Bài 1 : Tìm tâm và bán kính của các đường tròn sau:

a, $x^2 + y^2 – 2x – 2y - 2 = 0$

b, $16x^2 + 16y^2 + 16x – 8y -11 = 0$

c, $x^2 + y^2 - 4x + 6y – 3 = 0$

Lời giải

a, Cách 1: hệ số a = 1, b = 1, c = –2.

Tâm I(1; 1), bán kính R = $\sqrt{1^2+1^2-(-2)}=2$.

Cách 2: $x^2 + y^2 – 2x – 2y - 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-1)^2=4$.

Nên tâm I(1; 1), bán kính R = 2.

b, Chia vế trái cho 16 ta có: $x^2 + y^2 + x - \frac{1}{2}y - \frac{11}{6} = 0$

Khi đó có các hệ số $a=-\frac{1}{2}; b=\frac{1}{4}; c=-\frac{11}{16}$.

Vậy đường tròn có tâm $I\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{4}\right)$;

Bán kính R = $\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{4}\right)^2-\left(-\frac{11}{16}\right)}=1$.

c, $x^2 + y^2 - 4x + 6y – 3 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2+(y+3)^2=16$.

Tâm I(2; -3), bán kính R = $\sqrt{16}=4$.

Bài 2 : Lập phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau:

a, (C) có tâm I(-2; 3) và đi qua M(2; -3);

b, (C) có tâm I(-1; 2) và tiếp cúc với đường thẳng x – 2y +7 =0

c, (C) có đường kính AB với A = (1; 1) và B = (7; 5).

Lời giải

a, Đường tròn (C) có tâm I(-2; 3) và đi qua điểm M(2; -3) nên có bán kính:

$R = IM \Leftrightarrow R^2 = IM^2 = (4)^2 + (6)^2 = 52$.

Phương trình của (C) là:

$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 52$

b, Khoảng cách từ I(-1; 2) đến $\Delta : x - 2y + 7 = 0$ là:

$$d(I,\Delta) = \frac{|(-1) - 2.2 + 7|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

Mà(C) tiếp xúc với d nên $R = d(I, \Delta) = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

Phương trình của (C) là: $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = \frac{16}{5}$.

c, Ta có: $\overrightarrow{AB} = (6;4) \Rightarrow \left|\overrightarrow{AB}\right| = AB = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52}$.

AB là đường kính $\Rightarrow R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{52}}{2} = \frac{2\sqrt{13}}{2} = \sqrt{13} \Rightarrow R^2 = 13$.

Gọi I là trung điểm AB $\Rightarrow$ I là tâm của (C)

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1+7}{2} = 4 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{1+5}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow I = (4;3).$$

Phương trình của (C) là: $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 13$.

Bài 3 (trang 84 SGK Hình học 10): Lập phương trình đường tròn đi qua ba điểm:

a, A(1; 2), B(5; 2), C(1; -3)

b, M(-2; 4), N(5; 5), P(6; -2)

Lời giải

a, Phương trình đường tròn (C) có dạng: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$.

Vì A, B, C $\in (C)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 1+4-2a-4b+c=0 \\ 25+4-10a-4b+c=0 \\ 1+9-2a+6b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+4b-c=5 \\ 10a+4b-c=29 \\ 2a-6b-c=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-\dfrac{1}{2} \\ c=-1 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn là: $x^2 + y^2 - 6x + y - 1 = 0$.

b, Phương trình đường tròn (C) có dạng: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$.

M(-2; 4) $\in$ (C) $\Leftrightarrow$ $4 + 16 + 4a - 8b + c = 0$

$\Leftrightarrow$ $4a - 8b + c = -20$ (1)

N(5; 5) $\in$ (C) $\Leftrightarrow$ $25 + 25 - 10a - 10b + c = 0$

$\Leftrightarrow$ $10a + 10b - c = 50$ (2)

C(1; -3) $\in$ (C) $\Leftrightarrow$ $36 + 4 - 12a + 4b + c = 0$

$\Leftrightarrow$ $12a - 4b - c = 40$ (3)

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \\ c=-20 \end{cases}$.

Vậy phương trình đường tròn là: $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$.

Bài 4 : Lập phương trình đường tròn tiếp xúc với hai trục tọa độ Ox, Oy và qua điểm M(2; 1).

Lời giải

Phương trình đường tròn tâm I(a; b) có dạng:

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ (*)

Do đường tròn tiếp xúc với cả hai trục tọa độ Ox, Oy nên:

$d(I; Ox) = d(I; Oy) = R \Leftrightarrow \frac{|b|}{\sqrt{1}} = \frac{|a|}{\sqrt{1}} = R \Rightarrow R^2 = a^2$ và $|a| = |b| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = a \\ b = -a \end{array}\right.$

TH1: a = b.

Khi đó (*) $\Leftrightarrow (x - a)^2 + (y - a)^2 = a^2$

Mà: M(2; 1) $\in$ (C) nên $(2 - a)^2 + (1 - a)^2 = a^2$

$\Leftrightarrow 4 - 4a + a^2 + 1 - 2a + a^2 = a^2$

$\Leftrightarrow a^2 - 6a + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = b = 1 \\ a = b = 5 \end{array}\right.$.

TH2: b = – a.

Khi đó (*) $\Leftrightarrow (x - a)^2 + (y + a)^2 = a^2$

Mà: M(2; 1) $\in$ (C) nên $(2 - a)^2 + (1 + a)^2 = a^2$

$\Leftrightarrow 4 - 4a + a^2 + 1 + 2a + a^2 = a^2$

$\Leftrightarrow a^2 - 2a + 5 = 0$ (Vô nghiệm).

Vậy có hai đường tròn thỏa mãn điều kiện của đề bài:

(C_1): $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$.

(C_2): $(x - 5)^2 + (y - 5)^2 = 25$.

Bài 5 : Lập phương trình của đường tròn tiếp xúc với các trục tọa độ và có tâm nằm trên đường thẳng 4x – 2y – 8 = 0

Lời giải

Phương trình đường tròn tâm I(a; b) có dạng:

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

Đường tròn tiếp xúc với hai trục tọa độ Ox, Oy nên:

d(I; Ox) = d(I; Oy) = R

$$\Leftrightarrow \frac{|b|}{\sqrt{1}} = \frac{|a|}{\sqrt{1}} \Leftrightarrow |a| = |b| = R \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = b \\ a = -b \end{array}\right.$$

* Trường hợp a = b Ta có $I \in$ (d): $4x – 2y – 8 = 0$

$\Leftrightarrow 4a – 2b – 8 = 0 \Leftrightarrow 4a – 2a – 8 = 0$

$\Leftrightarrow a = 4$. Vậy $b = 4$

Phương trình của (C_1): $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 16$.

* Trường hợp a = -b Ta có $I \in$ (d): $4x – 2y – 8 = 0$

$\Leftrightarrow 4a + 2b – 8 = 0 \Leftrightarrow 4a + 2a – 8 = 0$

$\Leftrightarrow a = \frac{4}{3}$. Vậy $b = -\frac{4}{3}$

Phương trình của (C_1): $(x - \frac{4}{3})^2 + (y + \frac{4}{3})^2 = \frac{16}{9}$.

Bài 6 : Cho đường tròn C có phương trình: x2 + y2 – 4x + 8y – 5 = 0

a, Tìm tọa độ tâm và bán kính của (C) b, Viết phương trình tiếp tuyến với (C) đi qua điểm A(-1; 0) c, Viết phương trình tiếp tuyến với (C) vuông góc với đường thẳng: 3x – 4y + 5 = 0.

a, $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 5 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+4)^2 = 25$. .

Tâm I(2; – 4) Bán kính R = 5.

b, Thay toạ độ điểm $A(-1;0)$ vào (C) ta thấy $A \in (C)$.

Do đó A là tiếp điểm của tiếp tuyến cần tìm và (C).

Do đó tiếp tuyến cần tìm là đường thẳng Δ qua A và vuông góc với IA.

$\overrightarrow{IA} = (-3;4)$ là VTPT của Δ.

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là:

$-3(x+1) + 4(y-0) = 0 \Leftrightarrow -3x + 4y - 3 = 0.$

c, Gọi Δ là tiếp tuyến cần tìm.

Vì $\Delta \perp d: 3x - 4y + 5 = 0$ nên vectơ chỉ phương $\vec{u} = (4;3)$ của d chính là vectơ pháp tuyến của Δ.

Do đó $\Delta: 4x + 3y + C = 0$.

Vì Δ là tiếp tuyến của (C) nên d(I; Δ) = R.

$$\Leftrightarrow \frac{|4.2 + 3(-4) + C|}{\sqrt{16+9}} = 5 \Leftrightarrow |C - 4| = 25 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} C = -21 \\ C = 29 \end{array}\right.$$

Vậy (C) có hai tiếp tuyến là: $\left[\begin{array}{l} \Delta_1 : 4x + 3y - 21 = 0 \\ \Delta_2 : 4x + 3y + 29 = 0 \end{array}\right.$.