

Bài 1 : Có cung α nào mà $\sin \alpha$ nhận các giá trị tương ứng sau đây không ?

a. $-0,7$; b. $\frac{4}{3}$; c. $-\sqrt{2}$; d. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

Lời giải

a. **Có** vì $-1 < -0,7 < 1$ b. **Không** vì $\frac{4}{3} > 1$.

c. **Không** vì $-\sqrt{2} > -1$ d. **Không** vì $\frac{\sqrt{5}}{2} > 1$

Bài 2 : Các đẳng thức sau đây có thể đồng thời xảy ra không ?

a. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$ và $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$

b. $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ và $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$

c. $\sin \alpha = 0,7$ và $\cos \alpha = 0,3$

Lời giải

a. **Không** xảy ra vì

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{5}{9} \neq 1$$

b. **Có** xảy ra vì

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \left(-\frac{4}{5}\right)^2 + \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = 1$$

c. **Không** xảy ra vì

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = (0,7)^2 + (0,3)^2 \neq 1$$

Bài 3 : Cho $0 < \alpha < \pi/2$. Xác định dấu của các giá trị lượng giác

a. $\sin(\alpha - \pi)$ b. $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$

c. $\tan(\alpha + \pi)$ d. $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$

Lời giải

a) Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $\alpha - \pi < 0$. Vậy, $\sin(\alpha - \pi) < 0$

b) Đặt $t = \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \Leftrightarrow \alpha = \frac{3\pi}{2} - t$

Mà $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $0 < \frac{3\pi}{2} - t < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \pi < t < \frac{3\pi}{2}$

Suy ra, t là số đo của cung \widehat{AM} .

Có M thuộc cung phần tư thứ III.

Vậy, $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) < 0$

c) $\tan(\alpha + \pi) = \tan \alpha$ (xem cung hơn kém π)

d) Đặt $x = \alpha + \frac{\pi}{2}$ ta có: $\alpha = x - \frac{\pi}{2}$

Mà $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $0 < x - \frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{\pi}{2} < x < \pi$

Gọi M sao cho số $\widehat{AM} = x$ thì M thuộc cung phần tư thứ hai

Do đó $\cot x < 0$

Vậy, $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0$

a. **Có** vì $-1 < -0,7 < 1$ b. **Không** vì $\frac{4}{3} > 1$.

c. **Không** vì $-\sqrt{2} > -1$ d. **Không** vì $\frac{\sqrt{5}}{2} > 1$

Bài 4 : Tính các giá trị lượng giác của góc α nếu

a. $\cos \alpha = \frac{4}{13}$ và $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$; b. $\sin \alpha = -0,7$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

c. $\tan \alpha = -\frac{15}{7}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$; d. $\cot \alpha = -3$ và $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

Lời giải

b) $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ nên $\sin \alpha < 0, \cos \alpha < 0, \tan \alpha > 0, \cot \alpha > 0$

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - 0,49} = -\sqrt{0,51} \approx -0,7141$$

$$\tan \alpha \approx 0,9802$$

$$\cot \alpha \approx 1,0202$$

c) Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0, \tan \alpha < 0, \cot \alpha < 0$

$$\cos \alpha = -\sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}} = -\sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{15}{7}\right)^2}} = -\frac{7}{\sqrt{274}} \approx -0,4229$$

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{1}{1 + \cot^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{7}{15}\right)^2}} = \frac{15}{\sqrt{274}} \approx 0,9062$$

a) Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $\sin \alpha > 0, \tan \alpha > 0, \cot \alpha > 0$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{4}{13}\right)^2} = \frac{\sqrt{153}}{13} = \frac{3\sqrt{17}}{13}$$

$$\cot \alpha = \left(\frac{4}{3}\right) : \frac{3\sqrt{17}}{13} = \frac{4\sqrt{17}}{13}$$

$$\tan \alpha = \frac{3\sqrt{17}}{4}$$

$$\cot \alpha = -\frac{7}{15}.$$

d. $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ nên $\sin \alpha < 0, \cos \alpha > 0, \tan \alpha < 0, \cot \alpha < 0$

$$\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} = -\frac{1}{3}$$

$$\sin \alpha = -\sqrt{\frac{1}{1 + \cot^2 \alpha}} = -\sqrt{\frac{1}{10}} = -\frac{\sqrt{10}}{10} \approx -0,3162$$

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2}} = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10} \approx 0,9487$$

Bài 5 : Tính α , biết

a. $\cos \alpha = 1$

b. $\cos \alpha = -1$

c. $\cos \alpha = 0$

d. $\sin \alpha = 1$

e. $\sin \alpha = -1$

f. $\sin \alpha = 0$

Lời giải

a. $\alpha = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

d. $\alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

b. $\alpha = (2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z}$

e. $\alpha = \frac{3\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

c. $\alpha = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

f. $\alpha = k\pi, k \in \mathbb{Z}$