

Bài 1 : Giải các phương trình sau:

a. $\sin(x + 2) = 1/3$;

b. $\sin 3x = 1$

c. $\sin\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = 0$ d. $\sin(2x + 20^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Lời giải:

$$\text{a) } \sin(x + 2) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 = \arcsin \frac{1}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x + 2 = \pi - \arcsin \frac{1}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \arcsin \frac{1}{3} - 2 + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = \pi - \arcsin \frac{1}{3} - 2 + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\text{b) } \sin 3x = 1 \Leftrightarrow \sin 3x = \sin \frac{\pi}{2}$$

$$\Leftrightarrow 3x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{c) } \sin\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3} = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x}{3} = \frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + \frac{3k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{d) } \sin(2x + 20^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin(2x + 20^\circ) = \sin(-60^\circ)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 20^\circ = -60^\circ + k360^\circ \\ 2x + 20^\circ = 180^\circ + 60^\circ + k360^\circ \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -80^\circ + k360^\circ \\ 2x = 220^\circ + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -40^\circ + k180^\circ \\ x = 110^\circ + k180^\circ \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Bài 2 : Với những giá trị nào của x thì giá trị của các hàm số $y = \sin 3x$ và $y = \sin x$ bằng nhau?

Lời giải:

Ta có: $\sin 3x = \sin x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = x + k2\pi \\ 3x = \pi - x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Bài 3 : Giải các phương trình sau:

$$\text{a.} \cos(x - 1) = \frac{2}{3}$$

$$\text{b.} \cos 3x = \cos 12^\circ$$

$$\text{c.} \cos\left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\text{d.} \cos^2 2x = \frac{1}{4}$$

Lời giải:

$$\text{a.} \cos(x - 1) = \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow x - 1 = \pm \arccos \frac{2}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \pm \arccos \frac{2}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{b.} \Leftrightarrow \cos 3x = \cos 120^\circ$$

$$\Leftrightarrow 3x = \pm 12^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow x = \pm 4^\circ + k120^\circ, k \in \mathbb{Z}$$

$$c. \quad \cos\left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\frac{2\pi}{3}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ \frac{3x}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11\pi}{18} + \frac{k4\pi}{3} \\ x = -\frac{5\pi}{18} + \frac{k4\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$d. \quad \cos^2 2x = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = \frac{1}{2} \\ \cos 2x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$e) \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = \cos \frac{\pi}{3} \\ \cos 2x = \cos \frac{2\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Bài 4 : Giải phương trình

giải phương trình $\frac{2\cos 2x}{1-\sin 2x} = 0$

Lời giải:

$$\frac{2\cos 2x}{1-\sin 2x} = 0 \text{ (Điều kiện : } \sin 2x \neq 1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ 1-\sin 2x \neq 0 \end{cases}$$

Ta có: $\cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{\pi}{2} + k2\pi$

$$\Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Với $x = \frac{\pi}{4} + k\pi \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$

$\Rightarrow \sin 2x = \sin (\pi/2 + k2\pi) = 1$, vi phạm điều kiện $\sin 2x \neq 1$, do đó ta loại nghiệm $x = \pi/4 + k\pi$ của phương trình $\cos 2x = 0$

Vậy $\frac{2\cos 2x}{1-\sin 2x} = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Bài 5 : Giải các phương trình sau:

a. $\tan(x - 15^0) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

b. $\cot(3x - 1) = -\sqrt{3}$

c. $\cos 2x . \tan x = 0$

d. $\sin 3x . \cot x = 0$

Lời giải:

a. $\tan(x - 15^0) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$$\Leftrightarrow x - 15^\circ = 30^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow x = 45^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$$

$$b. \cot(3x - 1) = -\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \cot(3x - 1) = \cot\left(\frac{5\pi}{6}\right)$$

$$\Leftrightarrow 3x - 1 = \frac{5\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} + \frac{5\pi}{18} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

$$c. \cos 2x \cdot \tan x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \tan x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = k\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x = k\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$d. \sin 3x \cdot \cot x = 0 \Leftrightarrow \sin 3x \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = 0 \quad (1)$$

$$\text{điều kiện: } \sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, (k \in \mathbb{Z})$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 3x = 0 \\ \sin x \neq 0 \\ \cos x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{m\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \quad k, m \in \mathbb{Z}; k \neq 3m$$

Bài 6 (trang 29 SGK Đại số 11): Với giá trị nào của x thì giá trị của các hàm số $y = \tan(\pi/4 - x)$ và $y = \tan 2x$ bằng nhau?

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \tan \left(\frac{\pi}{4} - x \right) = \tan 2x$$

$$\Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{4} - x + k\pi$$

$$\Leftrightarrow 3x = \frac{\pi}{4} + k\pi$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3}, (k \in \mathbb{Z})$$

Bài 7 (trang 29 SGK Đại số 11): Giải các phương trình sau:

a. $\sin 3x - \cos 5x = 0$;

b. $\tan 3x \cdot \tan x = 1$

Lời giải:

a. Ta có: $\sin 3x - \cos 5x = 0 \Leftrightarrow \cos 5x = \sin 3x$

$$\Leftrightarrow \sin \left(\frac{\pi}{2} + 5x \right) = \sin 3x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{2} + 5x = 3x + k2\pi \\ \frac{\pi}{2} + 5x = \pi - 3x + k2\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

b. Điều kiện: $\sin 3x \neq 0, \sin x \neq 0$

Ta có: $\tan 3x \cdot \tan x = 1$

$$\Leftrightarrow \tan 3x = \frac{1}{\tan x} = \cot x$$

$$\Leftrightarrow \tan 3x = \tan \left(\frac{\pi}{2} - x \right)$$

$$\Leftrightarrow 3x = \frac{\pi}{2} - x + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4} \quad (k \in \mathbb{Z})$$