

## Bài 1 : Không sử dụng máy tính, hãy tính:

Không sử dụng máy tính, hãy tính:

a)  $\log_2 \frac{1}{8}$

b)  $\log_{\frac{1}{4}} 2$

c)  $\log_3 \sqrt[4]{3}$

d)  $\log_{0,5} 0,125$

**Lời giải:**

a)  $\log_2 \frac{1}{8} = \log_2 2^{-3} = -3 \log_2 2 = -3$

b)  $\log_{\frac{1}{4}} 2 = \log_{2^{-2}} 2 = -\frac{1}{2} \log_2 2 = -\frac{1}{2}$

c)  $\log_3 \sqrt[4]{3} = \log_3 3^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4} \log_3 3 = \frac{1}{4}$

d)  $\log_{0,5} 0,125 = \log_{0,5} (0,5)^3 = 3 \log_{0,5} 0,5 = 3$

## Bài 2 : Tính

Tính:

a)  $4^{\log_2 3}$

b)  $27^{\log_9 2}$

c)  $9^{\log_{\sqrt{3}} 2}$

d)  $4^{\log_8 27}$

**Lời giải:**

a) Theo định nghĩa logarit, ta có:

$$a^{\log_a b} = b (a, b > 0, a \neq 1)$$

$$\text{Vậy } 4^{\log_2 3} = 2^{2 \log_2 3} = 2^{\log_2 3^2} = 3^2 = 9$$

b) Ta có:  $\log_9 2 = \log_{3^2} 2 = \frac{1}{2} \log_3 2 = \log_3 \sqrt{2}$

$$27^{\log_9 2} = 27^{\log_3 \sqrt{2}} = 3^{3 \log_3 \sqrt{2}} = \sqrt{2^3} = 2\sqrt{2}$$

c) Ta có:  $9^{\log_{\sqrt{3}} 2} = (\sqrt{3})^{4 \log_{\sqrt{3}} 2}$

$$= (\sqrt{3})^{\log_{\sqrt{3}} 2^4} = 2^4 = 16$$

d) Ta có:  $\log_8 27 = \log_{2^3} 27$

$$= \frac{1}{3} \log_2 3^3 = \frac{3}{3} \log_2 3 = \log_2 3$$

$$\text{Vậy } 4^{\log_8 27} = 4^{\log_2 3} = 2^{2 \log_2 3} = 3^2 = 9$$

### Bài 3 : Rút gọn biểu thức:

Rút gọn biểu thức:

a)  $\log_3 6 \cdot \log_8 9 \cdot \log_6 2$

b)  $\log_a b^2 + \log_{a^2} b^4$

Lời giải:

a) Ta có:  $\log_3 6 \cdot \log_8 9 \cdot \log_6 2 = \log_8 9 \cdot \log_3 6 \cdot \log_6 2$   
 $= \log_8 9 \cdot \log_3 2 = \frac{\log_3 2}{\log_9 8} = \frac{2 \log_3 2}{3 \log_3 2} = \frac{2}{3}$

b) Ta có:  $\log_a b^2 = 2 \log_a |b|$  ;

$$\log_{a^2} b^4 = 4 \log_{a^2} |b| = \frac{4}{2} \log_a |b| = 2 \log_a |b|$$

Vậy:

$$\log_a b^2 + \log_{a^2} b^4 = 2 \log_a |b| + 2 \log_a |b| = 4 \log_a |b|$$

## Bài 4 : So sánh các cặp số sau:

So sánh các cặp số sau:

a)  $\log_3 5$  và  $\log_7 4$

b)  $\log_{0,3} 2$  và  $\log_5 3$

c)  $\log_2 10$  và  $\log_5 30$

**Lời giải:**

a) Ta có:  $5 = 3^{\log_3 5} > 3^1 \Rightarrow \log_3 5 > 1;$

$4 = 7^{\log_7 4} < 7^1 \Rightarrow \log_7 4 < 1;$

$\Rightarrow \log_3 5 > \log_7 4$

b)  $2 > 1 \Leftrightarrow 0,3^{\log_{0,3} 2} > 0,3^0 \Rightarrow \log_{0,3} 2 < 0$

$3 > 1 \Leftrightarrow 5^{\log_5 3} > 5^0 \Leftrightarrow \log_5 3 > 0$

$\Rightarrow \log_{0,3} 2 < \log_5 3$

c) Ta có:  $\log_2 10 = \log_2 2.5 = \log_2 2 + \log_2 5 = 1 + \log_2 5$

vì  $2 \log_2 5 = 5 > 4 = 2^2$  nên  $\log_2 5 > 2 \Rightarrow \log_2 10 > 3$  (1)

mặt khác:  $\log_5 30 = \log_5 5.6 = \log_5 5 + \log_5 6 = 1 + \log_5 6$

$5 \log_5 6 = 6 < 25 \Rightarrow \log_5 6 < 2$

$\Rightarrow \log_5 30 = 1 + \log_5 6 < 3$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $\log_2 10 > \log_5 30$

## Bài 5 : a) Cho $a = \log_{30} 3$ ; $b = \log_{30} 5$

a) Cho  $a = \log_{30} 3$ ;  $b = \log_{30} 5$ .

Hãy tính  $\log_{30} 1350$  theo a,b.

b) Cho  $c = \log_{15} 3$ . Hãy tính  $\log_{25} 15$  theo c.

**Lời giải:**

a) Ta có:  $1350=3^2 \cdot 5 \cdot 30$

$$\log_{30} 1350 = \log_{30} 3^2 \cdot 5 \cdot 30$$

$$= \log_{30} 3^2 + \log_{30} 30 + \log_{30} 5$$

$$= 2 \log_{30} 3 + \log_{30} 5 + 1 = 2a + b + 1$$

b) Ta có:  $\log_{25} 15 = \log_{5^2} 15 = \frac{1}{2} \log_5 3 \cdot 5 =$

$$\frac{1}{2} (\log_5 3 + \log_5 5) = \frac{1}{2} (\log_5 3 + 1) \quad (1)$$

$$c = \log_{15} 3 = \frac{1}{\log_3 15} = \frac{1}{\log_3 3 \cdot 5} = \frac{1}{1 + \log_3 5}$$

$$\Rightarrow \log_3 5 = \frac{1}{c} - 1 \Rightarrow \log_5 3 = \frac{c}{1-c} \quad (2)$$

Thay (2) vào (1) ta có:

$$\log_{25} 15 = \frac{1}{2} \left( \frac{c}{1-c} + 1 \right) = \frac{1}{2(1-c)}$$