Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования

«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт математики и фундаментальной информатики

УТВЕРЖДАЮ

##### Директор ИМФИ

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/Кытманов А.М./

« 5» сентября 2016 г.

**ИТОГОВАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АТТЕСТАЦИЯ ВЫПУСКНИКОВ   
ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ ИНФОРМАТИКИ**

ПРОГРАММА ГОСУДАРСТВЕННОГО ЭКЗАМЕНА ПО НАПРАВЛЕНИЮ

01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

магистерские программы

01.04.02.01 математическое моделирование

01.04.02.03 математическая физика

**Красноярск 2017**

Программа государственного экзамена

1. Теоремы о неподвижных точках. Принцип сжимающих отображений. Устойчивость неподвижных точек. Теорема Каччополи.
2. Дифференцирование в нормированных пространствах. Сильная производная (Фреше) и ее свойства. Дифференциал Гато. Теорема о неявной функции.
3. Метод Ньютона для нелинейных операторов. Модифицированный метод Ньютона и его сходимость.
4. Принцип Шаудера. Вспомогательные утверждения: выпуклые множества, тела, оболочки, симплексы. Принцип Брауэра. Случай бесконечномерных пространств.
5. Теорема Какутани и ее приложения. Многозначные отображения. Полунепрерывные сверху отображения. Игра двух лиц с нулевой суммой. Теорема о минимаксе.
6. Ветвление решений систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Постановка задач и вывод уравнения разветвления. Линеаризованная задача. Ветвление для уравнения 2-го порядка.
7. Монотонные операторы в частично упорядоченных банаховых пространствах. Монотонные операторы в гильбертовом пространстве.
8. Теория степени в конечномерном случае. Теорема Сарда и ее следствия. Предварительные соображения: примеры, степень, гомотопия, явное определение степени, случай двумерного пространства, угловая функция, вращение векторного поля, формула Пуанкаре. Построение степени в конечномерном случае.
9. Степень Лерэ-Шаудера. Основное определение степени и ее свойства. Теорема Лерэ-Шаудера.
10. Лемма об остром угле. Разрешимость операторного уравнения, метод Галеркина (ключевые моменты).
11. Свойства стационарных операторов (линейность, ограниченность, непрерывность, монотонность, строгая монотонность, коэрцитивность, семинепрерывность, слабая компактность, условие полуограниченной вариации).
12. Разрешимость уравнений с нелинейным монотонным оператором.
13. Теоремы единственности для операторных уравнений с коэрцитивным, сла-бо компактным, монотонным оператором.
14. Определение и свойства простых функции, функции класса (S->X).
15. Понятие дифференцируемости функций класса (S->X), пространство Cm(S,X), норма. Полнота указанного пространства.
16. Аппроксимационная теорема Вейерштрасса.
17. Понятие измеримости и интегрируемости по Бохнеру функций класса (S->X), пространство Lp (S,X). Норма, скалярное произведение. Полнота указанного пространства.
18. Понятие и свойства нестационарных/эволюционных операторных уравнений.
19. Свойства нестационарных операторов (линейность, ограниченность, непрерывность, монотонность, строгая монотонность, коэрцитивность, семинепрерывность, слабая компактность, условие полуограниченной вариации).
20. Примеры, приводящие к понятию метода слабой аппроксимации. Определение слабой аппроксимации (уметь доказывать, что последовательность слабо аппроксимирует заданную функцию на заданном интервале). Формулировка метода слабой аппроксимации.
21. Понятие обратной задачи. Ключевые моменты исследования разрешимости задачи идентификации функции источника параболического уравнения с данными Коши (уметь приводить обратную задачу к прямой, уметь расщеплять и линеаризовать нелинейное/нагруженное уравнение в соответствии с методом слабой аппроксимации).
22. Разностные схемы для одномерного уравнения теплопроводности. Метод расщепления. Разностные схемы для многомерного уравнения теплопроводности.
23. Прямые и итерационные методы решения сеточных уравнений.
24. Применение быстрого преобразования Фурье, метод Конкуса и Голуба для решения эллиптических уравнений.
25. Метод установления для решения эллиптических уравнений.
26. Распространение линейных волн. Диссипация и дисперсия сеточного волнового решения. Схемы Лакса-Вендроффа и Годунова.
27. Уравнения движения несжимаемой вязкой жидкости. Разностные схемы для двумерных уравнений в переменных функция тока-завихрённость.
28. Уравнения движения сжимаемой жидкости. Схема Лакса-Вендроффа. Задача о распаде разрыва и схема Годунова.
29. Язык разметки гипертекста HTML. Структура HTML-документа. Метаданные. Особенности форматирование текста и создания гиперссылок.
30. Таблицы и фреймы в HTML. Структура простейшей таблицы. Слияние ячеек. Использование таблиц для формирования дизайна HTML-документа. в HTML. Создание набора фреймов. Использование целевых фреймов.
31. Каскадные таблицы стилей. Внешние и встроенные таблицы стилей. Порядок применения стилей. Создание CSS для различных устройств.
32. Основы JavaScript. Работа с объектами, их свойствами и методами. Основы использования сценариев в HTML-документе. Помещение и исполнение сценария.

**Список литературы**

**Основная литература**

1. Канторович Л. В., Акимов Г. П. Функциональный анализ. М.: Наука, 1977.
2. Теория ветвления и нелинейные задачи на собственные значения / Под редакцией Келлера Дж. Б. и Антмана С. М.: Мир, 1974.
3. Хатсон В., Пим Д. Приложения функционального анализа к теории операторов. М.: Мир, 1983.
4. Андреев В. К. Элементы нелинейного функционального анализа. Красноярск, КГУ, 2002.
5. Зализняк В. Е., Численные методы. Основы научных вычислений, М.: Издательство Юрайт, 2012.
6. Зализняк В. Е., Основы вычислительной физики. Часть. 1: Введение в конечно-разностные методы, Москва: Техносфера, 2008.
7. Самарский А. А., Гулин А. В., Устойчивость разностных схем, М.: Эдиториал УРСС, 2005.
8. Белов, Ю.Я. Методы решения краевых задач для дифференциальных уравнений [Электронный ресурс]: электрон. учеб. пособие / Ю.Я. Белов, И.В. Фроленков, Т.Н. Шипина; Сиб. федерал. ун-т. - Версия 1.0. - Электрон. дан. (PDF ; 707 кб). - Красноярск : ИПК СФУ, 2007. - 140 online. - (Электронная библиотека СФУ. Учебно-методические комплексы дисциплин в авторской редакции ; УМКД  19-2007). - Загл. с титул. экрана. - Режим доступа: свободный. http://files.lib.sfu-kras.ru/ebibl/umkd/19/u\_posob.pdf
9. Кабанихин, С.И. Обратные и некорректные задачи / С.И. Кабанихин.- Новосибирск: Сибирское научное издателüство, 2009. - 457 с.
10. Михлин, С.Г. Курс математической физики / С.Г. Михлин // СПб.: Лань, 2002. – 576 с.
11. Родионов, А. А. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : конспект лекций / А. А. Родионов, А. М. Франк ; Сиб. федерал. ун-т. - Версия 1.0. - Электрон. дан. (PDF ; 18356 кб). – Красноярск ИПК СФУ, 2007. - 137 on-line. - (Электронная библиотека СФУ. Учебно-методические комплексы дисциплин в авторской редакции; УМКД  14-2007). - Загл. с титул. экрана. - Режим доступа: открытый. http://files.lib.sfu-kras.ru/ebibl/umkd/14/u\_lectures.pdf
12. Белов, Ю. Я. Уравнения с частными производными [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю. Я. Белов ; Сиб. федерал. ун-т. Ин-т математики. - Электрон. дан. (PDF ; 591 Кб). - Красноярск : СФУ, 2008. - 118 с. - (Электронная библиотека СФУ. УМКД - 2008, Учебно-методические комплексы дисциплин в авторской редакции). - Загл. с титул. экрана. - Режим доступа: открытый. <http://files.lib.sfu-kras.ru/ebibl/umkd/Belov/u_course.pdf>
13. Чиртик, А.А. HTML: Популярный самоучитель. 2-ое издание / А.А. Чиртик. – Санкт-Петербург: Питер, 2008 – 354 с.
14. Шмитт, К. HTML5. Рецепты программирования / К. Шмитт. – Санкт-Петербург: Питер, 2012 – 288 с.
15. Хоган, Б. HTML5 и CSS3. Веб-разработка по стандартам нового поколения. 2-ое издание. – Санкт-Петербург: Питер, 2014 – 320 с.
16. Вейл Э. HTML5. Разработка приложений для мобильных устройств. — СПб.: Питер, 2015. — 480 с.: ил. — (Серия «Бестселлеры O’Reilly»).

**Дополнительная литература**

1. Федоренко Р. П., Введение в вычислительную физику, М: Изд-во Моск. физ.-техн. ин-та,1994.
2. Самарский А. А., Теория разностных схем, М.: Наука, 1989.
3. Рихтмайер Р., Мортон К., Разностные методы решения краевых задач, М.: Мир, 1971.
4. Самарский А. А., Попов Ю. П., Разностные методы решения задач газовой динамики, М.: Наука, 1992.
5. Ковеня В. М., Яненко Н. Н., Метод расщепления в задачах газовой динамики, Новосибирск: Наука, 1981.
6. Адрианов А.Л. Электронная газодинамическая лаборатория: отчет по проекту/ А.Л. Адрианов, С.В. Калтыга, А.В. Байкалов и др. – Сибирская аэрокосмическая академия. – Красноярск, 2002 г. – 218 с.
7. Формалев, В.Ф. Численные методы/ В.Ф.Формалев, Д.Л. Ревизников. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. –400 с.
8. Дьяченко В.Ф. Основные понятия вычислительной математики / В.Ф. Дьяченко. – М.: Гл. ред. физ.-мат. лит. изд-ва “Наука”, 1977. – 128 с.
9. Годунов С.К. Введение в теорию разностных схем / С.К. Годунов, В.С. Рябенький. – М.: Гл. ред. физ.-мат. лит. изд-ва “Наука”, 1977. – 440 с.
10. Адрианов А.Л. Интерференция стационарных газодинамических разрывов / А.Л. Адрианов, А.Л. Старых, В.Н. Усков. – Новосибирск: Наука, 1995. – 180 с.
11. Пирумов У.Г. Численные методы газовой динамики. – Учеб. пособие для втузов/ У.Г. Пирумов, Г.С. Росляков. – М.: Высшая школа, 1987.– 232 с.
12. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен: В 2 т./ Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. 728 с.
13. Флетчер, К. Численные методы на основе метода Галеркина / К. Флетчер. – М.: Мир, 1988.
14. Мудров А.Е. Численные методы для ПЭВМ на языках Бейсик, Фортран, Паскаль/ А.Е. Мудров. – Томск: МП “Раско”, 1992. – 272 с.
15. Белашов В.Ю. Эффективные алгоритмы и программы вычислительной математики/ В.Ю. Белашов, Н.М. Чернова. – Магадан: СВКНИИ ДВО РАН, 1997. – 160 с.
16. Хемминг Р.В. Численные методы для научных работников и инженеров / Р.В. Хемминг. – М.: Наука, 1968.- 400 с.
17. Рождественский Б.Л. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике / Б.Л. Рождественский, Н.Н. Яненко. – М.: Наука, 1968. – 592 с.
18. Плис А.И. MathCAD. Математический практикум для инженеров и экономистов: учеб. пособие. – 2-е изд., перераб. и доп./ А.И. Плис, Н.А. Сливина. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 656 с.
19. Бауэр Ф.Л. Информатика. Вводный курс: В 2-х ч. Ч.1. Пер. с нем./ Ф.Л. Бауэр, Г. Гооз. – М.: Мир, 1990. – 336 с.
20. Форсайт Дж. Машинные методы математических вычислений/ Дж. Форсайт, М. Малькольм, К. Моулер. – М.: Мир, 1980. – 279 с.
21. Belov, Yu.Ya. Inverse Problems for Partial Differential Equations / Yu.Ya. Belov // Utrecht: VSP, 2002. - 211 p.

**Образец экзаменационного билета**

**Государственный экзамен**

Направление «Прикладная математика и информатика»

(магистратура)

Название дисциплины – междисциплинарный

1. Прямые и итерационные методы решения сеточных уравнений. *(2балла)*
2. Имеется операторное уравнение

с заданными непрерывными функциями конечные и

А. Укажите условия на , при которых к уравнению (1) применим принцип Шаудера. *(1балл)*

Б. При каких условиях на эти же данные к уравнению (1) применим принцип неподвижной точки. Привести оценку скорости сходимости. *(2балла)*

В. При каких условиях на входные данные к уравнению (1) применима теорема о неявном операторе. *(2балла)*

*Указание.* Всюду в качестве основного банахова пространства взять Все шаги доказательства тех или иных требуемых свойств обосновать либо ссылками на леммы и теоремы курса, либо прямыми оценками

1. Доказать, что функция измерима и интегрируема по Бохнеру. Вычислить интеграл Бохнера. *(3балла)*
2. Сделать доказательный полный вывод о пригодности разностной схемы (РС)

указав: а) дифференциальное уравнение (математическую запись, "название", тип), которое аппроксимирует данная РС; б) явность (неявность) данной РС; в) устойчивость РС (неустойчива, абсолютно устойчива, условно устойчива при ... (указать условие); г) порядок аппроксимации РС при произвольном соотношении временного и пространственного шагов; д) возможный повышенный порядок аппроксимации РС при специальном соотношении шагов (для проверки этой "возможности"\ использовать дифференциальное следствие аппроксимируемого уравнения). *Каждый пункт оценивается в 1 балл.*

1. Как определяется и что характеризует число обусловленности квадратной матрицы СЛАУ? В каком соотношении должно находиться обратное число обусловленности (RCOND) с машинной точностью (погрешностью от округления - ERROR) для доброкачественного решения СЛАУ*. (2 балла)*
2. Создать интернет-страницу с некоторым текстом. Описать и использовать внешнюю таблицу стилей, в которой для заголовка H1 и HTML-элемента нового абзаца <P> создать свой уникальный стиль (измените размер, цвет, шрифт, позиционирование по Вашему усмотрению) и применить каждый из них в коде интернет-страницы не менее двух раз. Используя стили для единичных элементов (инлайн стили) задать цвет (отличный от заданного Вами в таблице стилей для заголовков уровня H1) для одного заголовка уровня H1. Какого цвета будет этот заголовок? Объясните почему. *(3 балла)*

**Регламент проведения государственного экзамена**

1. Общее время проведения экзамена – 4 часа.
2. Форма проведения экзамена – письменно.
3. Место и время проведения экзамена - согласно расписанию ГЭК, которое составляется за месяц до начало работы ГЭК.
4. Студент приходит на экзамен не позднее, чем за 15 минут до его начала.
5. Во время экзамена допускается использование справочной литературы по согласованию с комиссией.
6. Выход обучающегося из аудитории, в которой проводится государственный экзамен, возможен в порядке исключения в сопровождении одного из членов ГЭК.
7. Если при подготовке ответа на государственном экзамене выпускник пользовался не разрешенными программой государственного экзамена справочными материалами, средствами связи, члены комиссии принимают решение об удалении обучающегося с государственного экзамена с дальнейшим внесением в протокол ГЭК записи «Удален», что приравнивается к получению оценки «неудовлетворительно».
8. Письменную работу проверяет комиссия. Работа оценивается по 20 бальной шкале. Каждое задание имеет свой оценочный бал в зависимости от уровня сложности. Критерии оценки за задание: «0»- задание не выполнялось или выполнено не верно; «50% от оценочного балла» -задание выполнено частично, в целом идея решения верна; «100% от оценочного балла» - задание выполнено полностью и правильно. Общая оценка за работу выставляется по сумме баллов всеми членами комиссии. Критерии общей оценки по сумме баллов (переводная шкала) устанавливаются экзаменационной комиссией.

«\_\_\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_ 2016 г. протокол №

Председатель НУМСИ Лейнартас Е.К. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

*(подпись)*