

Bài 1 : Tính

a) $2^{-x^2+3x} < 4$

b) $\left(\frac{7}{9}\right)^{2x^2-3x} \geq \frac{9}{7}$

c) $3^{x+2} + 3^{x-1} \leq 28$

d) $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 > 0$

Lời giải:

a) Ta có: $2^{-x^2+3x} < 4 \Leftrightarrow 2^{-x^2+3x} < 2^2$

$\Leftrightarrow -x^2 + 3x < 2$ (vì cơ số $2 > 1$)

$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$

b) Ta có: $\frac{7^{2x^2-3x}}{9} \geq \frac{9}{7} \Leftrightarrow \frac{7^{2x^2-3x}}{9} \geq \left(\frac{9}{7}\right)^1$

$\Leftrightarrow \frac{9^{-2x^2+3x}}{7} \geq \left(\frac{9}{7}\right)^1$

$\Leftrightarrow -2x^2 + 3x \geq 1$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq 1$

c) Ta có: $3^{x+2} + 3^{x-1} \leq 28 \Leftrightarrow 3^2 \cdot 3^x + 3^{-1} \cdot 3^x \leq 28$

$\Leftrightarrow \left(9 + \frac{1}{3}\right) \cdot 3^x \leq 28$

$\Leftrightarrow 3^x \leq 3 \Leftrightarrow x \leq 1$

d) Đặt $2^x = t > 0$ ta được: $\begin{cases} t^2 - 3t + 2 > 0 \\ t > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow 0 < t < 1$ hoặc $t > 2$

+ với $0 < t < 1 \Leftrightarrow 0 < 2^x < 1 \Leftrightarrow x < 0$

+ Với $t > 2$ ta có: $2^x > 2^1 \Leftrightarrow x > 1$

Vậy : $x < 0$ hoặc $x > 1$

Bài 2 : Giải các bất phương trình:

a) $\log_8(4 - 2x) \geq 2$

b) $\log_{\frac{1}{5}}(3x - 5) > \log_{\frac{1}{5}}(x + 1)$

c) $\log_{0,2} x - \log_5(x - 2) < \log_{0,2} 3$

d) $\log_3^2 x - 5 \log_3 x + 6 \leq 0$

Lời giải:

a) Điều kiện: $4 - 2x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$

$$\log_8(4 - 2x) \geq 2 \Leftrightarrow \log_8(4 - 2x) \geq \log_8 64$$

$$\Leftrightarrow 4 - 2x \geq 64 \Leftrightarrow x \leq -30$$

b) Điều kiện: $3x - 5 > 0; x > -1 \Leftrightarrow x > \frac{5}{3}$

$$\log_{\frac{1}{5}}(3x - 5) > \log_{\frac{1}{5}}(x + 1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x - 5 < x + 1 \\ x > \frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{3} < x < 3$$

c) Điều kiện : $x - 2 > 0; x > 0 \Leftrightarrow x > 2$

$$\log_{0,2} x - \log_5(x - 2) < \log_{0,2} 3$$

$$\Leftrightarrow \log_{5^{-1}} x - \log_5(x - 2) < \log_{5^{-1}} 3$$

$$\Leftrightarrow -\log_5 x - \log_5(x - 2) < -\log_5 3$$

$$\Leftrightarrow \log_5 x(x - 2) > \log_5 3 \Leftrightarrow x(x - 2) > 3$$

$$\Leftrightarrow x < 0; x > 3$$

Kết hợp điều kiện ta có $x > 3$

d) Điều kiện $x > 0$.

$$\text{Đặt } t = \log_3 x$$

$$\text{ta được } t^2 - 5t + 6 \leq 0 \Leftrightarrow 2 \leq t \leq 3$$

$$\text{Suy ra: } 2 \leq \log_3 x \leq 3 \Leftrightarrow 3^2 \leq x \leq 3^3$$

$$\Leftrightarrow 9 \leq x \leq 27$$