计算方法实验报告

姓名：李聪

学号：200111205

院系：计算机科学与技术学院

专业：计算机类

班级：12 班

实验报告一

第一部分：问题分析 *（描述并总结出实验题目）*

拉格朗日插值

摘要：

本实验考察拉格朗日插值的程序编写和问题求解。实验中需要对 n+1 个数据点$(x_k, f(x_k))$进行插值，利用插值函数求出 f(x)在给定点的近似值。最后需要思考并解决在使用拉格朗日插值法过程中的问题。、

目的和意义：

本实验的目的是为了提高对拉格朗日插值原理的理解，能够在实际问题中准确地应用拉格朗日插值，可以分析拉格朗日插值方法在运用中存在地问题。此外，本次实验还能够有效提高代码编写的水平，锻炼编写程序解决数学问题的能力

第二部分：数学原理

给定平面上 n+1 个不同的数据点$(x, f(x_k)), k=0,1,...,n$， $x_k \in [a,b]$，令

$$l_j(x)=\frac{(x-x_0)(x-x_1)...(x-x_{j-1})(x-x_{j+1})...(x-x_n)}{(x_j-x_0)(x_j-x_1)...(x_j-x_{j-1})(x_j-x_{j+1})...(x_j-x_n)}$$, j=0, 1, 2, . . . , n

则存在 n 次多项式

$$y(x)=\sum_{j=0}^{n} f(x_j) l_j(x) \qquad (1)$$

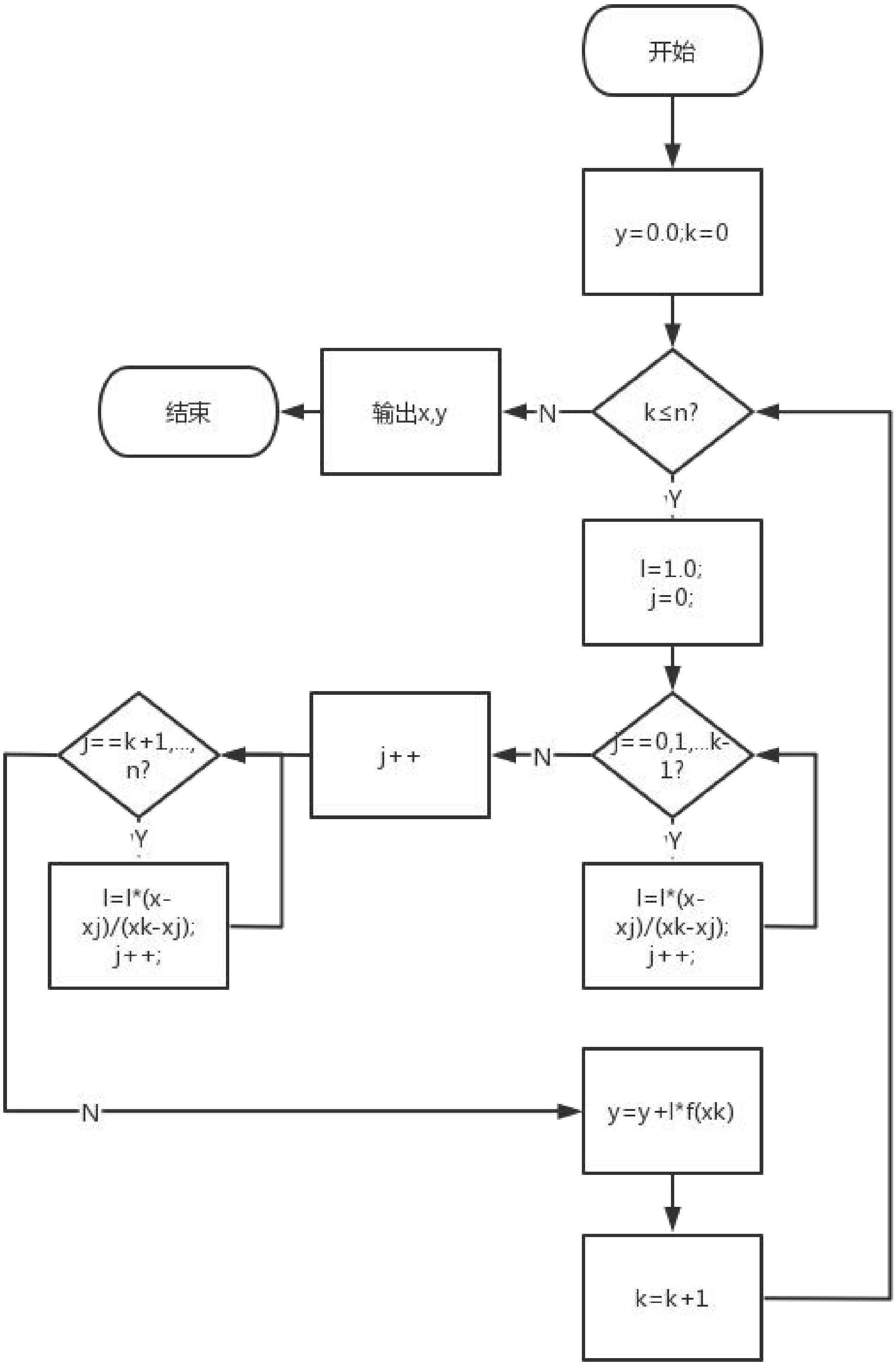
满足 $y(x_j)=f(x_j), j=0,1,2,...,n$ 。且该 n 次多项式是唯一的。我们称(1)式为

Lagrange 插值公式，记 $L_n(x)=y(x)$ 。

若 $x \in [a,b]$ 且 f(x)充分光滑，则有误差估计公式

$$E(x)=f(x)-L_n(x)=\frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x-x_0)(x-x_1)...(x-x_n), \xi \in [a,b]$$

第三部分：程序设计流程



开始
y=0.0;k=0
k≤n?
N
输出x,y
结束
Y
l=1.0;
j=0;
j==0,1,...k-1?
N
j++
j==k+1,...,n?
Y
l=l*(x-xj)/(xk-xj);
j++;
Y
l=l*(x-xj)/(xk-xj);
j++;
N
y=y+l*f(xk)
k=k+1

拉格朗日插值函数代码：

exp1.m　Largrange.m

```
%Largrange差值函数
%传入参数 :
%X:数据点的横坐标构成的向量 Y:数据点的纵坐标构成的向量
%n:有n+1个数据点 X0:被插值点的横坐标构成的向量
function root = Largrange(X,Y,n,X0)
    syms x;
    L = 0.0;
    for k = 1:n+1
        l = 1.0;
        a = 1;
        b = 1;
        %计算Largrange差值基函数
        if k == 1
            for j = 2:n+1
                a = a * (X(k)-X(j));
                b = b * (x-X(j));
            end
        elseif k == n+1
            for j = 1:n
                a = a * (X(k)-X(j));
                b = b * (x-X(j));
            end
        else
            for j = 1:k-1
                a = a * (X(k)-X(j));
                b = b * (x-X(j));
            end
            for j = k+1:n+1
                a = a * (X(k)-X(j));
                b = b * (x-X(j));
            end
        end
        l = l * (b/a);
        %差值公式
        L = L + l*Y(k);
    end
    P(x) = L;
    %计算差值函数在被插点处的值
    Y0 = zeros(size(X0));
    for i = 1:length(Y0)
        Y0(i) = double(P(X0(i)));
    end
    %输出
    fprintf('x');
    disp(X0);
    fprintf('y');
    disp(Y0);
end
```

实验一问题 1、2、4 求解代码：

exp1.m | Largrange.m

```matlab
%实验一 拉格朗日插值
disp('*************** 实验一 拉格朗日插值 ***************');
%-------------------问题1--------------------
%问题1（1）
disp('问题1（1）');
%n=5
disp('n=5:');
n = 5;
h = 10/n;
X = zeros(1,n+1);
Y = zeros(1,n+1);
for i = 1:n+1
    X(i) = -5 + (i-1)*h;
    Y(i) = 1 / (1+X(i)^2);
end
X0 = [0.75,1.75,2.75,3.75,4.75];
Largrange(X,Y,n,X0);
Fx = 1 ./ (1.+ X0.^2);  %实际值
fprintf("F");
disp(Fx);

%n=10
disp('n=10:');
n = 10;
h = 10/n;
X = zeros(1,n+1);
Y = zeros(1,n+1);
for i = 1:n+1
    X(i) = -5 + (i-1)*h;
    Y(i) = 1 / (1+X(i)^2);
end
X0 = [0.75,1.75,2.75,3.75,4.75];
Largrange(X,Y,n,X0);
Fx = 1 ./ (1.+ X0.^2);  %实际值
fprintf("F");
disp(Fx);

%n=20
disp('n=20:');
n = 20;
h = 10/n;
X = zeros(1,n+1);
Y = zeros(1,n+1);
for i = 1:n+1
    X(i) = -5 + (i-1)*h;
    Y(i) = 1 / (1+X(i)^2);
end
X0 = [0.75,1.75,2.75,3.75,4.75];
Largrange(X,Y,n,X0);
Fx = 1 ./ (1.+ X0.^2);  %实际值
fprintf("F");
disp(Fx);


%问题1（2）
disp('问题1（2）');
%n=5
disp('n=5:');
n = 5;
h = 2/n;
X = zeros(1,n+1);
Y = zeros(1,n+1);
for i = 1:n+1
    X(i) = -1 + (i-1)*h;
    Y(i) = exp(X(i));
end
X0 = [-0.95,-0.05,0.05,0.95];
Largrange(X,Y,n,X0);
Fx = exp(X0);   %实际值
fprintf("F");
disp(Fx);

%n=10
disp('n=10:');
n = 10;
h = 2/n;
X = zeros(1,n+1);
Y = zeros(1,n+1);
for i = 1:n+1
    X(i) = -5 + (i-1)*h;
    Y(i) = exp(X(i));
end
X0 = [-0.95,-0.05,0.05,0.95];
Largrange(X,Y,n,X0);
Fx = exp(X0);   %实际值
fprintf("F");
disp(Fx);

%n=20
disp('n=20:');
n = 20;
h = 2/n;
X = zeros(1,n+1);
Y = zeros(1,n+1);
for i = 1:n+1
    X(i) = -5 + (i-1)*h;
    Y(i) = exp(X(i));
end
X0 = [-0.95,-0.05,0.05,0.95];
Largrange(X,Y,n,X0);
Fx = exp(X0);   %实际值
fprintf("F");
disp(Fx);
```

```
%--------------------问题2--------------------
%问题2（1）
%n=5
disp('问题2（1）');
disp('n=5:');
n = 5;
h = 2/n;
X = zeros(1,n+1);
Y = zeros(1,n+1);
for i = 1:n+1
    X(i) = -1 + (i-1)*h;
    Y(i) = 1 / (1+X(i)^2);
end
X0 = [-0.95,-0.05,0.05,0.95];
Largrange(X,Y,n,X0);
Fx = 1 ./ (1.+ X0.^2);  %实际值
fprintf("F");
disp(Fx);

%n=10
disp('n=10:');
n = 10;
h = 2/n;
X = zeros(1,n+1);
Y = zeros(1,n+1);
for i = 1:n+1
    X(i) = -5 + (i-1)*h;
    Y(i) = 1 / (1+X(i)^2);
end
X0 = [-0.95,-0.05,0.05,0.95];
Largrange(X,Y,n,X0);
Fx = 1 ./ (1.+ X0.^2);  %实际值
fprintf("F");
disp(Fx);

%n=20
disp('n=20:');
n = 20;
h = 2/n;
X = zeros(1,n+1);
Y = zeros(1,n+1);
for i = 1:n+1
    X(i) = -5 + (i-1)*h;
    Y(i) = 1 / (1+X(i)^2);
end
X0 = [-0.95,-0.05,0.05,0.95];
Largrange(X,Y,n,X0);
Fx = 1 ./ (1.+ X0.^2);  %实际值
fprintf("F");
disp(Fx);


%问题2（2）
disp('问题2（2）');
%n=5
disp('n=5:');
n = 5;
h = 10/n;
X = zeros(1,n+1);
Y = zeros(1,n+1);
for i = 1:n+1
    X(i) = -5 + (i-1)*h;
    Y(i) = exp(X(i));
end
X0 = [-4.75,-0.25,0.25,4.75];
Largrange(X,Y,n,X0);
Fx = exp(X0);   %实际值
fprintf("F");
disp(Fx);

%n=10
disp('n=10:');
n = 10;
h = 10/n;
X = zeros(1,n+1);
Y = zeros(1,n+1);
for i = 1:n+1
    X(i) = -5 + (i-1)*h;
    Y(i) = exp(X(i));
end
X0 = [-4.75,-0.25,0.25,4.75];
Largrange(X,Y,n,X0);
Fx = exp(X0);   %实际值
fprintf("F");
disp(Fx);

%n=20
disp('n=20:');
n = 20;
h = 10/n;
X = zeros(1,n+1);
Y = zeros(1,n+1);
for i = 1:n+1
    X(i) = -5 + (i-1)*h;
    Y(i) = exp(X(i));
end
X0 = [-4.75,-0.25,0.25,4.75];
Largrange(X,Y,n,X0);
Fx = exp(X0);   %实际值
fprintf("F");
disp(Fx);
```

```
%--------------------问题4--------------------
%问题4(1)
disp('问题4（1）');
n = 2;
X = [1,4,9];
Y = [1,2,4];
X0 = [5,50,115,185];
Largrange(X,Y,n,X0);
Fx = X0.^(1/2);    %实际值
fprintf("F");
disp(Fx);

%问题4(2)
disp('问题4（2）');
n = 2;
X = [36,49,64];
Y = [6,7,8];
X0 = [5,50,115,185];
Largrange(X,Y,n,X0);
Fx = X0.^(1/2);    %实际值
fprintf("F");
disp(Fx);

%问题4(3)
disp('问题4（3）');
n = 2;
X = [100,121,144];
Y = [10,11,12];
X0 = [5,50,115,185];
Largrange(X,Y,n,X0);
Fx = X0.^(1/2);    %实际值
fprintf("F");
disp(Fx);

%问题4(4)
disp('问题4（4）');
n = 2;
X = [169,196,225];
Y = [13,14,15];
X0 = [5,50,115,185];
Largrange(X,Y,n,X0);
Fx = X0.^(1/2);    %实际值
fprintf("F");
disp(Fx);
```

第四部分：实验结果、结论与讨论

问题 1、2、4 的计算结果：

```
>> exp1
*************** 实验一 拉格朗日插值 ***************
问题1（1）
n=5:
x    0.7500    1.7500    2.7500    3.7500    4.7500

y    0.5290    0.3733    0.1537   -0.0260   -0.0157

F    0.6400    0.2462    0.1168    0.0664    0.0424

n=10:
x    0.7500    1.7500    2.7500    3.7500    4.7500

y    0.6790    0.1906    0.2156   -0.2315    1.9236

F    0.6400    0.2462    0.1168    0.0664    0.0424

n=20:
x    0.7500    1.7500    2.7500    3.7500    4.7500

y    0.6368    0.2384    0.0807   -0.4471  -39.9524

F    0.6400    0.2462    0.1168    0.0664    0.0424

问题1（2）
n=5:
x   -0.9500   -0.0500    0.0500    0.9500

y    0.3868    0.9512    1.0513    2.5858

F    0.3867    0.9512    1.0513    2.5857

n=10:
x   -0.9500   -0.0500    0.0500    0.9500

y    0.3866    0.9491    1.0484    2.5551

F    0.3867    0.9512    1.0513    2.5857

n=20:
x   -0.9500   -0.0500    0.0500    0.9500

y   1.0e+03 *

    0.0003   -0.0157   -0.0269   -1.7171

F    0.3867    0.9512    1.0513    2.5857

问题2（1）
n=5:
x   -0.9500   -0.0500    0.0500    0.9500

y    0.5171    0.9928    0.9928    0.5171

F    0.5256    0.9975    0.9975    0.5256

n=10:
x   -0.9500   -0.0500    0.0500    0.9500

y    0.5352    1.5470    1.7562    5.6865

F    0.5256    0.9975    0.9975    0.5256

n=20:
x   -0.9500   -0.0500    0.0500    0.9500

y   1.0e+03 *

    0.0006    0.0213    0.0345    1.8474

F    0.5256    0.9975    0.9975    0.5256

问题2（2）
n=5:
x   -4.7500   -0.2500    0.2500    4.7500

y    1.1470    1.3022    1.8412  119.6210

F    0.0087    0.7788    1.2840  115.5843

n=10:
x   -4.7500   -0.2500    0.2500    4.7500

y   -0.0020    0.7787    1.2841  115.6074

F    0.0087    0.7788    1.2840  115.5843

n=20:
x   -4.7500   -0.2500    0.2500    4.7500

y    0.0087    0.7788    1.2840  115.5843

F    0.0087    0.7788    1.2840  115.5843

问题4（1）
x     5    50   115   185

y    2.3667   36.1167  144.4500  339.8667

F    2.2361    7.0711   10.7238   13.6015

问题4（2）
x     5    50   115   185

y    3.1158    7.0718   10.1670   10.0388

F    2.2361    7.0711   10.7238   13.6015

问题4（3）
x     5    50   115   185

y    4.4391    7.2850   10.7228   13.5357

F    2.2361    7.0711   10.7238   13.6015

问题4（4）
x     5    50   115   185

y    5.4972    7.8001   10.8005   13.6006

F    2.2361    7.0711   10.7238   13.6015

>>
```

思考题：

1.

对于问题 1，拉格朗日插值多项式的次数 n 并不是越大越好。由程序的运算结果可以看出，问题 1（1）n=10 和 n=20 时，在 x=4.75 处的近似值与实际值相差得非常大；问题 1（2）n=20 时，在 x=-0.05,x=0.05,x=0.95 处的函数值都与实际值相差非常大，这种现象为 Runge 现象。

在实际应用中，很少采用高次多项式插值，我们常用分段线性插值来避免 Runge 线象

2.

对于问题 2，插值区间不是越小越好。从问题 2 的运算结果,(1)的插值区间虽然小于(2)的插值区间，但是从插值的效果可以看出，(1)在 n=10,n=20 的情况下近似值的误差都非常大，而(2)在 n=10,n=20 的情况下能够比较精确的进行近似。

3.

内插法所求的 x 处于已知插值节点所处区间内，而外推法所求的 x 在此范围之外，并且内插的精度要高于外推的精度。

实验报告二

第一部分：问题分析 *（描述并总结出实验题目）*

龙贝格积分

摘要：

本实验考察龙贝格积分法的程序编写和问题求解。在实验中，首先需要编写程序能够由输入的函数、区间、精度通过龙贝格积分法计算并输出 T-数表从而得出积分的近似解。其次，通过编写好的程序求解题目中给出的几个积分计算问题的近似解。最后需要思考并回答龙贝格积分法中二分次数与精度的关系。

目的和意义：

本次实验的目的是为了提高学生对龙贝格积分法原理的理解，能够运用龙贝格积分法计算积分问题中的 T-数表，算出积分的近似解。同时本次实验能够有效提高代码编写水平，锻炼编写程序解决数学问题的能力。

第二部分：数学原理

由 Richardson 外推法得到启发知，由梯形公式的简单组合可以得到比 h^2 更高阶的求积公式。若令

$$\begin{cases} T_0(h)=T(h), \\ T_m(h)=\dfrac{T_{m-1}(\frac{h}{2})-(\frac{1}{2})^{2m}T_{m-1}(h)}{1-(\frac{1}{2})^{2m}}=\dfrac{4^m T_{m-1}(\frac{h}{2})-T_{m-1}(h)}{4^m-1} \end{cases} \quad \cdots\cdots\cdots \ (1)$$

$T_m(h)$ 逼近 I(f) 的阶为 $h^{2(m+1)}$，这个算法称为数值积分的 Romberg 方法。

令 $n=2^k$，即将积分区间 [a, b] 分成 2^k 等份，$T_{0,k}$ 表示将区间 2^k 等分后应用复化梯形公式的数值积分，即 T(h)，再应用式（1）就产生了 Romberg 序列。

按照如下步骤可构造新序列：

1. 在 [a, b] 上应用梯形公式得 $T_{0,0}=\dfrac{b-a}{2}[f(a)+f(b)]$

2. 将[a,b]对分，应用复化梯形公式得 $T_{0,1}$, 并求出 $T_{1,0}=\dfrac{4T_{0,1}-T_{0,0}}{4-1}$

3. 将区间[a,b]作 2^i 等分，求出 $T_{m,k}=\dfrac{4^m T_{m-1,k+1}-T_{m-1,k}}{4^m-1}$, m=1,2,...,i;k=i-m.

得到 T-数表如下：

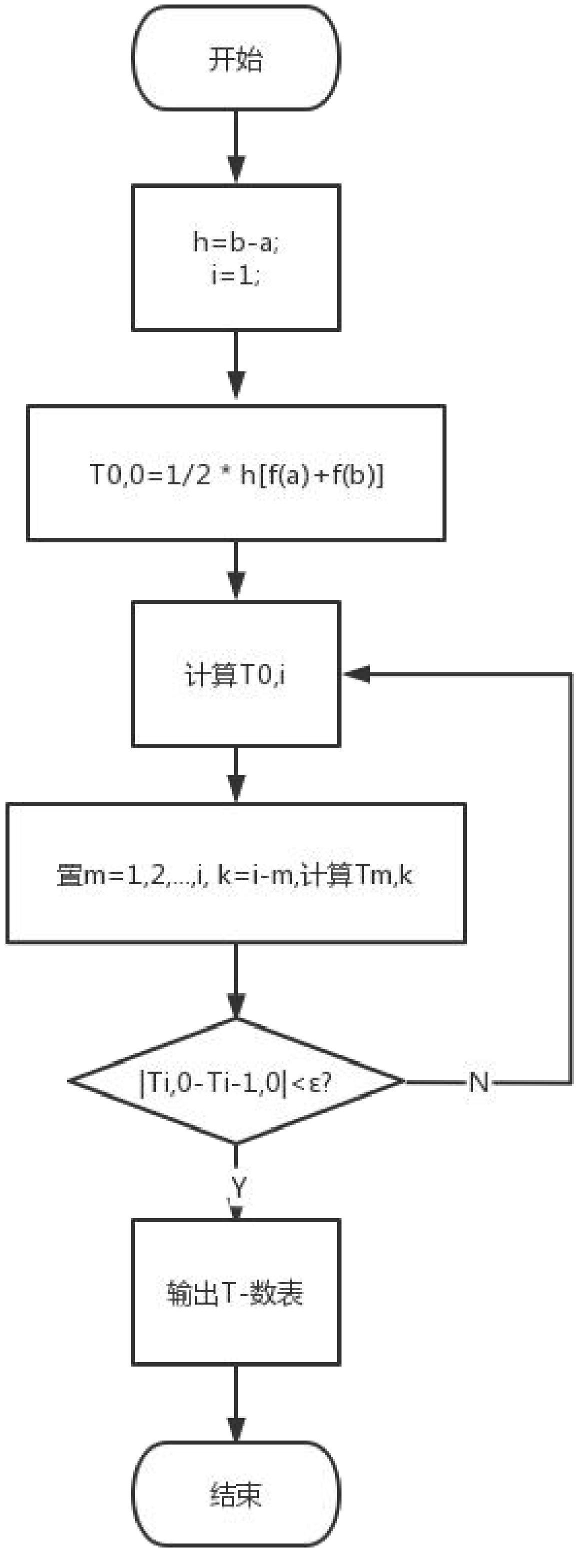
表 4.3 **Romberg 计算表(T 数表)**

$T_{0,0}$	$T_{0,1}$	$T_{0,2}$	$T_{0,3}$	$\cdots$	$T_{0,i}$
$T_{1,0}$	$T_{1,1}$	$T_{1,2}$	$\cdots$	$\iddots$	
$T_{2,0}$	$T_{2,1}$	$\cdots$	$\iddots$		
$T_{3,0}$	$\cdots$	$\iddots$			
$\vdots$	$\iddots$				
$T_{i,0}$					

4. 若 $|T_{i,0}-T_{i-1,0}|\le\varepsilon$，则计算停止，输出 $T_{i,0}$，否则用 i+1 代替 i，转入第 3 步。

第三部分：程序设计流程

流程图：



龙贝格积分代码：

```
%Romberg积分函数
%传入参数 :
%a:积分区间下限  b:积分区间上限  e:给定的精度  f:被积函数
function root = Romberg(a,b,e,f)
    syms x;
    f(x) = f;
    h = b-a;
    i = 1;
    T = zeros(i+1);
    T(1,1) = double(1/2 * h * (f(a)+f(b)));
    flag = 0;   %结束标志

    while flag == 0
        %计算T表
        s = 0;
        ii = 2^(i-1);
        for k = 1:ii
            s = s + double(f(a+(k-1/2)*h));
        end
        T(1,i+1) = 1/2 * T(1,i) + 1/2 * h * s;
        for m = 1:i
            k = i - m;
            T(m+1,k+1) = (4^m*T(m,k+2)-T(m,k+1))/(4^m-1);
        end

        %若满足误差条件，输出T表
        if abs(T(i+1,1) - T(i,1)) < e
            flag = 1;
            disp("T数表为：");
            for j = 1:i+1
                disp(T(j,1:i-j+2));
            end
        else
            h = h/2;
            i = i+1;
        end
    end
end
```

（计算的 T-数表的形式为：

表 4.3 **Romberg 计算表(T 数表)**

$T_{0,0}$	$T_{0,1}$	$T_{0,2}$	$T_{0,3}$	$\cdots$	$T_{0,i}$
$T_{1,0}$	$T_{1,1}$	$T_{1,2}$	$\cdots$	$\iddots$	
$T_{2,0}$	$T_{2,1}$	$\cdots$	$\iddots$		
$T_{3,0}$	$\cdots$	$\iddots$			
$\vdots$	$\iddots$				
$T_{i,0}$					

问题 1 求解代码：

Romberg.m exp2.m

```
%实验二 龙贝格积分
format long
disp('*************** 实验二 龙贝格积分 ***************');
%--------------------问题1--------------------
%问题1（1）
disp('问题1（1）');
syms x;
a = 0;
b = 1;
e = 1e-6;
f = x^2 * exp(x);
Romberg(a,b,e,f);

%问题1（2）
disp('问题1（2）');
syms x;
a = 1;
b = 3;
e = 1e-6;
f = exp(x)*sin(x);
Romberg(a,b,e,f);

%问题1（3）
disp('问题1（3）');
syms x;
a = 0;
b = 1;
e = 1e-6;
f = 4 / (1+x^2);
Romberg(a,b,e,f);

%问题1（4）
disp('问题1（4）');
syms x;
a = 0;
b = 1;
e = 1e-6;
f = 1 / (x+1);
Romberg(a,b,e,f);
```

第四部分：实验结果、结论与讨论

实验运行结果：

```
命令行窗口
>> exp2
*************** 实验二 龙贝格积分 ***************
问题1（1）
T数表为：
   1.359140914229523   0.885660615952277   0.760596332448042   0.728890177014693   0.720935778937658

   0.727833849859862   0.718908237946630   0.718321458536910   0.718284312911980

   0.718313197152415   0.718282339909595   0.718281836536984

   0.718281850112090   0.718281828546943

   0.718281828462374

问题1（2）
T数表为：
  列 1 至 5

   5.121826419665847   9.279762907261173  10.520554283818644  10.842043467557430  10.923093889613778

  列 6

  10.943398421186796

  10.665741736459614  10.934151409337801  10.949206528803691  10.950110696965893  10.950166598377800

  10.952045387529681  10.950210203434750  10.950170974843372  10.950170325138595

  10.950181073528482  10.950170352167319  10.950170314825822

  10.950170310122767  10.950170314679385

  10.950170314683838

问题1（3）
T数表为：
  列 1 至 5

   3.000000000000000   3.100000000000000   3.131176470588235   3.138988494491089   3.140941612041389

  列 6

   3.141429893174974

   3.133333333333333   3.141568627450980   3.141592502458707   3.141592651224822   3.141592653552836

   3.142117647058823   3.141594094125888   3.141592661142563   3.141592653708038

   3.141585783761874   3.141592638396796   3.141592653590029

   3.141592665277717   3.141592653649611

   3.141592653638244

问题1（4）
T数表为：
   0.750000000000000   0.708333333333333   0.697023809523809   0.694121850371850   0.693391202207527

   0.694444444444444   0.693253968253968   0.693154530654531   0.693147652819419

   0.693174603174603   0.693147901481235   0.693147194297078

   0.693147477644832   0.693147183071933

   0.693147181916745

fx >>
```

思考题 2：

在实验 1 中，二分次数越多，积分的精度越高。

实验报告三

第一部分：问题分析 *（描述并总结出实验题目）*

四阶龙格-库塔方法

摘要：

本实验考察四阶龙格-库塔方法的程序编写和问题求解。在实验中，首先需要编写程序实现四阶龙格-库塔方法，程序需要根据输入的微分方程初值问题输出该问题的数值解。然后，使用编写好的程序计算题目中给出的各个微分方程初值问题，对比和分析得到的数值解的可靠性和精确程度。最后根据解决上述问题的现象解决思考题的问题。

目的和意义：

本次实验的目的是为了提高学生对四阶龙格-库塔方法原理的理解，能够运用四阶龙格-库塔方法解决具体的微分方程初值问题。同时本次实验能够有效提高代码编写水平，锻炼编写程序解决数学问题的能力。

第二部分：数学原理

给定常微分方程初值问题

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y), a \le x \le b$$

$$y(a) = \alpha, h = \frac{b-a}{N}$$

记 $x_n = a + nh, n = 0,1,...,N$ ，利用四阶龙格-库塔方法

$$K_1 = hf(x_n, y_n)$$

$$K_2 = hf(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{K_1}{2})$$

$$K_3 = hf(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{K_2}{2})$$

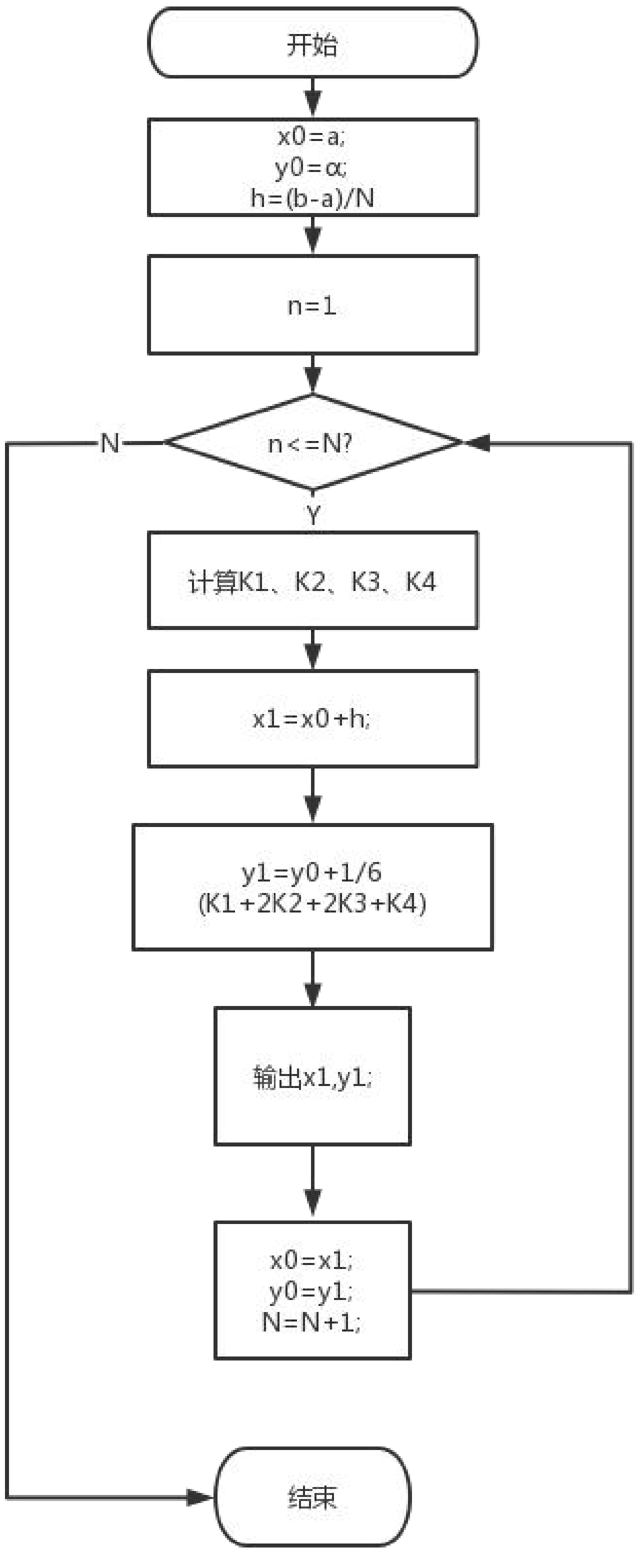
$$K_4 = hf(x_n + h, y_n + K_3)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4), n = 0,1,..., N-1$$

可逐次求出微分方程初值问题的数值解 y_n, n=0, 1, . . . , N.

第三部分：程序设计流程

流程图：



四阶龙格-库塔方法代码：

```
%四阶龙格-库塔方法
%传入参数 :
%f:dy/dy的表达式  a:区间下限  b:区间上限 alpha:初值条件  N:区间等分份数
function root = RungeKutta(f, a, b, alpha, N)
    format long
    syms x y;
    f(x,y) = f;
    x0 = a;
    y0 = alpha;
    h = (b-a) / N;
    fprintf('\t\t\txn\t\t\t\tyn\n');
    for n = 1:N
        K1 = h * double(f(x0,y0));
        K2 = h * double(f(x0 + h/2,y0 + K1/2));
        K3 = h * double(f(x0 + h/2,y0 + K2/2));
        K4 = h * double(f(x0 + h,y0+K3));
        x1 = x0 + h;
        y1 = y0 + 1/6 * (K1 + 2*K2 +2*K3 + K4);
        M = [x1,y1];
        disp(M);
        x0 = x1;
        y0 = y1;
    end
end
```

问题 1，2，3 求解代码

RungeKutta.m　exp3.m

```matlab
%实验三 四阶龙格-库塔方法
disp('*************** 实验二 四阶龙格-库塔方法 ***************');
%--------------------问题1--------------------
%问题1（1）N=5
disp('问题1（1） N=5:');
syms x y;
f = x+y;
a = 0;
b = 1;
alpha = -1;
N = 5;
RungeKutta(f, a, b, alpha, N);

%问题1（1）N=10
disp('问题1（1） N=10:');
syms x y;
f = x+y;
a = 0;
b = 1;
alpha = -1;
N = 10;
RungeKutta(f, a, b, alpha, N);

%问题1（1）N=20
disp('问题1（1） N=20:');
syms x y;
f = x+y;
a = 0;
b = 1;
alpha = -1;
N = 20;
RungeKutta(f, a, b, alpha, N);

%问题1（2）N=5
disp('问题1（2） N=5:');
syms x y;
f = -y^2;
a = 0;
b = 1;
alpha = 1;
N = 5;
RungeKutta(f, a, b, alpha, N);

%问题1（2）N=10
disp('问题1（2） N=10:');
syms x y;
f = -y^2;
a = 0;
b = 1;
alpha = 1;
N = 10;
RungeKutta(f, a, b, alpha, N);

%问题1（2）N=20
disp('问题1（2） N=20:');
syms x y;
f = -y^2;
a = 0;
b = 1;
alpha = 1;
N = 20;
RungeKutta(f, a, b, alpha, N);

```

```
%--------------------问题2--------------------
%问题2（1）N=5
disp('问题2（1） N=5:');
syms x y;
f = 2*y / x + x^2 * exp(x);
a = 1;
b = 3;
alpha = 0;
N = 5;
RungeKutta(f, a, b, alpha, N);

%问题2（1）N=10
disp('问题2（1） N=10:');
syms x y;
f = 2*y / x + x^2 * exp(x);
a = 1;
b = 3;
alpha = 0;
N = 10;
RungeKutta(f, a, b, alpha, N);

%问题2（1）N=20
disp('问题2（1） N=20:');
syms x y;
f = 2*y / x + x^2 * exp(x);
a = 1;
b = 3;
alpha = 0;
N = 20;
RungeKutta(f, a, b, alpha, N);

%问题2（2）N=5
disp('问题2（2） N=5:');
syms x y;
f = (y^2 + y) / x;
a = 1;
b = 3;
alpha = -2;
N = 5;
RungeKutta(f, a, b, alpha, N);

%问题2（2）N=10
disp('问题2（2） N=10:');
syms x y;
f = (y^2 + y) / x;
a = 1;
b = 3;
alpha = -2;
N = 10;
RungeKutta(f, a, b, alpha, N);

%问题2（2）N=20
disp('问题2（2） N=20:');
syms x y;
f = (y^2 + y) / x;
a = 1;
b = 3;
alpha = -2;
N = 20;
RungeKutta(f, a, b, alpha, N);


```

```matlab

%--------------------问题3--------------------
%问题3（1）N=5
disp('问题3（1） N=5:');
syms x y;
f = -20*(y-x^2) + 2*x;
a = 0;
b = 1;
alpha = 1/3;
N = 5;
RungeKutta(f, a, b, alpha, N);

%问题3（1）N=10
disp('问题3（1） N=10:');
syms x y;
f = -20*(y-x^2) + 2*x;
a = 0;
b = 1;
alpha = 1/3;
N = 10;
RungeKutta(f, a, b, alpha, N);

%问题3（1）N=20
disp('问题3（1） N=20:');
syms x y;
f = -20*(y-x^2) + 2*x;
a = 0;
b = 1;
alpha = 1/3;
N = 20;
RungeKutta(f, a, b, alpha, N);

%问题3（2）N=5
disp('问题3（2） N=5:');
syms x y;
f = -20*y + 20*sin(x) + cos(x);
a = 0;
b = 1;
alpha = 1;
N = 5;
RungeKutta(f, a, b, alpha, N);

%问题3（2）N=10
disp('问题3（2） N=10:');
syms x y;
f = -20*y + 20*sin(x) + cos(x);
a = 0;
b = 1;
alpha = 1;
N = 10;
RungeKutta(f, a, b, alpha, N);

%问题3（2）N=20
disp('问题3（2） N=20:');
syms x y;
f = -20*y + 20*sin(x) + cos(x);
a = 0;
b = 1;
alpha = 1;
N = 20;
RungeKutta(f, a, b, alpha, N);

%问题3（3）N=5
disp('问题3（3） N=5:');
syms x y;
f = -20*(y-exp(x)*sin(x)) + exp(x)*(sin(x)+cos(x));
a = 0;
b = 1;
alpha = 0;
N = 5;
RungeKutta(f, a, b, alpha, N);

%问题3（3）N=10
disp('问题3（3） N=10:');
syms x y;
f = -20*(y-exp(x)*sin(x)) + exp(x)*(sin(x)+cos(x));
a = 0;
b = 1;
alpha = 0;
N = 10;
RungeKutta(f, a, b, alpha, N);

%问题3（3）N=20
disp('问题3（3） N=20:');
syms x y;
f = -20*(y-exp(x)*sin(x)) + exp(x)*(sin(x)+cos(x));
a = 0;
b = 1;
alpha = 0;
N = 20;
RungeKutta(f, a, b, alpha, N);
```

第四部分：实验结果、结论与讨论

问题 1，2，3 计算结果：

```
>> exp3
*************** 实验二 四阶龙格-库塔方法 ***************
问题1（1） N=5:
            xn               yn
   0.200000000000000  -1.200000000000000

   0.400000000000000  -1.400000000000000

   0.600000000000000  -1.600000000000000

   0.800000000000000  -1.800000000000000

   1.000000000000000  -2.000000000000000

问题1（1） N=10:
            xn               yn
   0.100000000000000  -1.100000000000000

   0.200000000000000  -1.200000000000000

   0.300000000000000  -1.300000000000000

   0.400000000000000  -1.400000000000000

   0.500000000000000  -1.500000000000000

   0.600000000000000  -1.600000000000001

   0.700000000000000  -1.700000000000001

   0.800000000000000  -1.800000000000001

   0.900000000000000  -1.900000000000001

   1.000000000000000  -2.000000000000001

问题1（1） N=20:
            xn               yn
   0.050000000000000  -1.050000000000000

   0.100000000000000  -1.100000000000000

   0.150000000000000  -1.150000000000000

   0.200000000000000  -1.200000000000000

   0.250000000000000  -1.250000000000000

   0.300000000000000  -1.300000000000000

   0.350000000000000  -1.350000000000000

   0.400000000000000  -1.400000000000000

   0.450000000000000  -1.450000000000000

   0.500000000000000  -1.500000000000000

   0.550000000000000  -1.550000000000000

   0.600000000000000  -1.600000000000001

   0.650000000000000  -1.650000000000001

   0.700000000000000  -1.700000000000001

   0.750000000000000  -1.750000000000001

   0.800000000000000  -1.800000000000001

   0.850000000000000  -1.850000000000001

   0.900000000000000  -1.900000000000001

   0.950000000000000  -1.950000000000001

   1.000000000000000  -2.000000000000001

问题1（2） N=5:
```

问题1（2） N=5:

xn	yn
0.200000000000000	0.833339035623039
0.400000000000000	0.714292130463543
0.600000000000000	0.625005893608534
0.800000000000000	0.555560687934186
1.000000000000000	0.500004406158226

问题1（2） N=10:

xn	yn
0.100000000000000	0.909091186332220
0.200000000000000	0.833333728843072
0.300000000000000	0.769231205753286
0.400000000000000	0.714286153892761
0.500000000000000	0.666667091065863
0.600000000000000	0.625000400949174
0.700000000000000	0.588235668580839
0.800000000000000	0.555555903183214
0.900000000000000	0.526316111264258
1.000000000000000	0.500000297580231

问题1（2） N=20:

xn	yn
0.050000000000000	0.952380963026982
0.100000000000000	0.909090926812539
0.150000000000000	0.869565239726747
0.200000000000000	0.833333358572267
0.250000000000000	0.800000026948111
0.300000000000000	0.769230797052093
0.350000000000000	0.740740768850604
0.400000000000000	0.714285742277112
0.450000000000000	0.689655200006180
0.500000000000000	0.666666693669981
0.550000000000000	0.645161316611732
0.600000000000000	0.625000025496635
0.650000000000000	0.606060630719991
0.700000000000000	0.588235317919164
0.750000000000000	0.571428594368805
0.800000000000000	0.555555577643246
0.850000000000000	0.540540561792882
0.900000000000000	0.526315809913613
0.950000000000000	0.512820532474715
1.000000000000000	0.500000018897452

```
问题2（1） N=5:
          xn                yn
   1.400000000000000   2.613942792503427

   1.800000000000000  10.776313166418577

   2.200000000000000  30.491654203794226

   2.600000000000000  72.585598606012226

   1.0e+02 *

   0.030000000000000   1.562251982758480

问题2（1） N=10:
          xn                yn
   1.200000000000000   0.866379111974020

   1.400000000000000   2.619740520468712

   1.600000000000000   5.719895279538560

   1.800000000000000  10.792017597489252

   2.000000000000000  18.680852364517307

   2.200000000000000  30.521598135366514

   2.400000000000000  47.832365832693668

   2.600000000000000  72.634503537672032

   1.0e+02 *

   0.028000000000000   1.076088519911855

   1.0e+02 *

   0.030000000000000   1.562982574428725

问题2（1） N=20:
          xn                yn
   1.100000000000000   0.345910287306440

   1.200000000000000   0.866621692728884

   1.300000000000000   1.607181347664032

   1.400000000000000   2.620311305871805

   1.500000000000000   3.967601897988039

   1.600000000000001   5.720879324244454

   1.700000000000001   7.963771792604611

   1.800000000000001  10.793501783648516

   1.900000000000001  14.322935727588657

   2.000000000000001  18.682926567652181

   2.100000000000001  24.024989419664553

   2.200000000000001  30.524355889829152

   2.300000000000001  38.383458660025980

   2.400000000000001  47.835904780937156

   2.500000000000001  59.151003827521322

   2.600000000000001  72.638925780831613

   2.700000000000002  88.656573330918775

   1.0e+02 *

   0.028000000000000   1.076142643893081

   1.0e+02 *

   0.029000000000000   1.299833331156539

   1.0e+02 *

   0.030000000000000   1.563047718808373

问题2（2） N=5:
          xn                yn
```

```
问题2（2） N=5:
           xn                yn
   1.400000000000000  -1.553988998095238

   1.800000000000000  -1.383617289911493

   2.200000000000000  -1.293401526919330

   2.600000000000000  -1.237540157935232

   3.000000000000000  -1.199547958457927

问题2（2） N=10:
           xn                yn
   1.200000000000000  -1.714245180451154

   1.400000000000000  -1.555522884849619

   1.600000000000000  -1.454519749200756

   1.800000000000000  -1.384594506286678

   2.000000000000000  -1.333315856075274

   2.200000000000000  -1.294102660572944

   2.400000000000000  -1.263144798904635

   2.600000000000000  -1.238083621168147

   2.800000000000000  -1.217380873320439

   3.000000000000000  -1.199990539708786

问题2（2） N=20:
           xn                yn
   1.100000000000000  -1.833332829425930

   1.200000000000000  -1.714285169841330

   1.300000000000000  -1.624999500171272

   1.400000000000000  -1.555555111052605

   1.500000000000000  -1.499999605710329

   1.600000000000001  -1.454545102841952

   1.700000000000001  -1.416666350536796

   1.800000000000001  -1.384615098240950

   1.900000000000001  -1.357142595833679

   2.000000000000001  -1.333333093327103

   2.100000000000001  -1.312499778265939

   2.200000000000001  -1.294117441136210

   2.300000000000001  -1.277777585650387

   2.400000000000001  -1.263157714737107

   2.500000000000001  -1.249999830736090

   2.600000000000001  -1.238095078395376

   2.700000000000002  -1.227272576142380

   2.800000000000002  -1.217391160936508

   2.900000000000002  -1.208333196908647

   3.000000000000002  -1.199999869927144

问题3（1） N=5:
```

问题3（1） N=5:

xn	yn
0.200000000000000	1.760000000000000
0.400000000000000	8.813333333333334
0.600000000000000	43.680000000000007

1.0e+02 *

0.008000000000000	2.172933333333333

1.0e+03 *

0.001000000000000	1.084320000000000

问题3（1） N=10:

xn	yn
0.100000000000000	0.122777777777778
0.200000000000000	0.079259259259259
0.300000000000000	0.104753086419753
0.400000000000000	0.166584362139918
0.500000000000000	0.253861454046639
0.600000000000000	0.362953818015546
0.700000000000000	0.492651272671849
0.800000000000000	0.642550424223950
0.900000000000000	0.812516808074650
1.000000000000000	1.002505602691550

问题3（1） N=20:

xn	yn
0.050000000000000	0.127552083333333
0.100000000000000	0.056946614583333
0.150000000000000	0.040157063802083
0.200000000000000	0.046673482259115
0.250000000000000	0.065054639180501
0.300000000000000	0.091010073026021
0.350000000000000	0.122930860718091
0.400000000000000	0.160213656102618
0.450000000000000	0.202632204371815
0.500000000000000	0.250101659972764
0.550000000000000	0.302590205823120
0.600000000000000	0.360085910517003
0.650000000000000	0.422584299777210
0.700000000000000	0.490083695749787
0.750000000000000	0.562583469239503
0.800000000000000	0.640083384298147
0.850000000000000	0.722583352445138
0.900000000000000	0.810083340500260
0.950000000000000	0.902583336020931
1.000000000000000	1.000083334341182

```
问题3 (2)  N=5:
           xn                 yn
   0.200000000000000    5.197338106220028

   0.400000000000000   25.376170704380744

   1.0e+02 *

   0.006000000000000    1.254868152611295

   1.0e+02 *

   0.008000000000000    6.253120955171335

   1.0e+03 *

   0.001000000000000    3.123795150947155

问题3 (2)  N=10:
           xn                 yn
   0.100000000000000    0.433138996497194

   0.200000000000000    0.309660468004797

   0.300000000000000    0.332324666705135

   0.400000000000000    0.401413971263983

   0.500000000000000    0.483074341470546

   0.600000000000000    0.565435279659871

   0.700000000000000    0.643989004482751

   0.800000000000000    0.716722347060589

   0.900000000000000    0.782499151201269

   1.000000000000000    0.840525720595564

问题3 (2)  N=20:
           xn                 yn
   0.050000000000000    0.424978518601945

   0.100000000000000    0.240456222130599

   0.150000000000000    0.202168439043111

   0.200000000000000    0.218438663412305

   0.250000000000000    0.254811651108751

   0.300000000000000    0.298291022215189

   0.350000000000000    0.343928551050959

   0.400000000000000    0.389795336350344

   0.450000000000000    0.435096173332859

   0.500000000000000    0.479462622859192

   0.550000000000000    0.522688087921477

   0.600000000000000    0.564628638372323

   0.650000000000000    0.605165986304276

   0.700000000000000    0.644193762568869

   0.750000000000000    0.681612525466934

   0.800000000000000    0.717328037859623

   0.850000000000000    0.751250763421640

   0.900000000000000    0.783295813201471

   0.950000000000000    0.813383053836822

   1.000000000000000    0.841437268860268

问题3 (3)  N=5:
```

```
   0.400000000000000   0.927219870027348

   0.600000000000000   2.835477338896380

   0.800000000000000  10.710885330937323

   1.000000000000000  47.941446381632588

问题3（3） N=10:
            xn                yn
   0.100000000000000   0.112055109130374

   0.200000000000000   0.245116514424435

   0.300000000000000   0.401778096678299

   0.400000000000000   0.584096956579228

   0.500000000000000   0.793822052967138

   0.600000000000000   1.032418305342644

   0.700000000000000   1.301014988350537

   0.800000000000000   1.600321012017492

   0.900000000000000   1.930521033784067

   1.000000000000000   2.291156923060079

问题3（3） N=20:
            xn                yn
   0.050000000000000   0.052595039955742

   0.100000000000000   0.110408986281839

   0.150000000000000   0.173709390516527

   0.200000000000000   0.242749000926038

   0.250000000000000   0.317771691558205

   0.300000000000000   0.399013552467328

   0.350000000000000   0.486702069624884

   0.400000000000000   0.581054489098231

   0.450000000000000   0.682275772497343

   0.500000000000000   0.790556293022090

   0.550000000000000   0.906069325028779

   0.600000000000000   1.028968344129557

   0.650000000000000   1.159384141664955

   0.700000000000000   1.297421752785062

   0.750000000000000   1.443157196029975

   0.800000000000000   1.596634022227590

   0.850000000000000   1.757859670984026

   0.900000000000000   1.926801633753628

   0.950000000000000   2.103383423341231

   1.000000000000000   2.287480350674706

>>
```

思考题：
1. 对于实验 1，数值解与解析解大致相同，但存在一定误差。这是因为龙格-库塔方法本身具有一定的误差，同时在运用计算机进行求解的过程中也会由于机器字长的限制而产生舍入误差。
2. 对实验二，可以从结果看出，N 越大，计算的数值解更加接近解析解，实验的结果更加精确。
3. 对实验 3，当 N 较小时，计算出的数值解与解析解的误差非常大。这是因为计算时的步长过大，如果相邻点的值与实际的误差过大的话，在迭代过程中，原本较大的误差又被进一步放大，随着迭代不断进行，计算出的数值解也就会严重偏离解析解。

实验报告四

第一部分：问题分析 *（描述并总结出实验题目）*

牛顿迭代法

摘要：

本实验考察牛顿迭代法的程序编写和问题求解。在实验中，首先需要编写程序实现牛顿迭代法来求解一般的非线性方程的近似解，其次需要通过上述程序求出题中给出的几个非线性方程的解，最后需要思考牛顿迭代法的初值确定原则及实际应用的做法，分析用牛顿迭代法求解过程中出现的问题。

目的和意义：

本次实验的目的是为了提高学生对牛顿迭代法原理的理解，能够运用牛顿迭代法解决具体的非线性方程的求解问题并可以分析该方法可能存在的问题。同时本次实验能够有效提高代码编写水平，锻炼编写程序解决数学问题的能力。

第二部分：数学原理

求非线性方程 $f(x)=0$ 的根 x^*, 牛顿迭代法公式为

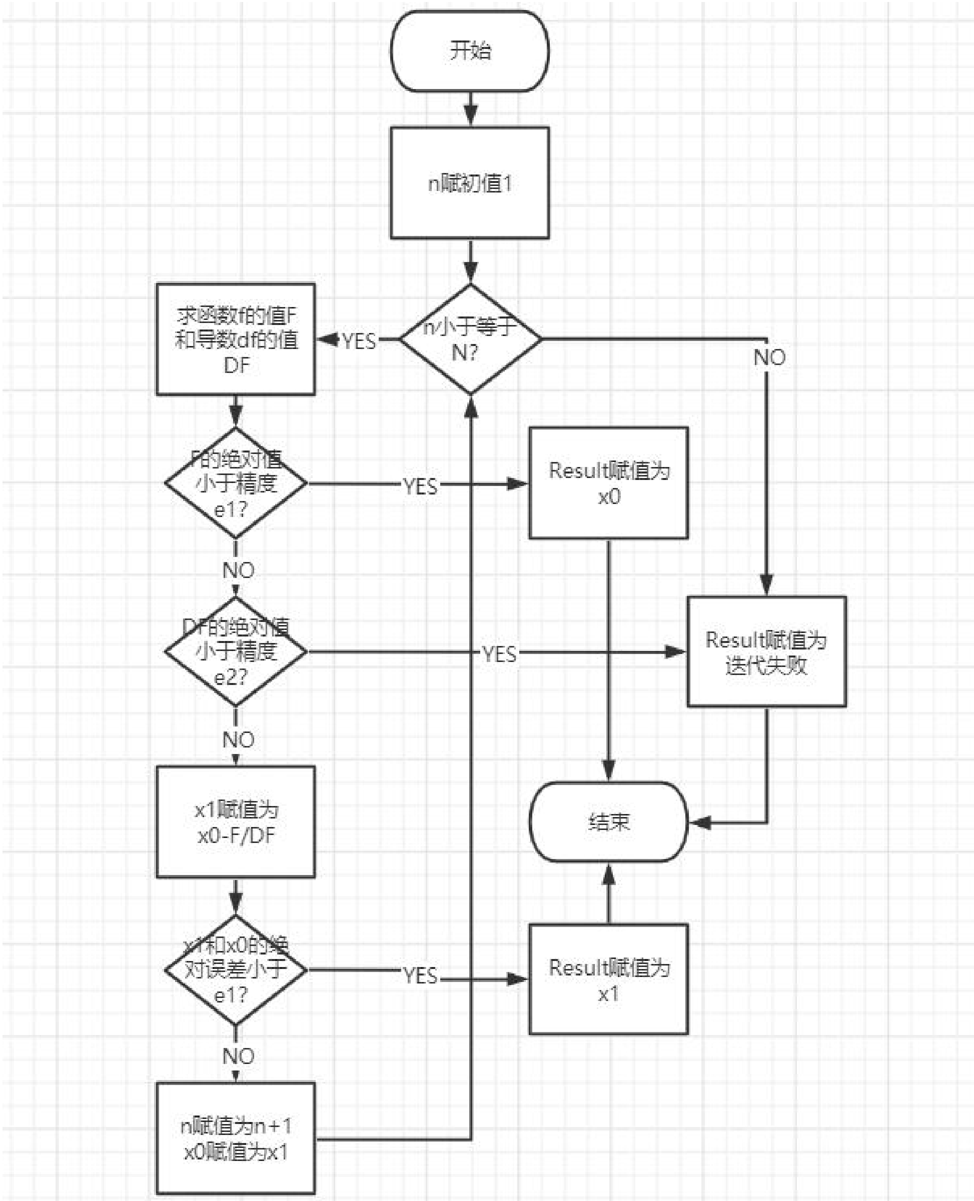
$$x_0=\alpha$$

$$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, n=0,1,2,...$$

牛顿迭代法是局部收敛的方法，它是否收敛与初值的选取有关。当初值 x_0 的选取充分接近方程的根时，一般可以保证迭代收敛。当牛顿迭代法收敛时，若所求的根为单根，其收敛阶数为 2；若所求根的重数大于 1，则牛顿迭代法是一阶收敛的。

第三部分：程序设计流程

流程图:



牛顿迭代法代码：

```matlab
%牛顿迭代法
%传入参数：
%f:非线性函数f(x) x0:初值 a1、a2:精度 N:最大迭代次数
function root = Newton(f, x0, a1, a2, N)
syms x;
f(x) = f;
df(x) = diff(f(x));
for n = 1 : N
    F = double(f(x0));        %x0点的函数值
    dF = double(df(x0));      %x0点的导数值
    if abs(F) < a1
        disp(['迭代次数为：',num2str(n-1)]);
        fprintf('f(x)=0的近似根为%6.4f\n',x0);
        return;
    end
    if abs(dF) < a2
        disp('error!');       %失败标志
        return;
    end
    x1 = x0 - F / dF;
    tol = abs(x1 - x0);
    if double (tol) < a1
        disp(['迭代次数为：',num2str(n)]);
        fprintf('f(x)=0的近似根为%6.4f\n',x1);
        return;
    end
    x0 = x1;
end
disp('error!');       %失败标志
end
```

问题 1、问题 2 求解代码：

Newton.m　exp4.m

```
%实验四 牛顿迭代法
%问题1：（1）
disp('*************** 实验四 牛顿迭代法 ***************');
fprintf('\n问题1：（1）\n');
syms x;
f(x) = cos(x) - x;
a1 = 1e-6;
a2 = 1e-4;
N = 10;
x0 = pi/4;
Newton(f(x), x0, a1, a2, N);

%问题1：（2）
fprintf('\n问题1：（2）\n');
syms x;
f(x) = exp(-x) - sin(x);
a1 = 1e-6;
a2 = 1e-4;
N = 10;
x0 = 0.6;
Newton(f(x), x0, a1 ,a2, N);

%问题2：（1）
fprintf('\n问题2：（1）\n');
syms x;
f(x) = x - exp(-x);
a1 = 1e-6;
a2 = 1e-4;
N = 10;
x0 = 0.5;
Newton(f(x), x0, a1 ,a2, N);

%问题2：（2）
fprintf('\n问题2：（2）\n');
syms x;
f(x) = x^2 - 2*x*exp(-x) + exp(-2*x);
a1 = 1e-6;
a2 = 1e-4;
N = 20;
x0 = 0.5;
Newton(f(x), x0, a1 ,a2, N);
```

第四部分：实验结果、结论与讨论

问题 1、问题 2 的求解结果;

```
命令行窗口
>> exp4
**************** 实验四 牛顿迭代法 ****************

问题1：（1）
迭代次数为：2
f(x)=0的近似根为0.7391

问题1：（2）
迭代次数为：2
f(x)=0的近似根为0.5885

问题2：（1）
迭代次数为：2
f(x)=0的近似根为0.5671

问题2：（2）
迭代次数为：7
f(x)=0的近似根为0.5666
```

思考题：

1. 确定初值的原则是使初值充分接近非线性方程的根。牛顿迭代函数的导函数的绝对值要小于 1，保证其收敛性。在实际计算中可以利用二分法确定初值，或者考虑随机产生一组不同的初值，从中选取最好的。

2. 在求解问题 2（2）时，计算的时间较长，通过程序的结果来看，求解该问题时迭代的次数为 7 次，这是由于方程 $x^2-2xe^{-x}+e^{-2x}=0$ 的根的重数大于 1，这样，在用牛顿迭代法计算时，收敛速度是一阶的。

实验报告五

第一部分：问题分析 *（描述并总结出实验题目）*

高斯列主元消去法

摘要：

本实验考察高斯列主元消去法的程序编写和问题求解。在实验中，首先需要编写程序能够通过高斯列主元消去法求解 n 阶线性方程 Ax=b 的解或确定该线性方程组奇异。然后，通过编写好的程序计算题目中给出的各个非线性方程组的解或确定其为奇异的。

目的和意义：

本次实验的目的是为了提高学生对高斯列主元消去法原理的理解，能够运用高斯列主元消去法解决具体的线性方程组的求解问题。同时本次实验能够有效提高代码编写水平，锻炼编写程序解决数学问题的能力。

第二部分：数学原理

考虑方程组

$$Ax=b$$

其中 $A=(a_{ij})_{nxn}$，$x=(x_1,x_2,...,x_n)^T$，$b=(b_1,b_2,...,b_n)^T$

从方程组的第 1 行开始，对第 k 行(k=1, 2, . . . , n-1)，进行如下消元过程：

(1) 在第 k 到第 n 行之间找到第 k 列元素最大的行，若最大元素不为 0 则交换该行与第 k 行。（若最大的元素为 0，则方程组是奇异的）

(2) 第 k+1 到第 n 行通过减去第一行乘以 $m_{ik}=a_{ik}/a_{kk}$ 而消去第 k 个未知数 x_k。

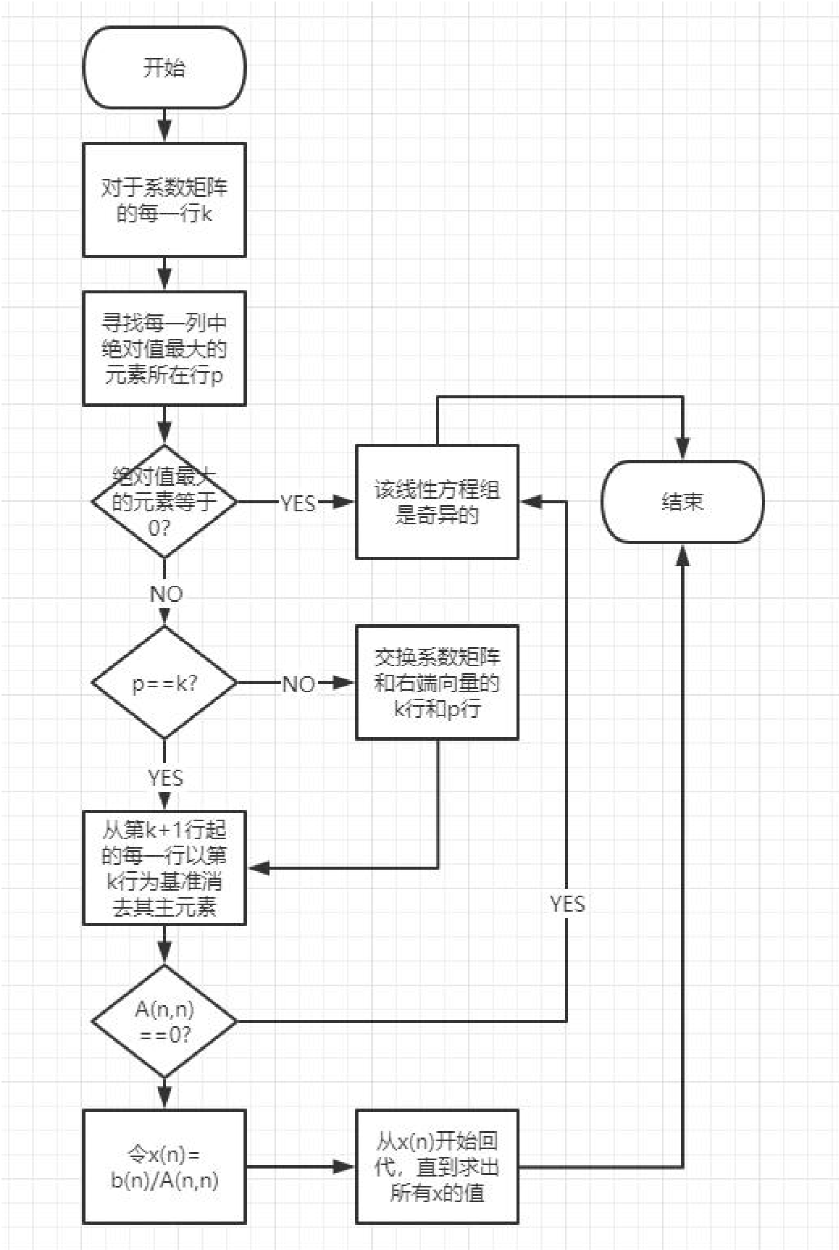
若 $a_{nn}\neq 0$ (否则方程组奇异), 则有 $x_n=b_n/a_{nn}$； 对 k=n-1, n-2, . . . , 1， 有

$x_k=(b_k-\sum_{j=k+1}^{n}a_{kj}x_j)/a_{kk}$。

因此可得到 n 阶线性方程组的解 $x=(x_1,x_2,...,x_n)^T$。

第三部分：程序设计流程

流程图:



高斯列主元消去法代码：

Gauss.m　exp5.m

```matlab
%高斯列主元消去法
%传入参数:
%n:线性方程组的阶 A:系数矩阵 b:常数项向量
function root = Gauss(n, A, b)
m = zeros(n);
x = zeros(size(b));
for k = 1:n-1
    [M,p] = max(abs(A(k:n,k)));
    p = p+k-1;
    if M == 0
        disp('A为奇异矩阵');
        return;
    end
    if p ~= k
        A([p,k],:) = A([k,p],:);    %交换p,k两行
        b([p,k]) = b([k,p]);
        m([p,k],:) = m([k,p],:);
    end
    for i = k+1:n
        m(i,k) = A(i,k)/A(k,k);
        for j = k:n
            A(i,j) = A(i,j) - A(k,j)*m(i,k);
        end
        b(i) = b(i) - b(k)*m(i,k);
    end
end
if A(n,n) == 0
    disp('A为奇异矩阵');
    return;
end
x(n) = b(n) / A(n,n);
for k = n-1:-1:1
    x(k) = (b(k) - A(k,k+1:n)*x(k+1:n))/A(k,k);
end
%disp(A);
%disp(b);
%disp(m);
fprintf('线性方程Ax = b的近似解为：(');
fprintf('%6.4f ',x);
fprintf(')''\n');
end
```

问题 1、2 求解代码：

Gauss.m　exp5.m

```matlab
%实验五
%问题1（1）
disp('*************** 实验五 高斯列主元消去法 ***************');
disp('问题1（1）：');
A = [0.4096,0.1234,0.3678,0.2943;0.2246,0.3872,0.4015,0.1129;...
    0.3645,0.1920,0.3781,0.0643;0.1784,0.4002,0.2786,0.3972];
b = [1.1951,1.1262,0.9989,1.2499]';
n = 4;
Gauss(n, A, b);
fprintf('\n');

%问题1（2）
disp('问题1（2）：');
A = [136.01,90.860,0,0;90.860,98.810,-67.590,0;...
    0,-67.590,132.01,46.260;0,0,46.261,177.17];
b = [226.87,122.08,110.68,223.43]';
n = 4;
Gauss(n, A, b);
fprintf('\n');

%问题1（3）
disp('问题1（3）：');
A = [1,1/2,1/3,1/4;1/2,1/3,1/4,1/5;...
    1/3,1/4,1/5,1/6;1/4,1/5,1/6,1/7];
b = [25/12,77/60,57/60,319/420]';
n = 4;
Gauss(n, A, b);
fprintf('\n');

%问题1（4）
disp('问题1（4）：');
A = [10,7,8,7;7,5,6,5;...
    8,6,10,9;7,5,9,10];
b = [32,23,33,31]';
n = 4;
Gauss(n, A, b);
fprintf('\n');

%问题2（1）
disp('问题2（1）：');
A = [197,305,-206,-804;46.8,71.3,-47.7,52.0;...
    88.6,76.4,-10.8,802;1.45,5.90,6.13,36.5];
b = [136,11.7,25.1,6.60]';
n = 4;
Gauss(n, A, b);
fprintf('\n');

%问题2（2）
disp('问题2（2）：');
A = [0.5398,0.7161,-0.5554,-0.2982;0.5257,0.6924,0.3565,-0.6255;...
    0.6465,-0.8187,-0.1872,0.1291;0.5814,0.9400,-0.7779,-0.4042];
b = [0.2058,-0.0503,0.1070,0.1859]';
n = 4;
Gauss(n, A, b);
fprintf('\n');

%问题2（3）
disp('问题2（3）：');
A = [10,1,2;1,10,2;1,1,5];
b = [13,13,7]';
n = 3;
Gauss(n, A, b);
fprintf('\n');

%问题2（4）
disp('问题2（4）：');
A = [4,-2,-4;-2,17,10;-4,10,9];
b = [-2,25,15]';
n = 3;
Gauss(n, A, b);
fprintf('\n');
```

第四部分：实验结果、结论与讨论

问题 1、2 的结果：

```
>> exp5
*************** 实验五 高斯列主元消去法 ***************
问题1（1）：
线性方程Ax = b的近似解为：(0.9680 0.9716 1.0453 0.9999 )'

问题1（2）：
线性方程Ax = b的近似解为：(0.9951 1.0074 1.0041 0.9989 )'

问题1（3）：
线性方程Ax = b的近似解为：(1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 )'

问题1（4）：
线性方程Ax = b的近似解为：(1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 )'

问题2（1）：
线性方程Ax = b的近似解为：(0.9301 0.3312 1.0658 -0.0887 )'

问题2（2）：
线性方程Ax = b的近似解为：(0.5162 0.4152 0.1100 1.0365 )'

问题2（3）：
线性方程Ax = b的近似解为：(1.0000 1.0000 1.0000 )'

问题2（4）：
线性方程Ax = b的近似解为：(1.0000 1.0000 1.0000 )'

>>
```