

Bài 1 : Lập phương trình tham số của đường thẳng d trong mỗi trường hợp sau:

a, d đi qua điểm $M(2; 1)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (3; 4)$;

b, d đi qua điểm $M(-2; 3)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (5; 1)$.

Lời giải

a, Phương trình tham số của d là:
$$\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$$

b, Vector pháp tuyến của d là $\vec{n} = (5; 1) \Rightarrow$ vector chỉ phương của d là $\vec{u} = (1; -5)$.

Phương trình tham số của d là:
$$\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 - 5t \end{cases}$$

Bài 2 : Lập phương trình tổng quát của đường thẳng Δ trong mỗi trường hợp sau:

a, Δ đi qua $M(-5; -8)$ và có hệ số góc $k = -3$;

b, Δ đi qua hai điểm $A(2; 1)$ và $B(-4; 5)$.

Lời giải

a, Phương trình đường thẳng Δ đi qua $M(-5; -8)$ và có hệ số góc $k = -3$ là:

$$y = k(x - x_0) + y_0 = -3(x + 5) - 8 \Leftrightarrow 3x + y + 23 = 0.$$

b, Ta có: Δ qua $A(2; 1)$ và $B(-4; 5)$ nên Δ có $\overrightarrow{AB} = (-6; 4)$ là vector chỉ phương.

$\Rightarrow \vec{n} = (2; 3)$ là vector pháp tuyến của đường thẳng Δ .

Phương trình tham số của Δ là:

$$2.(x - 2) + 3.(y - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 7 = 0.$$

Bài 3 : Cho tam giác ABC biết $A(1; 4)$, $B(3; -1)$ và $C(6; 2)$.

a, Lập phương trình tổng quát của các đường thẳng AB, AC và CA.

b, Lập phương trình tổng quát của đường cao AH và trung tuyến AM.

Lời giải

a. $\overrightarrow{AB} = (2; -5)$ nên $\vec{n} = (5; 2)$ là VTPT của đường thẳng AB.

Phương trình tổng quát của đường thẳng AB là:

$$5(x - 1) + 2(y - 4) = 0 \Leftrightarrow 5x + 2y - 13 = 0.$$

* $\overrightarrow{BC} = (3; 3)$ nên $\vec{n}_1 = (1; -1)$ là VTPT của BC.

Phương trình đường thẳng BC là:

$$1(x - 3) - 1(y - 1) = 0 \Leftrightarrow x - y - 4 = 0.$$

* $\overrightarrow{AC} = (5; -2)$ nên $\vec{n}_2 = (2; 5)$ là VTPT của đường thẳng AC.

Phương trình đường thẳng AC là:

$$2(x - 6) + 5(y - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x + 5y - 22 = 0.$$

b, Vì AH là đường cao của $\triangle ABC$ nên $AH \perp BC$.

Do đó \overrightarrow{BC} là vector pháp tuyến đường thẳng AH.

Phương trình tổng quát của đường thẳng AH:

$$1(x - 1) + 1(y - 4) = 0 \Leftrightarrow x + y - 5 = 0.$$

* Vì M là trung điểm BC nên $M\left(\frac{9}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

$\overrightarrow{AM} = \left(\frac{7}{2}; -\frac{7}{2}\right)$ nên vector $\vec{n}_3 = (1; 1)$ là VTPT của AM:

Vậy phương trình tổng quát của AM là:

$$1(x - 1) + 1(y - 4) = 0 \Leftrightarrow x + y - 5 = 0.$$

Bài 4 : Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm M(4; 0) và điểm N(0; -1).

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{MN} = (-4; -1) \perp \vec{n} = (-1; 4)$.

Nên $\vec{n} = (-1; 4)$ là VTPT của đường thẳng MN.

Phương trình đường thẳng MN là:

$$-(x - 4) + 4(y - 0) = 0 \Leftrightarrow -x + 4y + 4 = 0.$$

Bài 5 : Xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng d1 và d2 sau đây:

a, d₁: $4x - 10y + 1 = 0$ và d₂: $x + y + 2 = 0$

b, d₁: $12x - 6y + 10 = 0$ và d₂: $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$

c, d₁: $8x + 10y - 12 = 0$ và d₂: $\begin{cases} x = -6 + 5t \\ y = 6 - 4t \end{cases}$

Lời giải

$$\text{a, Giải hệ: } \begin{cases} 4x - 10y + 1 = 0 \\ x + y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy d_1 cắt d_2 tại điểm $\left(\frac{-3}{2}; \frac{-1}{2}\right)$.

$$\text{b, Giải hệ: } \begin{cases} 12x - 6y + 10 = 0 \\ x = 5 + t \\ y = 3 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12(5 + t) - 6(3 + 2t) + 10 = 0 \\ x = 5 + t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0t = 52 \\ x = 5 + t \\ y = 3 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \text{Hệ vô nghiệm nên } d_1 // d_2.$$

$$\text{c, Giải hệ: } \begin{cases} 8x + 10y - 12 = 0 \\ x = -6 + 5t \\ y = 6 - 4t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8(-6 + 5t) + 10(6 - 4t) - 12 = 0 \\ x = -6 + 5t \\ y = 6 - 4t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0.t = 0 \\ x = -6 + 5t \\ y = 6 - 4t \end{cases} \Leftrightarrow \text{Hệ có vô số nghiệm nên } d_1 \equiv d_2.$$

Bài 6 :

Cho đường thẳng d có phương trình tham số

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}. \text{ Tìm điểm } M \text{ thuộc } d$$

và cách điểm $A(0; 1)$ một khoảng bằng 5.

Lời giải

Vì $M \in d$ nên $M(2 + 2t; 3 + t)$.

Độ dài đoạn MA:

$$MA = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \sqrt{(2 + 2t)^2 + (2 + t)^2}$$

$$\text{Mà } MA = 5 \text{ nên } \sqrt{(2 + 2t)^2 + (2 + t)^2} = 5$$

$$\Leftrightarrow 4(1 + t)^2 + (2 + t)^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow 5t^2 + 12t - 17 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 1 \text{ hoặc } t = -\frac{17}{5}.$$

- Khi $t = 1$ thay vào ta được $M(4; 4)$.
- Khi $t = -\frac{17}{5}$ thay vào ta được $M\left(-\frac{24}{5}; -\frac{2}{5}\right)$.

Vậy có hai điểm M thuộc d cách điểm A(0; 1) một khoảng bằng 5.

Bài 7 : Tìm số đo của góc giữa hai đường thẳng d₁ và d₂ lần lượt có phương trình: d₁: $4x - 2y + 6 = 0$ và d₂: $x - 3y + 1 = 0$

Lời giải

Gọi α là góc giữa d₁ và d₂, ta có:

$$\cos \alpha = \frac{|a_1 a_2 + b_1 b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2}} = \frac{|4 \cdot 1 + 2 \cdot 3|}{\sqrt{16 + 4} \sqrt{1 + 9}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Vậy $\alpha = 45^\circ$.

Bài 8 : Tìm khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng trong các trường hợp sau:

a, A(3; 5) và $\Delta : 4x + 3y + 1 = 0$

b, B(1; -2) và d: $3x - 4y - 26 = 0$

c, C(1; 2) và m: $3x + 4y - 11 = 0$

Lời giải

$$\text{a, Ta có: } d(A; \Delta) = \frac{|4(3) + 3(5) + 1|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{28}{\sqrt{25}} = \frac{28}{5}.$$

$$\text{b, Ta có: } d(B; d) = \frac{|3(1) - 4(-2) - 26|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{|-15|}{5} = 3.$$

$$\text{c, Ta có: } d(C; m) = \frac{|3(1) + 4(2) - 11|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 0.$$

Bài 9 : Tìm bán kính của đường tròn tâm C(-2; -2) tiếp xúc với đường thẳng $\Delta : 5x + 12y - 10 = 0$.

Lời giải

Đường tròn tâm C tiếp xúc với đường thẳng Δ có bán kính là:

$$R = d(C; \Delta) = \frac{|5(-2) + 12(-2) - 10|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = \frac{|-44|}{\sqrt{169}} = \frac{44}{13}.$$