

Bài 1: Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề, câu nào là mệnh đề chứa biến?

a) $3 + 2 = 7$; b) $4 + x = 3$;

c) $x + y > 1$; d) $2 - \sqrt{5} < 0$

Lời giải:

a) $3 + 2 = 7$ là mệnh đề sai

Vì $3 + 2 = 5 \neq 7$

b) $4 + x = 3$ là mệnh đề chứa biến

Vì với mỗi giá trị của x ta được một mệnh đề.

c) $x + y > 1$ là mệnh đề chứa biến

Vì với mỗi cặp giá trị của x, y ta được một mệnh đề.

d) $2 - \sqrt{5} < 0$ là mệnh đề đúng

Vì $2 - \sqrt{5} = \sqrt{4} - \sqrt{5} < 0$ đúng

Bài 2: Xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề sau và phát biểu mệnh đề phủ định của nó:

a) 1794 chia hết cho 3 ; b) $\sqrt{2}$ là một số hữu tỉ

c) $\pi < 3, 15$; d) $|-125| \leq 0$

Lời giải:

a) Mệnh đề đúng vì $1794 : 3 = 598$

Mệnh đề phủ định: "1794 không chia hết cho 3"

b) Mệnh đề sai vì $\sqrt{2}$ là số vô tỉ

Mệnh đề phủ định: " $\sqrt{2}$ không phải là một số hữu tỉ"

c) Mệnh đề đúng

Mệnh đề phủ định: " $\pi \geq 3, 15$ "

d) Mệnh đề sai vì $|-125| = 125 > 0$

Mệnh đề phủ định: " $|-125| > 0$ "

Bài 3 : Cho các mệnh đề kéo theo:

Nếu a và b cùng chia hết cho c thì a + b chia hết cho c (a, b, c là những số nguyên).

Các số nguyên tố có tận cùng bằng 0 đều chia hết cho 5.

Một tam giác cân có hai đường trung tuyến bằng nhau.

Hai tam giác bằng nhau có diện tích bằng nhau.

a) Hãy phát biểu mệnh đề đảo của mỗi mệnh đề trên.

b) Hãy phát biểu mỗi mệnh đề trên, bằng cách sử dụng khái niệm "điều kiện đủ".

c) Phát biểu mỗi mệnh đề trên, bằng cách sử dụng khái niệm "điều kiện cần".

Lời giải:

a)

+ Nếu a + b chia hết cho c thì a và b chia hết cho c.

+ Các số nguyên chia hết cho 5 thì có tận cùng bằng 0.

+ Nếu một tam giác có hai trung tuyến bằng nhau thì tam giác đó cân.

+ Nếu hai tam giác có diện tích bằng nhau thì bằng nhau.

b)

- + a và b chia hết cho c là điều kiện đủ để $a + b$ chia hết cho c .
- + Một số tận cùng bằng 0 là điều kiện đủ để số đó chia hết cho 5.
- + Tam giác cân là điều kiện đủ để tam giác đó có hai đường trung tuyến bằng nhau.
- + Hai tam giác bằng nhau là điều kiện đủ để hai tam giác đó có diện tích bằng nhau.

c)

+ Điều kiện cần để a và b chia hết cho c là $a + b$ chia hết cho

c . hoặc " $a + b$ chia hết cho c là điều kiện cần để a và b chia hết cho c ."

+ Các số nguyên chia hết cho 5 là điều kiện cần để số đó có tận cùng bằng

0. + Điều kiện cần để tam giác cân là tam giác đó có hai đường trung tuyến bằng nhau. hoặc "Hai trung tuyến của một tam giác bằng nhau là điều kiện cần để tam giác đó cân."

+ Hai tam giác có diện tích bằng nhau là điều kiện cần để hai tam giác đó bằng nhau.

Bài 4: Phát biểu mỗi mệnh đề sau, bằng cách sử dụng khái niệm "điều kiện cần và đủ".

- Một số có tổng các chữ số chia hết cho 9 thì chia hết cho 9 và ngược lại.
- Một hình bình hành có các đường chéo vuông góc là một hình thoi và ngược lại.

- c) Phương trình bậc hai có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi biệt thức của nó dương.

Lời giải:

- a) Điều kiện cần và đủ để một số chia hết cho 9 là tổng các chữ số của nó chia hết cho 9.
- b) Một hình bình hành có các đường chéo vuông góc là điều kiện cần và đủ để nó là một hình thoi.
- c) Để phương trình bậc hai có hai nghiệm phân biệt, điều kiện cần và đủ là biệt thức của nó dương.

Bài 5 : Dùng kí hiệu \forall, \exists để viết các mệnh đề sau:

- a) Mọi số nhân với 1 đều bằng chính nó.
- b) Có một số cộng với chính nó bằng 0.
- c) Mọi số cộng với số đối của nó đều bằng 0.

Lời giải:

- a) $\forall x \in \mathbb{R}: x.1 = x$
- b) $\exists a \in \mathbb{R}: a + a = 0$
- c) $\forall x \in \mathbb{R}: x + (-x) = 0$

Bài 6 : Phát biểu thành lời mỗi mệnh đề sau và xét tính đúng sai của nó.

- a) $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$; b) $\exists n \in \mathbb{N} : n^2 = n$
- a) $\forall n \in \mathbb{N} : v \leq 2n$; b) $\exists n \in \mathbb{R} : x \leq 1/x$

Lời giải:

- a) Bình phương của mọi số thực đều là số dương.

- Mệnh đề này sai vì nếu $x = 0$ thì $x^2 = 0$.

Sửa cho đúng: $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 0$.

b) Tồn tại ít nhất một số tự nhiên n sao cho $n^2 = n$.

- Mệnh đề này đúng (ví dụ: $n = 0$; $n = 1$).

c) Với mọi số tự nhiên n ta có: $n \leq 2n$.

- Mệnh đề này đúng.

d) Có một số thực x sao cho $x < 1/x$

- Mệnh đề này đúng.

Bài 7 : Lập mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau và xét tính đúng, sai của nó:

a) $\forall n \in \mathbb{N}$: n chia hết cho n ; b) $\exists x \in \mathbb{Q} : x^2 = 2$

c) $\forall x \in \mathbb{R} : x < x + 1$; d) $\exists x \in \mathbb{R} : 3x = x^2 + 1$

Lời giải:

a) $\exists n \in \mathbb{N}$: n không chia hết cho n .

Mệnh đề phủ định đúng.

b) $\forall x \in \mathbb{Q} : x^2 \neq 2$

Mệnh đề phủ định đúng.

c) $\exists x \in \mathbb{R} : x \geq x + 1$.

Mệnh đề phủ định sai (vì $x \geq x + 1 \Rightarrow 0 \geq 1$ sai)

d) $\forall x \in \mathbb{R} ; 3x \neq x^2 + 1$

Mệnh đề phủ định sai vì với $x = (3+\sqrt{5})/2$ ta có $3*((3+\sqrt{5})/2) = 1 + ((3+\sqrt{5})/2)^2$