Михаил Цуканов
st117303
st117303@student.spbu.ru

Homework Assignment 4

Алгебра и геометрия, 1 семестр

2023.10.13

Задача 546(b).
Выполнить деление с остатком $x^3 - 3x^2 - x - 1$ на $3x^2 - 2x + 1$.

Решение:

$$\begin{array}{rrrr|l} x^3 & -3x^2 & -x & -1 & 3x^2-2x+1 \\ \cline{5-5} -x^3 & +\frac{2}{3}x^2 & -\frac{1}{3}x & & \frac{1}{3}x-\frac{7}{9} \\ \cline{1-3} & -\frac{7}{3}x^2 & -\frac{4}{3}x & -1 & \\ & \frac{7}{3}x^2 & -\frac{14}{9}x & +\frac{7}{9} & \\ \cline{2-4} & & -\frac{26}{9}x & -\frac{2}{9} & \end{array}$$

Задача 549(c).
Пользуясь схемой Горнера, разложить полином $f(x) = x^5$ по степеням $x - 1$.

Решение:

$$\begin{array}{c|cccccc} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccccc} & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 1 & 3 & 6 & 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & 3 & 6 \\ \hline 1 & 1 & 4 & 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} & 1 & 4 \\ \hline 1 & 1 & 5 \end{array}$$

Задача 549(d).
Выполнить деление с остатком $x^3 - x^2 - x$ на $x - 1 + 2i$.

Решение:

Задача 557(e).
Определить наибольший общий делитель полиномов: $x^6 + 2x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 8x - 5$ и $x^5 + x^2 - x + 1$.

Решение:

$$\begin{aligned} x^6+2x^4-4x^3-3x^2+8x-5 &= \left(x^5+x^2-x+1\right) \cdot x + \left(2x^4-5x^3-2x^2+7x-5\right) \\ x^5+x^2-x+1 &= \left(2x^4-5x^3-2x^2+7x-5\right) \cdot \left(\tfrac{1}{2}x+\tfrac{5}{4}\right) + \left(\tfrac{29}{4}x^3-\tfrac{29}{4}x+\tfrac{29}{4}\right) \\ 2x^4-5x^3-2x^2+7x-5 &= \left(\tfrac{29}{4}x^3-\tfrac{29}{4}x+\tfrac{29}{4}\right) \cdot \left(\tfrac{8}{29}x-\tfrac{20}{29}\right) + 0 \end{aligned}$$

Итого ответ: $2x - 5$

Задача 557(f).
Определить наибольший общий делитель полиномов: $x^5+3x^4-12x^3-52x^2-52x-12$ и $x^4+3x^3-6x^2-22x-12$.

Решение:

$$\begin{aligned}
x^5+3x^4-12x^3-52x^2-52x-12 &= \big(x^4+3x^3-6x^2-22x-12\big) \cdot x + \big(-6x^3-30x^2-40x-12 \\
x^4+3x^3-6x^2-22x-12 &= \big(-6x^3-30x^2-40x-12\big) \cdot \big(-\tfrac{1}{6}x+\tfrac{1}{3}\big) + \big(-\tfrac{8}{3}x^2-\tfrac{32}{3}x-8\big) \\
-6x^3-30x^2-40x-12 &= \big(-\tfrac{8}{3}x^2-\tfrac{32}{3}x-8\big) \cdot \big(\tfrac{9}{4}x+\tfrac{9}{4}\big) + \big(2x+6\big) \\
-\tfrac{8}{3}x^2-\tfrac{32}{3}x-8 &= \big(2x+6\big) \cdot \big(-\tfrac{4}{3}x-\tfrac{4}{3}\big) + 0
\end{aligned}$$

Итого ответ: $x+1$

Задача 578(c).
Пользуясь алгоритмом Евклида, подобрать полиномы $M_1(x)$ и $M_2(x)$ так, чтобы $f_1(x)M_1(x)+f_2(x)M_2(x)=\delta(x)$, где $\delta(x)$ – наибольший общий делитель полиномов $f_1(x)$ и $f_2(x)$.
$f_1(x)=x^6-4x^5+11x^4-27x^3+37x^2-35x+35$,
$f_2(x)=x^5-3x^4+7x^3-20x^2+10x-25$.

Решение:

Задача 578(d).
Пользуясь алгоритмом Евклида, подобрать полиномы $M_1(x)$ и $M_2(x)$ так, чтобы $f_1(x)M_1(x)+f_2(x)M_2(x)=\delta(x)$, где $\delta(x)$ – наибольший общий делитель полиномов $f_1(x)$ и $f_2(x)$.
$f_1(x)=3x^7+6x^6-3x^5+4x^4+14x^3-6x^2-4x+4$,
$f_2(x)=3x^6-3x^4+7x^3-6x+2$.

Решение:

Задача 583(b).
Определить полином наименьшей степени, дающий в остатке x^2+x+1 при делении на $x^4-2x^3-2x^2+10x-7$ и $2x^2-3$ при делении на $x^4-2x^3-3x^2+13x-10$.

Решение:
