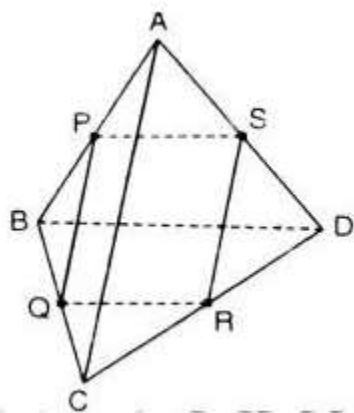


Bài 1 : Cho tứ diện ABCD. Gọi P, Q, R và S là bốn điểm lần lượt lấy trên bốn cạnh AB, BC, CD và DA. Chứng minh rằng nếu bốn điểm P, Q, R và S đồng phẳng thì:

- a) Ba đường thẳng PQ, SR và AC hoặc song song hoặc đồng quy.
- b) Ba đường thẳng PS, RQ và BD hoặc song song hoặc đồng quy.



Lời giải:

a) Ta có:

$$PQ = (ABC) \cap (PQRS)$$

$$RS = (PQRS) \cap (ACD)$$

$$AC = (ABC) \cap (ACD)$$

Vậy hoặc PQ, RS, AC đồng qui hoặc $PQ \parallel RS \parallel AC$

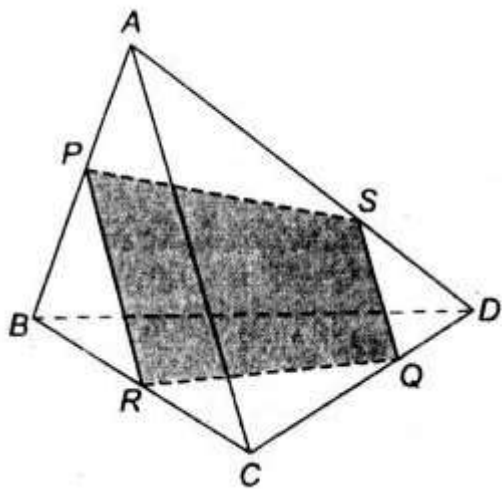
b) Tương tự câu a.

Bài 2 : Cho tứ diện ABCD và ba điểm P, Q, R lần lượt lấy trên ba cạnh AB, CD, BC. Tìm giao điểm S của AD và mặt phẳng (PQR) trong hai trường hợp sau đây.

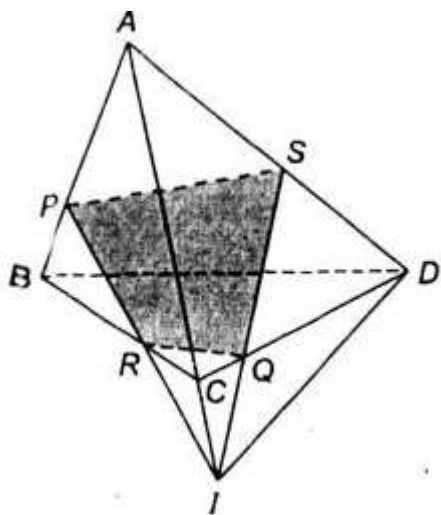
- a) PR song song với AC;
- b) PR cắt AC.

Lời giải:

a) Nếu $PR \parallel AC$ thì hai mặt phẳng (PQR) và (ACD) lần lượt chứa hai đường thẳng song song PR, AC nên giao tuyến của chúng là đường thẳng Qr song song hoặc trùng với AC. Vậy $S = Qr \cap AD$

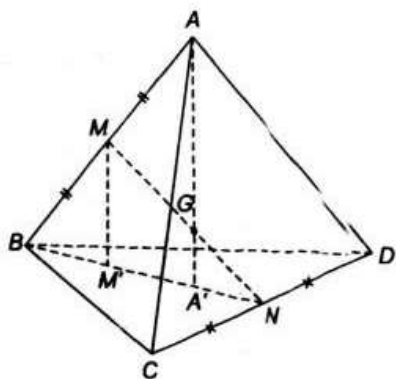


b) Nếu $PR \cap AC = I$ thì ba mặt phẳng (ABC) , (PQR) , (ACD) cắt nhau theo ba giao tuyến đồng qui tại I . Do đó (PQR) cắt (ACD) theo giao tuyến IQ . Vậy $S = IQ \cap AD$.



Bài 3 Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD và G là trung điểm của đoạn MN.

- Tìm giao điểm A' của đường thẳng AG và mp(BCD).
- Qua M kẻ đường thẳng Mx song song với AA' và Mx cắt (BCD) tại M' .
- Chứng minh $GA = 3GA'$



Lời giải:

a) Trong mặt phẳng (ABN), gọi A' là giao điểm của AG và BN, ta có:

$$A' = AG \cap (BCD)$$

b) Từ M kẻ đường thẳng song song với AA', đường thẳng này nằm trong mp (ABN) và cắt BN tại điểm M' \Rightarrow B, M', A' thẳng hàng.

MM' là đường trung bình của tam giác ABA' nên $BM' = M'A'$ (1)

GA' là đường trung bình của tam giác MM'N nên $M'A' = A'N$ (2)

Từ (1) và (2) cho ta $BM' = M'A' = A'N$

$$\Rightarrow \frac{A'B}{BN} = \frac{2}{3}$$

BN là đường trung tuyến và $\frac{A'B}{BN} = \frac{2}{3}$

thì A' là trọng tâm của ΔBCD .

Tương tự ta có:

– Đường thẳng BG đi qua trọng tâm của ΔACD .

– Đường thẳng CG đi qua trọng tâm của ΔABD .

– Đường thẳng DG đi qua trọng tâm của ΔABC .

c) Áp dụng chứng minh câu b ta có:

Tam giác MM'N : $2GA' = MM'$

Tam giác BAA' : $2MM' = AA'$

$$\Rightarrow GA = 3GA'.$$