

ДЗ 6 по алгоритмам. Кривенко Андрей. М3107

December 19, 2021

1. Пусть для какой-то из функций это не выполняется, тогда в одну ячейку может попасть $n-k$ элементов, где k - количество элементов, попавших в другие ячейки. Тогда если $k = n - 1$, то в ячейку попадет 1 элемент. Тогда мы можем сказать, что коллизий не происходит. Однако функций без коллизий не существует (кроме тех, чье множество значений функции имеет большую мощность, чем область определения).
2. Вставка в отсортированный список происходит за $O(n)$, а не $O(1)$ в случае неотсортированного варианта.
3. Будем использовать связный список, храня значение предыдущей и следующей добавленной ноды. Эта задача была в лабе на тему хэшей.
4. При добавлении элемента в очередь будем высчитывать хэш, а затем в хэш таблицу записывать значение. Для разрешения коллизий можно использовать связный список. При добавлении, проверяем наличие элемента в таблице. Если его нет, то добавляем его и прибавляем к внешнему счетчику 1. При удалении из очереди точно так же проверять и если таких элементов больше нет, вычитать из счетчика 1.
5. Пусть у нас есть таблица с n ключей и m ячеек. Тогда вероятность того, что у хэши двух ключей совпадают равна $\frac{1}{m}$. Будем использовать I_{ij} , равное 1, если ключи i и j имеют одинаковый хэш. Тогда математическое ожидание $E[I_{ij}]$ равно $\frac{1}{m}$. Количество способов выбрать два элемента из n равно $\frac{n(n-1)}{2}$, тогда математическое ожидание равно:

$$E[\sum_{i=j} I_{ij}] = \sum_{i=j} E[I_{ij}] = \sum_{i=j} I_{ij} = \sum_{ij} \frac{1}{m} = \frac{n(n-1)}{2m}$$

6. В случае удаления, например, первого элемента, то после, при поиске второго, третьего и т.д. эл-та с таким же хешем, они не будут найдены, поскольку без флага мы не знаем о существовании других элементов с таким же хешем.
7. Вычисляем хеши с помощью функций $h1(x)$ и $h2(x)$. Если какая-либо из этих ячеек с индексами равными хешам свободна, то туда помещается элемент. В противном случае случайным образом выберем другую ячейку. Запомним ее значение, поместим туда наше изначальное. Теперь той же процедурой вставляем запомненный элемент. Если не вставили, то надо проверить то, зациклились ли мы. Если зациклились, то выберем новые 2 функции и перехешируем все эл-ты. Когда таблица полностью заполнена, добавим новые ячейки.