

**Bài 1 : Cho hình chữ nhật ABCD. Biết các đỉnh A(5; 1), C(0; 6) và phương trình CD:  $x + 2y - 12 = 0$ . Tìm phương trình đường thẳng chứa các cạnh còn lại.**

**Lời giải**

\* Vì ABCD là hình chữ nhật nên  $AB \parallel CD$ .

AB có phương trình:  $x + 2y + m = 0$

Mà  $A(5; 1) \in AB$  nên  $5 + 2 + m = 0 \Leftrightarrow m = -7$ .

Vậy AB có phương trình:  $x + 2y - 7 = 0$ .

\* Vì  $AD \perp AB$  nên  $\vec{n} = (2; -1)$  là VTCP của

AB đồng thời là VTPT của AD.

Mà  $A \in AD$  nên phương trình đường thẳng AD là:

$$2(x - 5) - (y - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x - y - 9 = 0.$$

\* Vì  $BC \parallel AD$  nên BC có phương trình:  $2x - y + n = 0$ .

Mà  $C \in BC$  nên  $-6 + n = 0 \Leftrightarrow n = 6$ .

Vậy CB có phương trình  $2x - y + 6 = 0$ .

**Bài 2 : Cho A(1; 2), B(-3; 1) và C(4; -2). Tìm tập hợp các điểm M sao cho  $MA^2 + MB^2 = MC^2$**

**Lời giải**

Giả sử M có tọa độ (x; y), ta có:

$$MA^2 = (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5;$$

$$MB^2 = (x + 3)^2 + (y - 1)^2 = x^2 + y^2 + 6x - 2y + 10;$$

$$MC^2 = (x - 4)^2 + (y + 2)^2 = x^2 + y^2 - 8x + 4y + 20.$$

Vì  $MA^2 + MB^2 = MC^2$  nên

$$2x^2 + 2y^2 + 4x - 6y + 15 = x^2 + y^2 - 8x + 4y + 20$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 12x - 10y - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 6)^2 + (y - 5)^2 = 66.$$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn (C):  $(x + 6)^2 + (y - 5)^2 = 66$ .

### Bài 3 : Tìm tập hợp các điểm cách đều hai đường thẳng:

$$\Delta_1: 5x + 3y - 3 = 0 \text{ và } \Delta_2: 5x + 3y + 7 = 0$$

#### Lời giải

Gọi M(x; y) là điểm cách đều  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$ .

Ta có:  $d(M; \Delta_1) = d(M; \Delta_2)$

$$\text{Khi đó: } \frac{|5x + 3y - 3|}{\sqrt{5^2 + 3^2}} = \frac{|5x + 3y + 7|}{\sqrt{5^2 + 3^2}}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 3y - 3 = 5x + 3y + 7 \\ 5x + 3y - 3 = -5x - 3y - 7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 10x + 6y + 4 = 0 \Leftrightarrow 5x + 3y + 2 = 0.$$

Vậy tập hợp điểm M cách đều  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$

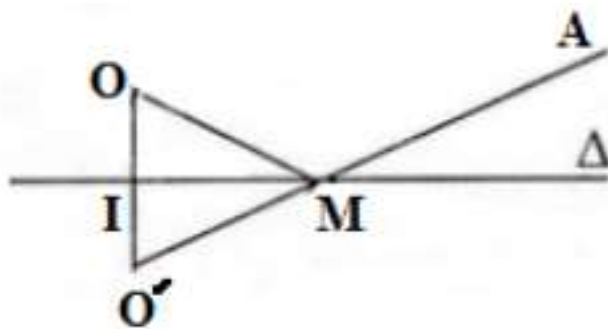
là đường thẳng  $5x + 3y + 2 = 0$ .

### Bài 4 : Cho đường thẳng $\Delta : x - y + 2 = 0$ và hai điểm O(0; 0), A(2; 0).

a, Tìm điểm đối xứng của O qua A.

b, Tìm điểm M trên  $\Delta$  sao cho độ dài đường gấp khúc OMA ngắn nhất.

#### Lời giải



a, Gọi  $O'$  là điểm đối xứng của  $O$  qua  $\Delta$ .

Khi đó  $OO' \perp \Delta$  nên  $\vec{u}_{\Delta} = (1; 1)$  là VTCP của  $\Delta$

đồng thời là VTPT của  $OO'$ .

Phương trình đường thẳng  $OO'$  là:  $x + y = 0$ .

Gọi  $I$  là trung điểm của đoạn  $OO'$ . Khi đó  $I$  là giao điểm của đường thẳng  $\Delta$  và  $OO'$ , nên  $I$  là nghiệm của hệ PT:

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow I(-1; 1).$$

Do đó  $O'(-2; 2)$ . (theo công thức tính tọa độ trung điểm).

b, Thay tọa độ điểm  $O(0;0)$  và  $A(2;0)$  vào phương trình  $\Delta$  ta được:

$2 \cdot 4 = 8 > 0 \Rightarrow O, A$  nằm cùng phía so với  $\Delta$ .

Vì  $M \in \Delta$  nên  $MO = MO'$ .

$$OM + MA = O'M + MA \geq O'A.$$

Suy ra  $OM + MA$  ngắn nhất khi  $OM + MA = O'A$

$\Leftrightarrow M$  là giao điểm của  $\Delta$  và  $O'A$ .

$\overrightarrow{O'A} = (4; -2)$  là VTCP của  $O'A \Rightarrow \vec{n} = (1; 2)$  là VTPT của  $O'A$ .

PT đường thẳng  $O'A$  là:  $x - 2 + 2y = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 2 = 0$ .

Tọa độ điểm  $M$  là nghiệm của hệ PT:

$$\begin{cases} x + 2y - 2 = 0 \\ x - y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ y = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{-2}{3}; \frac{4}{3}\right).$$

**Bài 5 : Cho ba điểm  $A(4; 3)$ ,  $B(2; 7)$  và  $C(-3; -8)$ .**

a, Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  và trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$ ;

b, Gọi  $T$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Chứng minh  $T, G$  và  $H$  thẳng hàng.

c, Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

**Lời giải**

a, G là trọng tâm  $\Delta ABC$  nên ta có:

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{4 + 2 - 3}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{3 + 7 - 8}{3} = \frac{2}{3} \end{cases}. \text{ Vậy } G(1; \frac{2}{3}).$$

Gọi H(x; y) là trực tâm của  $\Delta ABC$ .

$$\overrightarrow{AC} = (-7; -11), \overrightarrow{BC} = (-5; -15).$$

$$\overrightarrow{AH} = (x - 4; y - 3), \overrightarrow{BH} = (x - 2; y - 7).$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = \vec{0} \Leftrightarrow -5(x - 4) - 15(y - 3) = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 13 = 0.$$

$$\overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = \vec{0} \Leftrightarrow -7(x - 2) - 11(y - 7) = 0 \Leftrightarrow 7x + 11y - 91 = 0$$

$$\text{Giải hệ phương trình } \begin{cases} x + 3y - 13 = 0 \\ 7x + 11y - 91 = 0 \end{cases} \text{ ta được } x = 13, y = 0.$$

Vậy H(13; 0).

b, Ta có:  $T(x; y)$  là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC$ , nên:

$$TA = TB \Leftrightarrow (x-4)^2 + (y-3)^2 = (x-2)^2 + (y-7)^2 \Leftrightarrow x-2y+7=0.$$

$$TA = TC \Leftrightarrow (x-4)^2 + (y-3)^2 = (x+3)^2 + (y+8)^2 \Leftrightarrow 7x+11y+24=0.$$

Giải hệ  $\begin{cases} x-2y+7=0 \\ 7x+11y+24=0 \end{cases}$  Ta được  $x=-5, y=1$ .

Vậy  $T(-5; 1)$ .

Mà  $\overrightarrow{TH} = (18; -1), \overrightarrow{TG} = \left(6; -\frac{1}{3}\right)$  nên  $3\overrightarrow{TG} = \overrightarrow{TH}$ .

Vậy T, G, H thẳng hàng.

c)  $\overrightarrow{AT} = (-9; -2)$ .

Bán kính đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC$  là:  $AT = \sqrt{81+4} = \sqrt{85}$ .

Phương trình đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC$  là:  $(x+5)^2 + (y-1)^2 = 85$ .

**Bài 6 : Lập phương trình hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường thẳng  $3x - 4y + 12 = 0$  và  $12x + 5y - 7 = 0$ .**

**Lời giải**

Gọi  $M(x; y)$  là điểm thuộc phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng đã cho.

Khi đó,  $d(M; \Delta_1) = d(M; \Delta_2)$

$$\Leftrightarrow \frac{|3x - 4y + 12|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{|12x + 5y - 7|}{\sqrt{144 + 25}}$$

$$\Leftrightarrow 13|3x - 4y + 12| = 5|12x + 5y - 7|$$

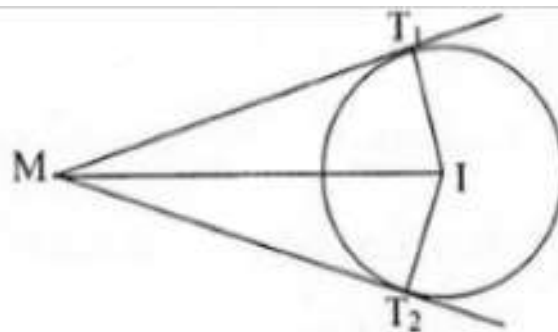
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 39x - 12y + 156 = 60x + 25y - 35 \\ 39x - 12y + 156 = -(60x + 25y - 35) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 21x + 77y - 191 = 0 \\ 99x - 27y + 121 = 0 \end{cases}$$

Vậy  $d_1: 21x + 77y - 191$  và  $d_2: 99x - 27y + 121 = 0$

**Bài 7 :** Cho đường tròn (C) có tâm I(1; 2) và bán kính bằng 3. Chứng minh rằng tập hợp các điểm M mà từ đó vẽ được hai tiếp tuyến với (C) tạo với nhau một góc  $60^\circ$  là một đường tròn. Hãy viết phương trình đường tròn đó.

**Lời giải**



Gọi  $T_1, T_2$  là các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M đến đường tròn (C) và tạo với nhau một góc  $60^\circ$ .

$\widehat{IMT_1} = 30^\circ$  và  $\widehat{MIT_1} = 60^\circ$  (do  $MT_1 \perp IT_1$ ).

Trong tam giác vuông  $MIT_1$  có:

$$IM = \frac{IT_1}{\cos \widehat{MIT_1}} = \frac{R}{\cos 60^\circ} = 2R = 6.$$

Vậy tập hợp các điểm M là đường tròn tâm I, bán kính  $IM = 6$ .

Phương trình đường tròn này là:

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 36.$$

### **Bài 8 (trang 93 SGK Hình học 10):**

Tìm góc giữa hai đường thẳng  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$

trong các trường hợp sau:

a,  $\Delta_1 : 2x + y - 4 = 0$  và  $\Delta_2 : 5x - 2y + 3 = 0$

b,  $\Delta_1 : y = -2x + 0$  và  $\Delta_2 : y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ .

**Lời giải**



a, Ta có:  $\Delta_1$  có  $\vec{n}_1 = (2; 1)$ ,  $\Delta_2$  có  $\vec{n}_2 = (5; -2)$

$$\cos(\widehat{\Delta_1, \Delta_2}) = \frac{|\vec{n}_1 \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{|2.5 - 2.1|}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{29}} = \frac{8}{\sqrt{145}}$$

$$\Rightarrow (\widehat{\Delta_1, \Delta_2}) = 48^{\circ} 21' 59''.$$

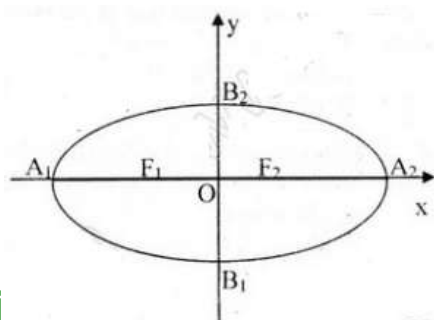
b, Ta có:  $\Delta_1$  có  $k_1 = -2$ ,  $\Delta_2$  có  $k_2 = \frac{1}{2}$

Mà  $k_1 k_2 = -1$  nên  $\Delta_1 \perp \Delta_2$ .

## Bài 9 :

Cho elip (E):  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ .

Tìm tọa độ các đỉnh, các tiêu điểm và vẽ elip đó.



Lời giải

Ta có:  $a^2 = 16 \Rightarrow a = 4, b^2 = 9 \Rightarrow b = 3$ .

Mặt khác  $c^2 = a^2 - b^2 = 16 - 9 = 7 \Rightarrow c = \sqrt{7}$ .

Tọa độ các đỉnh:  $A_1(-4; 0), A_2(4; 0), B_1(0; -3), B_2(0; 3)$ .

Tọa độ tiêu điểm:  $F_1(-\sqrt{7}; 0), F_2(\sqrt{7}; 0)$ .

**Bài 10 : Ta biết rằng Mặt Trăng chuyển động quang Trái Đất theo một quỹ đạo** là một elip mà Trái Đất là một tiêu điểm. Elip đó có chiều dài trục lớn và trục nhỏ lần lượt là 769 266 km và 768 106

km. Tính khoảng cách ngắn nhất và khoảng cách dài nhất từ Trái Đất đến Mặt Trăng, biết rằng các khoảng cách đó đạt được khi Trái Đất và Mặt Trăng nằm trên trục lớn của elip

**Ta có phương trình của elip mô tả sự chuyển động của mặt Trăng với một tiêu điểm là Trái Đất:**

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ với } 2a = 769266 \Rightarrow a = 384633.$$

$$2b = 768106 \Rightarrow b = 384053.$$

$$\text{Mặt khác: } c^2 = a^2 - b^2 = 384633^2 - 384053^2 = 445837880$$

Suy ra  $c \approx 21115$  km.

Khoảng cách ngắn nhất từ Trái Đất đến Mặt Trăng là:

$$a - c = 384633 - 21115 = 363518. \text{ (km)}$$

Khoảng cách dài nhất từ Trái Đất đến Mặt Trăng là:

$$a + c = 384633 + 21115 = 405748. \text{ (km)}$$