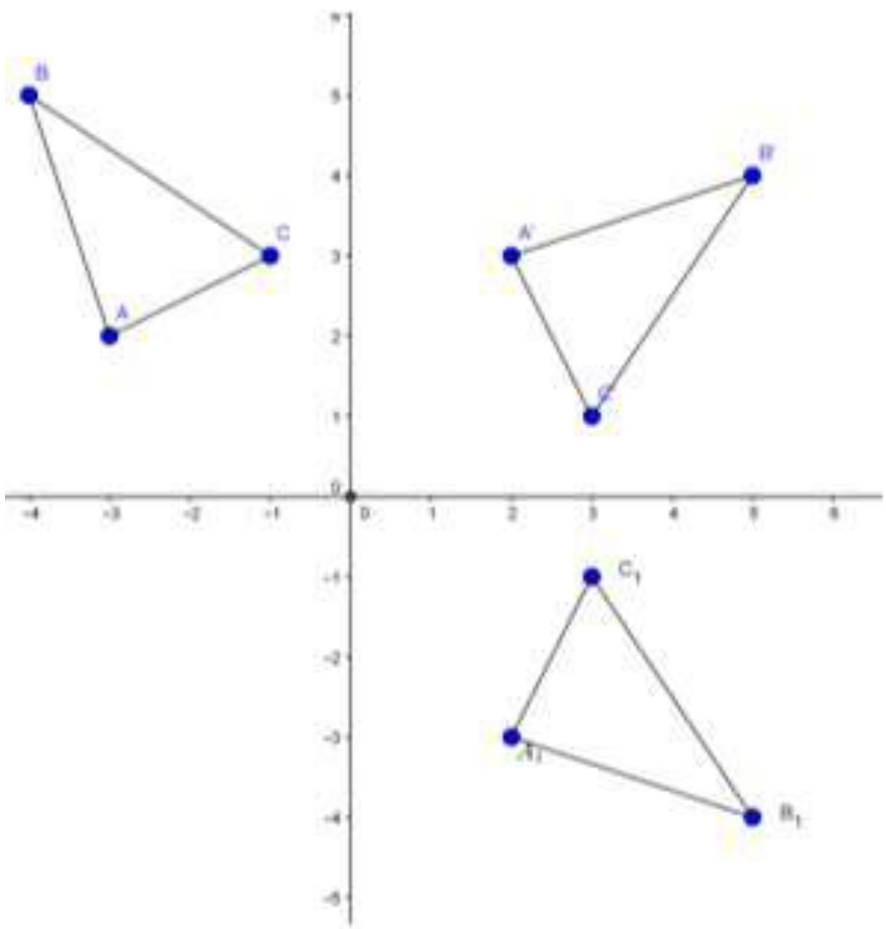
Bài 1 : Trong mặt phẳng Oxy cho các điểm A(-3; 2), B(-4; 5) và C(-1; 3).

a. Chứng minh rằng các điểm A’(2; 3), B’(5; 4) và C’(3; 1) theo thứ tự là ảnh của A, B và C qua phép quay tâm O góc -90^o.

b. Gọi tam giác $A_1B_1C_1$ là ảnh của tam giác ABC qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O góc -90^o và phép đối xứng qua trục Ox. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác $A_1B_1C_1$.

Hướng dẫn. *Vẽ hình và tính OA, OA’, ... ,* $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OA'}$, ...

Lời giải:



a. Chứng minh A(-3; 2) $\xrightarrow{Q_{(O,-90^o)}}$ A’(2; 3)

Ta có: $\begin{cases} OA' = OA = \sqrt{9+4} = \sqrt{13} \\ \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OA'} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OA'} \end{cases}$

*Hình vẽ cho thấy góc lượng giác (OA, OA’) = - 90 .

- Vậy phép quay $Q_{(O,-90^o)}$ biến A(-3; 2) thành A’(2; 3)
- Tương tự, phép quay $Q_{(O,-90^o)}$ biến B(-4; 5) thành B’(5; 4)
- Tương tự, phép quay $Q_{(O,-90^o)}$ biến C(-1; 3) thành C’(3; 1).

b. Tọa độ của A_1, B_1, C_1

- $A(-3; 2) \xrightarrow{Q_{(O;-90^\circ)}} A'(2; 3) \xrightarrow{Đ_{Ox}} A_1(2; -3)$
- $B(-4; 5) \xrightarrow{Q_{(O;-90^\circ)}} B'(5; 4) \xrightarrow{Đ_{Ox}} B_1(5; -4)$
- $C(-1; 3) \xrightarrow{Q_{(O;-90^\circ)}} C'(3; 1) \xrightarrow{Đ_{Ox}} C_1(3; -1)$

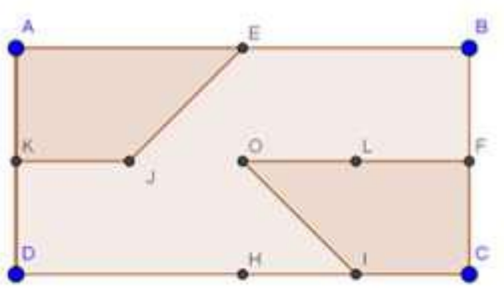
Bài 2 : Cho hình chữ nhật ABCD. Gọi E, E, H, K, O, I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA, KF, HC, KO. Chứng minh hai hình thang AEJK và FOIC bằng nhau.

Lời giải:

Gọi L là trung điểm của OF. Từ các dữ kiện của giả thiết, nếu thực hiện phép đối xứng trục EH thì A →B ; K → F; J → L và hình thang AEJK → hình thang BELF.

Thực hiện tiếp theo phép tịnh tiến theo vectơ EO , ta có B → F ; E → O; L → I; F → G và hình thang BELF → hình thang FOIC.

Vậy nếu thực hiện liên tiếp phép đối xứng trục EH và phép tịnh tiến theo vectơ EO thì hình thang AEJK biến thành hình thang hình thang FOIC. Vậy hai hình thang này bằng nhau.



Chú ý: Có thể thực hiện phép tịnh tiến theo vectơ EO trước và tiếp theo là phép đối xứng trục EH, ta cũng có kết quả trên.

Bài 3 : Chứng minh rằng: Nếu một phép dời hình biến tam giác ABC thành tam giác A'B'C' thì nó cũng biến trọng tâm của tam giác ABC tương ứng thành trọng tâm của tam giác A'B'C'.

Lời giải:

Gọi M là trung điểm BC, G là trọng tâm ΔABC

Gọi f là phép dời hình biến ΔABC thành ΔA'B'C' và f(M) = M', f(G) = G'.

Theo tính chất phép dời

hình ta có: M' nằm giữa B'C' và

M'B' = MB = MC = M'C' nên M' là

trung điểm của B'C'.

Lại có G' nằm giữa A'M' :

M'G' = MG = AM/3 = A'M'/3 nên G' cũng là trọng tâm ΔA'B'C'.