Bài 1 (trang 88 SGK Hình học 10): Xác định độ dài các trục, tọa độ các tiêu điểm, tọa độ các đỉnh của các elip có phương trình sau:

a, $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$;

b, $4x^2 + 9y^2 = 1$;

c, $4x^2 + 9y^2 = 36$.

Lời giải

a, Ta có: $a^2=25 \Rightarrow a=5$, $b^2=9 \Rightarrow b=3$

Vậy $c^2 = a^2 - b^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow c = 4$

Độ dài trục lớn là: $A_1A_2 = 10$

Độ dài trục nhỏ là: $B_1B_2 = 6$

Tiêu điểm là: $F_1(-4; 0)$; $F_2(4; 0)$

Tọa độ các đỉnh $A_1(-5;0); A_2(5;0); B_1(0;-3); B_2(0;3)$.

b, Ta có: $a^2=\frac{1}{4} \Rightarrow a=\frac{1}{2}$; $b^2=\frac{1}{9} \Rightarrow b=\frac{1}{3}$

Vậy $c^2=a^2-b^2=\frac{1}{4}-\frac{1}{9}=\frac{5}{36} \Rightarrow c=\frac{\sqrt{5}}{6}$.

Độ dài trục lớn là: $A_1A_2 = 1$

Độ dài trục nhỏ là: $B_1B_2 = \frac{2}{3}$

Tiêu điểm là: $F_1\left(-\frac{\sqrt{5}}{6};0\right)$; $F_2\left(\frac{\sqrt{5}}{6};0\right)$

Tọa độ các đỉnh là $A_1\left(-\frac{1}{2};0\right); A_2\left(\frac{1}{2},0\right); B_1\left(0;-\frac{1}{3}\right); B_2\left(0;\frac{1}{3}\right)$.

c, Chia hai vế của phương trình cho 36, ta được $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$

Ta có: $a^2=9 \Rightarrow a=3; b^2=4 \Rightarrow b=2$

Vậy $c^2=a^2-b^2=9-4=5 \Rightarrow c=\sqrt{5}$

Độ dài trục lớn là: $A_1A_2=6$

Độ dài trục nhỏ là: $B_1B_2=4$

Tiêu điểm là: $F_1(-\sqrt{5};0)$; $F_2(\sqrt{5};0)$

Tọa độ các đỉnh $A_1(-3;0), A_2(3;0), B_1(0;-2), B_2(0;2)$.

Bài 2 (trang 88 SGK Hình học 10): Lập phương trình chính tắc của elip, biết:

a, Độ dài trục lớn và trục nhỏ lần lượt là 8 và 6.

b, Độ dài trục lớn bằng 10 và tiêu cự bằng 6.

Lời giải

a, Vì độ dài trục lớn $A_1A_2 = 2a = 8$ nên $a = 4$.

Vì độ dài trục nhỏ $B_1B_2 = 2b = 6$ nên $b = 3$.

Vậy phương trình của (E) là $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

b, Vì độ dài trục lớn $A_1A_2 = 2a = 10$ nên $a = 5$

Vì tiêu cự $F_1F_2 = 2c = 25 - 9 = 16$

Vậy phương trình của (E) là $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Bài 3 (trang 88 SGK Hình học 10): Lập phương trình chính tắc của elip trong các trường hợp sau:

a, Elip đi qua các điểm M(0; 3) và $N(3; -\frac{12}{5})$;

b, Elip có một tiêu điểm là $F_1(-\sqrt{3}; 0)$

và điểm $M\left(1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ nằm trên elip.

Lời giải

a, Phương trình (E) có dạng: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

M(0; 3) ∈ (E) ⇔ $0+\frac{9}{b^2}=1 \Leftrightarrow b^2=9$ (1)

N$(3;-\frac{12}{5})$ ∈ (E) ⇔ $\frac{9}{a^2}+\frac{144}{25b^2}=1$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} a^2=25 \\ b^2=9 \end{cases}$.

Vậy phương trình của (E) là: $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$

b, Vì (E) có tiêu điểm $F_1(-\sqrt{3};0)$ nên ta có $c=\sqrt{3}$

Mặt khác $c^2=a^2-b^2$ nên $a^2-b^2=(\sqrt{3})^2=3$ (1)

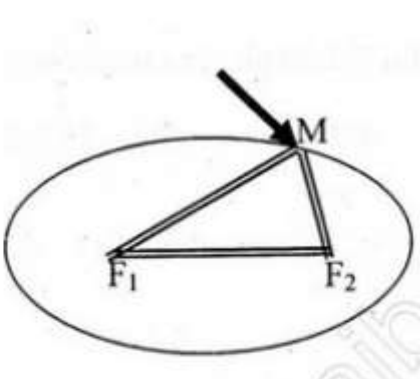
Vì M$\left(1;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ∈ (E) nên $\frac{1}{a^2}+\frac{3}{4b^2}=1$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} a^2=4 \\ b^2=1 \end{cases} hay \begin{cases} a^2=\frac{3}{4} \\ b^2=-\frac{9}{4} \end{cases}$ (loại)

Vậy phương trình của (E) là: $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$.

Bài 4 (trang 88 SGK Hình học 10): Để một bảng hiệu quảng cáo hình elip có trục lớn là 80cm và trục nhỏ là 40cm từ một tấm ván ép hình chữ nhật có kích thước 80cm x 40cm, người ta vẽ hình elip trên tấm ván ép như hình dưới. Hỏi phải ghìm hai cái đinh cách mép tấm ván ép bao nhiêu và lấy vòng dây có độ dài là bao nhiêu?

Lời giải



Vì trục lớn của elip $A_1A_2 = 2a = 80$cm nên $a = 40$ (cm)

$$\Rightarrow a^2 = 1600$$

Vì trục nhỏ của elip $B_1B_2 = 2b = 40$cm nên $b = 20$ (cm)

$$\Rightarrow b^2 = 400$$

Ta có: $c^2 = a^2 - b^2 = 1600 - 400 = 1200$

Suy ra $c = 20\sqrt{3}$.

Vậy phải ghim hai cây đinh F_1, F_2 cách mép tấm ván ép là:

$A_1F_1 = A_2F_2 = 40 - 20\sqrt{3} \approx 5,36$ (cm)

Độ dài của vòng dây là:

$$MF_1 + MF_2 + F_1F_2 = 80 + 40\sqrt{3} \approx 149,28 \text{ (cm)}.$$

Bài 5 (trang 88 SGK Hình học 10): Cho hai đường tròn C1(F1,R1) và C2(F2,R2) . C1 nằm trong C2 và F1 ≠F2 . Đường tròn C thay đổi luôn tiếp xúc ngoài với C1 và tiếp xúc trong với C2. Hãy chứng tỏ rằng tâm M của đường tròn C di động trên một elip.

Lời giải

Vì (C) có tâm là M và bán kính R tiếp xúc ngoài

với (C_1) tại A_1 nên: $MF_1 = R + R_1$.

Đồng thời (C) tiếp xúc với (C_2) tại A_2 nên $MF_2 = R_2 - R$

Suy ra $MF_1 + MF_2 = R_2 - R + R_1 + R = R_1 + R_2$.

Vì $R_1 + R_2$ không đổi nên tâm M của (C) luôn

di động trên một elip tiêu điểm F_1, F_2, độ dài trục lớn R_1R_2.