

Probability Trees and Conditional Expectations

September 15, 2023

```
[ ]: from IPython.display import Image
```

1 Expected Value and Variance

Giá trị kỳ vọng của biến ngẫu nhiên chính là trung bình trọng số xác suất các kết cục của biến ngẫu nhiên

$$E(X) = \sum_{i=1}^n P(X_i)X_i$$

Phương sai của biến ngẫu nhiên là giá trị kỳ vọng của bình phương độ lệch với giá trị kỳ vọng

$$\sigma^2(X) = E(X - E(X))^2 = \sum_{i=1}^n P(X_i)(X_i - E(X))^2$$

Trên thực tế, **độ lệch chuẩn** được ưa thích hơn phương sai, bởi nó có cùng đơn vị với biến ngẫu nhiên

2 Probability Trees and Conditional Expectations

2.1 Conditional Expected Value

Giá trị kỳ vọng của biến ngẫu nhiên X với điều kiện S bằng trung bình trọng số xác suất có điều kiện các kết cục của X

$$E(X|S) = \sum_{i=1}^n P(X_i|S)X_i$$

2.2 Total Probability Rule for Expected Value

$$E(X) = \sum_{i=1}^n E(X|S_i)$$

Trong đó, các điều kiện S_i xung khắc lẫn nhau (**mutually exclusive**) và hợp thành hệ điều kiện tất yếu (**exhaustive scenarios**)

2.3 Conditional Variance

Phương sai có điều kiện của biến ngẫu nhiên X chính là giá trị kỳ vọng có điều kiện của độ lệch so với giá trị kỳ vọng có điều kiện của bản thân X

$$\sigma^2(X|S) = \sum_{i=1}^n P(X_i|S)(X_i - E(X_i|S))$$

3 Bayes' Formula and Updating Probability Estimates

Công thức Bayes sử dụng quy tắc tổng xác suất (total probability rule)

$$P(A) = \sum_n P(A \cap B_n)$$

Nội dung của công thức Bayes được trình bày dưới đây:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

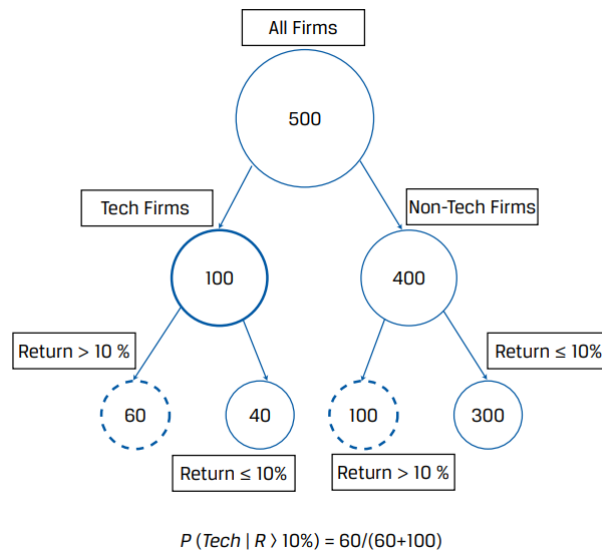
Chứng minh

$$\frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} = \frac{P(BA)}{P(B)} = \frac{P(AB)}{P(B)} = P(A|B)$$

Dưới đây là cây quyết định mô tả cho công thức Bayes

```
[ ]: #Tree map
Image(filename = "Pictures/01.png")
```

[]:



```
[ ]: #Summary of Return
Image(filename = "Pictures/02.png")
```

```
[ ]:
```

Rate of Return (R)	Type of Firm in Stock Index		Total
	Non-Tech	Tech	
R > 10%	100	60	160
R ≤ 10%	300	40	340
Total	400	100	500