

Bài 1 : Giải các phương trình:

a) $\frac{x^2 + 3x + 2}{2x + 3} = \frac{2x - 5}{4}$;

b) $\frac{2x + 3}{x - 3} - \frac{4}{x + 3} = \frac{24}{x^2 - 9} + 2$

c) $\sqrt{3x - 5} = 3$;

d) $\sqrt{2x + 5} = 2$

Lời giải:

a) Điều kiện: $2x + 3 \neq 0$

$$\Leftrightarrow x \neq -\frac{3}{2}$$

Ta có: $\frac{x^2 + 3x + 2}{2x + 3} = \frac{2x - 5}{4}$

$$\Leftrightarrow 4(x^2 + 3x + 2) = (2x - 5)(2x + 3)$$

$$\Leftrightarrow 16x = -23$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{23}{16} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

b) Điều kiện: $x \neq \pm 3$

Ta có: $\frac{2x + 3}{x - 3} - \frac{4}{x + 3} = \frac{24}{x^2 - 9} + 2$

$$\Leftrightarrow (2x + 3)(x + 3) - 4(x - 3) = 24 + 2(x^2 - 9)$$

$$\Leftrightarrow 5x = -15$$

$$\Leftrightarrow x = -3 \text{ (loại)}$$

Vậy phương trình vô nghiệm.

c) Điều kiện: $3x - 5 \geq 0$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{5}{3}$$

Bình phương hai vế của phương trình ta có:

$$3x - 5 = 9$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{14}{3} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ \frac{14}{3} \right\}.$$

d) Điều kiện: $2x + 5 \geq 0$

$$\Leftrightarrow x \geq -\frac{5}{2}$$

Bình phương hai vế của phương trình ta có:

$$2x + 5 = 4$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ -\frac{1}{2} \right\}.$$

Bài 2 : Giải và biện luận các phương trình sau theo tham số m:

a) $m(x - 2) = 3x + 1$;

b) $m^2x + 6 = 4x + 3m$;

c) $(2m + 1)x - 2m = 3x - 2$.

Lời giải:

a) $m(x - 2) = 3x + 1$

$$\Leftrightarrow (m - 3)x = 1 + 2m \quad (1)$$

- Nếu $m - 3 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 3$ thì phương trình (1) có nghiệm duy nhất

$$x = \frac{2m+1}{m-3}$$

- Nếu $m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = 3$ thì (1) $\Leftrightarrow 0x = 7$

\Rightarrow phương trình vô nghiệm

b) $m^2x + 6 = 4x + 3m$

$$\Leftrightarrow (m^2 - 4)x = 3m - 6 \quad (2)$$

- Nếu $m^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 2$ thì phương trình có nghiệm duy nhất

$$x = \frac{3m-6}{m^2-4} = \frac{3(m-2)}{(m-2)(m+2)} = \frac{3}{m+2}$$

- Nếu $m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2$

+ Với $m = 2$ thì (2) $\Leftrightarrow 0x = 0 \Rightarrow$ phương trình có vô số nghiệm

+ Với $m = -2$ thì (2) $\Leftrightarrow 0x = -12 \Rightarrow$ phương trình vô nghiệm

c) $(2m + 1)x - 2m = 3x - 2$

$$\Leftrightarrow 2mx + x - 2m - 3x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2mx - 2x - 2m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m - 1)x - (m - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (m - 1)(x - 1) = 0$$

- Nếu $m - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$ thì (3) tương đương với: $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

- Nếu $m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$ thì (3) $\Leftrightarrow 0x = 0$

\Rightarrow phương trình có vô số nghiệm

Bài 3 : Có hai rổ quýt chứa số quýt bằng nhau. Nếu lấy 30 quả ở rổ thứ nhất đưa sang rổ thứ hai thì số quả ở rổ thứ hai bằng $\frac{1}{3}$ của bình phương số quả còn lại ở rổ thứ nhất. Hỏi số quả quýt ở mỗi rổ lúc ban đầu là bao nhiêu?

Lời giải:

Gọi x là số quýt ở mỗi rổ ($x > 30$; $x \in \mathbb{N}$).

Khi lấy 30 quả ở rổ thứ nhất đưa sang rổ thứ hai thì:

- Rổ thứ nhất còn $x - 30$ (quả)

- Rổ thứ hai có $x + 30$ (quả)

Theo đề bài ta có phương trình:

$$x + 30 = \frac{1}{3}(x - 30)^2$$

$$\Leftrightarrow 3(x + 30) = (x - 30)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 63x + 810 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 18 \text{ (loại)} \text{ hoặc } x = 45 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy ban đầu mỗi rổ có 45 quả quýt

Bài 4 : Giải các phương trình

a) $2x^4 - 7x^2 + 5 = 0$; b) $3x^4 + 2x^2 - 1 = 0$

Lời giải:

a) $2x^4 - 7x^2 + 5 = 0$ (1)

Đặt $t = x^2$ (Điều kiện: $t \geq 0$)

Khi đó (1) $\Leftrightarrow 2t^2 - 7t + 5 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{5}{2} \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

- Với $t = 1$ ta có: $x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$

- Với $t = \frac{5}{2}$ ta có : $x^2 = \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{5}{2}}$

Vậy phương trình có 4 nghiệm: $x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{5}{2}}$; $x_{3,4} = \pm 1$

b) $3x^4 + 2x^2 - 1 = 0$ (2)

Đặt $t = x^2$ (Điều kiện: $t \geq 0$)

Khi đó (2) $\Leftrightarrow 3t^2 + 2t - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 < 0 \text{ (loại)} \\ t = \frac{1}{3} > 0 \text{ (nhận)} \end{cases}$$

- Với $t = \frac{1}{3}$ ta có: $x^2 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1}{3}} = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$

Vậy phương trình có hai nghiệm:

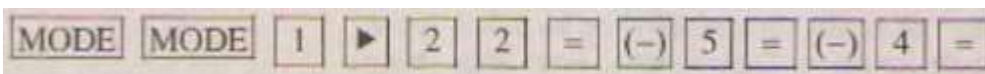
$$x_{1,2} = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Bài 5 : Giải các phương trình sau bằng máy tính bỏ túi (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ ba)

a) $2x^2 - 5x - 4 = 0$; b) $-3x^2 + 4x + 2 = 0$


c) $3x^2 + 7x + 4 = 0$; d) $9x^2 - 6x - 4 = 0$.

Hướng dẫn cách giải câu a): Nếu sử dụng máy tính CASIO fx-500 MS, ta ấn liên tiếp các phím



màn hình hiện ra $x_1 = 3.137458609$

Ấn tiếp

 màn hình hiện ra $x_2 = -0.637458608$.

Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ ba ta được nghiệm gần đúng của phương trình là $x_1 \approx 3.137$ và $x_2 \approx -0.637$.

Lời giải:

a) Cách giải ở trên, kết quả:

$$x_1 \approx 3.137 \text{ và } x_2 \approx -0.637$$

b) Ấn liên tiếp các phím

ON MODE MODE 1 ► 2 (-) 3 = (-) 4 = 2 =

và sau đó ấn phím =.

Kết quả làm tròn: $x_1 \approx 1,721$ và $x_2 \approx 0,387$

c) Ấn liên tiếp các phím

ON MODE MODE 1 ► 2 3 = 7 = 4 =

và sau đó ấn phím =.

Kết quả làm tròn: $x_1 \approx -1$ và $x_2 \approx -1,333$

d) Ấn liên tiếp các phím

ON MODE MODE 1 ► 2 9 = (-) 6 = 4 =

và sau đó ấn phím =.

Kết quả đã làm tròn: $x_1 \approx 1,079$ và $x_2 \approx -0,412$

Bài 6 : Giải các phương trình

a) $|3x - 2| = 2x + 3$;

b) $|2x - 1| = |-5x - 2|$;

c) $\frac{x-1}{2x-3} = \frac{-3x+1}{|x+1|}$;

d) $|2x + 5| = x^2 + 5x + 1$.

Lời giải:

a) $|3x - 2| = 2x + 3 \quad (1)$

- Nếu $3x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{2}{3}$

Khi đó $(1) \Leftrightarrow 3x - 2 = 2x + 3$

$\Leftrightarrow x = 5$ (nhận)

- Nếu $3x - 2 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{2}{3}$

$$\text{Khi đó (1)} \Leftrightarrow 2 - 3x = 2x + 3$$

$$\Leftrightarrow 5x = -1$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{5} \text{ (nhận)}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm là:

$$x = 5 \text{ và } x = -\frac{1}{5}$$

$$\mathbf{b)} |2x - 1| = |-5x - 2|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 = -5x - 2 \\ 2x - 1 = 5x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = -1 \\ 3x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{7} \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm là:

$$x = -\frac{1}{7} \text{ và } x = -1$$

c) Điều kiện:

$$\begin{cases} x + 1 \neq 0 \\ 2x - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \frac{x-1}{2x-3} = \frac{-3x+1}{|x+1|}$$

$$\Leftrightarrow |x+1|(x-1) = -6x^2 + 11x - 3 \quad (3)$$

$$\text{- Nếu } x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$$

$$\text{Khi đó (3)} \Leftrightarrow x^2 - 1 = -6x^2 + 11x - 3$$

$$\Leftrightarrow 7x^2 - 11x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{11 \pm \sqrt{65}}{14} \text{ (nhận)}$$

$$\text{- Nếu } x + 1 < 0 \Leftrightarrow x < -1$$

$$\text{Khi đó (3)} \Leftrightarrow 1 - x^2 = -6x^2 + 11x - 3$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 - 11x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{11 \pm \sqrt{41}}{10} \text{ (không thỏa mãn } x < -1)$$

Vậy phương trình có hai nghiệm:

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{65}}{14}$$

$$\text{d) } |2x + 5| = x^2 + 5x + 1 \quad (4)$$

$$\text{- Nếu } 2x + 5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{5}{2}$$

$$\text{Khi đó (4)} \Leftrightarrow 2x + 5 = x^2 + 5x + 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ (nhận)} ; x = -4 \text{ (loại)}$$

$$\text{- Nếu } 2x + 5 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{5}{2}$$

$$\text{Khi đó (4)} \Leftrightarrow -2x - 5 = x^2 + 5x + 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 7x + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -6 \text{ (nhận)} ; x = -1 \text{ (loại)}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm: $x = 1$; $x = -6$.

Bài 7 : Giải các phương trình

$$\text{a) } \sqrt{5x+6} = x-6 \quad ;$$

$$\text{b) } \sqrt{3-x} = \sqrt{x+2} + 1$$

$$\text{c) } \sqrt{2x^2+5} = x+2 \quad ;$$

$$\text{d) } \sqrt{4x^2+2x+10} = 3x+1$$

Lời giải:

a)

$$\sqrt{5x+6} = x-6$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-6 \geq 0 \\ 5x+6 \geq 0 \\ 5x+6 = (x-6)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ x^2 - 17x + 30 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ \begin{cases} x = 2 \\ x = 15 \end{cases} \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 15$.

b) Điều kiện: $-2 \leq x \leq 3$

Bình phương hai vế của phương trình ta được:

$$3-x = x+3+2\sqrt{x+2}$$

$$\Leftrightarrow -x = \sqrt{x+2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x^2 = x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x^2 - x - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases} \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = -1$.

c)

$$\sqrt{2x^2 + 5} = x + 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ 2x^2 + 5 = (x + 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x^2 - 4x + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ \begin{cases} x = 2 - \sqrt{3} \Leftrightarrow x = 2 \pm \sqrt{3} \\ x = 2 + \sqrt{3} \end{cases} \end{cases}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm:

$$x_1 = 2 - \sqrt{3}, \quad x_2 = 2 + \sqrt{3}$$

d) Điều kiện:

$$x \geq -\frac{1}{3}$$

Bình phương hai vế của phương trình ta được:

$$4x^2 + 2x + 10 = (3x + 1)^2$$

$$4x^2 + 2x + 10 = 9x^2 + 6x + 1$$

$$5x^2 + 4x - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ (nhận)} ; x = -\frac{9}{5} \text{ (loại)}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 1$.

Bài 8 : Cho phương trình $3x^2 - 2(m + 1)x + 3m - 5 = 0$

Xác định m để phương trình có một nghiệm gấp ba nghiệm kia. Tính các nghiệm trong trường hợp đó.

Lời giải:

Giả sử phương trình có 2 nghiệm x_1 và x_2 với $x_2 = 3x_1$

Theo định lí Vi-ét ta có:

$$x_1 + x_2 = 4x_1 = \frac{2(m+1)}{3} \Rightarrow x_1 = \frac{m+1}{6}$$

Thay $x_1 = \frac{m+1}{6}$ vào phương trình ban đầu ta được:

$$3\left(\frac{m+1}{6}\right)^2 - 2(m+1) \cdot \frac{(m+1)}{6} + 3m - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow -3m^2 + 30m - 63 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 10m + 21 = 0$$

$$\Leftrightarrow m_1 = 3 ; m_2 = 7$$

- Thay $m = 3$ vào x_1, x_2 ở trên ta được hai nghiệm là:

$$x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = 2$$

- Thay $m = 7$ vào x_1, x_2 ở trên ta được hai nghiệm là:

$$x_1 = \frac{4}{3}, x_2 = 4$$