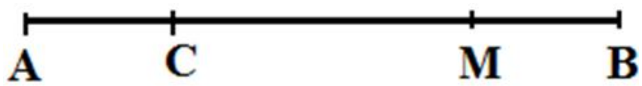
**Bài 1 : Cho đoạn thẳng AB và điểm M nằm giữa A và B sao cho AM > MB. Vẽ các vector**

$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}$ và $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}$

**Lời giải:**




- Trên đoạn MA, lấy điểm C sao cho

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{MB}$$

Khi đó $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC}$

Theo quy tắc ba điểm, ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$

(Vì MA > MB nên C thuộc đoạn AM).

- Ta có:

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MA} + (-\overrightarrow{MB})$$

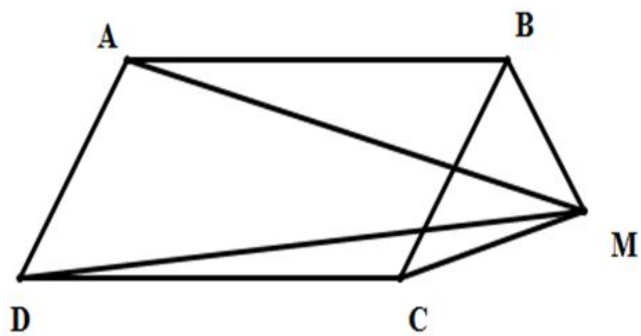
$$= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} \text{ (Tính giao hoán)}$$

$$= \overrightarrow{BA} \text{ (Quy tắc ba điểm)}$$

**Bài 2 : Cho hình bình hành ABCD và điểm M tùy ý. Chứng minh rằng**

$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}$

**Lời giải:**




Vì ABCD là hình bình hành nên

$$\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{DC} \Rightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$$

Ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = (\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA}) + (\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC})$

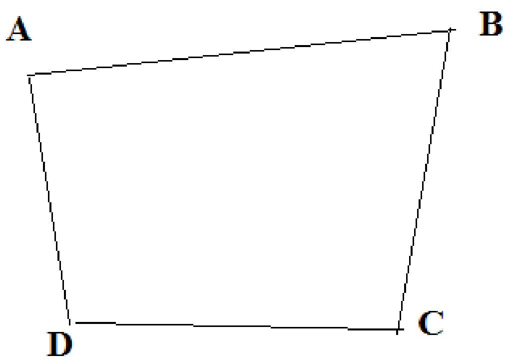
$$= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}$$

$$= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} \text{ (đpcm)}$$

## Bài 3 : Chứng minh rằng đối với tứ giác ABCD bất kỳ ta luôn có:

a, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$ ;     b, $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}$

**Lời giải:**




**a)** Ta có:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA})$$

$$= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0} \text{ (đpcm)}$$

**b)** Ta có:

* $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DB}$ (1)

* $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DB}$ (2)

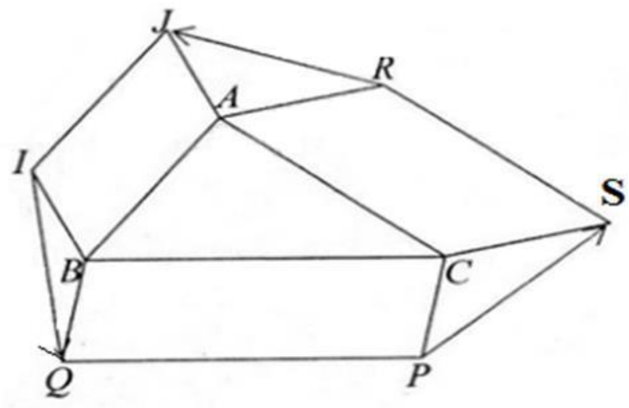
Từ (1) và (2) suy ra:

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} \text{ (đpcm)}$$

## Bài 4 : Cho tam giác ABC. Bên ngoài của tam giác vẽ các hình bình hành: ABIJ, BCPQ, CARS. Chứng minh rằng

$$\overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} = \vec{0}$$

**Lời giải:**




Ta có:

$$\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{BI} = -\overrightarrow{IB} \text{ (ABIJ là hình bình hành)}$$

$$\overrightarrow{CS} = -\overrightarrow{RA} \qquad \text{(CARS là hình bình hành)}$$

$$\overrightarrow{PC} = -\overrightarrow{BQ} \qquad \text{(BCPQ là hình bình hành)}$$

Do đó:

$$\overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS}$$

$$= \left(\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{AJ}\right) + \left(\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BQ}\right) + \left(\overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CS}\right)$$

$$= \left(\overrightarrow{RA} + -\overrightarrow{IB}\right) + \left(\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{-PC}\right) + \left(\overrightarrow{PC} + \overrightarrow{-RA}\right)$$

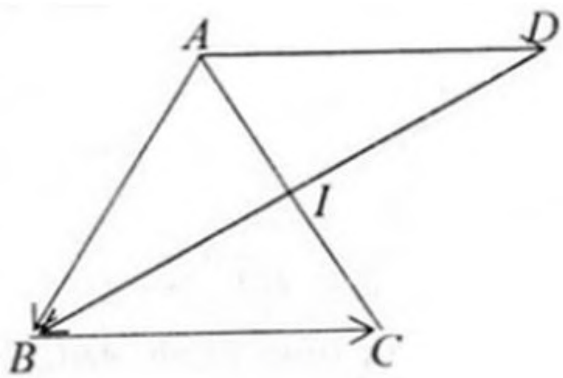
$$= \left(\overrightarrow{IB} + -\overrightarrow{IB}\right) + \left(\overrightarrow{PC} + \overrightarrow{-PC}\right) + \left(\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{-RA}\right)$$

$$= \vec{0} \text{ (đpcm)}$$

**Bài 5 : Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a. Tính độ dài của các vectơ**

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \text{ và } \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$$

**Lời giải:**




Ta có:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

Suy ra: $\left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\right| = \text{AC} = \text{a}$

Vẽ $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$, khi đó $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}.$

Gọi I là giao điểm của AC và BD.

Dễ thấy ABCD là hình thoi nên I là trung điểm BD và vuông tại I.

$$BI = AB.\sin A = a.\sin 60^0 = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\Rightarrow BD = 2BI = a\sqrt{3}.$$

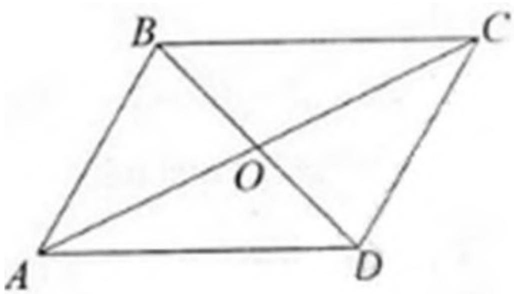
Vậy $\left|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}\right| = a\sqrt{3}.$

## Bài 6 : Cho hình bình hành ABCD có tâm O. Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$ ; b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DB}$

c) $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$ ; d) $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$

**Lời giải:**




(Áp dụng qui tắc tính tổng, hiệu của hai vectơ để biến đổi đến đpcm)

**a)**

$$\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$$

**b)**

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + (-\overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA}$$

$$= \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DB}$$

**c)**

$$\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{BA} \quad \text{(qui tắc 3 điểm)}$$

$$\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{CD} \quad \text{(qui tắc 3 điểm)}$$

Mà $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$ do đó:

$$\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}$$

**d)**

$$\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$$

## Bài 7 : Cho vectơ a, b là hai vectơ khác vectơ 0. Khi nào có đẳng thức

Cho $\vec{a}, \vec{b}$ là hai vector khác $\vec{0}$.

Khi nào có đẳng thức:

a, $|\vec{a}+\vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$;

b, $|\vec{a}+\vec{b}| = |\vec{a}-\vec{b}|$.

**Lời giải:**

a, Đặt $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ và $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$

Giả sử $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng hướng thì A,B,C thẳng hàng, ta có:

$$\begin{cases} \vec{a} + \vec{b} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow \left|\vec{a} + \vec{b}\right| = AC \ (1) \\ \left|\vec{a}\right| + \left|\vec{b}\right| = AB + AC = AC \Rightarrow \left|\vec{a}\right| + \left|\vec{b}\right| = AC \ (2) \end{cases}$$

Từ (1) và (2) suy ra $\left|\vec{a} + \vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right| + \left|\vec{b}\right|$

Vậy $\left|\vec{a} + \vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right| + \left|\vec{b}\right|$ khi $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vector cùng hướng

b, Đặt $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ và $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$

Giả sử $\Delta ABC$ vuông tại B, ta có:

$\vec{a} + \vec{b} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$

(D là đỉnh thứ tư của hình chữ nhật ABCD)

$\vec{a} - \vec{b} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + (-\overrightarrow{BC})$

Gọi C' là điểm đối xứng của C qua B, ta có:

$\vec{a} - \vec{b} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BD'}$

(D là đỉnh thứ tư của hình chữ nhật ABCD)

Do đó:

- $\left|\vec{a} + \vec{b}\right| = \overrightarrow{BD}$
- $\left|\vec{a} - \vec{b}\right| = \overrightarrow{BD'}$

Mà BD = BD' nên $\left|\vec{a} + \vec{b}\right| = \left|\vec{a} - \vec{b}\right|$

Vậy $\left|\vec{a} + \vec{b}\right| = \left|\vec{a} - \vec{b}\right|$ khi $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{b}$.

## Bài 8 : So sánh độ dài, phương và hướng của hai vectơ a và b.

Cho $|\vec{a} + \vec{b}| = 0$. So sánh độ dài, phương và hướng của hai vector $\vec{a}, \vec{b}$.

**Lời giải:**

Vì $|\vec{a} + \vec{b}| = 0$ nên $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$ => $\vec{a} = -\vec{b}$

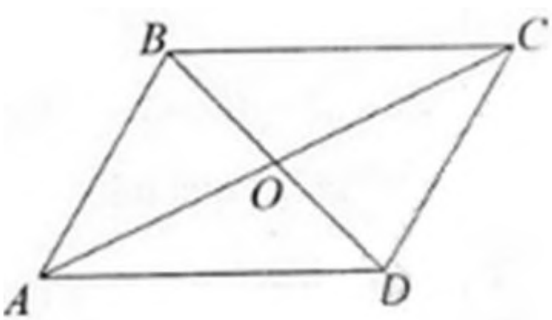
Vậy hai vectơ a và b là hai vector cùng phương, có cùng độ lớn và ngược chiều nhau. (đpcm)

**Bài 9 :** Chứng minh rằng

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$$

khi và chỉ khi trung điểm của hai đoạn thẳng AD và BC trùng nhau.

**Lời giải:**




- Chiều thuận: Nếu

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$$

=> AB // CD và AB = CD

=> ABCD là hình bình hành. Khi đó AD và BC có trung điểm trùng nhau.

- Chiều nghịch: Nếu trung điểm AD và BC trùng nhau => tứ giác ABCD là hình bình hành

Do đó:

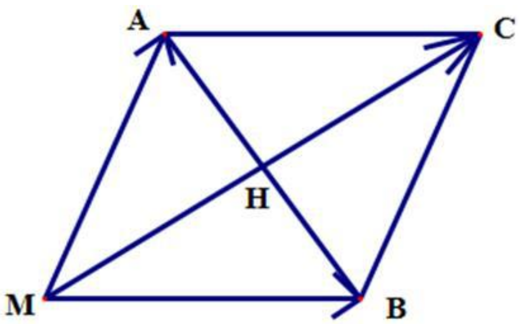
$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$$

## Bài 10  : Cho ba lực

$$\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{MA}, \quad \overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{MB}, \quad \overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{BC}$$

cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của hai lực $F_1$, $F_2$ đều là 100N và $\angle AMB = 60_o$. Tìm cường độ và hướng của lực $F_3$.

**Lời giải:**




Xét ΔAMB ta có: MA = MB = 100N và $\angle AMB = 60_o$ nên ΔAMB đều.

Vậy đường cao MH = $\dfrac{MA\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}$ (N).

Vì $\overrightarrow{F_3}$ là lực tổng hợp của $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ nên:

$\overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{MC}$ với $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$.

Suy ra $\overrightarrow{F_3}$ có cường độ bằng MC và $\overrightarrow{F_3}$ có hướng là

tia phân giác trong của $\widehat{AMB}$.

Vì AMBC là hình thoi nên MC = 2MH.

Do đó: MC = $100\sqrt[3]{3}$ (N)

Vậy $F_3$ $100\sqrt[3]{3}$ (N) và có hướng là tia phân giác của $\angle AMB$