

Задача 400(e).

Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases}$$

Решение:

$$\begin{aligned} &\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & -1 & -2 & -4 \\ 2 & 3 & -1 & -1 & -6 \\ 1 & 2 & 3 & -1 & -4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -4 & -4 & -11 & -7 \\ 0 & 1 & -3 & -7 & -8 \\ 0 & 1 & 2 & -4 & -5 \end{pmatrix} \rightarrow \\ &\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -4 & -4 & -11 & -7 \\ 0 & 4 & -12 & -28 & -32 \\ 0 & 4 & 8 & -16 & -20 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -4 & -4 & -11 & -7 \\ 0 & 0 & -16 & -39 & -39 \\ 0 & 0 & 4 & -27 & -27 \end{pmatrix} \rightarrow \\ &\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -4 & -4 & -11 & -7 \\ 0 & 0 & -16 & -39 & -39 \\ 0 & 0 & 0 & -147 & -147 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Нет нулевых строк \rightarrow все неизвестные - константы.

Итого: $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Задача 400(f).

Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8 \end{cases}$$

Решение:

$$\begin{aligned} &\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 & 6 \\ 2 & -1 & -2 & -3 & 8 \\ 3 & 2 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & -3 & 2 & 1 & -8 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 & 6 \\ 0 & -5 & -8 & 1 & -4 \\ 0 & -4 & -10 & -4 & -14 \\ 0 & -7 & -4 & 5 & -20 \end{pmatrix} \rightarrow \\ &\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 & 6 \\ 0 & -20 & -32 & 4 & -16 \\ 0 & 0 & -18 & -24 & -54 \\ 0 & -7 & -4 & 5 & -20 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 & 6 \\ 0 & -35 & -56 & 7 & -28 \\ 0 & 0 & -18 & -24 & -54 \\ 0 & 0 & 36 & 18 & -72 \end{pmatrix} \rightarrow \\ &\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 & 6 \\ 0 & -35 & -56 & 7 & -28 \\ 0 & 0 & -18 & -24 & -54 \\ 0 & 0 & 0 & -30 & -180 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Нет нулевых строк \rightarrow все неизвестные - константы.

$$\text{Итого: } \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 10 \\ -5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Задача 443(а).

Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + 4x_3 + 4x_4 + 9x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + 8x_3 - 8x_4 + 27x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + 16x_3 + 16x_4 + 81x_5 = 0 \end{cases}$$

Решение:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & -2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 4 & 4 & 9 & 0 \\ 1 & -1 & 8 & -8 & 27 & 0 \\ 1 & 1 & 16 & 16 & 81 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & -3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -12 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 40 & 0 \end{pmatrix}$$

Нет нулевых строк \rightarrow все неизвестные - константы.

$$\text{Итого: } \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 443(б).

Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0 \\ x_1 + 17x_2 + 4x_3 \end{cases}$$

Решение:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 0 \\ 3 & -5 & 4 & 0 \\ 1 & 17 & 4 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & -7 & -5 & 0 \\ 0 & -14 & -8 & 0 \\ 0 & 14 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & -7 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Задача 449(с).

Выписать фундаментальную систему решений:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - 4x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$$

Решение:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & -4 & -3 & -2 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -6 & -4 & -2 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Осталось 2 ненулевые строчки и 4 неизвестные \rightarrow будет 2 независимые переменные (x_3, x_4)

$$\text{Итого: } \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{9} \\ -\frac{2}{3} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} x_3 + \begin{pmatrix} \frac{1}{9} \\ -\frac{1}{3} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} x_4 + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 449(d).

Выписать фундаментальную систему решений:

$$\{ x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 0$$

Решение:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow$$
