Bài 1 : Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập các số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau. Hỏi:

a. Có tất cả bao nhiêu số?

b. Có bao nhiêu số chẵn, bao nhiêu số lẻ?

c. Có bao nhiêu số bé hơn 432.000?

Lời giải:

Đặt A = {1, 2, 3, 4, 5, 6 }

a.Tập hợp A gồm 6 phần tử. Để lập được số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau thì mỗi số như vậy được coi là một chỉnh hợp chập 6 của 6 phần tử.

Vậy các số đó là: $A_6^6 = \dfrac{6!}{(6-6)!} = 6! = 720$ (số)

b. ***Cách 1:***

Số chẵn là các số có tận cùng 2, 4, 6

- Gọi số chẵn 6 chữ số khác nhau là abcdef

- Với f = 2, 4, 6 nên có 3 cách chọn f (f ≠ a, b, c, d, e)

Có 5 cách chọn chữ số a;

Có 4 cách chọn chữ số b (b ≠ a)

Có 3 cách chọn chữ số c(c ≠ a, b);

Có 2 cách chọn chữ số d (d ≠ a, b, c);

Có 1 cách chọn chữ số e (e ≠ a, b, c, d);

Vậy theo quy tắc nhân có: 3.1.2.3.4.5 = 3.5! = 360 (số)

Cách 2:

Với f = 2, 4, 6 có 3 cách chọn f

a, b, c, d, e ≠ f nên có = 5! cách chọn.

Vậy số cách chọn: 5!.3 = 360 (số)

Gọi số lẻ có 6 chữ số $a_1b_1c_1d_1e_1f_1$

Ta có: f_1 = 1, 3, 5 nên có 3 cách chọn a_1, b_1, c_1, d_1, $e_1 \neq f_1$ nên có A_5^5 cách chọn.

Vậy ta có: 3.5! = 360 số

c. Để có một số có 6 chữ số khác nhau lập từ 6 chữ số trên và nhỏ hơn 432.000 ta có thể:

- Chọn chữ số hàng trăm nghìn nhỏ hơn 4: có 3 cách chọn

Với 5 chữ số còn lại có 5! Cách chọn. Số các số như vậy là:

n_1 = 3 .5! = 360 số.

- Chọn chữ số đầu là 4, chữ số thứ hai nhỏ hơn 3 và 4 chữ số còn lại.

Số các số như vậy là: n_2 = 2.4! = 48 số

- Chọn hai số đầu là 43 và chữ số thứ 3 nhỏ hơn 2:

Số các số như vậy là: n3 = 3! = 6 số

Vậy số các số nhỏ hơn 432.000 là:

$n = n_1 + n_2 + n_3 = 360 + 48 + 6 = 414$ số.

Bài 2 : Có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho mười người vào mười ghế kê thành một dãy?

Lời giải:

Vậy số cách sắp xếp chỗ ngồi cho mười người vào mười ghế kê thành một dãy là số hoán vị của 10 người.

$P_{10} = 10! = 3.628.800$

Bài 3 : giả sử có bảy bông hoa màu khác nhau và ba lọ khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách cắm ba bông hoa vào ba lọ đã cho (mỗi lọ cắm một bông)?

Lời giải:

Số cách chọn 3 bông hoa trong bảy bông là C_7^3

Cứ 1 cách chọn 3 bông hoa thì ta được số cách cắm 3 bông hoa và 3 lọ là hoán vị 3 bông hoa đó: $P_3 = 3! = 6$ (cách)

Vậy có C_7^3 cách chọn 3 bông hoa thì có C_7^3 .6 = 210 cách căm ba bông hoa và 3 lọ

Bài 4 : Có bao nhiêu cách mắc nối tiếp 4 bóng đèn được chọn từ 6 bóng đèn khác nhau?

Lời giải:

Số cách chọn 4 bóng đèn trong 6 bóng đèn C_6^4 cách

Cứ 1 cách chọn như vậy ta có hoán vị của 4 bóng đèn tức là ta được $P_4 = 4!$ Cách mắc nối tiếp 4 bóng đèn.

Vậy có $C_6^4 .4!=360$ cách mắc nối tiếp 4 bóng đèn.

Bài 5 : Có bao nhiêu cách cắm 3 bông hoa vào 5 lọ khác nhau (mỗi lọ cắm không quá một bông) nếu:

a. Các bông hoa khác nhau?

b. Các bông hoa như nhau?

Lời giải:

a. Gọi 5 lọ hoa lần lượt là l_1, l_2, l_3, l_4, l_5

Vì mỗi lọ cắm không quá một bông hoa vào l_1, l_2, l_3 và l_4, l_5 không cắm thì ta được một cách.

Khi cắm 3 bông hoa vào l_2, l_3, l_4 thì l_1, l_5 không cắm: được 1 cách

Cứ như vậy số cách cắm 3 bông hoa vào 5 lọ là một chỉnh hợp chập 3 của 5. Ta có:

$$A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = 60 \text{ (cách)}$$

b. Vì 3 lọ bông hoa như nhau nên số cách cắm 3 bông hoa cho mỗi lọ là như nhau.

Vậy số cách cắm 3 bông hoa vào 5 lọ là: $C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = 10 \text{ (cách)}$

Bài 6 : Trong mặt phẳng, có 6 điểm phân biệt sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng. Hỏi có thể lập được bao nhiêu tam giác mà các đỉnh của nó thuộc tập điểm đã cho?

Lời giải:

Cứ nối 3 điểm không thẳng hàng với nhau thì tạo thành một tam giác.

Vì trong mặt phẳng có sáu điểm nên số tam giác có thể lập được là:

$$C_5^3 = \frac{6!}{3!(6-3)!} = 20 \text{ (tam giác)}$$

Bài 7 : Trong mặt phẳng có bao nhiêu hình chữ nhật được tạo thành từ bốn đường thẳng song song với nhau và năm đường thẳng vuông góc với bốn đường thẳng song song đó?

Lời giải:

Cứ hai đường thẳng trong 4 đường thẳng hợp với 2 đường trong 5 đường thẳng vuông góc với chúng tạo thành một hình chữ nhật.

Có C_4^2 = 6 cách chọn 2 đường thẳng trong 4 đường thẳng song song thứ nhất.

Có C_5^2 = 10 cách chọn 2 đường thẳng trong 5 đường thẳng vuông góc với các đường thẳng trên.

Vậy số hình chữ nhật được tạo thành là: 6.10 = 60 cách