Bài 1 : Chứng minh rằng trong tam giác ABC có:

a) sin A = sin(B + C) ; b) cos A = -cos(B + C)

Lời giải:

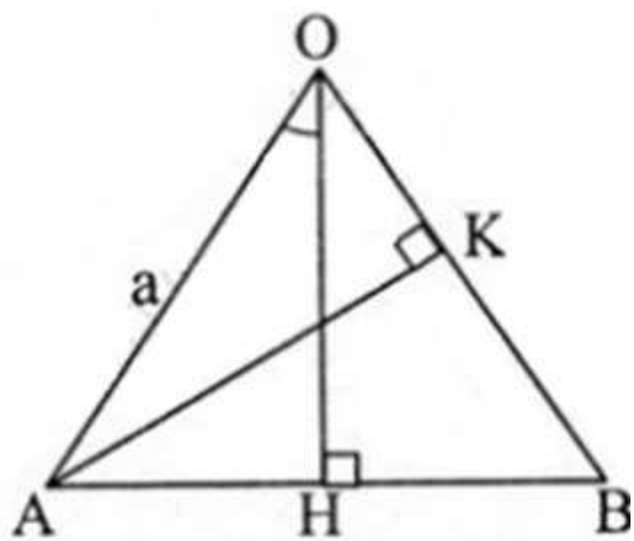
a) Trong ΔABC có: A + (B + C) = 180^o hay A = 180^o - (B + C) nghĩa là A và (B + C) bù nhau.

Theo tính chất của hai góc bù nhau thì: sinA = sin(B+C) (đpcm)

b) Tương tự câu a, ta có: cosA = -cos(B+C) (đpcm)

Bài 2 : Cho AOB là tam giác cân tại O có OA = a và có các đường cao OH và AK. Giả sử ∠AOH = α. Tính AK và OK theo a và α.

Lời giải:



Ta có: OH là đường cao của tam giác cân AOB nên OH là tia phân giác của ∠AOB. Khi đó ∠AOB = 2α.

ΔAOK vuông tại K nên

$$\frac{AK}{AO} = \sin 2\alpha \Rightarrow AK = a\sin 2\alpha$$

Tương tự $\frac{OK}{AO} = \cos 2\alpha \Rightarrow OK = a\cos 2\alpha$

Bài 3 : Chứng minh rằng:

a) $\sin 105^o = \sin 75^o$;

b) $\cos 170^o = -\cos 10^o$;

c) $\cos 122^o = -\cos 58^o$.

Lời giải:

(Áp dụng tính chất lượng giác của hai góc bù nhau)

a) Ta có: $105^o = 180^o - 75^o$

Vậy $\sin 105^o = \sin 75^o$;

b) Ta có: $170^o = 180^o - 10^o$

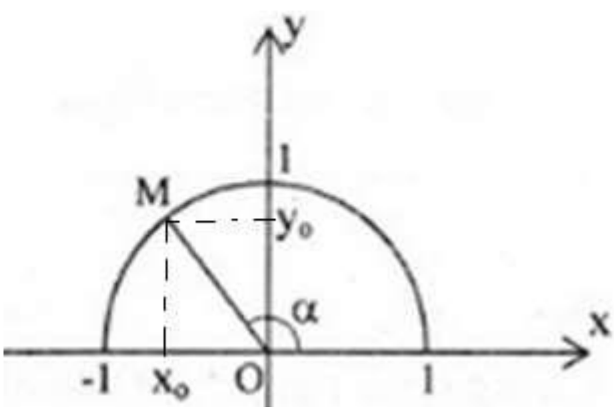
Vậy $\cos 170^o = -\cos 10^o$;

c) Ta có: $122^o = 180^o - 58^o$

Vậy $\cos 122^o = -\cos 58^o$.

Bài 4: Chứng minh rằng với mọi góc α (0o ≤ α ≤ 180o) ta đều có cos2α + sin2α = 1.

Lời giải:



Vẽ đường tròn lượng giác (O; 1). Theo định nghĩa, điểm $M(x_o; y_o)$ thuộc đường tròn có:

$\sin\alpha = y_o$

$\cos\alpha = x_o$

Áp dụng định lí Pitago ta có:

$x_o^2 + y_o^2 = OM^2 = 1$

$\Leftrightarrow \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$ (đpcm)

(Tham khảo thêm phần **Định nghĩa** trang 36 sgk Hình học 10)

Bài 5 (trang 40 SGK Hình học 10): Cho góc x, với cosx = 1/3. Tính giá trị của biểu thức: P = 3sin2x + cos2x.

Lời giải:

Ta có: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$$\Rightarrow \sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9}$$

Do đó: $P = 3\sin^2 x + \cos^2 x = 2\sin^2 x + \sin^2 x + \cos^2 x$

$= 2\sin^2 x + 1$

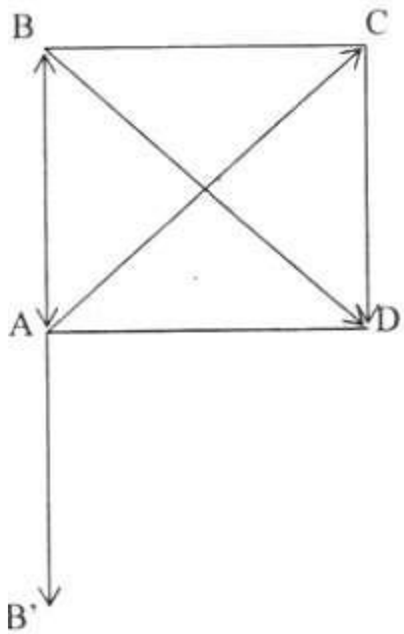
$$= 2.\frac{8}{9} + 1 = \frac{16+9}{9} = \frac{25}{9}$$

Vậy $P = \frac{25}{9}$

Bài 6 (trang 40 SGK Hình học 10): Cho hình vuông ABCD. Tính

$$\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA}), \sin(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}), \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$$

Lời giải:



- Tính $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA})$

Vẽ tia $\overrightarrow{AB'}$ là tia đối của $\overrightarrow{AB}$, ta có: $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA})$ có số đo là $\widehat{CAB'}$

Suy ra $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA}) = 135^0$.

Vậy $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA}) = \cos 135^0 = \frac{-\sqrt{2}}{2}$

- Tính $\sin(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD})$

Ta có: $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}) = \widehat{COD} = 90^0$

Vậy $\sin(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}) = \sin 90^0 = 1$

- Tính $\cos(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD})$

Vì $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ ngược hướng nên $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}) = \widehat{BAB'} = 180^0$.

Vậy $\cos(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}) = \cos 180^0 = -1$.