Bài 1 : Thực hiện các phép chia sau:

a)
$$\frac{2+i}{3-2i}$$

b)
$$\frac{1+i\sqrt{2}}{2+i\sqrt{3}}$$

c)
$$\frac{5i}{2-3i}$$

d)
$$\frac{5-2i}{i}$$

Lời giải:

a) Ta có:
$$\frac{2+i}{3-2i} = \frac{(2+i)(3+2i)}{(3-2i)(3+2i)}$$

= $\frac{3.2-1.2}{3^2+2^2} + \frac{2.2+1.3}{3^2+2^2}i = \frac{4}{13} + \frac{7}{13}i$

b) Ta có:
$$\frac{1+i\sqrt{2}}{2+i\sqrt{3}} = \frac{(1+i\sqrt{2})(2-i\sqrt{3})}{(2+i\sqrt{3})(2-i\sqrt{3})}$$
$$= \frac{2+\sqrt{6}}{7} + \frac{2\sqrt{2}-\sqrt{3}}{7}i$$

c) Ta có:
$$\frac{5i}{2-3i} = \frac{5i(2+3i)}{2^2+3^2} = -\frac{15}{13} + \frac{10}{13}i$$

d) Ta có:
$$\frac{5-2i}{i} = (5-2i)(-i) = -2-5i$$

Bài 2 : Tìm nghịch đảo của z là:

a)
$$z = 1 + 2i$$

b)
$$z = \sqrt{2} - 3i$$

c)
$$z = i$$

d)
$$z = 5 + i\sqrt{3}$$

Lời giải:

Cho số phức $z = a + bi \neq 0$,

nghịch đảo của z là:
$$\frac{1}{z} = \frac{a-bi}{a^2+b^2} = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$$

Áp dụng ta tính được kết quả sau:

a)
$$\frac{1}{(1+2i)} = \frac{1-2i}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{1-2i}{1^2+2^2} = \frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$$

b)
$$\frac{1}{\sqrt{2}-3i} = \frac{\sqrt{2}+3i}{2+9} = \frac{\sqrt{2}}{11} + \frac{3}{11}i$$

c)
$$\frac{1}{i} = -i$$

d)
$$\frac{1}{5+i\sqrt{3}} = \frac{5-i\sqrt{3}}{5^2+3} = \frac{5}{28} - \frac{\sqrt{3}}{28}i$$

Bài 3 : Thực hiện các phép tính sau:

a)
$$2i(3+i)(2+4i)$$
 b($\frac{((1+i)^2(2i)^8)}{-2+i}$
c) $3+2i+(6+i)(5+i)$ d) $4-3i+\frac{5+4i}{3+6i}$

c)
$$3 + 2i + (6 + i)(5 + i)$$
 d) $4 - 3i + \frac{5+4i}{3+6i}$

Lời giải:

a)
$$2i(3+i)(2+4i) = (-2+6i)(2+4i)$$

= $-4-24+(-2.4+6.2)i = -28+4i$

b)
$$\frac{\left((1+i)^2(2i)^3\right)}{-2+i} = \frac{(2i)(2i)^3(-2-i)}{4+1}$$
$$= \frac{16}{5}(-2-i) = -\frac{32}{5} - \frac{16}{5}i$$

c)
$$3 + 2i + (6 + i)(5 + i)$$

= $3 + 2i + (30 - 1) + 11i = 32 + 13i$

d)
$$4 - 3i + \frac{5+4i}{3+6i} = 4 - 3i + \frac{(5+4i)(3-6i)}{3^2+6^2}$$

= $(4-3i) + \left(\frac{39}{45} - \frac{18}{45}i\right) = \frac{73}{15} - \frac{51}{15}i$

Bài 4: Giải các phương trình sau:

a)
$$(3 - 2i)x + (4 + 5i) = 7 + 3i$$

b)
$$(1 + 3i)x - (2 + 5i) = (2 + i)x$$

c)
$$[x/(4-3i)] + (2-3i) = 5-2i$$

Lời giải:

a)
$$(3-2i)x + (4+5i) = 7+3i$$

 $\Leftrightarrow (3-2i)x = (7+3i) - (4+5i) = 3-2i$
 $\Rightarrow x = \frac{3-2i}{3-2i} = 1$

b)
$$(1+3i)x - (2+5i) = (2+i)x$$

 $\Leftrightarrow (1+3i)x - (2+i)z = (2+5i)$
 $\Leftrightarrow (-1+2i)x = (2+5i)$
 $\Rightarrow x = \frac{2+5i}{-1+2i} = \frac{8}{5} - \frac{9}{5}i$

c)
$$\frac{x}{4-3i} + (2-3i) = 5-2i$$

 $\Leftrightarrow \frac{x}{4-3i} = (5-2i) - (2-3i) = 3+i$
 $\Leftrightarrow x = (3+i)(4-3i) = 15-5i$