

Bài 1 : Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a. Gọi S là diện tích xung quanh của hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai hình vuông ABCD và A'B'C'D'. Diện tích S là:

- A) πa^2
- B) $\pi a^2 \sqrt{2}$
- C) $\pi a^2 \sqrt{3}$
- D) $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$

Lời giải:

Chọn đáp án B

Bán kính của hình trụ là:

$$R = OA = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Chiều cao của hình trụ là:

$$h = OO' = AA' = a$$

$$\text{vậy } S = 2\pi Rh = 2\pi \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a = \pi a^2 \sqrt{2}$$

Bài 2 : Gọi S là diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay được sinh ra bởi đoạn thẳng AC' của hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng b khi quay xung quanh trục AA'. Diện tích của S là:

- A) πb^2
- B) $\pi b^2 \sqrt{2}$
- C) $\pi b^2 \sqrt{3}$
- D) $\pi b^2 \sqrt{6}$

Lời giải:

Chọn đáp án D.

$$\text{Ta có: } h = AA' = b, r = A'C' = b\sqrt{2}$$

$$\text{suy ra } S = \pi \cdot b\sqrt{2} \cdot b\sqrt{3} = \pi b^2 \sqrt{6}$$

Bài 3 : Hình chóp S.ABC có đáy là tam giác ABC vuông tại A, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$, $AB = b$, $AC = c$. Mặt cầu đi qua các đỉnh A, B, C, S có bán kính r bằng:

A) $\frac{2(a+b+c)}{3}$

B) $2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

C) $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

D) $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

Lời giải:

Chọn đáp án C

Gọi M là trung điểm của BC. Khi đó M là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC.

Vẽ Mt \perp mp(ABC), ta có:

Mx // SA và Mt là trục đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$

Trong mp(SA, Mt), đường trung trục của SA cắt Mt tại O, ta có:

$$OS = OA \quad (1)$$

$$OA = OB = OC \quad (2)$$

Suy ra $OS = OA = OB = OC$

Vậy O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện S.ABC.

Bán kính mặt cầu là:

$$R = OA = \sqrt{AM^2 + MO^2}$$

$$\text{Mà } AM = \frac{BC}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + AC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{b^2 + c^2}$$

$$MO = AJ = \frac{SA}{2} = \frac{a}{2}$$

$$\text{Vậy } R = \sqrt{\frac{b^2 + c^2}{4} + \frac{a^2}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Bài 4 Cho hai điểm cố định A, B và một điểm M di động trong không gian thỏa mãn điều kiện góc $MAB = \alpha$ với $0 < \alpha < 90^\circ$. Khi đó điểm M thuộc mặt nào trong các mặt sau:

A) Mặt nón

- B) Mặt trụ
- C) Mặt cầu
- D) Mặt phẳng

Lời giải:

Chọn đáp án A.

Ta có: góc $MAB = \alpha$ ($0 < \alpha < 90^\circ$)

Vậy M thuộc mặt nón đỉnh là A, trục là đường thẳng AB và góc ở đỉnh bằng 2α

Bài 5 : Số mặt cầu chứa một đường tròn cho trước là:

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) Vô số

Lời giải:

Chọn đáp án D.

Có vô số mặt cầu chứa một đường tròn.

Bài 6 : Các đa diện sau đây, đa diện nào không luôn luôn nội tiếp được trong mặt cầu:

- A) Hình chóp tam giác (tứ diện)
- B) Hình chóp đều ngũ giác
- C) Hình chóp tứ giác
- D) Hình hộp chữ nhật

Lời giải:

Chọn đáp án C. Hình chóp tứ giác có các đỉnh có thể không ở trên cùng một mặt cầu.

Bài 7 : Cho tứ diện ABCD cạnh AD vuông góc với mặt phẳng (ABC) và cạnh BD vuông góc với cạnh BC. Khi quay các cạnh của tứ diện đó xung quanh trục là cạnh AB, có bao nhiêu hình nón được tạo thành?

- A)1
- B)2
- C)3
- D)4

Lời giải:

Còn đáp án B.

*Ta có: $DA \perp (ABC)$ nên $\triangle ABD$ vuông tại A và $\widehat{ABD} < 90^\circ$
Vậy khi $\triangle ABD$ quay xung quanh AB ta được một hình nón có đỉnh là B, trục AB, bán kính bằng AD, đường sinh BD.

*Ta lại có:
$$\begin{cases} BC \perp BD(\text{gt}) \\ BC \perp DA(\text{vì } DA \perp mp(ABC)) \end{cases}$$

Suy ra $BC \perp (ABD) \Rightarrow BC \perp AB$

Nghĩa là $\triangle ABC$ vuông ở B và $\widehat{BAC} < 90^\circ$

Vậy khi tam giác ABC quay xung quanh AB ta được hình nón có đỉnh A, trục là AB và bán kính bằng BC, đường sinh AC.

Ta được hai hình nón khi quay tứ diện ABCD quanh AB.

Bài 8 : Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a. Một hình nón có đỉnh là tâm của hình vuông ABCD và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông A'B'C'D'. Diện tích xung quanh của hình nón đó là:

A) $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$

B) $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$

C) $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$

D) $\frac{\pi a^2 \sqrt{6}}{2}$

Lời giải:

Chọn đáp án C.

Hình nón có chiều cao $OO' = a$,

$$\text{bán kính } R = OA' = \frac{a\sqrt{2}}{2},$$

Đường sinh $l = OA'$

$$= \sqrt{OO'^2 + A'O^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

$$\text{Vậy } S = \pi Rl = \pi \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$$

Bài 9 : Cho tam giác đều ABC cạnh a quay xung quanh đường cao AH tạo nên một hình nón.Diện tích xung quanh của hình nón đó là:

A) πa^2

B) $2 \pi a^2$

C) $\frac{1}{2} \pi a^2$

D) $\frac{3}{4} \pi a^2$

Lời giải:

Chọn đáp án C.

Bán kính của hình nón là: $r = \frac{a}{2}$

$$\text{Vậy } S_{xq} = \pi r l = \pi .BH.AB = \pi . \frac{a}{2} .a = \frac{1}{2} \pi a^2$$

Bài 10 : Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

A) Mặt trụ và mặt nón có chứa các đường thẳng;

B) Mọi hình chóp luôn nội tiếp trong mặt cầu;

C) Có vô số mặt phẳng cắt một mặt cầu theo những đường tròn bằng nhau;

D) Luôn luôn có hai đường tròn có bán kính khác nhau cùng nằm trên một mặt nón.

Lời giải:

Chọn đáp án B.

*A đúng vì các đường sinh là các đường nằm trên mặt trụ, mặt nón.

*B đúng vì mặt cầu ngoại tiếp hình nón có tâm là giao điểm của SO và đường trung trực của đường sinh SA.*B sai vì chỉ hình chóp có đáy là đa giác nội tiếp được đường tròn thì mới có mặt cầu ngoại tiếp.

*C đúng vì các mặt phẳng cách đều tâm mặt cầu thì cắt mặt cầu theo những đường tròn bằng nhau.

*Đúng vì tồn tại có hai đường tròn có bán kính khác nhau và cùng nằm trên một mặt nón.

Bài 11 : Cho hình trụ có bán kính r ; O, O' là tâm của hai đáy $OO' = 2r$. Một mặt cầu (S) tiếp xúc với đáy của hình trụ tại O và O' . Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào sai?

- A) Diện tích mặt cầu bằng diện tích xung quanh của hình trụ;
- B) Diện tích mặt cầu bằng $2/3$ diện tích toàn phần của hình trụ;
- C) Thể tích khối cầu bằng $3/4$ thể tích khối trụ;
- D) Thể tích khối cầu bằng $2/3$ thể tích khối trụ;

Lời giải:

Chọn đáp án C.

Diện tích mặt cầu là: $S_c = 4\pi r^2$

Diện tích xung quanh hình trụ là: $S_{xq} = 4\pi R^2$

Diện tích toàn phần hình trụ là:

$$S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đáy} = 4\pi r^2 + 2\pi r^2 = 6\pi R^2$$

$$\text{Thể tích của khối cầu là: } V_c = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{Vậy } S_c = S_{xq}; S_c = \frac{2}{3} S_{tp}; V_c = \frac{2}{3} V_t$$

Bài 12 : Một hình hộp chữ nhật nội tiếp mặt cầu và có ba kích thước là a, b, c . Khi đó bán kính r của mặt cầu được tính theo công thức:

$$\text{A) } r = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$\text{B) } r = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$\text{C) } r = \sqrt{2(a^2 + b^2 + c^2)}$$

$$\text{D) } r = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{3}$$

Lời giải:

Chọn đáp án A.

$$\text{Bán kính mặt cầu là: } r = \frac{1}{2}AC' = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Bài 13 : Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a . Thể tích khối trụ đó là:

A) $\frac{1}{2}a^3\pi$

B) $\frac{1}{4}a^3\pi$

C) $\frac{1}{3}a^3\pi$

D) $a^3\pi$

Lời giải:

Chọn đáp án B.

$$\text{Ta có: } h = a; r = \frac{a}{2}$$

$$\text{Vậy } V = \pi r^2 h = \frac{\pi a^3}{4}$$

Bài 14 : Một hình tứ diện đều cạnh a có một đỉnh trùng với đỉnh của một hình nón, còn ba đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Khi đó diện tích xung quanh của hình nón là:

A) $\frac{1}{2}\pi a^2\sqrt{3}$

B) $\frac{1}{3}\pi a^2\sqrt{2}$

C) $\frac{1}{3}\pi a^2\sqrt{3}$

D) $\pi a^2\sqrt{3}$

Lời giải:

Chọn đáp án C

Bán kính của hình nón là:

$$r = OB = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Đường sinh $l = AB = a$.

$$\text{Vậy } S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot a = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$$

Bài 15 : Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

- A) Có một mặt cầu ngoại tiếp một hình tứ diện bất kì.
- B) Có một mặt cầu ngoại tiếp một hình chóp đều.
- C) Có một mặt cầu ngoại tiếp một hình hộp.
- D) Có một mặt cầu ngoại tiếp một hình hộp chữ nhật.

Lời giải:

Chọn đáp án C. Có một mặt cầu ngoại tiếp một hình hộp.

Bài 16 : Người ta bỏ ba quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng ba lần đường kính quả bóng bàn. Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số S_1/S_2 bằng:

- A) 1
- B) 2
- C) 1,5
- D) 1,2

Lời giải:

Chọn đáp án A.

Gọi r là bán kính của mỗi quả bóng bàn khi đó hình trụ có bán kính bằng r và chiều cao bằng 6 lần bán kính.

$$\text{Ta có: } S_1 = 3.4.\pi r^2 = 12\pi r^2$$

$$S_2 = 2 \pi r h = 2\pi r.6 r = 12 \pi r^2$$

$$\text{Vậy } \frac{S_1}{S_2} = 1.$$

Bài 17 : Người ta xếp 7 viên bi có cùng bán kính r vào một cái lọ hình trụ sao cho tất cả các viên bi đều tiếp xúc với đáy, viên bi nằm chính giữa đều tiếp xúc với 6 viên bi xung quanh và mỗi viên bi xung quanh đều tiếp xúc với các đường sinh của lọ hình trụ. Khi đó diện tích đáy của cái lọ hình trụ là:

A) $16 \pi r^2$

B) $18 \pi r^2$

C) $9 \pi r^2$

D) $36 \pi r^2$

Lời giải:

Chọn đáp án D.

Ta có: $r_{\text{lọ}} = 6r_{\text{bi}}$, suy ra $S = \pi(6r)^2 = 36 \pi r^2$.

Bài 18 : Cho ba điểm A, C, B nằm trên một mặt cầu, biết rằng góc $(ACB) = 90^\circ$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng?

A) AB là một đường kính của mặt cầu.

B) Luôn luôn có một đường tròn nằm trên mặt cầu ngoại tiếp tam giác ABC.

C) Tam giác ABC vuông cân tại C.

D) Mặt phẳng (ABC) cắt mặt cầu theo giao tuyến là một đường tròn lớn.

Lời giải:

Chọn đáp án B. Luôn có một đường tròn nằm trên mặt cầu ngoại tiếp tam giác ABC.