Цуканов Михаил
st117303
st117303@student.spbu.ru

Homework Assignment 5

Алгебра и геометрия, 1 семестр

2023.10.13

Задача 615.
Сумма двух корней уравнения $2x^3 - x^2 - 7x + \lambda = 0$ равна 1. Определить λ.

Решение:
$2x^3 - x^2 - 7x + \lambda = 0$
$x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 3\frac{1}{2}x + \frac{\lambda}{2} = 0$

По т. Виета:
$x_0 + x_1 + x_2 = -\frac{1}{2}$
$x_2 = -1\frac{1}{2}$

$(x_0 + x_1)x_2 + x_0 * x_1 = -3\frac{1}{2}$
$-1\frac{1}{2} + x_0 * x_1 = -3\frac{1}{2}$
$x_0 * x_1 = -2$

тогда
$\lambda = x_0 * x_1 * x_2 = -2 * -1\frac{1}{2} = 3$

Задача 618.
Решить уравнение $x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + ... + a_n = 0$, зная коэффициенты a_1 и a_2, и зная, что корни его образуют арифметическую прогрессию.

Решение:
Воспользуемся теоремой Виета:
$\sum_{i=1}^{n} x_i = -a_1$
$\sum_{i=1,j=1,\neq ij}^{n} x_i * x_j = a_2$
Тогда
$-a_1$ - сумма арифметической прогрессии
a_2 - сумма таблицы умножения этой прогрессии без главной диагонали
$-a_1 = x_0 * n + d\frac{n(n-1)}{2}$
$a_2 = \sum_{i=0,j=0,\neq ij}^{n-1}(x_0 + jd) * (x_0 + id) = \sum_{i=0,j=0,\neq ij}^{n-1}(x_0^2 + dx_0(i + j) + ijd^2) =$
$n(n-1)x_0^2 + dx_0\sum_{i=0,j=0,\neq ij}^{n-1}(i + j) + d^2\sum_{i=1,j=1,\neq ij}^{n-1}(ij)$
Осталось узнать суммы таблиц суммы и умножения без главных диагоналей и решить получившуюся систему.
Сумма таблицы сложения без главной диагонали
$n * n(n + 1) - \frac{n(n+1)}{2} = (n - \frac{1}{2})n(n + 1)$ Сумма таблицы умножения без главной диагонали
$\sum_{i=1}^{n} \frac{n(n+1)}{2}i - \sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} - \frac{2n(n+1)(2n+1)}{3} =$

Задача 621.
Составить уравнение 6-й степени, имеющее корни α, $\frac{1}{\alpha}$, $1 - \alpha$, $\frac{1}{1-\alpha}$, $1 - \frac{1}{\alpha}$, $\frac{1}{1-\frac{1}{\alpha}}$.

Решение:

Задача 552(a).
Пользуясь схемой Горнера, разложить $\dfrac{x^3-x+1}{(x-2)^5}$ на простейшие дроби.

Решение:

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 0 & -1 & 1 \\ \hline 2 & 1 & 2 & 3 & 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \hline 2 & 1 & 4 & 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} & 1 & 4 \\ \hline 2 & 1 & 6 \end{array}$$

Получили разложение x^3-x+1 на $x-2$. Поделим его на $(x-2)^5$.
Итого
$$\frac{x^3-x+1}{(x-2)^5}=\frac{1}{(x-2)^2}+\frac{6}{(x-2)^3}+\frac{11}{(x-2)^4}+\frac{7}{(x-2)^5}$$

Задача 626(b).
Разложить на простейшие дроби над полем R: $\frac{x^2}{x^4-16}$

Решение:
$\frac{x^2}{x^4-16}=\frac{x^2}{(x^2+4)(x-2)(x+2)}=\frac{ax+b}{x^2+4}+\frac{c}{x-2}+\frac{d}{x+2}=$

Задача 627(b).
Разложить на простейшие дроби над полем R: $\frac{2x-1}{x(x+1)^2(x^2+x+1)^2}$.

Решение:

Задача 624(d).
Разложить на простейшие дроби над полем C: $\frac{x^2}{x^4-1}$.

Решение:

Задача 625(c).
Разложить на простейшие дроби над полем C: $\frac{5x^2+6x-23}{(x-1)^3(x+1)^2(x-2)}$.

Решение:
