

ĐẠI HỌC QUỐC GIA THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA  
KHOA KHOA HỌC - KỸ THUẬT MÁY TÍNH



MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC

---

# Bài tập nhóm

---

GVHD: Nguyễn An Khương  
SV thực hiện: Trần Công Khanh – 1511503  
Đỗ Đức Hoài – 1511093  
Võ Xuân Thuận – ???????  
Dương Minh Phương – ???????  
Nguyễn Tuyết Nga – ???????

Tp. Hồ Chí Minh, Tháng 01/2017

## Phần I:

### 1. fallacy, contradiction, paradox, counterexample:

- **Fallacy (Ngụy biện):** Mệnh đề có vẻ đúng, nhưng sai về mặt logic thì gọi là ngụy biện.

Ví dụ:

$$(p \vee q) \rightarrow r = (p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \\ \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee r = (\neg p \vee \neg q) \vee r \quad (False)$$

- **Contradiction (Mâu thuẫn):** Mệnh đề có vẻ sai, nhưng đúng về mặt logic thì gọi là mâu thuẫn.

Ví dụ:

$$p \rightarrow (q \rightarrow r) = q \rightarrow (p \rightarrow r) \\ \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q) \vee r = \neg q \vee \neg p \vee r \quad (True)$$

- **Paradox (Nghịch lý):** Mệnh đề mâu thuẫn với chính nó, có thể đúng hoặc sai. Ví dụ: Russell's paradox: Cho  $R = \{x | x \notin x\}$ , thì  $R \in R \Leftrightarrow R \notin R$

- **Counterexample (Phản ví dụ):** là một ngoại lệ để chứng minh một mệnh đề nào đó sai.

Ví dụ: Để chứng minh tập hợp A không là con tập hợp B, ta cần tìm một phần tử x sao cho  $x \in A$  và  $x \notin B$ . Phần tử x được gọi là một phản ví dụ.

### 2. premise, assumption, axiom, hypothesis, conjecture:

- **Premise (Tiền đề):** Tiền đề là tuyên bố hay ý tưởng để hình thành cơ sở lý luận cho việc chứng minh được hợp lý.

Ví dụ:  $a = b \vdash a - b = 0$ , " $a = b$ " là tiền đề

- **Assumption (Giả thiết):** Giả thiết là niềm tin hay cảm giác mệnh đề đúng, mặc dù không có bằng chứng.

Ví dụ: Giả thiết mệnh đề: "Phương trình  $x^2 + bx + c = 0$  vô nghiệm "

- **Axiom (Tiên đề):** Một mệnh đề được hầu hết mọi người cho là đúng.

Ví dụ: Mệnh đề: "Qua một điểm nằm ngoài đường thẳng chỉ vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng ban đầu"

- **Hypothesis (Giả thuyết):** Ý tưởng hay lời giải thích cho một sự kiện được biết đến nhưng chưa được chứng minh.

Ví dụ: Mệnh đề "Hổ đen là có thật"

- **Conjecture (Phỏng đoán):** Ý tưởng được hình thành bằng cách đoán, không dựa trên một kiến thức nhất định.

Ví dụ: Mệnh đề "Năm năm nữa chiến tranh thế giới thứ 3 nổ ra."

**3. Tautology (hằng đúng):** Một hằng đúng là một mệnh đề luôn có chân trị là đúng. Một hằng đúng cũng là một biểu thức mệnh đề luôn có chân trị là đúng bất chấp sự lựa chọn chân trị của biến mệnh đề.

Ví dụ:  $\neg p \vee p$  là một hằng đúng.

**Valid (hợp lệ):** A proposition which is true regardless of the truth values of its atomic propositions is called a tautology, and the proposition is said to be valid.

Ví dụ: mệnh đề  $\neg p \vee p$  hợp lệ.

**Contradiction (hằng sai):** Một hằng sai là một mệnh đề luôn có chân trị là sai. Một hằng sai cũng là một biểu thức mệnh đề luôn có chân trị là sai bất chấp sự lựa chọn chân trị của biến mệnh đề.

Ví dụ:  $\neg p \wedge p$  là một hằng sai.

**Satisfiable (thỏa được):** Given a formula  $\varphi$  in propositional logic, we say that  $\varphi$  is satisfiable if it has a valuation in which it evaluates to T.

Example: The formula  $p \vee q \rightarrow p$  is satisfiable since it computes T if we assign T to p.

**4. Soundness (phi mâu thuẫn):** All theorems that can be proved in the logical system are true.

Example: Let  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$  and  $\psi$  be propositional logic formulas. If  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n \vdash \psi$  is valid, then  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n \models \psi$  holds.

**Completeness (tính đầy đủ):** All true statements can be proved in the logical system.

Example: Let  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$  and  $\psi$  be propositional logic formulas. Whenever  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n \models \psi$  holds, then there exists a natural deduction proof for the sequent  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n \vdash \psi$ .

**5. Sequent (phép suy luận) :** Phép suy luận là phép chứng minh một tiền đề là đúng dẫn.

Ví dụ:  $\neg p \rightarrow p \vdash p$

**Consequence (hệ quả) :** Hệ quả là kết quả của những sự việc xảy ra dẫn đến chúng.

Ví dụ:  $p \rightarrow q$  thì q là hệ quả của p.

**Implication (phép kéo theo) :** Phép kéo theo là phép chứng minh tiền kiện dẫn đến một hệ quả nhưng điều ngược lại không chắc sẽ xảy ra.

Ví dụ: Nếu trời mưa, đường phố sẽ ướt. Nhưng đường phố ướt chưa chắc trời sẽ mưa.

**(Semantic) entailment (hệ quả logic) :** Hệ quả logic là những mệnh đề đúng dẫn được suy ra từ những tiền kiện và những mệnh đề này cũng suy ra được các tiền kiện.

Example: The child is younger than its mother.

**6. Argument (lý lẽ) :** : Lý lẽ là những mệnh đề mà một trong số đó là kết luận, những mệnh đề còn lại có thể là tiền đề hoặc giả thiết.

Example: If  $p$  and not  $q$ , then  $r$ . Not  $r$ .  $p$ . Therefore,  $q$ .

**Variable (biến) :** Biến là một đại lượng chứa một thông tin hay một giá trị có thể thay đổi được.

Example:  $x, y, z, \dots$

**Arity :** : Arity là số lượng các đối số hoặc toán hạng trong một hàm số.

Example:  $P(x, y, z)$  với  $x, y, z$  là những arity.

### Phần III:

#### Exercise 1.1:

2d)  $p \vee (\neg q \rightarrow p \wedge r) = p \vee (\neg q \rightarrow (p \wedge r))$

2g) Why is the expression  $p \vee q \wedge r$  problematic?

Vì 2 phép hội và phép tuyển có cùng độ ưu tiên nhưng mang ý nghĩa khác nhau, để cùng nhau không có phân biệt bằng ngoặc dễ gây nhầm lẫn.

#### Exercise 1.2:

1d) We prove the validity of  $p \rightarrow (p \rightarrow q), p \vdash q$  by

1	$p \rightarrow (p \rightarrow q)$	<i>premise</i>
2	$p$	<i>premise</i>
3	$p \rightarrow q$	$\longrightarrow e\ 1, 2$
4	$q$	$\longrightarrow e\ 1, 3$

1g) We prove the validity of  $p \vdash q \rightarrow (p \wedge q)$  by

1	$p$	<i>premise</i>
2	$q$	<i>assumption</i>
3	$p \wedge q$	$\longrightarrow i\ 1, 2$
4	$q \rightarrow (p \wedge q)$	$\longrightarrow i\ 2, 3$

1m) We prove the validity of  $p \vee q \vdash r \rightarrow (p \vee q) \wedge r$  by

1	$p \vee q$	<i>premise</i>
2	$r$	<i>assumption</i>
3	$(p \vee q) \wedge r$	$\longrightarrow i\ 1, 2$
4	$r \rightarrow (p \vee q) \wedge r$	$\longrightarrow i\ 2, 3$

1q) We prove the validity of  $\vdash q \rightarrow (p \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow p)))$  by

1	$q$	<i>assumption</i>
2	$p$	<i>assumption</i>
3	$q \rightarrow p$	$\longrightarrow i\ 1, 2$
4	$p \rightarrow (q \rightarrow p)$	$\longrightarrow i\ 2, 3$
5	$p \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow p))$	$\longrightarrow i\ 2, 4$
6	$q \rightarrow (p \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow p)))$	$\longrightarrow i\ 1, 5$

1u) We prove the validity of  $p \rightarrow q \vdash \neg q \rightarrow \neg p$  by

1	$p \rightarrow q$	<i>premise</i>
2	$\neg q$	<i>assumption</i>
3	$\neg p$	<i>MT 1, 2</i>
4	$\neg q \rightarrow \neg p$	$\rightarrow i$ 2 – 3

1w) We prove the validity of  $r, p \rightarrow (r \rightarrow q) \vdash p \rightarrow (q \wedge r)$  by

1	$r$	<i>premise</i>
2	$p \rightarrow (r \rightarrow q)$	<i>premise</i>
3	$p$	<i>assumption</i>
4	$r \rightarrow q$	$\rightarrow e$ 3, 2
5	$q$	$\rightarrow e$ 1, 4
6	$q \wedge r$	$\wedge i$ 5, 1
7	$p \rightarrow (q \wedge r)$	$\rightarrow i$ 3 – 6

3a) We prove the validity of  $\neg p \rightarrow p \vdash p$  by

1	$\neg p \rightarrow p$	<i>premise</i>
2	$\neg p$	<i>assumption</i>
3	$p$	$\rightarrow e$ 2 – 1

3b) We prove the validity of  $\neg p \vdash p \rightarrow q$  by

1	$\neg p$	<i>premise</i>
2	$p$	<i>assumption</i>
3	$\perp$	$\neg e$ 2, 1
4	$q$	$\perp e$ 3
5	$p \rightarrow q$	$\rightarrow i$ 2 – 4

3c) We prove the validity of  $(p \wedge q) \wedge r \vdash p \wedge (q \wedge r)$  by

1	$(p \wedge q) \wedge r$	<i>premise</i>
2	$p \wedge q$	$\wedge e1 - 1$
3	$r$	$\wedge e2 - 1$
4	$p$	$\wedge e1 - 2$
5	$q$	$\wedge e2 - 2$
6	$q \wedge r$	$\wedge i 3, 5$
7	$p \wedge (q \wedge r)$	$\wedge i 4, 6$

3f) We prove the validity of  $\vdash (p \wedge q) \rightarrow p$  by

1	$p \wedge q$	<i>assumption</i>
2	$p$	$\wedge e 1 - 1$
3	$(p \wedge q) \rightarrow p$	$\rightarrow i 1, 2$

**Exercise 1.4:**

**Exercise 1.5:**