ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ, ВОПРОСОВ, ЗАДАЧ И ЛИТЕРАТУРЫ ПО КУРСУ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ СТУДЕНТОВ 2-ГО КУРСА НА III МИНИСЕССИЮ

(расчитанная на 2 семестра лекций для студентов 2-го курса)

Составил профессор кафедры МАДУ А.А.Родионов

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ (III минисессия письменная)

1. Метод исключения для нормальных систем ОДУ (сведение нормальной системы 1-го порядка из q уравнений к одному уравнению q-го порядка).

2. Теоремы существования и единственности для нормальных систем ОДУ:

а) Лемма (основная, об оценке решения для нормальных систем ОДУ);

б) Теорема Пеано(существования решения) без доказательства;

в) Теорема 1(существования решения);

г) Теорема 2(существование решения для норм. линейной системы);

д) Лемма об интегральном неравенстве;

е) Лемма Гроноулла-Беллмана, использование её в доказательстве единственности решения;

ж) Лемма (о сравнении, дифференциальном неравенстве);

з) Теорема (о нулевом решении);

и) Теорема Тонелли.

3. Линейные однородные системы ОДУ первого порядка:

а) фундаментальная система решений, линейная зависимость, определитель Вронского;

б) теорема о представлении общего решения;

в) формула Лиувилля (доказательство).

4. Общее решение для неоднородных линейных систем. Метод вариации постоянных для неоднородных линейных систем.

5. Нормальные линейные системы с постоянными коэффициентами:

а) общее решение (в случае различных собственных значений);

б) общее решение (в случае кратных собственных значений).

ПРАКТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ

1. Решение линейного неоднородного ОДУ с постоянными коэффициентами с правой частью в виде квазимногочлена.

2. Решение линейного неоднородного ОДУ с постоянными коэффициентами методом вариации постоянных.

3. Решение уравнения Эйлера.

4. Составление линейного однородного ОДУ (наименьшего порядка), имеющего частные решения.

5. Составление линейного однородного ОДУ с постоянными коэффициентами, имеющего частные решения.

6. Уравнения на формулу Лиувилля.

7. Решение линейых однородных систем ОДУ первого порядка с постоянными коэффициентами.

8. Решение линейых неоднородных систем ОДУ первого порядка с постоянными коэффициентами с правой частью в виде квазимногочлена.

9. Решение линейых неоднородных систем ОДУ первого порядка с постоянными коэффициентами методом вариации постоянных.

ЛИТЕРАТУРА

1) Петровский И.Г.Лекции по теории ОДУ. М., "Наука 1970.

2) Матвеев Н.М. Методы интегрирования ОДУ;

3) Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

4) Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М., "Наука 1985.

5) Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк Н.А. Дифференциальные уравнения: примеры и задачи. М., "Высшая школа 1989.

6) Егоров А.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями. Москва, “Физматлит”, 2003, 2005.

ВАРИАНТЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТОВ

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Сформулировать и доказать основную лемму (об оценке решения) для нормальных систем ОДУ. (6 баллов)
2. Лемма (о сравнении). Формулировка и доказательство. (4 балла)
3. Найти общее решение уравнения $(e^x+1)y''-2y'-e^xy=0$, если известно его частное решение $y_1=e^x-1$. (5 баллов)
4. Решить систему: $\dot{x}=x+y+exp(t); \dot{y}=x+y-exp(t)$. (5 баллов)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1. Сформулировать лемму Гронуолла-Беллмана, с помощью нее доказать единственность решения задачи Коши для нормальной системы ОДУ.(5 баллов)
2. Изложить метод вариации постоянных для линейных неоднородных систем ОДУ. (3 балла)
3. Сформулировать теорему Тонелли. (2 балла)
4. Решить уравнение: $y''+5y'+6y=10(1-x)exp(-2x)$. (5 баллов)
5. Составить линейное однородное ОДУ (наименьшего порядка), имеющее частные решения: $1, 3x, x-2, e^x+1, e^x-2$. (5 баллов)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3

1. Доказать, что нормальная система из q уравнений 1-го порядка эквивалентна одному уравнению порядка q. (6 баллов)
2. Лемма о вещественности решения линейной системы ОДУ с вещественными коэффициентами. (4 балла)
3. Найти общее решение уравнения $x^2(x+1)y''-2y=0$, если известно его частное решение $y_1=1+1/x$ (5 баллов)
4. Решить систему: $\dot{x}=x-y+2sin(t); \dot{y}=2x-y$. (5 баллов)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4

1. Теорема об общем решении для нормальной линейной системы ОДУ с постоянными коэффициентами в случае кратных собственных значений (формулировка и доказательство). (6 баллов)
2. Лемма (о нулевом решении). Формулировка и доказательство. (4 балла)
3. Найти общее решение уравнения: $y''-3y'=exp(3x)-18x$. (5 баллов)
4. Составить линейное однородное ОДУ (наименьшего порядка), имеющее частные решения: x, shx, chx, e^x. (5 баллов)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 5

1. Теорема существования решения для нормальной линейной системы ОДУ (формулировка и доказательство). (6 баллов)
2. Теорема Тонелли (формулировка и доказательство). (4 балла)
3. Найти общее решение уравнения $y''-2(1+tg^2x)y=0$, если известно его частное решение $y_1=tgx$. (5 баллов)
4. Решить систему: $\dot{x}=x+2y+16texp(t); \dot{y}=2x-2y$. (5 баллов)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 6

1. Сформулировать и доказать Лемму 3(об интегральном неравенстве), сформулировать следствие (лемма Гронуолла - Беллмана). (6 баллов)
2. Формула Лиувилля. Формулировка и доказательство. (4 балла)
3. Решить уравнение: $y''-y'-2y=4x-2exp(x)$. (5 баллов)
4. Составить линейное однородное ОДУ (наименьшего порядка), имеющее частные решения: $x, x^2, 2x^2+3x, e^{2x}$. (5 баллов)