

Bài 1 : Tìm các tiệm cận của đồ thị hàm số:

$$\text{a) } y = \frac{x}{2-x} \quad ;$$

$$\text{b) } y = \frac{-x+7}{x+1}$$

$$\text{c) } y = \frac{2x-5}{5x-2} \quad ;$$

$$\text{d) } y = \frac{7}{x} - 1$$

Lời giải:

a) Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x}{2-x} = +\infty$$

\Rightarrow Đồ thị có tiệm cận đứng là $x = 2$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{2-x} = -1$$

\Rightarrow Đồ thị có tiệm cận ngang là $y = -1$.

b) Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-x+7}{x+1} = -\infty$$

\Rightarrow Đồ thị có tiệm cận đứng là $x = -1$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x+7}{x+1} = -1$$

\Rightarrow Đồ thị có tiệm cận ngang là $y = -1$.

c) Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{2}{5}^+} \frac{2x-5}{5x-2} = +\infty$$

\Rightarrow Đồ thị có tiệm cận đứng là $x = 2/5$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-5}{5x-2} = \frac{2}{5}$$

\Rightarrow Đồ thị có tiệm cận ngang là $y = 2/5$.

d) Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7}{x} - 1 = +\infty$$

⇒ Đồ thị có tiệm cận đứng là $x = 0$ (trục Oy).

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7}{x} - 1 = -1$$

⇒ Đồ thị có tiệm cận ngang là $y = -1$.

Bài 2 : Tìm các tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số:

a) $y = \frac{2-x}{9-x^2}$;

b) $y = \frac{x^2 + x + 1}{3 - 2x - 5x^2}$

c) $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1}$;

d) $y = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1}$

Lời giải:

a) Vì

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{2-x}{9-x^2} = -\infty, \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2-x}{9-x^2} = +\infty$$

$$\text{hoặc } \left(\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{2-x}{9-x^2} = -\infty, \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2-x}{9-x^2} = +\infty \right)$$

nên đồ thị có hai đường tiệm cận đứng là $x = -3$ và $x = 3$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-x}{9-x^2} = 0$$

⇒ đồ thị có tiệm cận ngang là $y = 0$.

b) Vì

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 + x + 1}{3 - 2x - 5x^2} = -\infty, \lim_{x \rightarrow \frac{3}{5}^-} \frac{x^2 + x + 1}{3 - 2x - 5x^2} = -\infty$$

$$\text{hoặc } \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 + x + 1}{3 - 2x - 5x^2} = +\infty, \lim_{x \rightarrow \frac{3}{5}^+} \frac{x^2 + x + 1}{3 - 2x - 5x^2} = +\infty$$

nên đồ thị có hai đường tiệm cận đứng là $x = -1$ và $x = 3/5$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x + 1}{3 - 2x - 5x^2} = -\frac{1}{5}$$

\Rightarrow đồ thị có tiệm cận ngang là $y = -1/5$.

c) Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1} = -\infty$$

\Rightarrow đồ thị có tiệm cận đứng là $x = -1$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1} = +\infty$$

\Rightarrow đồ thị không có tiệm cận ngang.

d) Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} = -\infty$$

\Rightarrow đồ thị có tiệm cận đứng là $x = 1$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)}{\sqrt{x} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{x}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{x}}} = 1$$

\Rightarrow đồ thị có tiệm cận ngang là $y = 1$.