

Bài 1 :

a. Hàm số $y = \cos 3x$ có phải là hàm số chẵn không? Tại sao?

b. Hàm số $y = \tan(x + \pi/5)$ có phải là hàm số lẻ không? Tại sao?

Lời giải:

a. $y = f(x) = \cos 3x$ là hàm số chẵn vì:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$\forall x \in D$ ta có: $-x \in D$

Xét: $f(-x) = \cos(-3x) = \cos 3x = f(x) \forall x \in D$

b. $y = f(x) = \tan\left(x + \frac{\pi}{5}\right)$ không phải là hàm số lẻ vì:

$$f(-x) = \tan\left(-x + \frac{\pi}{5}\right) \neq \tan\left(-x - \frac{\pi}{5}\right) = -f(x) \quad \forall x \in D$$

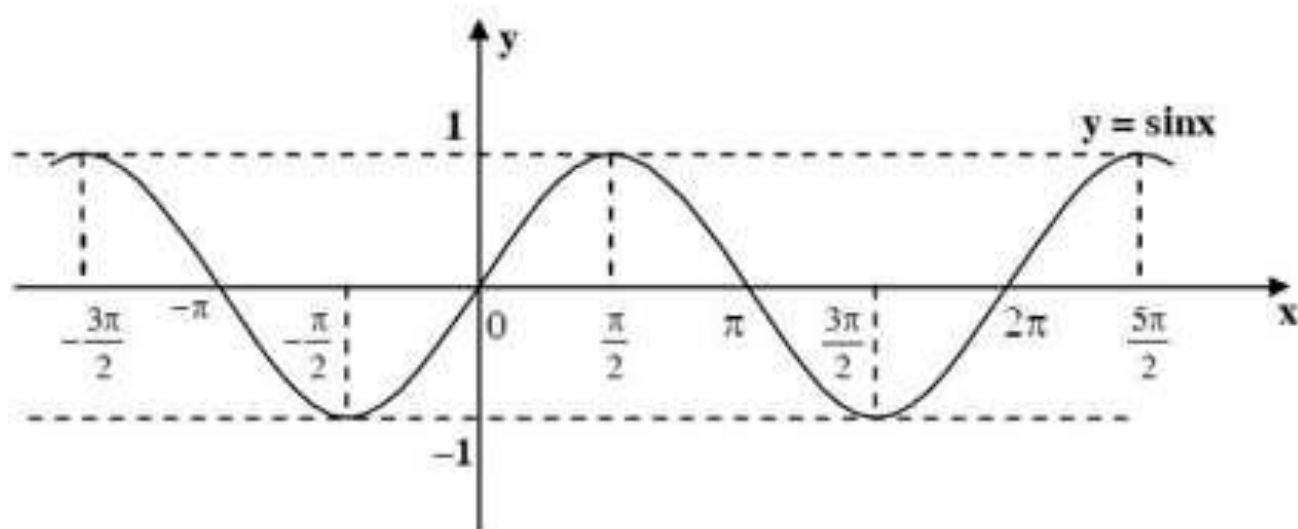
Bài 2 : Căn cứ vào đồ thị hàm số $y = \sin x$, tìm những giá trị của x trên đoạn $[-3\pi/2 ; 2\pi]$ để hàm số đó:

a. Nhận giá trị bằng -1

b. Nhận giá trị âm

Lời giải:

Đồ thị hàm số $y = \sin x$:



a. Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy trên đoạn $[-3\pi/2 ; 2\pi]$, để hàm số $y = \sin x$ nhận giá trị bằng -1 thì

$$x = -\frac{\pi}{2} \text{ và } x = \frac{3\pi}{2}$$

b. Đồ thị hàm số $y = \sin x$ nhận giá trị âm trên đoạn $[-3\pi/2 ; 2\pi]$ trong các khoảng $(-\pi, 0)$ và $(\pi, 2\pi)$

Bài 3 : Tìm giá trị lớn nhất của các hàm số sau:

a. $y = \sqrt{2(1 + \cos x)} + 1$

b. $y = 3\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 2$

Lời giải:

a. $y = \sqrt{2(1 + \cos x)} + 1$

Ta có: $\cos x \leq 1$

$$\Rightarrow 1 + \cos x \leq 2 \Leftrightarrow 2(1 + \cos x) \leq 4$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2(1 + \cos x)} \leq 2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2(1 + \cos x)} + 1 \leq 3$$

$$\Rightarrow y \leq 3 \Rightarrow y_{\max} = 3 \Leftrightarrow \cos x = 1$$

$$\Leftrightarrow x = k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{b. } y = 3\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 2$$

Hàm số $y = 3\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 2$ đạt giá trị

lớn nhất bằng 1 khi $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1$

(vì $-1 \leq \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \leq 1 \quad \forall x \in D$)

Ta có: $y_{\max} = 1 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1$

$$\Leftrightarrow x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi$$

$$\Rightarrow x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Bài 4 : Giải phương trình sau:

$$\text{a. } \sin(x+1) = \frac{2}{3}$$

$$\text{b. } \sin^2 2x = \frac{1}{2}$$

$$\text{c. } \cot^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{3}$$

$$\text{d. } \tan\left(\frac{\pi}{12} + 12x\right) = -\sqrt{3}$$

Lời giải:

$$\text{a.} \sin(x + 1) = \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 = \arcsin \frac{2}{3} + k2\pi \\ x + 1 = \pi - \arcsin \frac{2}{3} + k2\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \arcsin \frac{2}{3} - 1 + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin \frac{2}{3} - 1 + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{b.} \sin^2 2x = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{\pi}{4} \\ \sin 2x = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 2x = \pi - \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 2x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 2x = \pi + \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{\pi}{8} + k\pi \\ x = \frac{3\pi}{8} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{8} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$c. \cot^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} \cot \frac{x}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \cot \frac{\pi}{3} \\ \cot \frac{x}{2} = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3} = \cot \left(-\frac{\pi}{3}\right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ \frac{x}{2} = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$d. \tan \left(\frac{\pi}{12} + 12x \right) = -\sqrt{3} = \tan \left(-\frac{\pi}{3} \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{12} + 12x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow 12x = -\frac{5\pi}{12} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{5\pi}{144} + k\frac{\pi}{12} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Bài 5 : Giải các phương trình sau:

a. $2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$

b. $25\sin^2 x + 15\sin 2x + 9\cos^2 x = 25$

c. $2\sin x + \cos x = 1$

d. $\sin x + 1,5\cot x = 0$

Lời giải:

a. $2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0 \quad (1)$

Đặt $t = \cos x$ với điều kiện $-1 \leq t \leq 1$

(1) $2t^2 - 3t + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x=1 \\ \cos x=\frac{1}{2}=\cos\frac{\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=k2\pi \\ x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$b. 25\sin^2 x + 15\sin 2x + 9\cos^2 x = 25$$

$$\Leftrightarrow 25\sin^2 x + 15.2\sin x.\cos x + 9\cos^2 x = 25(\sin^2 x + \cos^2 x)$$

$$\Leftrightarrow 16\cos^2 x - 30\sin x.\cos x = 0 \Leftrightarrow 2\cos x(8\cos x - 15\sin x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 & (1) \\ 8\cos x - 15\sin x = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$(2) \Leftrightarrow 8\cos x = 15\sin x \Leftrightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{8}{15} (\cos x \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow \tan x = \frac{8}{15} \Leftrightarrow x = \arctan \frac{8}{15} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$c. 2\sin x + \cos x = 1 \quad (1)$$

Chia 2 vế của (1) cho $\sqrt{5}$ ta được:

$$(1) \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{5}}\sin x + \frac{1}{\sqrt{5}}\cos x = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad (2)$$

$$\text{Đặt } \frac{1}{\sqrt{5}} = \sin \alpha; \quad \frac{2}{\sqrt{5}} = \cos \alpha$$

$$(2) \Leftrightarrow \cos \alpha.\sin x + \sin \alpha.\cos x = \sin \alpha$$

$$\Leftrightarrow \sin(x + \alpha) = \sin \alpha$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \alpha = \alpha + k2\pi \\ x + \alpha = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pi - 2\alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$d. \sin x + \frac{3}{2}\cot x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sin x + 3.\frac{\cos x}{\sin x} = 0 \quad (1)$$

Điều kiện: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

$$(1) \Leftrightarrow 2\sin^2 x + 3\cos x = 0 \Leftrightarrow 2(1 - \cos^2 x) + 3\cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 x - 3\cos x - 2 = 0 \quad (2)$$

Đặt $\cos x = t$ với điều kiện $-1 \leq t \leq 1$

$$(2) \Leftrightarrow 2t^2 - 3t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 & (\text{loại}) \\ t = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Bài 6 : Phương trình $\cos x = \sin x$ có số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$ là:

A. 2 B. 4 C. 5 D. 6

Lời giải:

Ta có: $\sin x = \cos x \Leftrightarrow \tan x = 1 \ (\cos x \neq 0) \Leftrightarrow x = \pi/4 + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

Họ nghiệm $x = \pi/4 + k\pi$ có hai nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$ tương ứng với $k = -1$ và $k = 1$.

Vậy chọn đáp án A.

Bài 7 : Phương trình ...

Phương trình $\frac{\cos 4x}{\cos 2x} = \tan 2x$ có

số nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là:

A. 2 B. 3
C. 4 D. 5

Lời giải:

Ta có: $\frac{\cos 4x}{\cos 2x} = \tan 2x \Leftrightarrow \frac{\cos 4x}{\cos 2x} = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} \quad (1)$

Điều kiện: $\cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$

$(1) \Leftrightarrow \cos 4x = \sin 2x \Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 2x = \sin 2x$

$\Leftrightarrow 2\sin^2 2x + \sin 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = -1 \\ \sin 2x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 2x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

Số nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi/2)$ là hai nghiệm $x = \pi/12$ và $x = 5\pi/12$

Vậy chọn đáp án A.

Bài 8 : Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\sin x + \sin 2x = \cos x + 2 \cos 2x$ là:

A. $\frac{\pi}{6}$

B. $\frac{2\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{4}$

D. $\frac{\pi}{3}$

Lời giải:

Ta có: $\sin x + \sin 2x = \cos x + 2\cos^2 x$

$\Leftrightarrow \sin x + 2\sin x \cos x = \cos x(1 + 2\cos x)$

$\Leftrightarrow \sin x (1 + 2\cos x) = \cos x(1 + 2\cos x)$

$$\Leftrightarrow (1+2\cos x)(\sin x - \cos x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1+2\cos x = 0 \\ \sin x - \cos x = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \\ \tan x = 1 (\cos x \neq 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$k = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

Vậy nghiệm dương nhỏ nhất là $x = \frac{\pi}{4}$

Chọn đáp án C.

Bài 9 : Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $2\tan^2 x + 5\tan x + 3 = 0$ là:

A. $-\frac{\pi}{3}$

B. $-\frac{\pi}{4}$

C. $-\frac{\pi}{6}$

D. $-\frac{5\pi}{6}$

Lời giải:

Ta có: $2\tan^2 x + 5\tan x + 3 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = -1 \\ \tan x = -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\left(-\frac{3}{2}\right) + k\pi \end{cases}$$

\Rightarrow Nghiệm âm lớn nhất là $x = -\frac{\pi}{4}$

Chọn đáp án B.

Bài 10 : Phương trình $2\tan x - 2\cot x - 3 = 0$ có số nghiệm thuộc khoảng $(-\pi/2 ; \pi)$ là:

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Lời giải:

$$2\tan x - 2\cot x - 3 = 0 \quad (1)$$

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2}$$

$$\text{Vì } \tan x \cdot \cos x = 1 \text{ nên } \cot x = \frac{1}{\tan x}$$

$$(1) \Leftrightarrow 2\tan x - \frac{2}{\tan x} - 3 = 0 \Leftrightarrow 2\tan^2 x - 3\tan x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 2 \\ \tan x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arctan 2 + k\pi \\ x = \arctan\left(-\frac{1}{2}\right) + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Chọn đáp án C.