Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования

«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт математики и фундаментальной информатики

УТВЕРЖДАЮ

##### Директор ИМФИ

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/Кытманов А.М./

« 5» сентября 2016 г.

**ИТОГОВАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АТТЕСТАЦИЯ ВЫПУСКНИКОВ   
ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ ИНФОРМАТИКИ**

ПРОГРАММА ГОСУДАРСТВЕННОГО ЭКЗАМЕНА ПО НАПРАВЛЕНИЮ

01.04.01 «Математика»

магистерские программы

01.04.01.01 «Комплексный анализ»

01.04.01.02 «Алгебра, логика и дискретная математика»

**Красноярск 2017**

Программа государственного экзамена

Общие вопросы для магистерских программ

01.04.01.01 «Комплексный анализ»

01.04.01.02 «Алгебра, логика и дискретная математика»

1. Теоремы о неподвижных точках. Принцип сжимающих отображений. Устойчивость неподвижных точек. Теорема Каччополи.
2. Дифференцирование в нормированных пространствах. Сильная производная (Фреше) и ее свойства. Дифференциал Гато. Теорема о неявной функции.
3. Метод Ньютона для нелинейных операторов. Модифицированный метод Ньютона и его сходимость.
4. Принцип Шаудера. Вспомогательные утверждения: выпуклые множества, тела, оболочки, симплексы. Принцип Брауэра. Случай бесконечномерных пространств.
5. Теорема Какутани и ее приложения. Многозначные отображения. Полунепрерывные сверху отображения. Игра двух лиц с нулевой суммой. Теорема о минимаксе.
6. Леонардо Фибоначчи и начало изучения алгебры в Европе.
7. Кризис математического анализа в XIX в. и его преодоление.
8. Команды секционирования при оформлении печатного документа в редакторской системе LATEX.
9. Набор математики в редакторской системе LATEX.
10. Переключение шрифтов и их размеров в редакторской системе LATEX.
11. Библиография и цитирование литературы в редакторской системе LATEX.
12. Основные алгебраические системы и подсистемы с одной и двумя бинарными операциями, алгебры.
13. Смежные классы группы по подгруппе; их основное свойство. Теорема Лагранжа о связи порядков конечной группы и ее подгруппы.
14. Нормальная подгруппа группы и идеал кольца (алгебры), фактор-группа и фактор-кольцо (фактор-алгебра).
15. Гомоморфизм, эндоморфизм, изоморфизм и автоморфизм алгебраической системы. Теоремы о гомоморфизмах групп и колец.
16. Главные и конечно порожденные идеалы ассоциативно коммутативных колец с единицей.
17. Однопорожденность идеалов и евклидовость кольца целых чисел и кольца многочленов от одной переменной над полем.
18. Теорема Гильберта о базисе кольца K[X] многочленов от n переменных над нетеровым кольцом K.
19. Кольцо K[X] над алгебраически замкнутым полем K, аффинное пространство и его аффинные многообразия.
20. Теорема Гильберта о корнях. Биективность соответствия аффинных многообразий и радикальных идеалов.

**Список литературы**

1. Андреев, В. К. Вопросы прикладного функционального анализа [Электронный ресурс] : конспект лекций / В. К. Андреев ; Сиб. федерал. ун-т. - Версия 1.0. - Электрон. дан. (PDF ; 728 кб). - Красноярск : [б. и.], 2007ИПК СФУ. - 107 on-line. - (Электронная библиотека СФУ. Учебно-методические комплексы дисциплин в авторской редакции; УМКД 2-2007). - Загл. с титул. экрана. - Режим доступа: открытый. http://files.lib.sfu-kras.ru/ebibl/umkd/2/u\_lectures.pdf
2. [Федоров, В.М.](http://catalog.sfu-kras.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?Z21ID=&I21DBN=EBOOK&P21DBN=EBOOK&S21STN=1&S21REF=1&S21FMT=fullwebr&C21COM=S&S21CNR=5&S21P01=0&S21P02=1&S21P03=A=&S21STR=%D0%A4%D0%B5%D0%B4%D0%BE%D1%80%D0%BE%D0%B2,%20%D0%92%D0%BB%D0%B0%D0%B4%D0%B8%D0%BC%D0%B8%D1%80%20%D0%9C%D0%B8%D1%85%D0%B0%D0%B9%D0%BB%D0%BE%D0%B2%D0%B8%D1%87) Курс функционального анализа / В. М. Федоров. - Санкт-Петербург: Лань, 2005. - 351 с.
3. [Треногин, В.А.](http://catalog.sfu-kras.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?Z21ID=&I21DBN=EBOOK&P21DBN=EBOOK&S21STN=1&S21REF=1&S21FMT=fullwebr&C21COM=S&S21CNR=5&S21P01=0&S21P02=1&S21P03=A=&S21STR=%D0%A2%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%BE%D0%B3%D0%B8%D0%BD,%20%D0%92%D0%BB%D0%B0%D0%B4%D0%B8%D0%BB%D0%B5%D0%BD%20%D0%90%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%81%D0%B0%D0%BD%D0%B4%D1%80%D0%BE%D0%B2%D0%B8%D1%87) Функциональный анализ / В. А. Треногин. - Москва : Физматлит, 2007. - 488 с.
4. [Свешников, А.Г](http://catalog.sfu-kras.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?Z21ID=&I21DBN=EBOOK&P21DBN=EBOOK&S21STN=1&S21REF=1&S21FMT=fullwebr&C21COM=S&S21CNR=5&S21P01=0&S21P02=1&S21P03=A=&S21STR=%D0%A1%D0%B2%D0%B5%D1%88%D0%BD%D0%B8%D0%BA%D0%BE%D0%B2,%20%D0%90%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%81%D0%B5%D0%B9%20%D0%93%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B3%D0%B8%D0%B5%D0%B2%D0%B8%D1%87). Нелинейный функциональный анализ и его приложения к уравнениям в частных производных / А. Г. Свешников, А. Б. Альшин, М. О. Корпусов. - Москва : Научный мир, 2008. - 399 с.
5. [Корпусов, М.О](http://catalog.sfu-kras.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?Z21ID=&I21DBN=EBOOK&P21DBN=EBOOK&S21STN=1&S21REF=1&S21FMT=fullwebr&C21COM=S&S21CNR=5&S21P01=0&S21P02=1&S21P03=A=&S21STR=%D0%9A%D0%BE%D1%80%D0%BF%D1%83%D1%81%D0%BE%D0%B2,%20%D0%9C%D0%B0%D0%BA%D1%81%D0%B8%D0%BC%20%D0%9E%D0%BB%D0%B5%D0%B3%D0%BE%D0%B2%D0%B8%D1%87). Нелинейный функциональный анализ и математическое моделирование в физике / М. О. Корпусов, А. Г. Свешников. - М. : КРАСАНД, 2011. - 474 с.
6. Бурбаки, Н. Очерки по истории математики / Н. Бурбаки. - М.: Лань, 2010.
7. Клайн, М. Математика. Поиск истины/ М.Клайн.- М.: Лань, 2007.
8. Клайн, М. Математика. Утрата определённости/ М.Клайн.- М.: Лань, 2007.
9. Знаменская, О.В. История и методология математики (методические указания по выполнению самостоятельной работы) / О.В. Знаменская, А.А. Шлапунов. - Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2012. - 19 с.
10. Шлапунов, А.А. Краткий экскурс в историю математики / А.А. Шлапунов. – Красноярск: изд-во КрасГУ, 2005. – 36 с.
11. Математическая типография [Электронный ресурс] : электрон. учеб.-метод. комплекс дисциплины / О. В. Знаменская, С. В. Знаменский [и др.] ; Сиб. федерал. ун-т. - Версия 1.0. - Электронные данные (PDF ; 46,6 Мб). - Красноярск : СФУ, 2008. - on-line. - (Электронная библиотека СФУ. Учебно-методические комплексы дисциплин СФУ в авторской редакции). - Загл. с титул. экрана. - Режим доступа: открытый
12. Курош А.Г. Лекции по общей алгебре, М.: Наука, 2008.
13. Хамфри Дж. Линейные алгебраические группы, М. Наука, 1980.—400 с.
14. Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И., Основы теории групп, М., Мир, 1982.
15. Кострикин А.И., Ведение в алгебру, М., Наука, 1977.
16. Ван дер Варден Б.Л., Алгебра, М., Наука, 1976.

**Специальные вопросы по программе 01.04.01 .02 «Алгебра, логика и дискретная математика»**

1. Связь непротиворечивости и выполнимости множества формул языка исчисления высказываний (ИВ). Критерий непротиворечивости ИВ.

2. Локальная теорема Мальцева о простой выполнимости конечно выполнимых множеств формул ИВ

3. Понятие модели и элементарной эквивалентности. Элементарная эквивалентность изоморфных алгебраических систем.

4. Теорема равносильности для счётной алгебраической системы, условия эквивалентны: а) насыщенности, б) универсальности и однородности.

5. Система корней евклидова пространства, ее база, группа Вейля, матрица Картана и граф Кокстера.

6. Простые комплексные алгебры Ли, графы Кокстера их систем корней и базис Шевалле.

7. Группа Шевалле и ее основные подгруппы. Коммутаторная формула Шевалле для корневых элементов.

8. Теорема Бернсайда о числе орбит при действии группы на множестве и подстановочное представление групп (теория Пойя). Раскраска вершин, граней и ребер платоновских тел.

9. Автоматы Мили и Мура, их отличительные особенности.

10. Понятия сложности алгоритма и сложности вычислительной задачи.

Оценки сложности арифметических операций и алгоритма Евклида. Порядок роста времени работы алгоритма.

11. Историческая связь центральной проблемы теории конечных групп --- классификации простых групп и развитие теории алгебр и групп Шевалле.

**Список литературы**

1. Нефедов В.Н., Осипова В.А., Курс дискретной математики, М., Мир, 1992.

2. Мендельсон Э., Введение в математическую логику, М., Наука, 1976.

3. Уилсон Р., Введение в теорию графов, М., Мир, 1977.

4. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А., Математическая логика, М., Наука, 1987.

5. Стейнберг Р., Лекции о группах Шевалле, М., Наука, 1975.

6. Carter R, Simple groups of Lie type, N.-Y. – London, Willey, 1972.

7 . Газданова М.А., Колесников С.Г., Левчук В.М., Нужин Я.Н., Сулейманова Г.С., Алгебры Ли и группы лиева типа, УМКД, Красноярск, СФУ, 2008, 195с 8. Левчук В.М., Нужин Я.Н., Группы с (B,N)-парой и подгрупповые описания групп лиева типа, Учебное пособие, Красноярск, ИПК СФУ, 2009, 80 с.

9. Черемушкин А.В., Лекции по арифметическим алгоритмам в криптографии, М., МЦНМО, 2002.

Специальные вопросы по программе

01.04.01.01 «Комплексный анализ»

1. Дифференциальные формы и их основные свойства.

2. Интегрирование дифференциальных форм по гладким цепям.

3. Формула Стокса.

4. Лемма Пуанкаре о точности дифференциальных форм.

5. Когомологии де Рама.

6. Группы гомологий и теорема де Рама.

7. Интегральное представление Коши.

8. Интегральное представление Бохнера-Мартинелли.

9. Интегральное представление Коши-Фантапье.

10. Степенные ряды, разложение голоморфных функций.

11. Сопряженные радиусы сходимости, формула Коши-Адамара.

12. Подготовительная теорема Вейерштрасса.

13. Аналитические множества.

14. Формула Пуанкаре-Лелона.

15. Потоки и их регуляризации.

16. Аналитические множества как потоки.

**Список литературы**

1. Кратное интегрирование. Гомологии [Электронный ресурс]: электрон.   
 учеб.-метод. комплекс дисциплины/ А.К. Цих [и др.]; Сиб. федерал. ун-т.   
 Версия 1.0. – Электрон. дан. (PDF; 4.7 Мб). –Красноярск: ИПК СФУ,   
 2007. –on-line. –Учебно-методические комплексы дисциплин в авторской   
 редакции; 18-2007. –Загл. с титул. экрана. –Режим доступа из читальных   
 залов НБ СФУ. –Б.ц.

2. Кратное интегрирование. Когомологии [Электронный ресурс]: электрон.   
 учеб.-метод. комплекс дисциплины/ И.А.Антипова [и др.]; Сиб. федерал.   
 ун-т. Версия 1.0. – Электрон. дан. (PDF; 20666 кб). –Красноярск: ИПК   
 СФУ, 2007. –on-line. –Учебно-методические комплексы дисциплин в   
 авторской редакции; 17-2007. –Загл. с титул. экрана. –Режим доступа из   
 читальных залов НБ СФУ. –Б.ц.

3. Ботт Р., Ту Л.В. Дифференциальные формы в алгебраической топологии.  
 М.: Наука, 1986 (Эдиториал УРСС, 2004).

4. Нарасимхан Р. Анализ на действительных и комплексных многообразиях.  
 М.: Мир, 1971 (Платон, 1997 -232с.).

5. Мамфорд Д. Алгебраическая геометрия. 1. Комплексные проективные   
 многообразия. М.: Мир 1979.

6. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. Т. 2- М.: Наука, 2004.

**Образец**

**Государственный экзамен**

Направление «Математика»

(магистратура)

Название дисциплины – междисциплинарный

1. Найти канонический базис подгруппы

{ *(3балла)*

1. Имеется операторное уравнение

с заданными непрерывными функциями конечные и

А. Укажите условия на , при которых к уравнению (1) применим принцип Шаудера. *(2балл)*

Б. При каких условиях на эти же данные к уравнению (1) применим принцип неподвижной точки. Привести оценку скорости сходимости. *(3балла)*

В. При каких условиях на входные данные к уравнению (1) применима теорема о неявном операторе. *(3балла)*

*Указание.* Всюду в качестве основного банахова пространства взять Все шаги доказательства тех или иных требуемых свойств обосновать либо ссылками на леммы и теоремы курса, либо прямыми оценками.

1. Какой формат графического файла наиболее удобен для импортирования в документ, созданный с использованием редактора LATEX? *(3балла)*
2. Сформулировать и доказать теорему Гильберта о корнях. *(3балла)*
3. Задание по специализации *(3балла)*

**Регламент проведения государственного экзамена**

1. Общее время проведения экзамена – 4 академических часа (180 минут).
2. Форма проведения экзамена – письменно.
3. Место и время проведения экзамена - согласно расписанию ГЭК, которое составляется за месяц до начало работы ГЭК.
4. Студент приходит на экзамен не позднее, чем за 15 минут до его начала.
5. Во время экзамена допускается использование справочной литературы по согласованию с комиссией.
6. Выход обучающегося из аудитории, в которой проводится государственный экзамен, возможен в порядке исключения в сопровождении одного из членов ГЭК.
7. Если при подготовке ответа на государственном экзамене выпускник пользовался не разрешенными программой государственного экзамена справочными материалами, средствами связи, члены комиссии принимают решение об удалении обучающегося с государственного экзамена с дальнейшим внесением в протокол ГЭК записи «Удален», что приравнивается к получению оценки «неудовлетворительно».
8. Письменную работу проверяет комиссия. Работа оценивается по 20 бальной шкале. Каждое задание имеет свой оценочный бал в зависимости от уровня сложности. Критерии оценки за задание: «0»- задание не выполнялось или выполнено не верно; «50% от оценочного балла» -задание выполнено частично, в целом идея решения верна; «100% от оценочного балла» - задание выполнено полностью и правильно. Общая оценка за работу выставляется по сумме баллов всеми членами комиссии. Критерии общей оценки по сумме баллов (переводная шкала) устанавливаются экзаменационной комиссией.

«\_\_\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_ 2016 г. протокол №

Председатель НУМСИ Лейнартас Е.К. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

*(подпись)*