

## Bài 1: Viết phương trình mặt phẳng:

a) Đi qua điểm  $M(1; -2; 4)$  và nhận

$\vec{n} = (2; 3; 5)$  làm vector pháp tuyến.

b) Đi qua điểm  $A(0; -1; 2)$  và song song

với giá của hai vector:

$\vec{u} = (3; 2; 1)$  và  $\vec{v} = (-3; 0; 1)$

c) Đi qua ba điểm  $A(-3; 0; 0)$ ,  $B(0; -2; 0)$ ,  $C(0; 0; -1)$ .

### Lời giải:

a) Mặt phẳng (P) đi qua điểm  $M(1; -2; 4)$  và nhận  $\vec{n} = (2; 3; 5)$

làm vector pháp tuyến có phương trình :

$$(P) 2(x - 1) + 3(y + 2) + 5(z - 4) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y + 5z - 16 = 0$$

b) Mặt phẳng (Q) song song với giá của hai vector:

$\vec{u} = (3; 2; 1)$  và  $\vec{v} = (-3; 0; 1)$  nên vtpt  $\vec{n} = [\vec{u}; \vec{v}] = (2; -6; 6)$

(Q) đi qua  $A(0; -1; 2)$  nên (Q) :  $2(x - 0) - 6(y + 1) + 6(z - 2) = 0$

$$\Leftrightarrow x - 3y + 3z - 9 = 0$$

c) (R) đi qua ba điểm  $A(-3; 0; 0)$ ,  $B(0; -2; 0)$ ,  $C(0; 0; -1)$  nên

$$(R) : \frac{x}{-3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{-1} = 1 \Leftrightarrow 2x + 3y + 6z + 6 = 0.$$

## Bài 2 : Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB với $A(2; 3; 7)$ , $B(4; 1; 3)$

### Lời giải:

Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Khi đó  $M(3; 2; 5)$

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

Mp(P) đi qua M và có vector pháp tuyến

$$\vec{AB} = (2; -2; -4)$$

Phương trình của mp(P) là:

$$2(x - 3) - (y - 2) - 4(z - 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - y - 2z + 9 = 0$$

### Bài 3 :

- a) Lập phương trình của các mặt phẳng tọa độ Oxy, Oyz và Ozx
- b) Lập phương trình của các mặt phẳng đi qua điểm M(2; 6; -3) và lần lượt song song với các mặt phẳng tọa độ.

#### Lời giải:

$$a)*Oxy: 0(x - 0) + 0(y - 0) + 1(z - 0) = 0 \Leftrightarrow z = 0$$

$$*Oyz: 1(x - 0) + 0(y - 0) + 0(z - 0) = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$*Ozx: 0(x - 0) + 1(y - 0) + 1(z - 0) = 0 \Leftrightarrow y = 0$$

b) Gọi (P), (Q), (R) lần lượt là các mặt phẳng đi qua điểm M(2; 6; -3) và song song với các mặt phẳng tọa độ Oxy, Oyz và Ozx.

Ta có: mp(P) // mp(Oxy) nên mp(P)  $\perp$  Oz

$\Rightarrow$  mp(P) có vectơ pháp tuyến  $\vec{k} = (0; 0; 1)$

Vậy phương trình của mp(P) là:

$$0(x - 2) + 0(y - 6) + 1(z + 3) = 0 \Leftrightarrow z + 3 = 0$$

Tương tự, các mặt phẳng (Q) và (R)

có phương trình theo thứ tự là:

$$1(x - 2) + 0(y - 6) + 0(z + 3) = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0$$

$$0(x - 2) + 1(y - 6) + 0(z + 3) = 0 \Leftrightarrow y - 6 = 0$$

### Bài 4 : Lập phương trình mặt phẳng:

- a) Chứa trục Ox và điểm P(4; -1; 2)
- b) Chứa trục Oy và điểm Q(1; 4; -3)
- c) Chứa trục Oz và điểm R(3; -4; 7)

#### Lời giải:

a) Gọi (P) là mặt phẳng chứa điểm P(4; -1; 2) và trục Oz

Khi đó mp(P) có vector pháp tuyến  $\vec{n}$  vuông góc với hai vector:

$$\vec{i} = (1; 0; 0) \text{ và } \vec{OP} = (4; -1; 2), \quad \vec{n} = [\vec{i}; \vec{OP}] = (0, -2, -1)$$

Vậy phương trình của mp(P) là:

$$0(x - 0) - 2(y - 0) - 1(z - 0) = 0 \Leftrightarrow 2y + z = 0$$

b) Gọi (Q) là mặt phẳng chứa điểm Q(1; 4; -3) và trục Oy

Khi đó mp(Q) có vector pháp tuyến  $\vec{n}$  vuông góc với hai vector:

$$\vec{j} = (0; 1; 0) \text{ và } \vec{OQ} = (1; 4; -3), \quad \vec{n} = [\vec{j}; \vec{OQ}] = (-3; 0; -1)$$

Vậy phương trình của mp(Q) là:

$$-3(x - 0) + 0(y - 0) - 1(z - 0) = 0 \Leftrightarrow 3x + z = 0$$

c) Gọi (R) là mặt phẳng chứa điểm R(3; -4; 7) và trục Oz.

ta có phương trình của mp(R) là:  $4x + 3y = 0$

## **Bài 5 : Cho tứ diện có các đỉnh là A(5; 1; 3), B(1; 6; 2), C(5; 0; 4), D(4; 0; 6)**

a) Hãy viết phương trình của các mặt phẳng (ACD) và (BCD)

b) Hãy viết phương trình mặt phẳng ( $\alpha$ ) đi qua cạnh AB và song song với cạnh CD.

### **Lời giải:**

a) Vector pháp tuyến của mặt phẳng (ACD) vuông góc

với hai vector  $\vec{AC} = (0; -1; 1)$  và  $\vec{AD} = (-1; -1; 3)$ .

$$\text{Vậy } \vec{n} = [\vec{AC}; \vec{AD}] = (-2; -1; -1)$$

vậy phương trình của mp(ACD) là:

$$-2(x - 5) - 1(y - 1) - 1(z - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x + y + z - 14 = 0$$

Tương tự, phương trình của mp(BCD) là:

$$6x + 5y + 3z - 42 = 0$$

b) Gọi (P) là mặt phẳng đi qua cạnh AB và song song với

cạnh CD. Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến  $\vec{n}$  vuông

góc với hai vector  $\vec{AB} = (-4; 5; -1)$  và  $\vec{CD} = (-1; 0; 2)$ ,

$$\vec{n} = [\vec{AB}; \vec{CD}] = (10; 9; 5)$$

Vậy phương trình của (P) là:

$$10(x - 5) + 9(y - 1) + 5(z - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 10x + 9y + 5z - 74 = 0$$

**Bài 6 : Hãy viết phương trình mặt phẳng ( $\alpha$ ) đi qua điểm  $M(2; -1; 2)$  và song song với mặt phẳng ( $\beta$ ) :  $2x - y + 3z + 4 = 0$**

**Lời giải:**

Vì mặt phẳng ( $\alpha$ ) song song với mặt phẳng ( $\beta$ ) :  $2x - y + 3z + 4 = 0$  nên phương trình của mp( $\alpha$ ) có dạng  $2x - y + 3z + D = 0$

Vì  $M(2; -1; 2) \in \text{mp}(\alpha)$  nên  $4 + 1 + 6 + D = 0 \Leftrightarrow D = -11$

Vậy phương trình của mp( $\alpha$ ) là:  $2x - y + 3z - 11 = 0$

**Bài 7 : Lập phương trình mặt phẳng ( $\alpha$ ) qua hai điểm  $A(1; 0; 1)$ ,  $B(5; 2; 3)$  và vuông góc với mặt phẳng ( $\beta$ ) :  $2x - y + z - 7 = 0$**

**Lời giải:**

Vector pháp tuyến của mp( $\beta$ ) là  $\overrightarrow{n_\beta} = (2; -1; 1)$

Vì mặt phẳng ( $\alpha$ ) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng ( $\beta$ ) nên mặt phẳng ( $\alpha$ ) có vector pháp

tuyến  $\overrightarrow{n}$  vuông góc với hai vector  $\overrightarrow{AB} = (4; 2; 2)$

và  $\overrightarrow{n_\beta} = (2; -1; 1)$ ,

$$\overrightarrow{n} = [\overrightarrow{AB} \ \overrightarrow{n_\beta}] = (1; 0; -2)$$

Vậy phương trình của mp( $\alpha$ ) là:

$$1(x - 1) - 2(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x - 2z + 1 = 0$$

**Bài 8 : Xác định các giá trị của m và n để mỗi cặp mặt phẳng sau đây là một cặp mặt phẳng song song với nhau;**

a)  $2x + my + 3z - 5 = 0$  và  $nx - 8y - 6z + 2 = 0$

b)  $3x - 5y + mz - 3 = 0$  và  $2x + ny - 3z + 1 = 0$

**Lời giải:**

$$\text{a)Ta có: } (\alpha) // (\beta) \Leftrightarrow \frac{2}{n} = \frac{m}{-8} = \frac{3}{-6} \neq \frac{-5}{2}$$

vậy  $n = -4$  và  $m = 4$

$$\text{b)Ta có: } (\alpha) // (\beta) \Leftrightarrow \frac{3}{2} = \frac{-5}{n} = \frac{m}{-3} \neq \frac{-3}{1}$$

$$\text{vậy } n = -\frac{10}{3} \text{ và } m = -\frac{9}{2}$$

**Bài 9 : Tính khoảng cách từ điểm  $A(2; 4; -3)$  lần lượt đến các mặt phẳng sau:**

$$\text{a) } 2x - y + 2z - 9 = 0 \text{ (}\alpha\text{)}$$

$$\text{b) } 12x - 5z + 5 = 0 \text{ (}\beta\text{)}$$

$$\text{c) } x = 0 \text{ (}\gamma\text{)}$$

**Lời giải:**

$$\text{a)Ta có: } d_1 = d(A; (\alpha)) = \frac{|2(2) - (4) + 2(-3) - 9|}{\sqrt{4 + 1 + 4}} = 5$$

$$\text{b)Ta có: } d_2 = d(A; (\beta)) = \frac{|12(2) - 5(-3) + 5|}{\sqrt{144 + 25}} = \frac{44}{13}$$

$$\text{c)Ta có: } d_3 = d(A; (\gamma)) = \frac{|2|}{\sqrt{1 + 0 + 0}} = 2$$

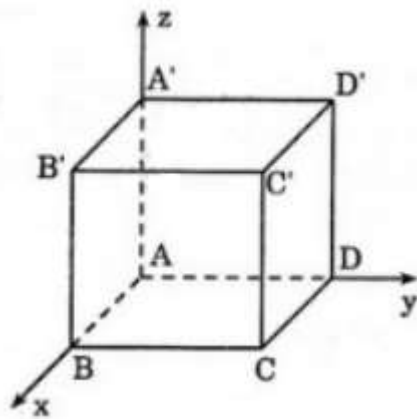
**Bài 10: giải bài toán sau đây bằng phương pháp tọa độ:**

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng 1.

a)Chứng minh hai mặt phẳng (AB'D') và (BC'D) song song.

b)Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng nói trên.

**Lời giải:**



Chọn hệ trục tọa độ Oxyz có gốc  $O \equiv A$ ,  $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{i}$ ,

$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{j}$ ,  $\overrightarrow{OA'} = \overrightarrow{k}$ . Ta có tọa độ các điểm lần lượt như sau:  $A(0; 0; 0)$ ,  $B(1; 0; 0)$ ,  $C(1; 1; 0)$ ,  $D(0; 1; 0)$ ,  $A'(0; 0; 1)$ ,  $B'(1; 0; 1)$ ,  $C'(1; 1; 1)$ ,  $D'(0; 1; 1)$

a) mp( $AB'D'$ ) có vector pháp tuyến  $\overrightarrow{n}$  vuông góc với hai vector  $\overrightarrow{AB'} = (1; 0; 1)$  và  $\overrightarrow{AD'} = (0; 1; 1)$  nên  
 $\overrightarrow{n} = [\overrightarrow{AB'}; \overrightarrow{AD'}] = (1; 1; -1)$

vậy phương trình của mp( $AB'D'$ ) là:

$$1(x - 1) + 1(y - 0) - 1(z - 0) = 0 \Leftrightarrow x + y - z = 0$$

Tương tự ta tìm được phương trình của mp( $BC'D$ ) là:

$$x + y - z - 1 = 0$$

ta có:  $\frac{1}{1} = \frac{1}{1} \neq \frac{-1}{-1} \neq \frac{0}{-1}$  suy ra mp( $AB'D'$ ) // mp( $BC'D$ )

b) Ta có: mp( $AB'D'$ ) // mp( $BC'D$ )

$$\text{nên } d((AB'D'), mp(BC'D)) = d(A, (BC'D)) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$