BÀI TẬP

Bài 1 : Hãy nêu các tính chất của lũy thừa với số mũ thực

Lời giải:

Tính chất của lũy thừa với số mũ thực: Cho a, b là những số thực dương: α,β. Là những số thực tùy ý. Khi đó ta có:

$$a^\alpha a^\beta = a^{\alpha+\beta}; \quad \frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}; \quad (a^\alpha)^\beta = a^{\alpha.\beta};$$

$$(a.b)^\alpha = a^\alpha.b^\alpha; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^\alpha}$$

Nếu $a > 1$ thì $a^\alpha > a^\beta$ khi và chỉ khi $\alpha > \beta$.

Nếu $a < 1$ thì $a^\alpha < a^\beta$ khi và chỉ khi $\alpha > \beta$.

Bài 2 : Hãy nêu các tính chất của hàm lũy thừa

Lời giải:

Bảng tóm tắt các tính chất của hàm số lũy thừa y = x $^\alpha$ trên khoảng (0; + ∞)

Bài 3 : Hãy nêu các tính chất của hàm số mũ và hàm số logarit.

Lời giải:

Tính chất của hàm số mũ: y = a^x (a >, a ≠1)

Tập xác định	R
Đạo hàm	$y' = a^x.\ln a$
Chiều biến thiên	$a > 1$:Hàm số đồng biến trên R $0 < a < 1$: Hàm số nghịch biến trên R
Tiệm cận	Tiệm cận ngang là Ox
Đồ thị	Đi qua các điểm (0; 1) và (1; a), nằm phía trên trục hoành $(\forall x \in R, y = a^x > 0)$

Tính chất của hàm số logarit:

Tập xác định	$(0 ; +\infty)$.
Đạo hàm	$y' = \dfrac{1}{x \ln a}$.
Chiều biến thiên	$a > 1$: hàm số luôn đồng biến ; $0 < a < 1$: hàm số luôn nghịch biến.
Tiệm cận	trục Oy là tiệm cận đứng.
Đồ thị	đi qua các điểm $(1 ; 0)$ và $(a ; 1)$; nằm phía bên phải trục tung.

Bài 4 : Tìm tập xác định của hàm số:

Tìm tập xác định của hàm số:

a) $y = \frac{1}{3^x - 3}$ b) $y = \log\left(\frac{x-1}{2x-3}\right)$

c) $y = \log\sqrt{x^2 - x - 12}$ d) $y = \sqrt{25^x - 5^x}$

Lời giải:

a) Ta có: $D = \{x \in R \ /3^x - 3 \neq 0\} = R \setminus \{1\}$

b) Điều kiện: $\frac{x-1}{2x-3} > 0 \Leftrightarrow$ x < 1 hoặc $x > \frac{3}{2}$

Vậy $D = (-\infty; 1) \cup (\frac{3}{2}; +\infty)$

c) Ta có: $x^2 - x - 12 > 0 \Leftrightarrow$ x < -3 hoặc x > 4

Vậy $D = (-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$

d) Ta có: $\sqrt{25^x - 5^x} = \sqrt{5^x(5^x - 1)}$

$5^x(5^x - 1) \geq 0 \Leftrightarrow (5^x - 1) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$

Vậy $D = (0; +\infty)$

Bài 5 : Biết 4x+4-x=23. Hãy tính 2x+2-x

Lời giải:

Ta có: $2^x + 2^{-x} > 0$ nên

$$(2^x + 2^{-x})^2 = 2^{2x} + 2^{-2x} + 2 = 4^x + 4^{-x} + 2$$

Thay $4^x + 4^{-x} = 23$ vào ta được:

$$(2^x + 2^{-x})^2 = 23 + 2 = 25$$

⇨ $2^x + 2^{-x} = 5$ (loại $2^x + 2^{-x} = -5$)

Bài 6 : Cho logab = 3; logac = -2

Cho $\log_a b = 3, \log_a c = -2$.

Hãy tính $\log_a x$ với:

a) $x = a^3 b^2 \sqrt{c}$ b) $x = \frac{a^4 \sqrt[3]{b}}{c^3}$

Lời giải:

a) Ta có: $\log_a x = \log_a (a^3 b^2 \sqrt{c})$

$$= \log_a a^3 + \log_a b^2 + \log_a \sqrt{c}$$

$$= 3 + 2\log_a b + \frac{1}{2}\log_a c$$

$$= 3 + 2.3 - 1 = 8$$

b) Ta có: $\log_a x = \log_a \frac{a^4 \sqrt[3]{b}}{c^3}$

$$= \log_a a^4 + \log_a \sqrt[3]{b} - \log_a c^3$$

$$= 4 + \frac{1}{3}\log_a b - 3\log_a c$$

$$= 4 + \frac{1}{3}.3 - 3(-2) = 11$$

Bài 7 : Giải các phương trình:

Giải các phương trình:

a) $3^{x+4} + 3.5^{x+3} = 5^{x+4} + 3^{x+3}$

b) $25^x - 6.5^x + 5 = 0$

c) $4.9^x + 12^x - 3.16^x = 0$

d) $\log_7(x-1)\log_7 x = \log_7 x$

e) $\log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x = 6$

f) $\log\left(\frac{x+8}{x-1}\right) = logx$

Lời giải:

a) Ta có: $3^{x+4} + 3.5^{x+3} = 5^{x+4} + 3^{x+3}$

$\Leftrightarrow 3^{x+3}.3 + 3.5^{x+3} = 5^{x+3}.5 + 3^{x+3}$

<=> $(3-1)3^{x+3} = (5-3)5^{x+3}$

$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^{x+3} = 1 \Leftrightarrow$ x+ 3 = 0 $\Leftrightarrow$ x= -3

b) Đặt $t = 5^x > 0$, ta có:

$\begin{cases} t^2 - 6t + 5 = 0 \\ t > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 5 = 5^x \\ t = 1 = 5^x \end{cases} \Leftrightarrow$ x = 1 hoặc x = 0

c) Chia phương trình cho $12^x > 0$, ta có:

$$4.\left(\frac{9}{12}\right)^x + 1 - 3\left(\frac{16}{12}\right)^x = 0$$

$$\Leftrightarrow 4.\left(\frac{3}{4}\right)^x + 1 - 3\left(\frac{4}{3}\right)^x = 0$$

Đặt $\left(\frac{3}{4}\right)^x = t > 0$, ta có:

$$\begin{cases} 4t + 1 - \frac{3}{t} = 0 \\ t > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4t^2 + t - 3 = 0 \\ t > 0 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow t = \left(\frac{3}{4}\right)^x = \frac{3}{4} \Leftrightarrow$ x= 1

d) Điều kiện : $(x > 1)$

Phương trình đã cho có thể viết thành:

$\log_7 x\,[1 - \log_7(x-1)] = 0$

⇨ $1 - \log_7(x-1) = 0$ (do $x > 1 \Rightarrow \log_7 x > 0$)

⇨ $\log_7(x-1) = 1 \Rightarrow x - 1 = 7 \Leftrightarrow x = 8$

e) Thay $\log_{\sqrt{3}} x = \log_{3^{\frac{1}{2}}} x = 2\log_3 x$,

$\log_{\frac{1}{3}} x = -\log_3 x$ ta có:

$\log_3 x + 2\log_3 x - \log_3 x = 6$

$\Leftrightarrow \log_3 x = 3 \Leftrightarrow x = 3^3 = 27$

f) Ta có: $\log\left(\frac{x+8}{x-1}\right) = logx \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+8}{x-1} = x \\ x > 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 8 = 0 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4$

Bài 8 : Giải các bất phương trình:

Giải các bất phương trình:

a) $2^{2x-1} + 2^{2x-2} + 2^{2x-3} \geq 448$

b) $(0,4)^x - (2,5)^{x+1} > 1,5$

c) $\log_3[\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1)] < 1$

d) $(\log_{0,2} x)^2 - 5\log_{0,2} x < -6$

Lời giải:

a) Ta có: $2^{2x-1}+2^{2x-2}+2^{2x-3}\geq 448$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}2^{2x}+\frac{1}{4}2^{2x}+\frac{1}{8}2^{2x}\geq 448$

$\Leftrightarrow \frac{7}{8}2^{2x}\geq 448 <=> 2^{2x}>512$

$\Leftrightarrow 2^{2x}>2^9 \Leftrightarrow 2x\geq 9 \Leftrightarrow x\geq \frac{9}{2}$

b) Ta có: $(0,4)^x-(2,5)^{x+1}>1,5$

$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^x-\left(\frac{5}{2}\right).\left(\frac{5}{2}\right)^x>1,5$

Đặt $\left(\frac{2}{5}\right)^x=t>0$ ta được

$\begin{cases} t-\frac{5}{1}.\frac{1}{t}>\frac{3}{2} \\ t>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t^2-3t-5>0 \\ t>0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow t=\left(\frac{2}{5}\right)^x>\left(\frac{5}{2}\right) \Leftrightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{-x}>\frac{5}{2} \Leftrightarrow$ x< -1

c) Ta có: $\log_3[\log_{\frac{1}{2}}(x^2-1)]<1$

$<=> \log_3[\log_{\frac{1}{2}}(x^2-1)]<\log_3 3$

$\Leftrightarrow 0<\log_{\frac{1}{2}}(x^2-1)<3$

$\Leftrightarrow 0<-\log_2(x^2-1)<3$

$\Leftrightarrow \log_2\frac{1}{8}<\log_2(x^2-1)<\log_2 1$

$\Leftrightarrow \frac{1}{8}<x^2-1<1$

$\Leftrightarrow \frac{9}{8}<x^2<2 \Leftrightarrow \frac{3}{2\sqrt{2}}<|x|<\sqrt{2}$

d) Đặt $\log_{0.2}x=t$, ta có:

$\begin{cases} t^2-5t+6<0 \\ \log_{0,2}x \end{cases} \Leftrightarrow 2<\log_{0,2}x<3$

$\Leftrightarrow$ -3$<\log_5 x<-2$

$\Leftrightarrow 5^{-3}<x<5^{-2} \Leftrightarrow 0,008<x<0,04$

Luyện tập

Bài 1 : Tìm tập xác định của hàm số

Tập xác định của hàm số $y = \log\left(\frac{x-2}{1-x}\right)$ là :

A. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$

B. $(1; 2)$

C. $R\backslash\{1\}$

D. $R\backslash\{1; 2\}$

Lời giải:

Chọn đáp án B

Ta có: $\frac{x-2}{1-x} > 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2$

Bài 2 : Chọn phương án đúng:

A. $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$

B. $\log_2 x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$

C. $\log_{\frac{1}{3}} a > \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow a > b > 0$

D. $\log_{\frac{1}{3}} a = \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow a = b > 0$

Lời giải:

Chọn đáp án C.

*$\ln x > 0 \Leftrightarrow \ln x > \ln 1 \Leftrightarrow x > 1$ đúng

vì hàm số lnx luôn đồng biến nên (A) đúng.

*$\log_2 x < 0 \Rightarrow \log_2 x < \log_2 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow 0 < x < 1$ nên (B) đúng.

*Vì cơ số: $0 < \frac{1}{3} < 1$ nên hàm số $\log_{\frac{1}{3}} x$

nghịch biến, do đó:

$\log_{\frac{1}{3}} a > \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow 0 < a < b$ nên (C) sai.

Hàm số $\log_a x$ đơn điệu trên tập xác định nên:

$\log_{\frac{1}{2}} a = \log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow a = b > 0$ (D) đúng.

Bài 3 : Cho hàm số f(x) = ln(4x-x2). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. f'(2) = 1

B. f'(2)= 0

C. f'(5) = 1,2

D. f'(-1)= -1,2

Lời giải:

Chọn đáp án B.

Ta có: $f'(x) = \frac{(4x-x^2)'}{4x-x^2} = \frac{4-2x}{4x-x^2}$

$\Rightarrow f'(2) = 0, f'(5) = 1{,}2, f'(-1) = 2$

Bài 4 : Cho hàm số g(x) = ...

Cho hàm số $g(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7)$.

Nghiệm của bất phương trình g(x) > 0 là :

A. x > 3

B. x < 2 hoặc x > 3

C. 2 < x < 3

D. x < 2.

Lời giải:

Chọn đáp án C.

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) > 0$

Hay $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) > \log_{\frac{1}{2}} 1$

$\Leftrightarrow 0 < x^2 - 5x + 7 < 1$

$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 7 < 1$ (vì $x^2 - 5x + 7 > 0\ \forall x$)

$\Leftrightarrow 2 < x < 3$

Bài 5 : Trong các hàm số:

$$f(x) = \ln\frac{1}{\sin x}, g(x) = \ln\frac{1 + \sin x}{\cos x}, h(x) = \ln\frac{1}{\cos x}$$

Hàm số nào có đạo hàm là $\frac{1}{cosx}$?

A. f(x) B. g(x)

C. h(x) D. g(x) và h(x)

Lời giải:

Chọn đáp án B.

Ta có: $f'(x) = -\frac{cosx}{sinx}$;

$$g'^{(x)} = \left(\frac{\left(\frac{1+sinx}{\cos x}\right)'}{\frac{1+sinx}{\cos x}}\right)$$

$$= \frac{\cos^2 x + \sin x\,(sinx+1)}{\cos^2 x} \cdot \frac{cosx}{1+sinx} = \frac{1}{cosx}$$

$$h'(x) = \frac{\sin x}{\cos^2 x}.cosx = \frac{sinx}{cosx}$$

Bài 6 : Số nghiệm của phương trình

Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-7x+5} = 1$ là:

A. 0 B. 2

C. 2 D. 3

Lời giải:

Chọn đáp án C.

Ta có: $2^{2x^2-7x+5} = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 5 = 0$

$\Leftrightarrow$ x =1 v $x = \frac{5}{2}$

Bài 7 : Nghiệm của phương trình

Nghiệm của phương trình $10^{\log 9} = 8x + 5$ là:

A. 0 B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{5}{8}$ D. $\frac{7}{4}$

Lời giải:

Chọn đáp án B.

Ta có:

$10^{log9} = 8x + 5 \Leftrightarrow$ 8x + 5 =9$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$