

Задача 102.

Вычислить $(x - 1 - i)(x - 1 + i)(x + 1 + i)(x + 1 - i)$.

Решение:

$$\begin{aligned}(x - (1 + i))(x - (1 - i))(x + (1 + i))(x + (1 - i)) &= \\(x - (1 + i))(x + (1 + i))(x + (1 - i))(x - (1 - i)) &= \\(x^2 - (1 + i)^2)(x^2 - (1 - i)^2) &= \\(x^2 - 2i)(x^2 + 2i) &= \\(x^4 + 4)\end{aligned}$$

Задача 105(c).

Вычислить $(1 + 2i)^5 - (1 - 2i)^5$.

Решение:

$$\begin{aligned}(1 + 2i)^5 - (1 - 2i)^5 &= \\(1 + 2i)^5 - (1 - 2i)^5 &= \\(1 + 5 * 2i + 10 * -4 + 10 * -8i + 5 * 16 + 1 * 32i) - (1 + 5 * -2i + 10 * -4 + 10 * 8i + 5 * 16 + 1 * -32i) &= \\(1 + 10i - 40 - 80i + 80 + 32i) - (1 - 10i - 40 + 80i + 80 - 32i) &= \\(41 - 38i) - (41 + 38i) &= \\- 76i\end{aligned}$$

Задача 107(d).

Вычислить $\frac{(1 - i)^5 - 1}{(1 + i)^5 + 1}$.

Решение:

$$\frac{(1 - i)^5 - 1}{(1 + i)^5 + 1} =$$

По треугольнику паскаля, как и в прошлом задании

$$\begin{aligned}\frac{(-4 + 4i) - 1}{(-4 - 4i) + 1} &= \frac{-5 + 4i}{-3 - 4i} = \frac{5 - 4i}{3 + 4i} = \frac{(5 - 4i)(3 - 4i)}{25} = \frac{((4 - 4i) + 1)((4 - 4i) - 1)}{25} = \\ \frac{16(1 - i)^2 - 1}{25} &= \frac{16 * -2i - 1}{25} = \frac{-32i - 1}{25} = -\frac{1 + 32i}{25} = -\frac{1}{25} - \frac{32i}{25}\end{aligned}$$

Задача 108(b).

Решить систему уравнений

$$\begin{cases} (2 + i)x + (2 - i)y = 6, \\ (3 + 2i)x + (3 - 2i)y = 8. \end{cases}$$

Решение:

$$\begin{cases} (2 + i)x + (2 - i)y = 6, | * (3 + 2i) \\ (3 + 2i)x + (3 - 2i)y = 8, | * (2 + i) \end{cases}$$

Вычитаем из первого второе

$$((2-i)(3+2i) - (3-2i)(2+i))y = -2$$

$$((8+i) - (8-i))y = -2$$

$$2iy = -2$$

$$y = i$$

$$\begin{cases} (2+i)x + (2-i)y = 6 \\ y = i \end{cases}$$

$$\begin{cases} (2+i)x + 2i + 1 = 6 \\ y = i \end{cases}$$

$$(2+i)x = 5 - 2i$$

$$x = \frac{5-2i}{2+i} = \frac{(5-2i)(2-i)}{5} = \frac{8-9i}{5} = \frac{8}{5} - \frac{9i}{5}$$

Итого

$$\begin{cases} x = \frac{8}{5} - \frac{9i}{5} \\ y = i \end{cases}$$

Задача 112(b, g).

Вычислить: b) $\sqrt{-8i}$, g) $\sqrt{2-3i}$.

Решение:

Задача 113(b).

Решить уравнение $x^2 - (3-2i)x + (5-5i) = 0$.

Решение:
