

Bài 1 : Hãy xác định giá trị của x trên đoạn $[-\pi ; 3\pi/2]$ để hàm số $y = \tan x$:

- a. Nhận giá trị bằng 0
- b. Nhận giá trị bằng 1
- c. Nhận giá trị dương
- d. Nhận giá trị âm

Lời giải:

a. $y = \tan x$ nhận giá trị bằng 0

$$\Rightarrow \tan x = 0$$

Vì $x \in \left[-\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$ nên ta có:

$$x = -\pi \Rightarrow \tan(-\pi) = 0 \text{ (thỏa)}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan\left(\pm \frac{\pi}{2}\right) \text{ không xác định}$$

$$x = 0 \Rightarrow \tan(0) = 0 \text{ (thỏa)}$$

$$x = \pi \Rightarrow \tan(\pi) = 0 \text{ (thỏa)}$$

$$x = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \tan\left(\frac{3\pi}{2}\right) \text{ không xác định}$$

Vậy x nhận các giá trị $\{-\pi; 0; \pi\}$

b. $y = \tan x$ nhận giá trị bằng 1.

$$\Rightarrow \tan x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \text{ (} k \in \mathbb{Z} \text{)}$$

$$\text{Vì } x \in \left[-\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$$

$$\text{Chọn } k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \quad (\text{thỏa})$$

$$k = 1 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{4} \quad (\text{thỏa})$$

$$k = -1 \Rightarrow x = -\frac{3\pi}{4} \quad (\text{thỏa})$$

$$k = 2 \Rightarrow x = \frac{9\pi}{4} \notin \left[-\pi; \frac{3\pi}{4}\right]$$

$$k = -2 \Rightarrow x = -\frac{7\pi}{4} \notin \left[-\pi; \frac{3\pi}{4}\right]$$

$$\text{vậy } x \text{ nhận giá trị } \left\{-\frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}\right\}$$

c. Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kì π

$$\text{- TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$$

Đồ thị hàm số $y = \tan x$

- dựa vào đồ thị ta thấy trên đoạn $[-\pi; -3\pi/2]$, hàm số $y = \tan x$ nhận giá trị dương trên các khoảng

$$\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right), \left(0; \frac{\pi}{2}\right), \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$$

d. Từ đồ thị trên, hàm số $y = \tan x$ nhận giá trị âm khi trên các khoảng:

$$\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right) \text{ và } \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$$

Bài 2 : Tìm tập xác định của hàm số:

$$a. y = \frac{1 + \cos x}{\sin x}$$

$$b. y = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}}$$

$$c. y = \tan \left(x - \frac{\pi}{3} \right)$$

$$d. y = \cot \left(x + \frac{\pi}{6} \right)$$

Lời giải:

$$a. y = \frac{1 + \cos x}{\sin x} \text{ (Hàm số xác định khi } \sin x \neq 0 \text{)}$$

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{x | \sin x = 0\} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

$$b. \text{Hàm số } y = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}} \text{ xác định khi } \begin{cases} \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x} \geq 0 \\ 1 - \cos x \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1 + \cos x)(1 - \cos x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \\ \cos x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

\Rightarrow Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

$$c. y = \tan \left(x - \frac{\pi}{3} \right) = \frac{\sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right)}{\cos \left(x - \frac{\pi}{3} \right)} \text{ xác định khi:}$$

$$\cos \left(x - \frac{\pi}{3} \right) \neq 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{\pi}{3} \right) \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, x \neq \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \text{Tập xác định: } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$d. y = \cot \left(x + \frac{\pi}{6} \right) \text{ xác định khi } \sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) \neq 0$$

$$\Rightarrow \text{Tập xác định: } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

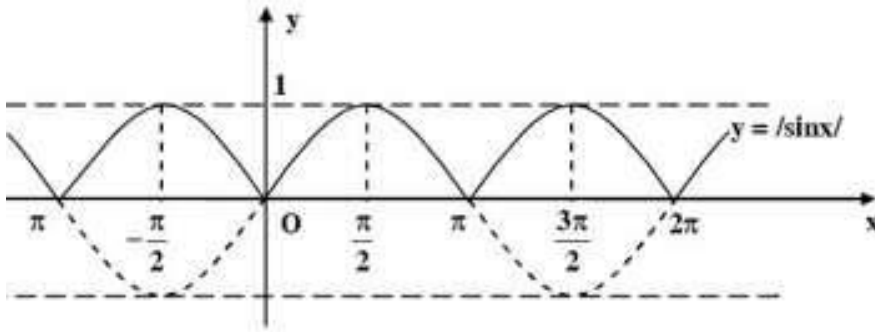
Bài 3 : Dựa vào đồ thị của hàm số $y = \sin x$, vẽ đồ thị của hàm số $y = |\sin x|$

Lời giải:

Hàm số $y = \sin x$ có chu kì 2π

$$y = |\sin x| = \begin{cases} \sin x, & \text{nếu } \sin x \geq 0 \\ -\sin x, & \text{nếu } \sin x < 0. \end{cases}$$

Đồ thị:



Từ đồ thị hàm số $y = \sin x$ ta lấy đối xứng qua trục Ox các phần đồ thị trên đoạn $[\pi + k2\pi; 2\pi + k2\pi]$, giữ nguyên phần đồ thị còn lại ($k \in \mathbb{Z}$), thì đó chính là đồ thị hàm số $y = |\sin x|$

Bài 4 : Chứng minh rằng $\sin 2(x + k\pi) = \sin 2x$ với mọi số nguyên k . Từ đó vẽ đồ thị hàm số $y = \sin 2x$

Lời giải:

Ta có: $\sin 2x (x + k\pi) = \sin (2x + k2\pi) = \sin 2x, (k \in \mathbb{Z})$

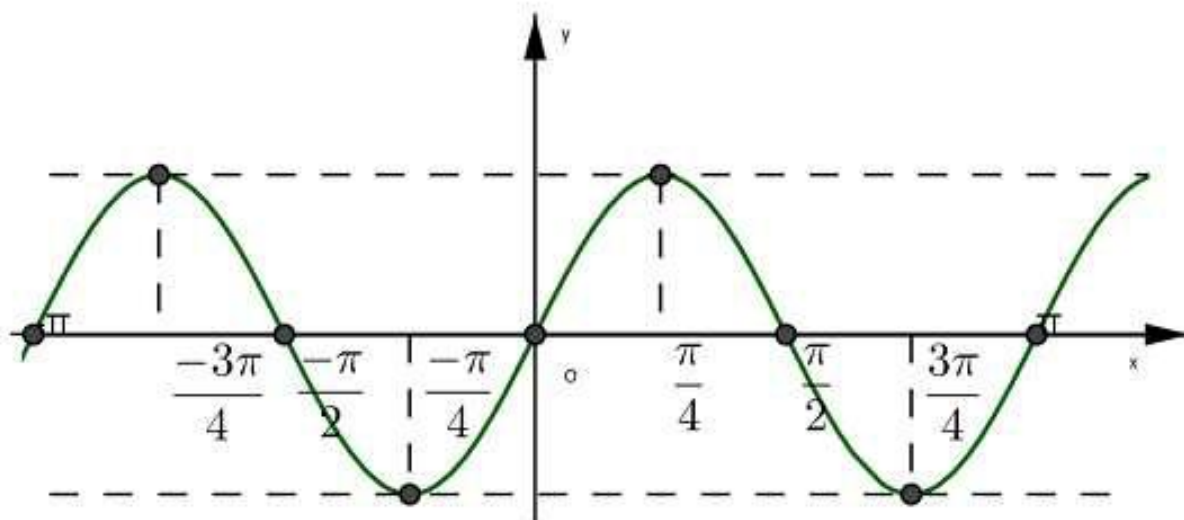
Hàm số $y = \sin 2x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì π và là hàm số lẻ.

$$\text{Cho } x = 0 \Rightarrow y = 0, x = \pm \frac{\pi}{4} \Rightarrow y = \pm 1$$

$$x = \pm \frac{\pi}{2} \Rightarrow y = 0, x = \pm \frac{3\pi}{4} \Rightarrow y = \mp 1$$

$$x = \pm \pi \Rightarrow y = 0$$

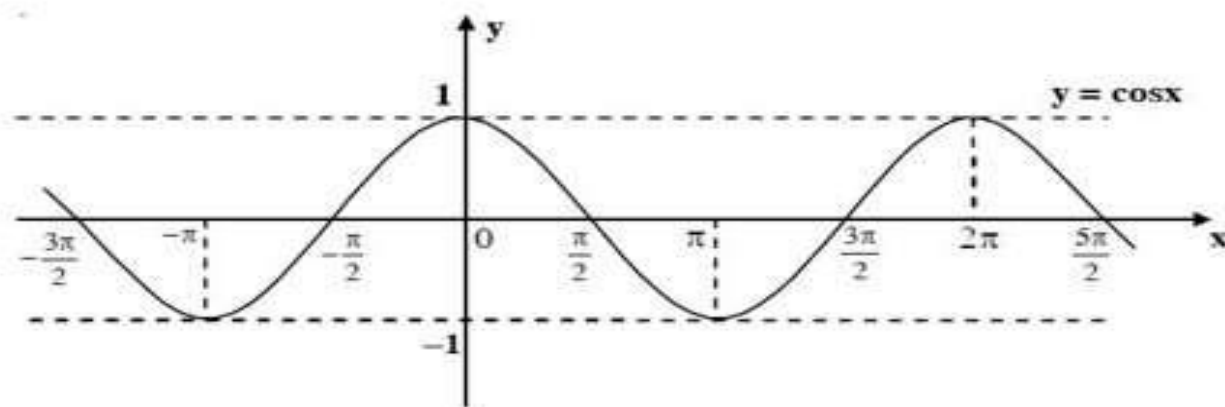
Đồ thị:



Bài 5 : Dựa vào đồ thị hàm số $y = \cos x$, tìm các giá trị của x để $\cos x = 1/2$

Lời giải:

Đồ thị hàm số $y = \cos x$:



Dựa vào đồ thị hàm số $y = \cos x$:

Để $\cos x = 1/2$ thì đường thẳng $y = 1/2$ cắt đồ thị hàm số $y = \cos x$, hoành độ giao điểm giữa $y = \cos x$ và $y = 1/2$ là:

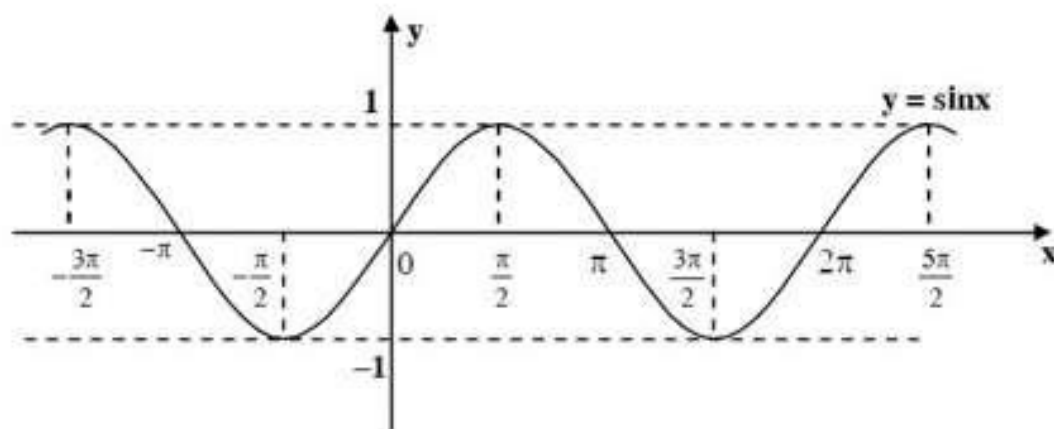
$$\cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy x nhận giá trị $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

Bài 6 : Dựa trên đồ thị hàm số $y = \sin x$, tìm các khoảng giá trị của x để hàm số đó nhận giá trị dương.

Lời giải:

Đồ thị hàm số $y = \sin x$:



Dựa vào đồ thị hàm số $y = \sin x$, để hàm số nhận giá trị dương thì:

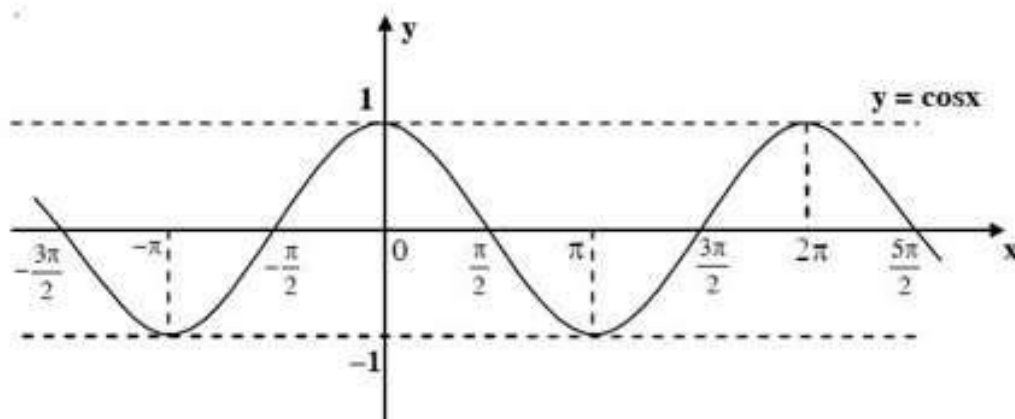
$x \in (-2\pi; -\pi); (0; \pi); (2\pi; 3\pi) \dots$

hay $x \in (k2\pi; \pi + k2\pi)$ với $k \in \mathbb{R}$.

Bài 7 : Dựa vào đồ thị hàm số $y = \cos x$, tìm các khoảng giá trị của x để hàm số đó nhận giá trị âm.

Lời giải:

Đồ thị hàm số $y = \cos x$:



Dựa vào đồ thị hàm số $y = \cos x$, để hàm số nhận giá trị âm thì:

$$x \in \left(-\frac{3\pi}{3}; -\frac{\pi}{2}\right); \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right) \dots \text{ hay } x \in \left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}.$$

Bài 8 : Tìm giá trị lớn nhất của các hàm số:

a. $y = 2\sqrt{\cos x} + 1$

b) $y = 3 - 2\sin x$

Lời giải:

a. $y = 2\sqrt{\cos x} + 1$

vì $-1 \leq \cos x \leq 1$ ($\forall x \in \mathbb{R}$)

$$\Rightarrow 0 \leq \sqrt{\cos x} \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 2\sqrt{\cos x} \leq 2$$

$$\Rightarrow 1 \leq 2\sqrt{\cos x} + 1 \leq 3 \Rightarrow 1 \leq y \leq 3$$

$$\Rightarrow y_{\max} = 3 \Leftrightarrow \sqrt{\cos x} = 1 \Leftrightarrow \cos x = 1$$

$$\Leftrightarrow x = k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

b. $y = 3 - 2\sin x$

Ta có: $-1 \leq \sin x \leq 1$

$$\Leftrightarrow -2 \leq 2\sin x \leq 2 \Leftrightarrow 2 \geq 2\sin x \geq -2$$

$$\Leftrightarrow 5 \geq 3 - 2\sin x \geq 1 \Leftrightarrow 1 \leq y \leq 5$$

$$\Rightarrow y_{\max} = 5 \Leftrightarrow \sin x = -1$$

$$\Leftrightarrow x = -\pi/2 + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$