

Bài 1 : Xác định tọa độ của đỉnh và các giao điểm với trục tung, trục hoành (nếu có) của một parabol:

a) $y = x^2 - 3x + 2$; b) $y = -2x^2 + 4x - 3$;

c) $y = x^2 - 2x$; d) $y = -x^2 + 4$.

Lời giải:

a) $y = x^2 - 3x + 2$

Xác định tọa độ giao điểm với trục tung,

trục hoành (nếu có) của một parabol:

a. $y = x^2 - 3x + 2$

b. $y = -2x^2 + 4x - 3$

c. $y = x^2 - 2x$

d. $y = -x^2 + 4$

+ Giao với Oy: cho $x = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow A(0; 2)$

+ Giao với Ox: cho $y = 0 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$

$\Rightarrow x = 1$ hoặc $x = 2$

Vậy các giao điểm của parabol với Ox là: B(1; 0) và C(2; 0).

Làm tương tự với b, c, d ta có:

b) $y = -2x^2 + 4x - 3$

+ Tọa độ đỉnh: (1; -1)

+ Giao với Oy là (0; -3)

+ Parabol không có giao điểm với Ox

c) $y = x^2 - 2x$

+ Tọa độ đỉnh: (1; -1)

+ Giao điểm với Oy là (0; 0)

+ Giao điểm với Ox là các điểm (0; 0) và (2; 0)

d) $y = -x^2 + 4$

+ Tọa độ đỉnh: (0; 4)

+ Giao điểm với Oy là (0; 4)

+ Giao điểm với Ox là hai điểm (-2; 0) và (2; 0)

Bài 2 : Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số:

a) $y = 3x^2 - 4x + 1$; b) $y = -3x^2 + 2x - 1$

c) $y = 4x^2 - 4x + 1$; d) $y = -x^2 + 4x - 4$

e) $y = 2x^2 + x + 1$; f) $y = -x^2 + x - 1$

Lời giải:

(**Ghi chú:** phần giải dưới đây được biên soạn dựa theo cách vẽ đồ thị parabol **trang 44** sgk Đại Số 10)

a) $y = 3x^2 - 4x + 1$

- Tập xác định: R

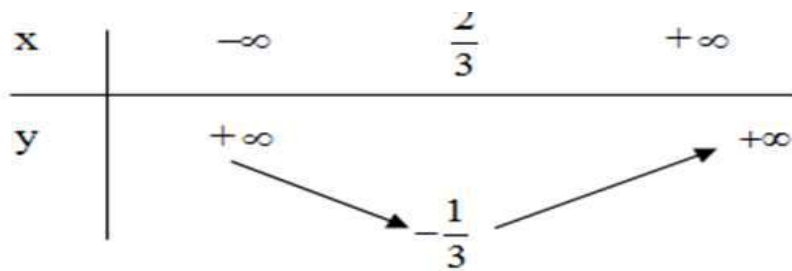
- Đỉnh: $I\left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.

- Trục đối xứng: $x = \frac{2}{3}$.

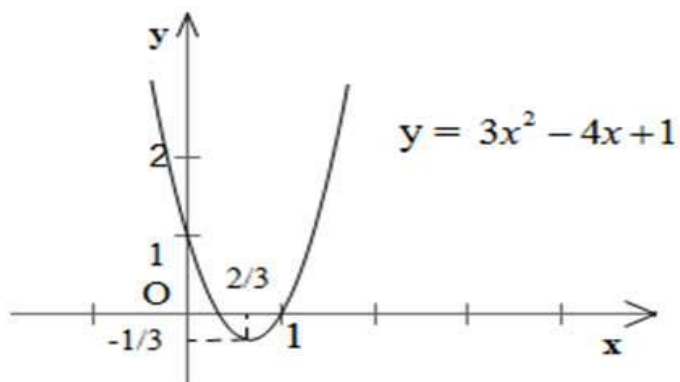
- Giao điểm với trục tung A(0; 1).

- Giao điểm với trục hoành: B $\left(\frac{1}{3}; 0\right)$, C(1;0).

- Bảng biến thiên:



- Đồ thị



b) $y = -3x^2 + 2x - 1$

- Tập xác định: \mathbb{R}

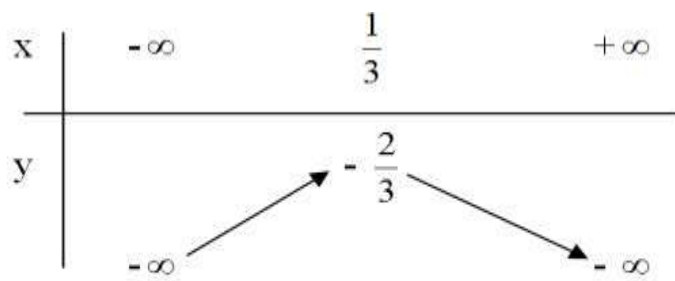
- Đỉnh: $I\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.

- Trục đối xứng: $x = \frac{1}{3}$.

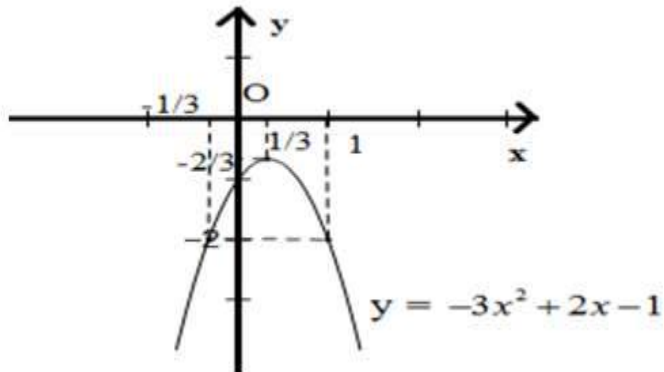
- Đồ thị không giao với trục hoành.

- Giao điểm với trục tung: $(0; -1)$.

- Bảng biến thiên:



- Đồ thị



c) $y = 4x^2 - 4x + 1$

- Tập xác định: \mathbb{R}

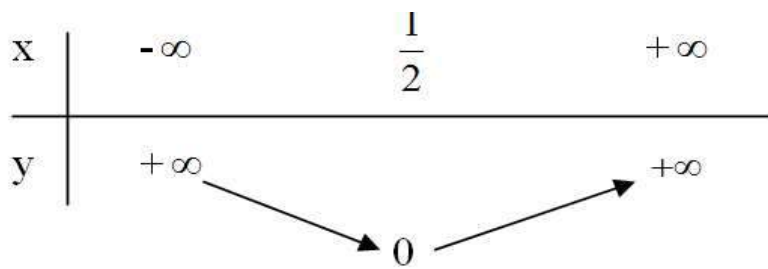
- Đỉnh: $I\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.

- Trục đối xứng: $x = \frac{1}{2}$.

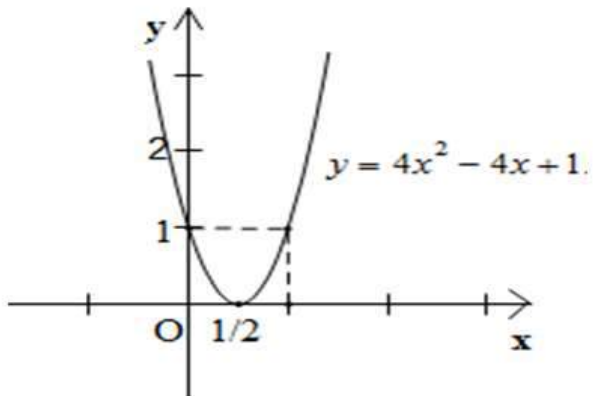
- Giao điểm với trục hoành tại đỉnh I.

- Giao điểm với trục tung $(0; 1)$.

- Bảng biến thiên:



- Đồ thị



d) $y = -x^2 + 4x - 4$

- Tập xác định: \mathbb{R}

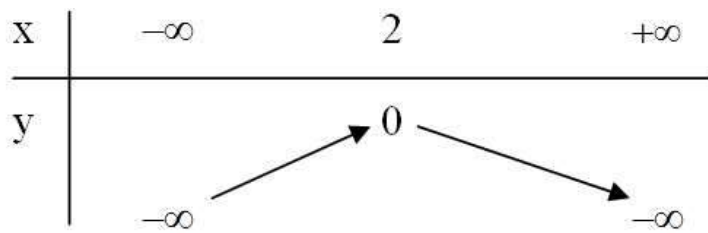
- Đỉnh: $I(2; 0)$

- Trục đối xứng: $x = 2$.

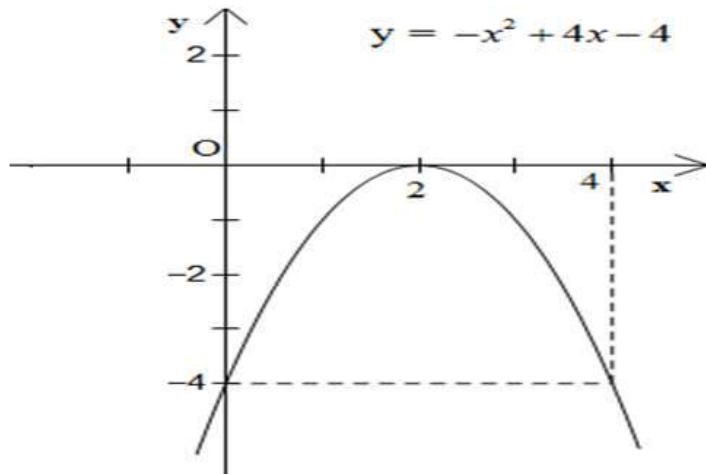
- Giao điểm với trục hoành: $(2; 0)$.

- Giao điểm với trục tung: $(0; -4)$.

- Bảng biến thiên:



- Đồ thị



e) $y = 2x^2 + x + 1$

- Tập xác định: \mathbb{R}

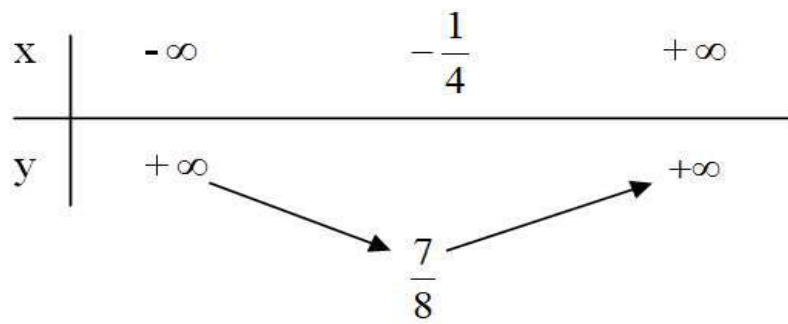
- Đỉnh: $I\left(\frac{-1}{4}; \frac{7}{8}\right)$.

- Trục đối xứng: $x = -\frac{1}{4}$.

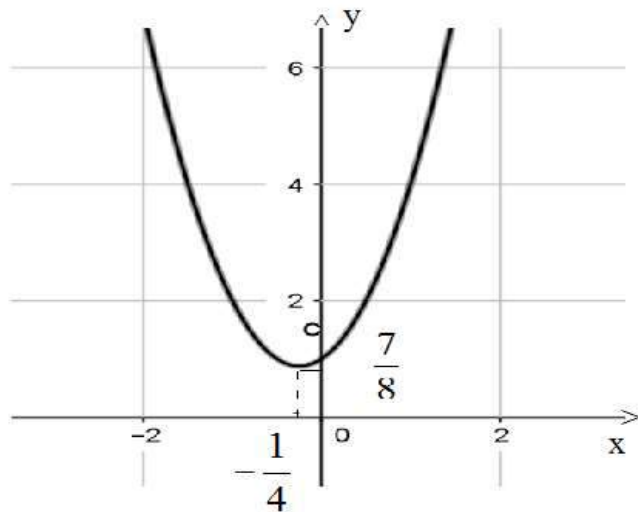
- Đồ thị không giao với trục hoành.

- Giao điểm với trục tung: $(0; 1)$.

- Bảng biến thiên:



- Đồ thị



f) $y = -x^2 + x - 1$

- Tập xác định: \mathbb{R}

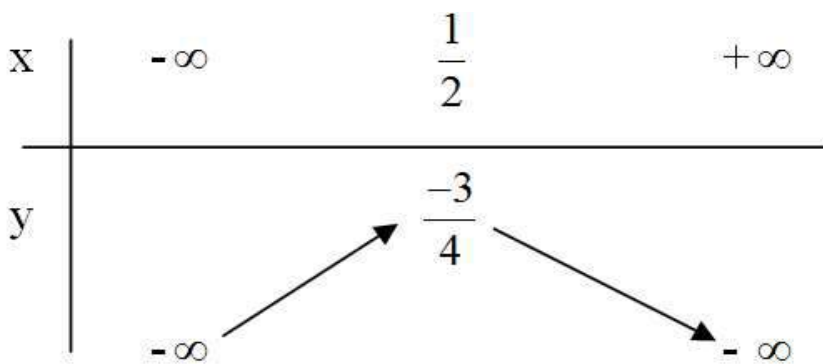
- Đỉnh: $I\left(\frac{1}{2}; \frac{-3}{4}\right)$.

- Trục đối xứng: $x = \frac{1}{2}$.

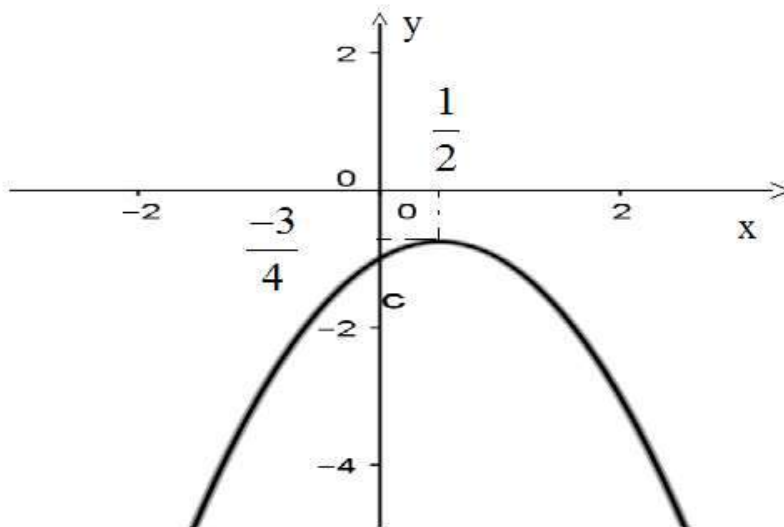
- Đồ thị không giao với trục hoành.

- Giao điểm với trục tung: $(0; -1)$.

- Bảng biến thiên:



- Đồ thị



Bài 3 : Xác định parabol $y = ax^2 + bx + 2$, biết rằng parabol đó:

- Đi qua hai điểm $M(1; 5)$ và $N(-2; 8)$;
- Đi qua hai điểm $A(3; -4)$ và có trục đối xứng là $x = -3/2$;
- Có đỉnh là $I(2; -2)$;
- Đi qua điểm $B(-1; 6)$ và tung độ của đỉnh là $-1/4$.

Lời giải:

a) Vì parabol đi qua hai điểm M, N nên khi thay tọa độ M, N vào phương trình $y = ax^2 + bx + 2$ ta được:

$$\begin{cases} 5 = a.1^2 + b.1 + 2 \\ 8 = a(-2)^2 + b.(-2) + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ 4a - 2b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$$

Vậy parabol đó là: $y = 2x^2 + x + 2$

b) Vì parabol đi qua hai điểm $A(3; -4)$ và có trục đối xứng là $x = -3/2$ nên:

$$\begin{cases} -4 = a.3^2 + b.3 + 2 \\ -\frac{3}{2} = -\frac{b}{2a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9a + 3b = -6 \\ -6a = -2b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a + b = -2 \\ b = 3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -1 \\ a = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

Vậy parabol đó là : $y = -\frac{1}{3}x^2 - x + 2$

c) Vì parabol có đỉnh là I(2; -2) nên:

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ -\frac{\Delta}{4a} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ \frac{b^2 - 4ac}{4a} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ b^2 = 16a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \end{cases}$$

Vậy parabol đó là: $y = x^2 - 4x + 2$

d) Vì parabol đi qua điểm B(-1; 6) và tung độ của đỉnh là -1/4 nên:

$$\begin{cases} 6 = a(-1)^2 + b(-1) + 2 \\ -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 4 \\ b^2 - 4ac = a \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 4 \\ b^2 - 9a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ a = 16 \\ b = 12 \end{cases}$$

Vậy parabol đó là: $y = x^2 - 3x + 2$

$$y = 16x^2 + 12x + 2$$

Bài 4 : Xác định a, b, c biết parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua điểm A(8 ; 0) và có đỉnh là I(6 ; -12).

Lời giải:

Vì parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $A(8 ; 0)$ và có đỉnh là $I(6 ; -12)$ nên:

$$\begin{cases} a.8^2 + b.8 + c = 0 \\ -\frac{b}{2a} = 6 \\ -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 64a + 8b + c = 0 & (1) \\ b = -12a & (2) \\ \frac{b^2}{4a} - c = 12 & (3) \end{cases}$$

Từ (2) và (3) ta có: $c = \frac{(-12a)^2}{4a} - 12 = 36a - 12$ (4)

Từ (1), (2), (4) ta có:

$$64a + 8.(-12a) + 36a - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4a = 12$$

$$\Leftrightarrow a = 3 \Rightarrow b = -36; c = 96$$

Vậy parabol đó là: $y = 3x^2 - 36x + 96$