координат прямоугольная.

Решение:

Возьмем прямую, принадлежащую плоскости Oxy и параллельную данной прямой. Например $2x + 5y - 10 = 0$.

Эта прямая будет пересекать оси Ox и Oy на расстоянии 5 и 2 соотв.

А значит площадь получившегося треугольника 5.

Ответ: $2x + 5y - 10 = 0$

Задача 378.

Даны уравнения $3x - 2y + 1 = 0$, $x - y + 1 = 0$ двух сторон треугольника и уравнение $2x - y - 1 = 0$ медианы, выходящей из вершины, не лежащей на первой стороне. Составить уравнение третьей стороны треугольника. Система координат аффинная.

Решение:

Найдем середину первой стороны:

$$3x + 1 = 2y \wedge 2x - 1 = y \Leftrightarrow$$

$$3x + 1 = y \wedge 4x - 2 = 2y \Leftrightarrow$$

$$x = 3 \wedge y = 5$$

Найдем точку, принадлежащую обоим известным сторонам:

$$3x + 1 = 2y \wedge x + 1 = y \Leftrightarrow$$

$$3x + 1 = 2y \wedge 2x + 2 = 2y \Leftrightarrow$$

$$x = 1 \wedge y = 2$$

Между первой точкой отрезка и его серединой вектор $\{-2, -3\}$. Значит между второй точкой и его серединой вектор $\{2, 3\}$. Значит координаты второй точки: $(5, 8)$.

Третья вершина треугольника лежит на пересечении медианы и второй стороны. Найдем ее координаты:

$$x + 1 = y \wedge 2y - 1 = y \Leftrightarrow x = 2 \wedge y = 3$$

Тогда уравнение последней стороны - уравнение прямой, проходящей через точки $(2, 3)$ и $(5, 8)$:

$$\frac{5}{3}x - \frac{1}{3} = y$$

$$\text{Ответ: } 5x - 3y - 1 = 0$$

Задача 379.

Дано уравнение $x - 2y + 7 = 0$ стороны треугольника и уравнения $x + y - 5 = 0$, $2x + y - 11 = 0$ медиан, выходящих из вершин треугольника, лежащих на данной прямой. Составить уравнение двух других сторон треугольника. Система координат аффинная.

Решение:

Найдем точки пересечения медиан и данного уравнения - вершины, лежащие на данной стороне.

$$x - 2y + 7 = 0 \wedge x + y - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 2y - 7 \wedge x = 5 - y \Leftrightarrow$$

$$x = 1 \wedge y = 4$$

$$(1, 4)$$

$$x - 2y + 7 = 0 \wedge 2x + y - 11 = 0 \Leftrightarrow x = 2y - 7 \wedge 2x = 11 - y \Leftrightarrow 2x = 4y - 14 \wedge 2x = 11 - y \Leftrightarrow$$

$$x = 3 \wedge y = 5$$

$$(3, 5)$$

Найдем точку пересечения медиан:

$$x + y - 5 = 0 \wedge 2x + y - 11 = 0 \Leftrightarrow y = 5 - x \wedge y = 11 - 2x \Leftrightarrow x = 6 \wedge y = -1$$

$$(6, -1)$$

Медианы делятся точкой пересечения в отношении 2 к 1. Значит если между вершиной и точкой пересечения вектор $\{5, -5\}$, то между точкой пересечения и серединой противоположной стороны $\{2.5, -2.5\}$.

Значит если между вершиной и точкой пересечения вектор $\{3, -6\}$, то между точкой пересечения и серединой противоположной стороны $\{1.5, -3\}$.

Уравнения неизвестных сторон - уравнения прямых, проходящих через точки $(1, 4)$ и $(7.5, -4)$; $(3, 5)$ и $(8.5, -3.5)$ соответственно.

Найдем эти уравнения:

$$-\frac{8}{6.5}x + \frac{34}{6.5} = y$$

$$-8x + 34 = 6.5y$$

$$-16x - 13y + 68 = 0;$$

$$-\frac{17}{11}x + \frac{4}{11} = y$$

$$-17x - 11y + 4 = 0;$$

$$\text{Ответ: } -16x - 13y + 68 = 0 \text{ и } -17x - 11y + 4 = 0$$
