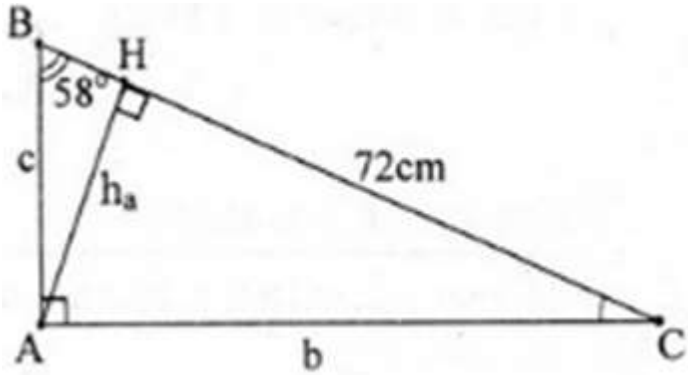


Bài 1 : Cho tam giác ABC vuông tại A, $\angle B = 58^\circ$ và cạnh $a = 72\text{cm}$.
Tính $\angle C$, cạnh b và đường cao h .

Lời giải:



- Ta có: $\angle C = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - 58^\circ = 32^\circ$
- Ta có: $b = BC \cdot \sin 58^\circ = a \cdot \sin 58^\circ = 61,06 \text{ (cm)}$
- Ta có: $c = BC \cdot \cos 58^\circ = a \cdot \cos 58^\circ = 38,15 \text{ (cm)}$

Do đó:

$$h_a = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{c \cdot b}{a} = \frac{38,15 \cdot 61,06}{72} = 32,35 \text{ (cm)}$$

Bài 2 : Cho tam giác ABC biết các cạnh $a = 52,1\text{cm}$, $b = 85\text{cm}$, $c = 54\text{cm}$. Tính các góc $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$.

Lời giải:

$$\cos \hat{A} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{85^2 + 54^2 - 52,1^2}{2 \cdot 85 \cdot 54} \approx 0,81 \Rightarrow \hat{A} \approx 36^\circ$$

$$\cos \hat{B} = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ac} = \frac{54^2 + 52,1^2 - 85^2}{2 \cdot 52,1 \cdot 54} \approx -0,28 \Rightarrow \hat{B} \approx 106^\circ 28'$$

$$\Rightarrow \angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 37^\circ 32'$$

Bài 3 : Cho tam giác ABC có $\angle A = 120^\circ$, cạnh $b = 8\text{cm}$ và $c = 5\text{cm}$.
Tính cạnh a , các góc $\angle B$, $\angle C$ của tam giác đó.

Lời giải:

$$\text{- Ta có: } a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \angle A$$

$$= 8^2 + 5^2 - 2.8.5.\cos 120^\circ$$

$$= 64 + 25 + 80 \frac{1}{2} = 129$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{129} = 11,36 \text{ (cm)}$$

- Ta có:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} \Rightarrow \sin B = \frac{b \sin \hat{A}}{a} = \frac{8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{11,36} = \frac{4\sqrt{3}}{11,36} = 0,61$$

$$\Rightarrow \angle B = 37^\circ 34'$$

$$\Rightarrow \angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B)$$

$$= 180^\circ - (120^\circ + 37^\circ 34') = 22^\circ 26'$$

Bài 4 : Tính diện tích S của tam giác có số đo các cạnh lần lượt là 7, 9 và 12.

Lời giải:

Ta có:

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{7+9+12}{2} = 14$$

$$p - a = 7$$

$$p - b = 5$$

$$p - c = 2$$

$$\text{Vậy } S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{14.7.5.2} = 7.2\sqrt{5}$$

$$= 14\sqrt{5} = 31,3 \text{ (đơn vị diện tích).}$$

Bài 5 : Cho tam giác ABC có $\angle A = 120^\circ$. Tính cạnh BC, cho biết cạnh AC = m và cạnh AB = n.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2.AB.AC.\cos \angle A$$

$$= m^2 + n^2 - 2.m.n.\cos 120^\circ$$

$$= m^2 + n^2 + mn$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{m^2 + n^2 + m.n}$$

Bài 6 : Tam giác ABC có các cạnh a = 8cm, b = 10cm và c = 13cm.

a) Tam giác đó có góc tù không?

b) Tính độ dài trung tuyến MA của tam giác ABC đó.

Lời giải:

a) Ta có:

$$\cos \hat{C} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{8^2 + 10^2 - 13^2}{2.8.10} \approx -0,031$$

$$\Rightarrow \angle C = 91^\circ 47'$$

Vậy trong tam giác có $\angle C$ là góc tù.

b) Ta có:

$$AM^2 = \frac{2(AC^2 + AB^2) - BC^2}{4} = \frac{2(10^2 + 13^2) - 8^2}{4} = 118,5$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{118,5} = 10,89$$

Bài 7 : Tính góc lớn nhất của tam giác ABC biết:

a) Các cạnh a = 3cm, b = 4cm và c = 6cm;

b) Các cạnh a = 40cm, b = 13cm, c = 37cm.

Lời giải:

a) Cạnh c = 6cm lớn nhất suy ra là góc lớn nhất.

$$\cos \hat{C} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{9 + 16 - 36}{2.3.4} = \frac{-11}{24} = -0,458$$

$$\text{Vậy } \angle C = 117^\circ 16'$$

b) Cạnh a = 40cm lớn nhất suy ra $\angle A$ là góc lớn nhất.

$$\cos \hat{A} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{13^2 + 37^2 - 40^2}{2.13.37} = -0,0644$$

Vậy $\angle A = 93^\circ 41'$

Bài 8 : Cho tam giác ABC biết cạnh $a = 137,5\text{cm}$, $\angle B = 83^\circ$ và $\angle C = 57^\circ$. Tính góc A, bán kính R của đường tròn ngoại tiếp, cạnh b và c của tam giác.

Lời giải:

Ta có: $\angle A = 180^\circ - (\angle B + \angle C) = 180^\circ - (83^\circ + 57^\circ) = 40^\circ$

Áp dụng định lí sin ta có:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

Từ đó suy ra:

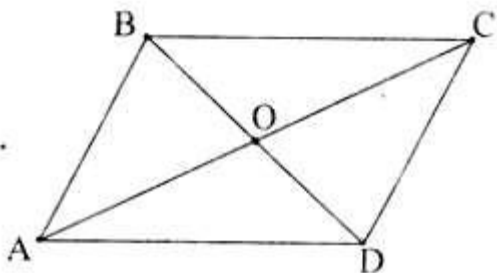
$$\Rightarrow R = \frac{a}{2 \sin A} = \frac{137,5}{2 \sin 40^\circ} \approx 106,96 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow b = 2R \cdot \sin B = 2 \cdot 106,96 \cdot \sin 83^\circ = 212,33 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow c = 2R \cdot \sin C = 2 \cdot 106,96 \cdot \sin 57^\circ = 179,41 \text{ cm}$$

Bài 9 : Cho hình bình hành ABCD có $AB = a$, $BC = b$, $BD = m$, $AC = n$. Chứng minh rằng: $m^2 + n^2 = 2(a^2 + b^2)$.

Lời giải:



Gọi O là giao điểm của AC và BD. Khi đó O là trung điểm của AC và BD, đồng thời BO là trung tuyến của $\triangle ABC$.

Suy ra:

$$BO^2 = \frac{2(AB^2 + BC^2) - AC^2}{4} = \frac{2(a^2 + b^2) - n^2}{4}$$

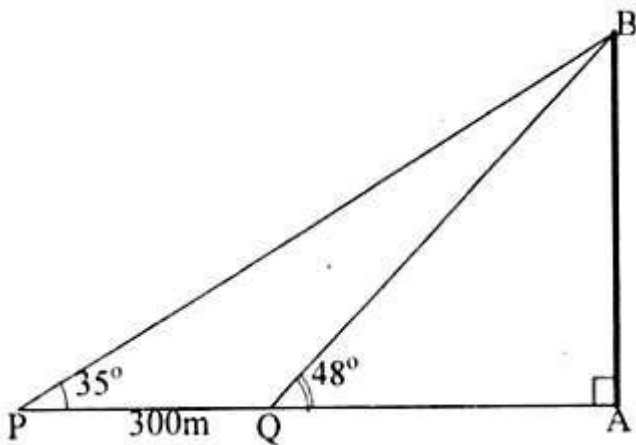
$$BO = \frac{1}{2}BD \Leftrightarrow BO^2 = \frac{1}{4}BD^2 = \frac{m^2}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{m^2}{4} = \frac{2(a^2 + b^2) - n^2}{4}$$

$$\Leftrightarrow m^2 + n^2 = 2(a^2 + b^2) \text{ (đpcm)}$$

Bài 10 : Hai chiếc tàu thủy P và Q cách nhau 300m. Từ P và Q thẳng hàng với chân A của tháp hải đăng AB ở trên bờ biển người ra nhìn chiều cao AB của tháp dưới các góc $\angle BPA = 35^\circ$ và $\angle BQA = 48^\circ$. Tính chiều cao của tháp.

Lời giải:



$\triangle APB$ vuông tại A có $\angle APB = 35^\circ$

$$\Rightarrow AP = AB \cot 35^\circ \quad (1)$$

$\triangle AQB$ vuông tại A có $\angle AQB = 48^\circ$

$$\Rightarrow AQ = AB \cot 48^\circ \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

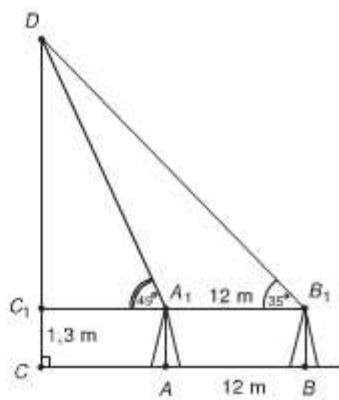
$$PQ = AP - AQ = AB(\cot 35^\circ - \cot 48^\circ)$$

$$\Rightarrow AB = \frac{300}{\cot 35^\circ - \cot 48^\circ} = 586,457 \text{ (m)}.$$

Bài 11 : Muốn đo chiều cao của Tháp Chàm Por Klong Garai ở Ninh Thuận, người ta lấy hai điểm A và B trên mặt đất có khoảng cách $AB = 12\text{ m}$ cùng thẳng hàng với chân C của tháp để đặt hai giác kế (hình bên). Chân của giác kế có chiều cao $h = 1,3\text{ m}$. Gọi D là đỉnh tháp và hai điểm A_1, B_1 cùng thẳng hàng với C_1 thuộc chiều cao CD của tháp. Người ta đo được $\angle DA_1C_1 = 49^\circ$ và $\angle DB_1C_1 = 35^\circ$. Tính chiều cao CD của tháp đó.



Hình 2.23



Hình 2.24

Lời giải:

Ta có: $A_1B_1 = AB = 12\text{ m}$

Xét $\triangle DC_1A_1$ có: $C_1A_1 = C_1D \cdot \cot 49^\circ$

Xét $\triangle DC_1B_1$ có: $C_1B_1 = C_1D \cdot \cot 35^\circ$

$$\begin{aligned} \text{Mà } A_1B_1 &= C_1B_1 - C_1A_1 = C_1D \cdot \cot 35^\circ - C_1D \cdot \cot 49^\circ \\ &= C_1D \cdot (\cot 35^\circ - \cot 49^\circ) \end{aligned}$$

$$C_1D = \frac{A_1B_1}{\cot 35^\circ - \cot 49^\circ} = \frac{12}{\cot 35^\circ - \cot 49^\circ} \approx 21,47(m).$$

=> Chiều cao CD của tháp là:

$$CD = 1,3 + 21,47 = \mathbf{22,77\text{ m}}$$