Bài 1 : Tìm các căn bậc hai phức của các số sau: -7;-8;-12;-20;-121

Lời giải:

Căn bậc hai của -7 là ±i √7

-8 là±i 2√2

-12 là±i2 √3

-20 là±i 2 √5

-121 là±11i

Bài 2 : Giải các phương trình sau trên tập hợp số phức:

a) $-3z^2+2z-1=0$

b) $7z^2+3z+2=0$

c) $5z^2-7z+11=0$

Lời giải:

a) $-3z^2+2z\text{-}1=0$

$\Delta' = 1^2 - 3 = -2 = \left(i\sqrt{2}\right)^2$

Ta có: $z_1 = \frac{-1+i\sqrt{2}}{-3}; z_2 = \frac{1-i\sqrt{2}}{3}$

b) $7z^2 + 3z + 2 = 0$

$\Delta = 9 - 4.14 = -47 = \left(i\sqrt{47}\right)^2$

Ta có: $z_1 = \frac{-3+i\sqrt{47}}{14}; \ z_2 = \frac{-3-i\sqrt{47}}{14}$

c) $5z^2 - 7z + 11 = 0$

$\Delta = 49 - 4.55 = -171 = \left(i\sqrt{171}\right)^2$

Ta có: $z_1 = \frac{7+i\sqrt{171}}{10}; \ z_2 = \frac{7-i\sqrt{171}}{10}$

Bài 3 : Giải các phương trình sau trên tập hợp số phức:

a) $z^4+z^2-6=0$

b) $z^4+7z^2+10=0$

Lời giải:

a) Đặt $t = z^2$ ta được:

$t^2 + t - 6 = 0 \Leftrightarrow t_1 = -3; t_2 = 2$

- Với t= -3 ta được $z^2 = -3 => z_{1,2} = \pm i\sqrt{3}$
- Với t=2 ta được $z^2 = 2 => z_{3,4} = \pm\sqrt{2}$

Phương trình đã cho có các nghiệm $\pm i\sqrt{3}$ và $\pm\sqrt{2}$

b) Đặt $t = z^2$ ta được:

$t^2 + 7t + 10 = 0 \Leftrightarrow t = -5, t = -2$

- Với t= -5 ta được $z^2 = -5 => z_{1,2} = \pm i\sqrt{5}$
- Với t= -2 ta được $z^2 = -2 => z_{3,4} = \pm i\sqrt{2}$

Phương trình đã cho có các nghiệm là $\pm i\sqrt{5}$ và $\pm i\sqrt{2}$

Bài 4: Cho a, b, c ∈R,a ≠ 0,z1 , z2 là hai nghiệm phân biệt (thực hoặc phức) của phương trình ax2+bx+c=0. Hãy tính z1+z2 và z1.z2 theo hệ số a, b, c.

Lời giải:

Ta có: $\Delta = b^2 - 4ac$

- Nếu $\Delta = 0$ phương trình có nghiệm thực $z = -\frac{b}{2a}$
- Nếu $\Delta > 0$ phương trình có hai nghiệm thực:

$$z_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Khi đó:

$$z_1 + z_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$z_1 . z_2 = \frac{(b)^2 - \Delta}{4a^2} = (\frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

- Nếu $\Delta < 0$ thì phương trình có hai nghiệm phức:

$$z_1 = \frac{-b - i\sqrt{|\Delta|}}{2a}; z_2 = \frac{-b + i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$$

Khi đó: $z_1 + z_2 = \frac{-b-i\sqrt{|\Delta|}}{2a} + \frac{-b+i\sqrt{|\Delta|}}{2a} = -\frac{b}{a}$

$z_1.z_2 = \frac{b^2+|\Delta|}{4a^2} = (b^2 + 4ac - b^2)/(4a^2) = -\frac{b}{a}$

Như vậy, nếu z_1, z_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ $với$ $a, b, c \in R, a \neq 0.$

Khi đó: $z_1 + z_2 = -\frac{b}{a}$; $z_1.z_2 = \frac{c}{a}$

Bài 5 : Cho z = a + bi là một số phức. Hãy tìm phương trình bậc hai với hệ số thực nhận ...

Cho $z = a + bi$ là một số phức.
Hãy tính phương trình bậc hai
với hệ số thực nhận z và $\bar{z}$ làm nghiệm.

Lời giải:

Cho $z = a + bi$ thì $\bar{z} = a - bi$, khi đó:

$z + \bar{z} = 2a, z.\bar{z} = a^2 + b^2$

Và z và $\bar{z}$ là hai nghiệm của phương trình:

$(x - z)(x - \bar{z}) = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - (z + \bar{z})x + z.\bar{z} = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 2ax + a^2 + b^2 = 0$