

Bài 1 : Cho bốn điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$, $D(-2; 1; -1)$

- a) Chứng minh A, B, C, D là bốn đỉnh của một tứ diện.
- b) Tìm góc giữa hai đường thẳng AB và CD
- c) Tính độ dài đường cao của hình chóp A.BCD

Lời giải:

a) Ta có phương trình của mp(ABC) là:

$$\frac{x}{1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow x + y + z - 1 = 0$$

$$\text{Suy ra } x_D + y_D + z_D - 1 = -1 + 1 - 1 - 1 \neq 0$$

Hay $D \notin \text{mp}(ABC)$

Vậy A, B, C, D là bốn đỉnh của một tứ diện.

$$\text{b) Ta có: } \cos(\overline{AB}, \overline{CD}) = \frac{|\overline{AB} \cdot \overline{CD}|}{|\overline{AB}| \cdot |\overline{CD}|} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\widehat{AB, CD}) = 45^\circ$$

c) mp(BCD) có vector pháp tuyến \vec{n} vuông góc với hai vector

$$\overrightarrow{BC} = (0; -1; 1) \text{ và } \overrightarrow{BD} = (-2; 0; -1),$$

$$\vec{n} = \overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BD} = (1; -2; -2)$$

Vậy phương trình của mp(BCD) là:

$$1(x - 0) - 2(y - 1) - 2(z - 0) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 2z + 2 = 0$$

$$\text{Vậy } h = AH = d(A, \text{mp}(BCD)) = \frac{|1 - 0 - 0 + 2|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = 1$$