

Bài 1 : Cho tam giác ABC. Dựng ảnh của nó qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm B có tỉ số $\frac{1}{2}$ và phép đối xứng qua đường trung trực của BC.

Lời giải:

• Qua phép vị tự $\partial_{(B; 1/2)}$

*A biến thành B', B' là trung điểm của BA vì $BB' = \frac{1}{2}BA$

*B biến thành chính nó.

*C biến thành C', C' là trung điểm của BC vì $BC' = \frac{1}{2}BC$

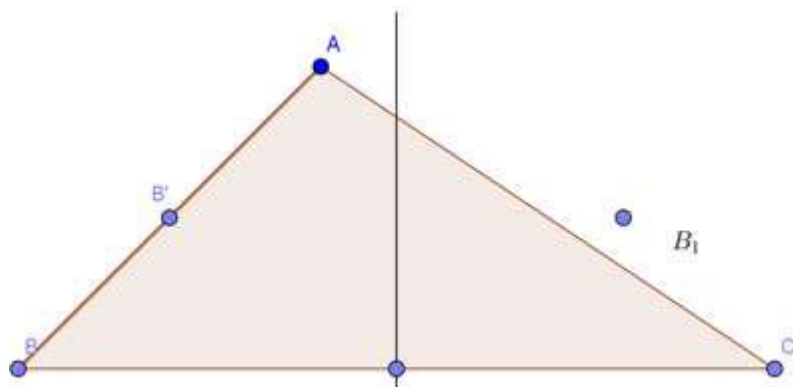
• Qua phép đối xứng trục Δ (Δ là trung trực của BC).

*B' biến thành B₁ (Δ là đường thẳng trung trực của B'B₁)

*B biến thành C.

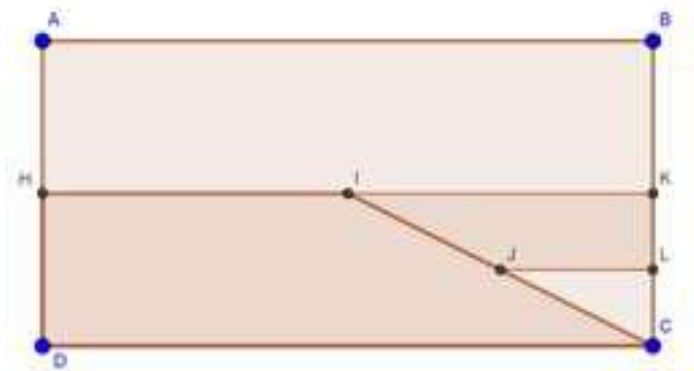
*C' biến thành chính nó.

Vậy thực hiện liên tiếp phép vị tự và phép đối xứng trục Δ , tam giác ABC biến thành tam giác B₁CC'.



Bài 2 : Cho hình chữ nhật ABCD, AC và BD cắt nhau tại I. Gọi H, K, L, J lần lượt là trung điểm của AD, BC, KC và IC. Chứng minh rằng hai hình thang JLKI và IHDC đồng dạng với nhau.

Lời giải:



Trước hết thực hiện phép đối xứng tâm I, ta có:

$C \rightarrow A, D \rightarrow B, H \rightarrow K.$

Hình thang IHDC \rightarrow hình thang IKBA.

Tiếp theo thực hiện phép vị tự tâm C, tỉ số $k = 1/2$, ta có:

$A \rightarrow I, I \rightarrow J, B \rightarrow K, K \rightarrow L$

Hình thang IKBA \rightarrow hình thang JLKI.

Vậy nếu thực hiện liên tiếp phép đối xứng \mathcal{D}_I và phép vị tự $V_{(C;1/2)}$ thì hình thang IHDC biến thành hình thang JLKI.

Suy ra hai hình thang IHDC và JLKI đồng dạng với nhau.

Bài 3 : Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $I(1; 1)$ và đường tròn tâm I bán kính 2. Viết phương trình đường tròn là ảnh của đường tròn trên qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O, góc 45° và phép vị tự tâm O, tỉ số căn 2 .

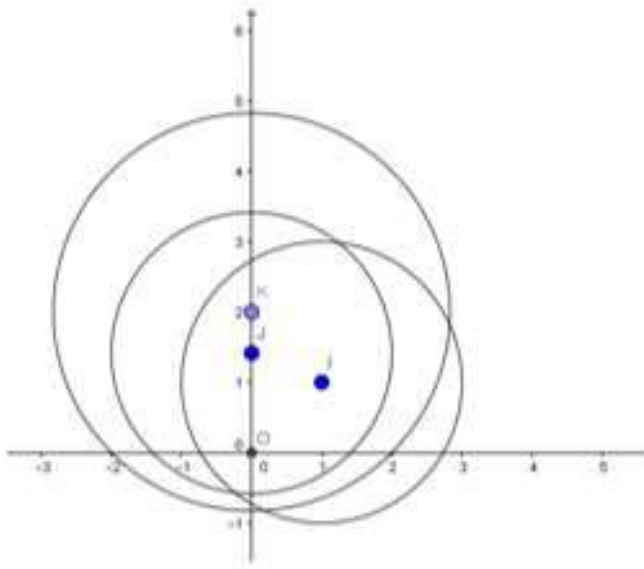
Lời giải:

* $I(1; 1)$ là đỉnh hình vuông có đường chéo $OI = \sqrt{2}$ nên OI với tia Oy góc 45° . $Q_{(O; 45^\circ)}$, biến đường tròn tâm $I(1; 1)$, bán kính $R = 2$ thành đường tròn tâm $J(0; \sqrt{2})$ và có cùng bán kính $R' = 2$.

* $V_{(O; \sqrt{2})}$, biến đường tròn tâm J bán kính $R' = 2$ thành đường tròn tâm K bán kính $R'' = 2\sqrt{2}$ thì

$$\overline{OK} = \sqrt{2}\overline{OJ} \text{ nên } K(0; 2) \text{ và } R'' = 2\sqrt{2}$$

Vậy ảnh của đường tròn tâm I qua phép đồng dạng là đường tròn tâm K có phương trình $x^2 + (y - 2)^2 = 8$.



Bài 4 : Cho tam giác ABC vuông tại A, AH là đường cao kẻ từ A, tìm một phép đồng dạng biến tam giác HBA thành tam giác ABC.

Lời giải:

Gọi d là đường phân giác của góc B của tam giác ABC.

Phép đối xứng qua d: biến H thành $H' \in AB$, biến A thành $A' \in BC$ và biến B thành B do đó biến tam giác vuông HBA thành tam giác vuông $H'BA'$ bằng với nó.

Ta có $H'A' \parallel AC$, thực hiện tiếp theo phép vị tự tâm B, tỉ số

$$\frac{AC}{H'A'} = \frac{AC}{AH}$$

thì tam giác vuông $H'BA'$ biến thành tam giác vuông ABC.

