

Bài 1 : Xét dấu các biểu thức:

a) $f(x) = (2x-1)(x+3)$; b) $f(x) = (-3x-3)(x+2)(x+3)$

c) $f(x) = \frac{-4}{3x+1} - \frac{3}{2-x}$; d) $f(x) = 4x^2 - 1$

Lời giải

(Lưu ý: Kí hiệu **v** trong bài giải là viết tắt cho từ "**hoặc**")

a) Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-3	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$2x - 1$	-	-	0	+
$x + 3$	-	0	+	+
$f(x)$	+	0	-	+

Kết luận: • $f(x) > 0 \Leftrightarrow x < -3 \vee x > \frac{1}{2}$

• $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -3 \vee x = \frac{1}{2}$

• $f(x) < 0 \Leftrightarrow -3 < x < \frac{1}{2}$

b) Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$
$-3x - 3$	+	+	+	0	-
$x + 2$	-	-	0	+	+
$x + 3$	-	0	+	+	+
$f(x)$	+	0	-	0	-

Kết luận: • $f(x) > 0 \Leftrightarrow x < -3 \vee -2 < x < -1$

• $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -3 \vee x = -2 \vee x = -1$

• $f(x) < 0 \Leftrightarrow -3 < x < -2 \vee x > -1$

c) Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\frac{11}{5}$	$-\frac{1}{3}$	2	$+\infty$
$-5x - 11$		+	0	-	-
$3x + 1$		-	-	0	+
$-x + 2$		+	+	+	0
$f(x)$		-	0	+	0

Kết quả: • $f(x) > 0 \Leftrightarrow -\frac{11}{5} < x < -\frac{1}{3} \vee x > 2$

• $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{11}{5}$

• $f(x) < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{11}{5} \vee -\frac{1}{3} < x < 2$

• $f(x)$ không xác định $\Leftrightarrow x = -\frac{1}{3} \vee x = 2$

d) Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$2x - 1$		-	0	+
$2x + 1$		-	0	+
$f(x)$		+	0	+

Kết luận: • $f(x) > 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{2} \vee x > \frac{1}{2}$

• $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \vee x = \frac{1}{2}$;

• $f(x) < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$

Bài 2 : Giải các bất phương trình:

a. $\frac{2}{x+1} \leq \frac{5}{2x-1}$; b. $\frac{1}{x+1} < \frac{1}{(x-1)^2}$

c. $\frac{1}{x} - \frac{2}{x-4} < \frac{3}{x+1}$; d. $\frac{x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1} < 1$

Lời giải

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \frac{2}{x-1} &\leq \frac{5}{2x-1} \\
 \Rightarrow \frac{2}{x-1} - \frac{5}{2x-1} &\leq 0 \Rightarrow \frac{4x-2-5x+5}{(x-1)(2x-1)} \leq 0 \\
 \Rightarrow f(x) &= \frac{-x+3}{(x-1)(2x-1)} \leq 0
 \end{aligned}$$

Bảng xét dấu :

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	3	$+\infty$		
$-x + 3$	+	+	+	0	-		
$x - 1$	-	-	0	+	+		
$2x - 1$	-	0	+	+	+		
$f(x)$	+		-		+	0	-

\Rightarrow Tập nghiệm của bất phương trình là:

$$T = \left(\frac{1}{2}; 1\right) \cup [3; +\infty]$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } \frac{1}{x+1} &< \frac{1}{(x-1)^2} \Rightarrow \frac{1}{x+1} - \frac{1}{(x-1)^2} < 0 \Rightarrow \frac{(x-1)^2 - (x+1)}{(x+1)(x-1)^2} < 0 \\
 \Rightarrow \frac{x^2 - 2x + 1 - x - 1}{(x+1)(x-1)^2} &< 0 \Rightarrow \frac{x(x-3)}{(x+1)(x-1)^2} < 0 \\
 \Rightarrow f(x) &= \frac{x(x-3)}{x+1} < 0 \quad (x \neq -1)
 \end{aligned}$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	0	3	$+\infty$		
x	-	-	0	+	+		
x - 3	-	-	-	0	+		
x + 1	-	0	+	+	+		
f(x)	-		+	0	-	0	+

\Rightarrow Tập nghiệm của bất phương trình là:

$$T = (-\infty; -1) \cup (0; 1) \cup (1; 3)$$

$$c) \frac{1}{x} + \frac{2}{x+4} < \frac{3}{x+3}$$

$$\Rightarrow \frac{(x+4)(x+3) + 2x(x+3) - 3x(x+4)}{x(x+4)(x+3)} < 0$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x+12}{x(x+3)(x+4)} < 0$$

Bảng xét dấu :

x	$-\infty$	-12	-4	-3	0	$+\infty$			
$x + 12$	-	0	+	+	+	+			
x	-	-	-	-	0	+			
$x + 4$	-	-	0	+	+	+			
$x + 3$	-	-	-	0	+	+			
f(x)	+	0	-		+		-		+

\Rightarrow Tập nghiệm của bất phương trình là:

$$T = (-12; -4) \cup (-3; 0)$$

$$d) \frac{x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1} < 1$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 - 3x + 1 - x^2 + 1}{x^2 - 1} < 0 \Rightarrow f(x) = \frac{-3x + 2}{(x-1)(x+1)} < 0$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	$\frac{2}{3}$	1	$+\infty$		
$-3x + 2$	+	+	0	-	-		
$x - 1$	-	-	-	0	+		
$x + 1$	-	0	+	+	+		
f(x)	+		-	0	+		-

\Rightarrow Tập nghiệm của bất phương trình là:

$$T = \left(-1; \frac{2}{3}\right) \cup (1; +\infty)$$

Bài 3 : Giải các bất phương trình:

a) $|5x - 4| \geq 6$

$$b) \left| \frac{-5}{x+2} \right| < \left| \frac{10}{x-1} \right|$$

Lời giải

$$a) |5x - 4| \geq 6$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 4 \leq -6 \\ 5x - 4 \geq -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\frac{2}{5} \\ x \geq 2 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $T = (-\infty; -2/5) \cup [2; +\infty)$

$$b) \left| \frac{-5}{x+2} \right| < \left| \frac{10}{x-1} \right|$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{|x+2|} < \frac{2}{|x-1|} \Leftrightarrow \begin{cases} 2|x+2| > |x-1| \\ x \neq -2 \text{ và } x \neq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4(x+2)^2 > (x-1)^2 \\ x \neq -2 \text{ và } x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(x+2)^2 - (x-1)^2 > 0 \\ x \neq -2 \text{ và } x \neq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} [2(x+2) - (x-1)][x^2(x+2) + (x-1)] > 0 \\ x \neq -2 \text{ và } x \neq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+5)(3x+3) > 0 \\ x \neq -2 \text{ và } x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+5)(x+1) > 0 \\ x \neq -2 \text{ và } x \neq 1 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-5	-1	$+\infty$
$x+5$	-	0	+	+
$x+1$	-	-	0	+
$(x+5)(x+1)$	+	0	-	+

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $T = (-\infty; -5) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$