

**Bài 1 : Chứng minh rằng một đa diện có các mặt là những tam giác thì tổng số các mặt của nó phải là một số chẵn. Cho ví dụ:**

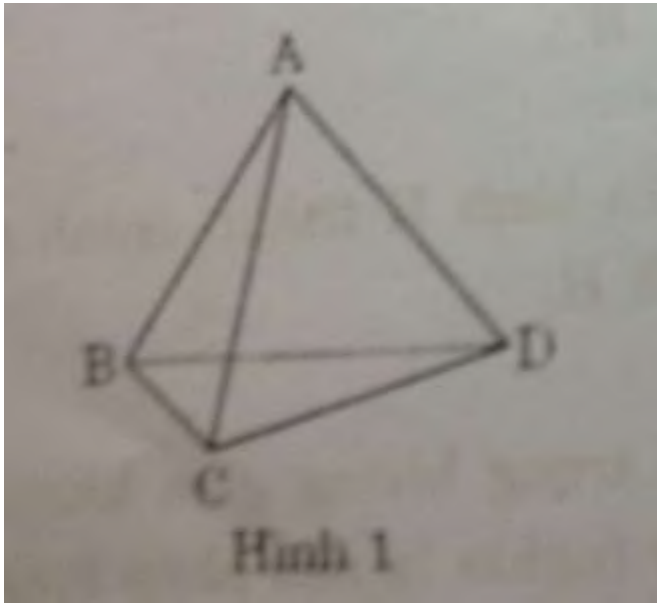
**Lời giải:**

\*Gọi  $a$  là số cạnh,  $b$  là số mặt của khối đa diện.

Nếu khối đa diện có các mặt là tam giác thì mỗi mặt có ba cạnh. Trong ba cạnh đó mỗi cạnh lần lượt là cạnh chung của hai mặt.

Ta có  $3b = 2a$ . Nghĩa là  $b$  chẵn.

\*Ví dụ: hình 1,2



**Bài 2 : Chứng minh rằng một đa diện mà mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của một số lẻ mặt thì tổng số các đỉnh của nó phải là một số chẵn. Cho ví dụ.**

**Lời giải:**

Cho khối đa diện  $G$  có các đỉnh là  $B_1, B_2, \dots, B_n$  và gọi  $M_1, M_2, \dots, M_n$  lần lượt là số các mặt của  $H$  nhận chúng làm đỉnh chung. Tổng số các cạnh của  $G$  là:

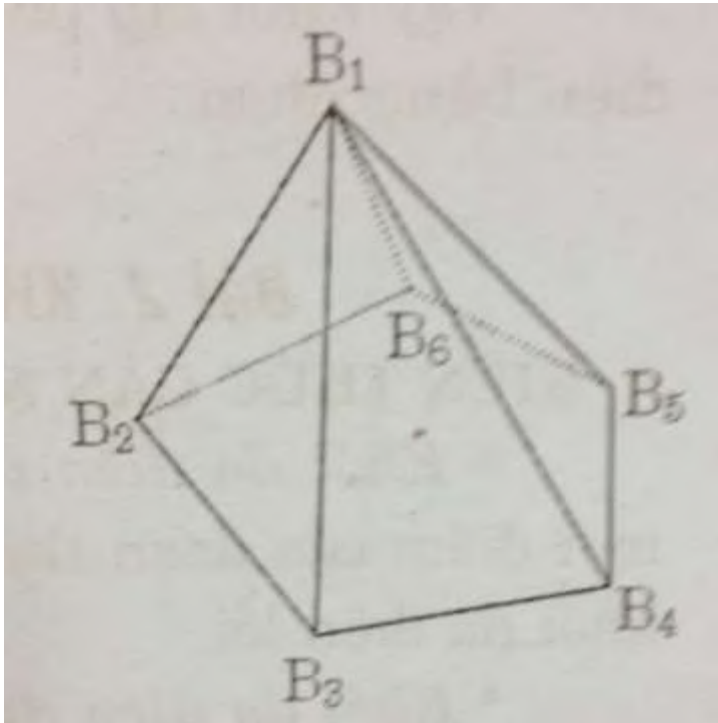
$$C = (M_1 + M_2 + \dots + M_n)/2$$

Vì  $C$  là số nguyên dương nên:

$M_1 + M_2 + \dots + M_n$  là số chẵn.

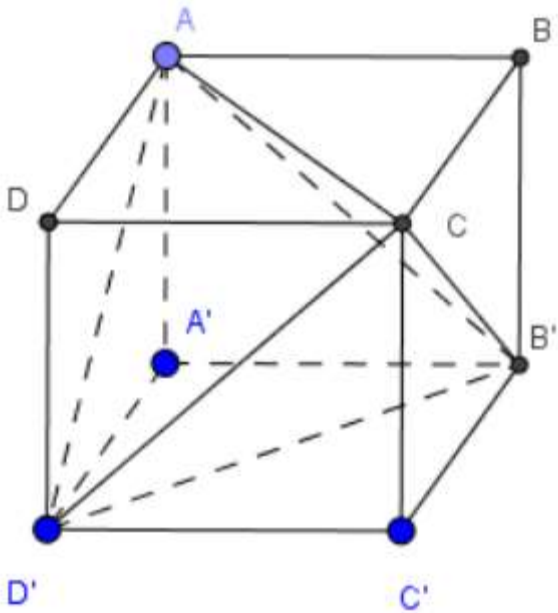
Đồng thời  $M_1, M_2, \dots, M_n$  là  $n$  số tự nhiên lẻ nên tổng của chúng là số chẵn khi  $n$  chẵn.

Ví dụ: Hình chóp ngũ giác  $B_1B_2B_3B_4B_5B_6$  có:  $B_1$  là đỉnh chung của 5 mặt bên. Mỗi đỉnh  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$  là đỉnh chung của ba mặt (hình trên).



### Bài 3 : Chia một khối lập phương thành năm khối tứ diện.

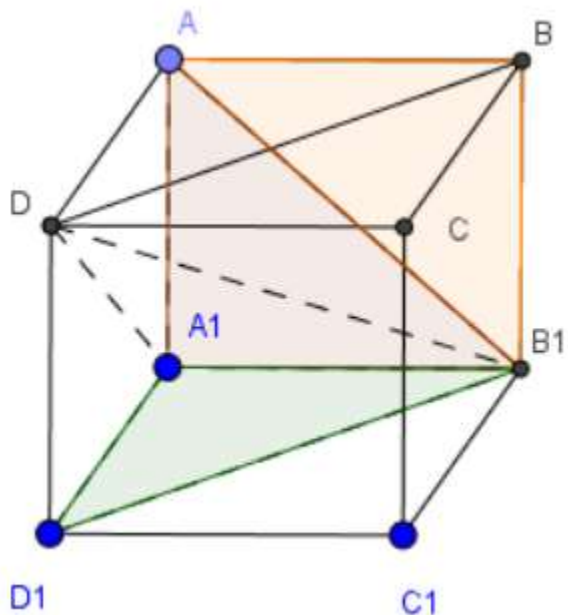
Lời giải:



Trong hình bên, ta có thể chia thành năm khối tứ diện là  $AA'D'B'$ ,  $ABCB'$ ,  $ADCD'$ ,  $AD'CB'$ ,  $CD'C'B'$ .

### Bài 4 : Chia khối lập phương thành sáu khối tứ diện bằng nhau.

Lời giải:



Trong hình bên, ta có thể chia thành sáu khối tứ diện bằng nhau như sau:

+Chia khối lập phương  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$  thành hai khối lăng trụ tam giác bằng nhau:  $ABD.A_1B_1D_1$  và  $BCD.B_1C_1D_1$ .

+Tiếp đó, lần lượt chia khối lăng trụ  $ABD.A_1B_1D_1$  và  $BCD.B_1C_1D_1$  thành ba tứ diện:  $DABB_1$ ,  $DAA_1B_1$  và  $DCBB_1$ ,  $DCC_1B_1$ ,  $DD_1C_1B_1$ .

+Ta chứng minh được các khối tứ diện này bằng nhau như sau:

-Hai khối tứ diện  $DABB_1$  và  $DAA_1B_1$  bằng nhau vì chúng đối xứng nhau qua mặt phẳng  $(DAB_1)$  (1)

-Hai khối tứ diện  $DAA_1B_1$  và  $DD_1A_1B_1$  bằng nhau vì chúng đối xứng nhau qua mặt phẳng  $(B_1A_1D)$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra ba khối tứ diện  $DABB_1$ ,  $DAA_1B_1$  và  $DD_1A_1B_1$  bằng nhau.

-Tương tự, ba khối tứ diện  $DCBB_1$ ,  $DCC_1B_1$ ,  $DD_1C_1B_1$  cũng bằng nhau.

Vậy khối lập phương  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$  được chia thành sáu khối tứ diện bằng nhau.

