

Bài 1 : Cho ba vector: $\vec{a} = (2; -5; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (1; 7; 2)$

a) Tính tọa độ của vector $\vec{d} = 4\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} + 3\vec{c}$

b) Tính tọa độ của vector $\vec{e} = \vec{a} - 4\vec{b} - 2\vec{c}$

Lời giải:

a) Ta có: $4\vec{a} = (8; -20; 12)$

$-\frac{1}{3}\vec{b} = (0; -\frac{2}{3}; \frac{1}{3})$

$3\vec{c} = (3; 21; 6)$

Vậy $\vec{d} = 4\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} + 3\vec{c} = (11; \frac{1}{3}; \frac{55}{3})$

b) Ta có: $4\vec{b} = (0; -8; 4)$

$-2\vec{c} = (-2; -14; -4)$

Vậy $\vec{e} = \vec{a} - 4\vec{b} - 2\vec{c} = (0; -27; 3)$

Bài 2 : Cho ba điểm $A(1; -1; 1)$, $B(0; 1; 2)$, $C(1; 0; 1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

Lời giải:

Áp dụng công thức tính tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}, y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}, z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3}$$

Ta tính được $G\left(\frac{2}{3}; 0; \frac{4}{3}\right)$

Bài 3 : Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $D(1; -1; 1)$, $C'(4; 5; -5)$. Tính tọa độ các đỉnh còn lại của hình hộp.

Lời giải:

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$, $\overrightarrow{AD} = (0; -1; 0)$

Vì ABCD là hình bình hành nên:

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = (1; 0; 1)$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_C - x_A = 1 \\ y_C - y_A = 0 \\ z_C - z_A = 1 \end{cases} \text{ . Vậy } C(2; 0; 2)$$

Đồng thời $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{DD'} = (2; 5; -7)$

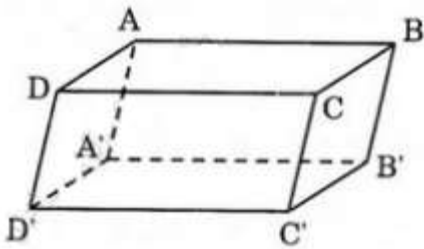
Mà $\overrightarrow{AA'} = (2; 5; -7)$ và $A(1; 0; 1)$

$$\text{Nên } \begin{cases} x_{A'} - x_A = 2 \\ y_{A'} - y_A = 5 \\ z_{A'} - z_A = -7 \end{cases} \Rightarrow A'(3; 5; -6)$$

Tương tự như trên ta tính được:

$$\overrightarrow{BB'} = (2; 5; -7) \Rightarrow B'(4; 6; -5)$$

$$\overrightarrow{DD'} = (2; 5; -7) \Rightarrow D'(3; 4; -6)$$



Bài 4 Tính:

a) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ với $\overrightarrow{a} = (3; 0; -6)$, $\overrightarrow{b} = (2; -4; 0)$

b) $\overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{d}$ với $\overrightarrow{c} = (1; -5; 2)$, $\overrightarrow{d} = (4; 3; -5)$

Lời giải:

a) Ta có: $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 3.2 + 0(-4) + (-6).0 = 6$

b) Ta có: $\overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{d} = 1.4 + (-5).3 + 2.(-5) = -2$

Bài 5 : Tìm tâm và bán kính của các mặt cầu sau đây:

a) $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 2y + 1 = 0$

b) $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x + 8y + 15z - 3 = 0$

Lời giải:

$$a) \text{Ta có: } x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 2y + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 4)^2 + (y - 1)^2 + (z - 0)^2 - 16 - 1 + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 4)^2 + (y - 1)^2 + (z - 0)^2 = 16$$

Vậy mặt cầu có tâm $I(4; 1; 0)$ và bán kính $r = 4$.

$$b) \text{Ta có: } 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x + 8y + 15z - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x + \frac{8}{3}y + 5z - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 + \left(y + \frac{4}{3}\right)^2 + \left(z + \frac{5}{2}\right)^2 - 1 - \frac{16}{9} - \frac{25}{4} - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 + \left(y + \frac{4}{3}\right)^2 + \left(z + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{361}{36} = \frac{19^2}{6^2}$$

Vậy mặt cầu có tâm $I\left(1; -\frac{4}{3}; -\frac{5}{2}\right)$ và bán kính $R = \frac{19}{6}$

Bài 6 : Lập phương trình mặt cầu trong hai trường hợp sau đây:

a) Có đường kính AB với $A(4; -3; 7)$, $B(2; 1; 3)$

b) Đi qua điểm $A(5; -2; 1)$ và có tâm $C(3; -3; 1)$

Lời giải:

a) Gọi I là tâm của mặt cầu.

Ta có I là trung điểm của đoạn AB. Vậy $I(3; -1; 5)$

$$\text{Mặt khác } R = \frac{AB}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 16 + 16} = 3$$

Vậy phương trình mặt cầu là:

$$(x - 3)^2 + (y + 1)^2 + (z - 5)^2 = 9$$

b) Bán kính mặt cầu là:

$$R = |\overline{CA}| = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

Vậy phương trình mặt cầu là:

$$(x - 3)^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 5$$