



关系的定义和性质

关系的定义和性质

总述

内容：关系模型由关系数据结构、关系操作和关系完整性三部分组成。本知识点学习关系的定义和性质。

关系的定义和性质

- 一、关系的定义
- 二、关系的性质

关系的定义和性质

一、关系的定义

以**关系数据模型**为基础的数据库系统，称为关系数据库系统。

在关系模型中，只包含单一的数据结构-**关系**，即现实世界的实体以及实体间的联系均用关系表示。

一、关系的定义

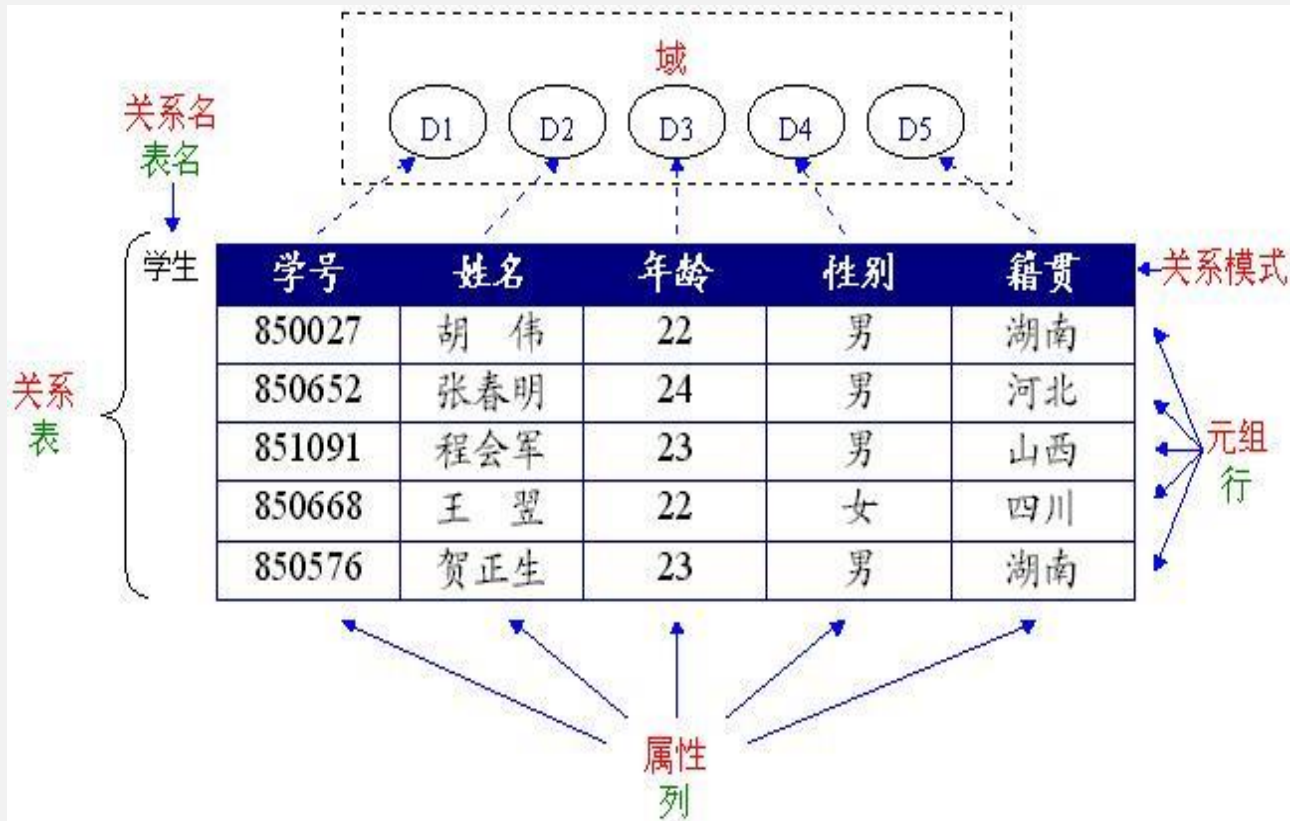
在用户看来，关系就是一张二维表格。

术语

- 属性和属性值：列和列的值
- 域：一组具有相同数据类型的值的集合
- 关系模式：表头
- 元组：行
- 关系或实例：行的集合
- 元数(列数)：属性的个数
- 基数(行数)：元组的个数

关系的定义和性质

一、关系的定义



一、关系的定义

笛卡尔积

给定一组域 D_1, D_2, \dots, D_n , 笛卡尔积表示为:

$$D_1 \times D_2 \times \dots \times D_n = \{ (d_1, d_2, \dots, d_n) \mid d_i \in D_i, i=1, 2, \dots, n \}$$

其中每一个元素 (d_1, d_2, \dots, d_n) 叫做一个 n 元组,
简称为**元组**。元素中的每一个值 d_i 叫做一个分量。

若 D_i 为有限集, 其基数为 m_i , 则 $D_1 \times D_2 \times \dots \times D_n$
的基数 M 为:
$$M = \prod_{i=1}^n m_i$$

一、关系的定义

笛卡尔积可表示为一张二维表，表中每行对应一个元组，表中每列对应一个域。

例如：给出三个域：

D_1 = 导师集合 = 张清玫，刘逸

D_2 = 专业集合 = 计算机专业，
信息专业

D_3 = 研究生集合 = 李勇，刘晨，
王敏

D_1, D_2, D_3 的笛卡尔积

导师	专业	研究生
张清玫	计算机专业	李勇
张清玫	计算机专业	刘晨
张清玫	计算机专业	王敏
张清玫	信息专业	李勇
张清玫	信息专业	刘晨
张清玫	信息专业	王敏
刘逸	计算机专业	李勇
刘逸	计算机专业	刘晨
刘逸	计算机专业	王敏
刘逸	信息专业	李勇
刘逸	信息专业	刘晨
刘逸	信息专业	王敏

一、关系的定义

假设一个导师只有一个专业，一个研究生只能师从于一个导师，一个导师可带多个研究生。

取出有实际意义的元组来构造导师与研究生的关系，取名为SAP关系。

SAP 关系

导师	专业	研究生
张清玫	信息专业	李勇
张清玫	信息专业	刘晨
刘逸	信息专业	王敏

D_1, D_2, D_3 的笛卡尔积

导师	专业	研究生
张清玫	计算机专业	李勇
张清玫	计算机专业	刘晨
张清玫	计算机专业	王敏
张清玫	信息专业	李勇
张清玫	信息专业	刘晨
张清玫	信息专业	王敏
刘逸	计算机专业	李勇
刘逸	计算机专业	刘晨
刘逸	计算机专业	王敏
刘逸	信息专业	李勇
刘逸	信息专业	刘晨
刘逸	信息专业	王敏

关系的定义和性质

一、关系的定义

关系定义

把 $D_1 \times D_2 \times \dots \times D_n$ 的子集称为域 D_1, D_2, \dots, D_n 上的关系, 表示为:

$R(D_1, D_2, \dots, D_n)$, 其中 R 表示关系名。

关系是笛卡尔积的有限子集, 关系也是一张二维表, 表中每行对应一个元组, 表中每列对应一个域。必须对每一列取一个名字, 称为属性。

二、关系的性质

当关系作为关系数据模型的数据结构时，需要对关系给予限定或扩充。

关系模型要求关系必须是规范化的二维表，即满足一定的规范条件。

非规范化关系

导师	专业	研究生	
		PG1	PG2
张清玫	信息专业	李勇	刘晨
刘逸	信息专业	王敏	

规范条件中最基本的一条是：关系的每一个分量必须是一个不可分的数据项。

二、关系的性质

关系的性质：

- 每个分量必须是不可分的量；
- 列的分量是同一类型的数据，来自同一域；
- 每一列为一个属性，属性有属性名；
- 行的次序无关，列的次序无关；
- 一个关系中不存在两个元组在各个分量（或属性）上完全相同。

关系的定义和性质

练习

请判断下面的关系R1， R2和R3是否是同一个关系。

R1

A1	A2
1	a
2	b
3	a

R2

A2	A1
a	1
b	2
a	3

R3

A2	A1
a	3
b	2
a	1

关系的定义和性质

解答

R1, R2和R3是同一个关系。行的次序无关, 列的次序无关。

R1

A1	A2
1	a
2	b
3	a

R2

A2	A1
a	1
b	2
a	3

R3

A2	A1
a	3
b	2
a	1

小结

关系数据结构非常简单，只包含单一的数据结构，就是关系。关系是笛卡尔积的有限子集，在用户看来就是一张二维表。关系必须满足一定的规范条件。



谢谢！

关系的键



总述

内容：关系模型中以主键作为唯一性标识，以外键来表达实体集之间的联系。本知识点学习包括主键和外键的一组关于键的概念。

- 一、键的一组概念
- 二、键的示例

一、键的一组概念

关系的一个或几个属性被称为键（码），其中：

超键：能唯一标识元组的属性集。

候选键（码）：不含有多余属性的超键。

主键（主码）：多个候选键中的一个。

外键：如果关系R的某一属性不是本身的主键，而是另一关系S的主键，则称该属性是R的外键。

一、键的一组概念

关系的一个或几个属性被称为键（码），其中：

全码：关系模式的所有属性是该关系模式的候选码，称为全码。

主属性：候选码的诸属性。

非主属性：不包含在任何候选码中的属性。

二、键的示例

例1：职工 Z（职工编号，姓名，部门编号，性别）

部门 B（部门编号，部门名称，部门经理）

对关系Z来说，

超键  (职工编号，性别)

候选键  (职工编号)，(姓名)

主键  (职工编号)

外键  (部门编号)

二、键的示例

例2：对关系模式成绩来说，

主键 \Rightarrow (学号, 课程名) 外键 \Rightarrow (学号)
主属性 \Rightarrow 学号, 课程名 非主属性 \Rightarrow 成绩

学生

学号	姓名	年龄	性别
S1	王一	17	M
S2	王二	19	F
S3	王三	21	F
S4	王四	20	M

成绩

学号	课程名	成绩
S1	音乐	90
S1	历史	78
S2	地理	89

二、键的示例

例3：课程参考书（课程名，参考书）

（假设1门课有多个参考书，1个参考书可被多门课使用）

主键  （课程名，参考书）


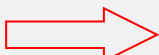

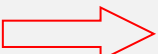
主属性  课程名，参考书

非主属性  无

课程名	参考书
物理	普通物理
物理	微分方程
数学	微分方程
数学	高等代数

二、键的示例

例4：关系模式**学生**（学号，姓名，年龄，性别），
学生姓名不重名。

候选键  （学号），（姓名）
主键  （学号） 主属性  学号，姓名
非主属性  年龄，性别

学生

学号	姓名	年龄	性别
S1	王一	17	M
S2	王二	19	F
S3	王三	21	F
S4	王四	20	M

练习

下列关于关系模式的码的叙述中不正确的是（ ）。

- A. 当候选码多于一个时，选择一个作为主码
- B. 主码既可以是单个属性，也可以是属性组
- C. 全码是指由一个关系模式中所有属性构成的码
- D. 只有包含在主码中的属性才是主属性

解答

下列关于关系模式的码的叙述中不正确的是 (D)。

- A. 当候选码多于一个时，选择一个作为主码
- B. 主码既可以是单个属性，也可以是属性组
- C. 全码是指由一个关系模式中所有属性构成的码
- D. 只有包含在主码中的属性才是主属性

小结

如果关系中的某个属性组的值能唯一地标识一个元组，而其子集不能，则称该属性组为候选键；如果一个关系有多个候选键，则选定其中一个为主键；最简单的情况，主键值包含一个属性，极端情况下，关系模式的所有属性是主键，称为全码。上述概念也是关系完整性和关系数据的规范化理论等知识点的基本概念。



谢谢！



关系模式与关系数据库

总述

内容：关系数据库中型和值是不同的概念，要学会区分。本知识点学习关系模式和关系数据库的基本概念。

- 一、关系模式与关系
- 二、关系数据库模式与关系数据库
- 三、关系模式与关系数据库实例

一、关系模式与关系

关系是元组的集合，关系模式是对关系的描述，即二维表的表头那一行。

关系模式的定义包括：模式名、属性名、值域、模式的主键和其它完整性约束条件。

一般地，关系模式可简单表示为：

关系模式名（属性名1，属性名2，...，属性名n）

例如：学生（学号，姓名，年龄，性别，籍贯）

一、关系模式与关系

关系模式是静态的（型），关系是关系模式某一时刻的状态，是动态的（值）。

例如，

关系模式：学生（学号，姓名，年龄，性别）

关系：（S1, LI, 17, M）

实际工作中，有时会把关系模式和关系都统称为关系。

二、关系数据库模式与关系数据库

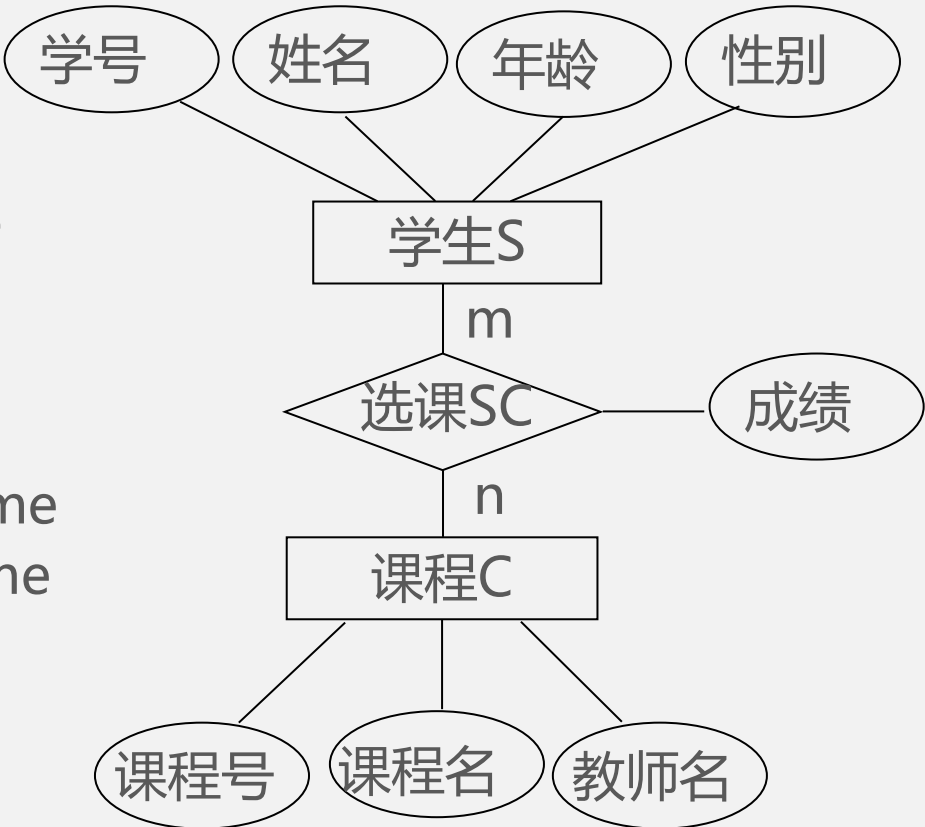
关系模型中，实体以及实体间的联系都用关系来表示。所有实体以及实体之间联系，即全部关系的集合构成一个关系数据库。

关系数据库模式是对整个关系数据库的描述（型），关系数据库是所有关系模式某一时刻对应的关系的集合（值）。

三、关系模式与关系数据库实例

例如：

- 学号—sno
- 姓名—sname
- 年龄—age
- 性别—sex
- 课程号—cno
- 课程名—cname
- 教师名—tname
- 成绩—grade



三、关系模式与关系数据库实例

学生关系模式 S(sno, sname, age, sex)的一个实例

sno	sname	age	sex
s1	LI	17	M
s2	WANG	19	F
s3	LIU	21	F
s4	CHEN	20	M

三、关系模式与关系数据库实例

课程关系模式 $C(\text{cno}, \text{cname}, \text{tname})$ 的一个实例

cno	cname	tname
c1	MATHS	LIU
c2	PHYSICS	HUANG
c3	DB	SHI
c4	OS	ZHANG

三、关系模式与关系数据库实例

选课关系模式 $SC(sno, cno, grade)$ 的一个实例

sno	cno	grade
s1	c1	90
s1	c2	78
s2	c2	89
s3	c3	75
s4	c4	80

(sno, cno) 是主键，单个的 sno 或 cno 都不是，它们分别是 S 和 C 的主键，故 sno 和 cno 称为 SC 的外键。

三、关系模式与关系数据库实例

关系数据库模式

学生关系模式 S(sno, sname, age, sex)

课程关系模式 C(cno, cname, tname)

选课关系模式 SC(sno,cno, grade)

三、关系模式与关系数据库实例

关系数据库的一个实例

S

sno	sname	age	sex
s1	LI	17	M
s2	WANG	19	F
s3	LIU	21	F
s4	CHEN	20	M

C

cno	cname	tname
c1	MATHS	LIU
c2	DS	HE
c3	DB	SHI
c4	OS	TANG

SC

sno	cno	grade
s1	c1	90
s1	c2	78
s2	c2	89
s3	c3	75
s4	c4	80

练习

关于关系模式和关系，下列说法正确的是（ ）。

- A. 关系模式是一个集合，关系是类型
- B. 关系模式是类型，关系是元组的集合
- C. 关系模式是动态的值，描述关系在某一时刻的状态
- D. 关系代数的运算对象是关系模式，运算结果是关系

解答

关于关系模式和关系，下列说法正确的是（ B ）。

- A. 关系模式是一个集合，关系是类型
- B. 关系模式是类型，关系是元组的集合**
- C. 关系模式是动态的值，描述关系在某一时刻的状态
- D. 关系代数的运算对象是关系模式，运算结果是关系

小结

关系模式是对关系的描述，关系则是关系模式在某一时刻的状态或内容。关系模式是静态的、稳定的，关系则是动态的、随时间不断变化的。

关系数据库模式是对关系数据库的描述，而关系数据库是关系数据库模式在某一时刻对应的关系的集合。

在一个给定的应用领域中，所有关系的集合构成一个关系数据库。



谢谢！



实体完整性

总述

内容：关系模型要求关系在任何时候要满足某些语义约束，关系模型中有三类完整性约束。本知识点学习关系的实体完整性规则。

- 一、实体完整性规则
- 二、关系数据库中的空值

一、实体完整性规则

关系的完整性规则是对数据的约束。关系模型提供三类完整性规则：实体完整性、参照完整性和用户定义的完整性。

实体完整性和**参照完整性**是关系模型必须满足的完整性约束条件，由关系系统自动支持。

关系中的每个元组是可区分的，是唯一的，这样的约束条件称为**实体完整性**。

一、实体完整性规则

组成候选键（码）的属性（即主属性）上不能有空值。

学生

sno	sname	age	sex
s1	王一	17	M
s2	王二	19	F
s3	王三	21	F
s4	王四	18	M
s5	王五	20	M

成绩

sno	cno	grade
s1	c1	90
s1	c2	78
s2	c1	67
s3	c1	90
s4	c1	89

二、关系数据库中的空值

空值指“不知道”或“不存在”或“无意义”的值。

例如，某学生的年龄由于不知道所以为空；某学生由于没有参加考试所以成绩为空等。

空值是一个特殊的值，如果主属性取空值，说明存在某个不可标识的实体，与主码能唯一标识一个元组的定义相违背。

二、关系数据库中的空值

学生

sno	sname	age	sex
s1	王一	17	M
	王二	19	F
s3	王三	21	F
	王四	18	M
s5	王五	20	M

成绩

sno	cno	grade
s1	c1	90
s1	c2	78
	c1	67
	c1	90
s4	c1	89

练习

实体完整性规则规定（ ）。

- A. 关系的主码不能为空
- B. 关系的候选码不能为空
- C. 关系的主属性不能为空
- D. 关系的外码不能为空

解答

实体完整性规则规定（ C ）。

- A. 关系的主码不能为空
- B. 关系的候选码不能为空
- C. 关系的主属性不能为空
- D. 关系的外码不能为空

小结

实体完整性规则是针对基本关系而言。实体完整性要求主属性不能为空，和数据库中的空值处理有关。关系模型强制实施实体完整性约束。



谢谢！



参照完整性

总述

内容：关系模型要求关系在任何时候要满足某些语义约束，关系模型中有三类完整性约束。本知识点学习关系的参照完整性规则。

- 一、参照完整性规则
- 二、参照完整性说明

一、参照完整性规则

在关系模型提供的三类完整性规则中，参照完整性和实体完整性是关系模型必须满足的完整性约束条件，由关系系统自动支持。

参照完整性是指，在关系模型中，实体及实体间的联系都是用关系来描述的，关系与关系之间存在着相互引用、相互约束的情况，不能引用不存在的实体，这样的约束条件称为参照完整性。

一、参照完整性规则

参照完整性用于定义主键和外键之间的引用规则。若属性集K是关系模式R2的外键，K也是关系模式R1的主键，在R2中K的取值或为空，或等于R1关系中的某个主键值。R1为被参照关系，R2为参照关系。

R2 参照关系		
sno (K)	cno	grade
s1	c1	90
s1	c2	78
s2	c2	89

R1 被参照关系			
sno (K)	sname	age	sex
s1	LI	17	M
s2	WANG	19	F
s3	LIU	21	F
s4	CHEN	20	M

二、参照完整性说明

- (1) 外键和相应的主键可以不同名，只要定义在相同的值域上即可。

职工 (职工号, 职工名, 年龄, 部门编号)

部门 (部门号, 部门名, 负责人)

- (2) R1和R2可以是两个不同的关系，表示实体之间的引用（关系间的引用），也可以是同一个关系，表示属性之间的联系（关系内部的引用）。如：

职工 (职工号, 姓名, 年龄, 部门号, 负责人职工号)

- (3) 外键值是否允许空，应视具体问题而定。

二、参照完整性说明

例1：学生关系(学号，姓名，年龄，性别)
成绩关系 (学号，课程号，成绩)

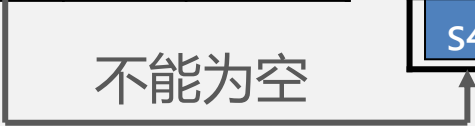
成绩(SC)

sno	cno	grade
s1	c1	90
s1	c2	78
s2	c2	89

学生(S)

sno	sname	age	sex
s1	LI	17	M
s2	WANG	19	F
s3	LIU	21	F
s4	CHEN	20	M

不能为空



二、参照完整性说明

例2：学生关系(学号，姓名，性别，专业号)

专业关系 (专业号，专业名，最高分)

专业

专业号	专业名	最高分
001	计算机	590
002	电子	578
003	土建	589

学生

sno	sname	sex	专业号
s1	LI	M	001
s2	WANG	F	001
s3	LIU	F	
s4	CHEN	M	001

可以为空

练习

已知关系模式S（学号，姓名，性别，班长），
下表是S的一个具体实例，解释参照完整性的含义。

学号	姓名	性别	班长
s1	LI	M	s1
s2	WANG	F	s1
s3	LIU	F	
s4	CHEN	M	s1

解答

在关系模式S中，参照关系和被参照关系是同一个关系，学号是主键，班长是外键，班长属性引用了本关系中的学号属性，班长的取值或为空，或为某个元组的学号值，为空表示尚未选出班长。

学号	姓名	性别	班长
s1	LI	M	s1
s2	WANG	F	s1
s3	LIU	F	
s4	CHEN	M	s1

小结

参照完整性指不引用不存在的实体。外键的取值或为空，或等于被参照关系中的某个主键值。是否为空要根据具体情况而定。



谢谢！



用户定义的完整性

总述

内容：关系模型要求关系在任何时候要满足某些语义约束，关系模型中有三类完整性约束。本知识点学习用户定义的完整性规则。

用户定义的完整性

- 一、关系的完整性
- 二、用户定义的完整性规则

一、关系的完整性

关系的完整性包括实体完整性、参照完整性和用户定义的完整性。

任何关系数据库系统都应该支持实体完整性和参照完整性，这是关系模型所要求的。

不同的关系数据库系统根据其应用环境的不同，还需要一些特殊的约束条件。

二、用户定义的完整性规则

用户定义的完整性是应用领域需要遵循的约束条件，是针对不同的应用环境而定义的约束条件，反映某一具体应用所涉及的数据应该满足的语义要求。

关系模型提供定义和检验这类完整性的机制，不必用程序完成。

二、用户定义的完整性规则

- (1) 规定学生的年龄在18到35之间;
- (2) 规定学生的姓名允许重名,但不能为空;
- (3) 规定任何两个学生的联系电话不能相同,必须是唯一的。

练习

有一个关系：学生（学号，姓名，性别），规定学号的值域是8个数字组成的字符串，这一规则属于（ ）。

- A. 实体完整性约束
- B. 参照完整性约束
- C. 用户自定义完整性约束
- D. 关键字完整性约束

解答

有一个关系：学生（学号，姓名，性别），规定学号的值域是8个数字组成的字符串，这一规则属于（ C ）。

- A. 实体完整性约束
- B. 参照完整性约束
- C. 用户自定义完整性约束
- D. 关键字完整性约束

小结

用户定义的完整性反映某一具体应用所涉及的数据必须满足的语义要求，关系模型提供定义和检验这类完整性的机制，不必用程序完成。



谢谢！



关系操作的类型和特点

关系操作的类型和特点

总述

内容：关系模型由关系数据结构、关系操作和关系完整性约束三部分组成。本知识点是对关系模型中关系操作的一个简要概述。

关系操作的类型和特点

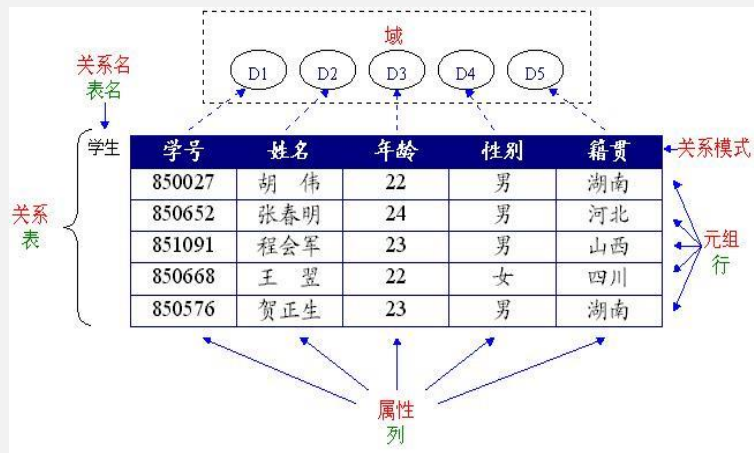
- 一、关系操作的类型
- 二、关系操作的特点
- 三、关系代数

关系操作的类型和特点

一、关系操作的类型

关系数据库的数据操作分为查询和更新。其中：

- (1) 查询操作包括**选择**、**投影**、**连接**、**除**、**并**、**交**、**差**操作，
- (2) 更新操作包括**增加**、**删除**、**修改**操作。



二、关系操作的特点

关系操作的特点是操作对象和结果是集合，而一般的非关系模型的数据操作通常以记录为单位。

三、关系代数

关系操作根据其理论基础不同，可以用**关系代数**和**关系演算**来表示。

关系代数是用关系运算来表达查询要求的方式，
关系演算用谓词来表达查询要求的方式。

关系演算又可按谓词变元的基本对象是元组变量还是域变量分为元组关系演算和域关系演算。

三、关系代数

关系代数是一种抽象的关系操作语言，它用关系运算表达查询。任何一种运算都是将一定的运算符作用于一定的运算对象，得到预期的运算结果。

关系代数的运算符包括四类：集合运算符、关系运算符、算术比较符、逻辑运算符。

三、关系代数

集合运算符将关系看成元组的集合，运算从水平（行）的角度进行。集合运算是二目运算，包括并、交、差、笛卡尔积四种运算。

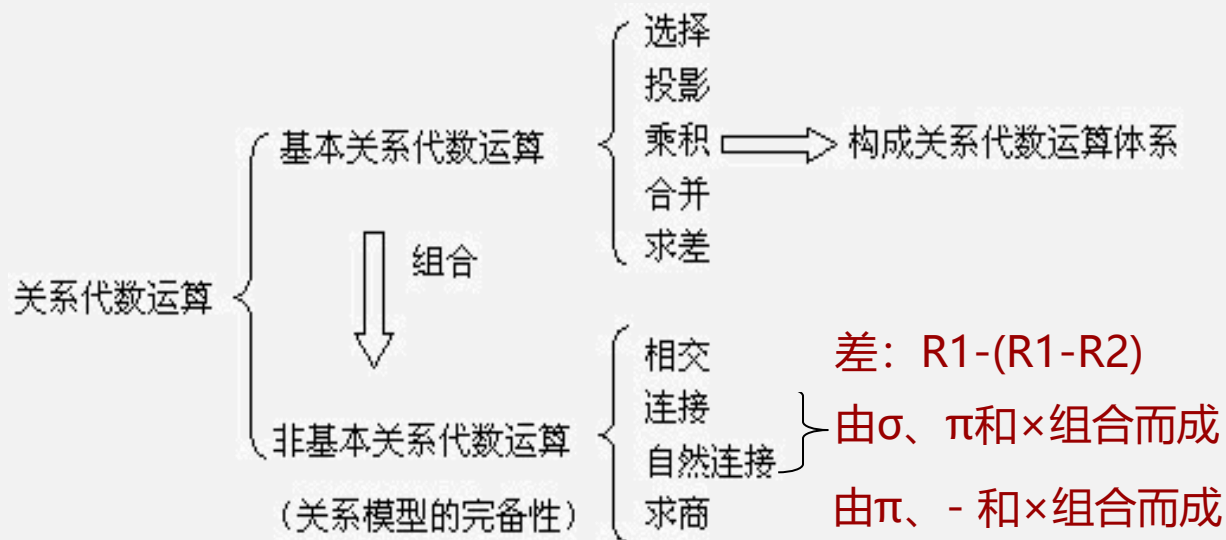
关系运算符包括投影、选择、连接、除运算等，运算不仅涉及行也涉及列。

三、关系代数

关系代数运算符

运算符		含义	运算符		含义
集 合 运算符	U	并	比 较 运算符	>	大于
	-	差		≥	大于等于
	∩	交		<	小于
	×	广义笛卡尔积		≤	小于等于
专门的 关 系 运算符	σ	选择		=	等于
	π	投影		≠	不等于
	⋈	连接	逻 辑 运算符	¬	非
	÷	除		∧	与
				∨	或

三、关系代数

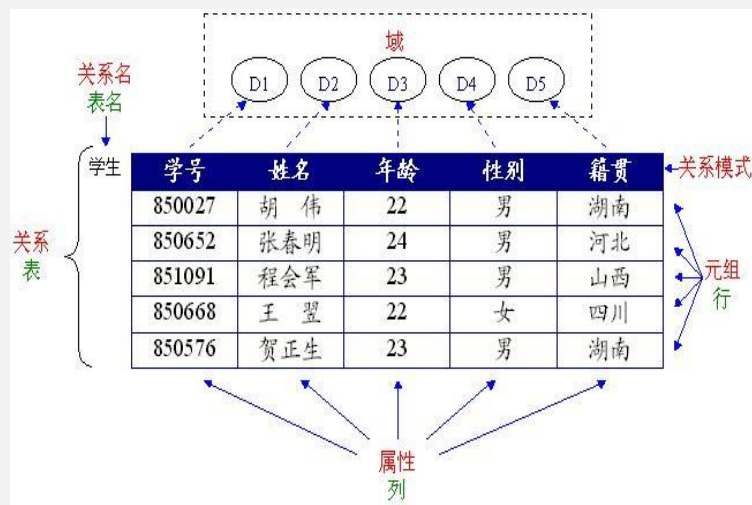


关系操作的类型和特点

练习

关系操作中，操作的对象和结果都是（ ）。

- A. 记录
- B. 元组
- C. 集合
- D. 列

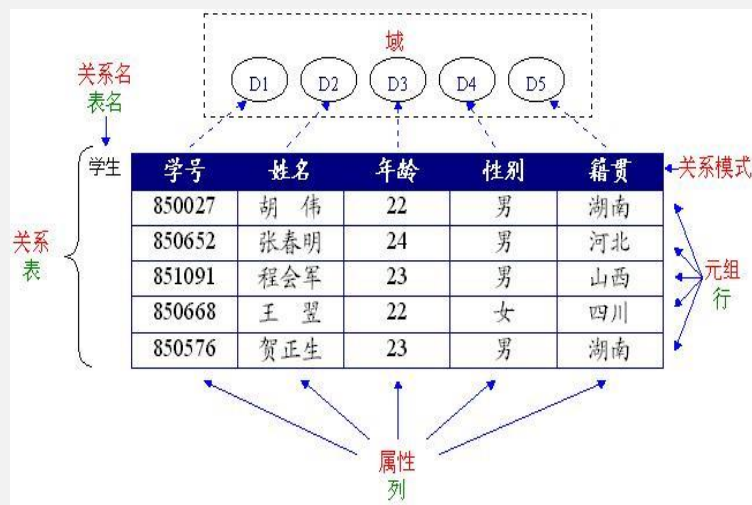


关系操作的类型和特点

解答

关系操作中，操作的对象和结果都是（ C ）。

- A. 记录
- B. 元组
- C. 集合
- D. 列



小结

数据模型是定义一种存储数据的数据结构和一组操作数据的方法，对RDB来说操作数据的方法就是关系代数，是在给定关系上构造新关系的方法，简单而功能强大。

并、差、笛卡尔积、选择和投影这5个基本操作组成了关系代数完备的操作集。



谢谢！



关系数据语言

总述

内容：关系模型由关系数据结构、关系操作和关系完整性约束三部分组成。本知识点对关系模型上实现关系操作的语言做简要概述。

- 一、关系操作的类型
- 二、关系数据语言的分类
- 三、关系数据语言的示例

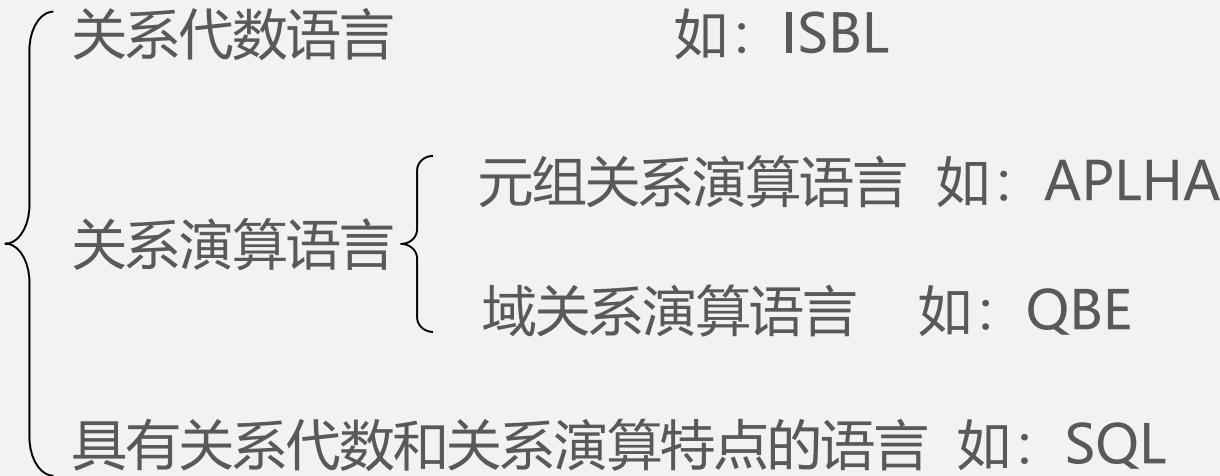
一、关系操作的类型

关系操作根据其理论基础不同，可以用**关系代数**和**关系演算**来表示。

关系代数是用关系运算来表达查询要求的方式，
关系演算用谓词来表达查询要求的方式。

关系演算又可按谓词变元的基本对象是元组变量还是域变量分为元组关系演算和域关系演算。

二、关系数据语言的分类



三、关系数据语言的示例

例1：检索学习课程号为c2的学生学号和成绩。

关系代数表达式： $\pi_{\text{sno, grade}}(\delta_{\text{cno} = 'c2'}(SC))$

元组演算表达式：

$\{t | (\exists u) (SC(u) \wedge u[2] = 'c2' \wedge t[1] = u[1] \wedge t[2] = u[3])\}$

SQL表达式：

```
SELECT sno, grade  
FROM SC  
WHERE cno = 'c2'
```

SC

sno	cno	grade
s1	c1	90
s1	c2	78
s2	c2	89

练习

请比较关系代数语言、关系演算语言和SQL语言的非过程性。

解答

关系代数表达式: $\pi_{\text{sno, grade}}(\sigma_{\text{cno} = \text{'c2'}}(\text{SC}))$

元组演算表达式:

$\{t | (\exists u) (\text{SC}(u) \wedge u[2] = \text{'c2'} \wedge t[1] = u[1] \wedge t[2] = u[3])\}$

SQL表达式:

```
SELECT sno, grade  
FROM SC, S  
WHERE SC.sno=S.sno and cno= 'c2'
```

关系代数语言非过程性最强、关系演算语言非过程性最弱, SQL语言非过程性介于二者之间。

小结

关系代数、关系演算和SQL，这三种关系运算系统在表达能力上是等价的，都具有完备的表达能力，大部分查询语言都是在这三种关系运算系统基础上建立起来的。

关系模型的易用和高效体现在关系查询语言上，关系代数是基础。



谢谢！



集合运算

总述

内容：关系代数是实现关系操作的基本表示方法，关系代数运算按运算符的不同分为传统的集合运算和专门的关系运算。本知识点学习集合运算方法。

- 一、并
- 二、差
- 三、交
- 四、笛卡尔积

一、并

两个关系 R_1 , R_2 (**属性相同**) 的合并, 是由属于 R_1 或属于 R_2 (或属于两者) 的所有元组 t (**不计重复元组**) 组成的一个新的关系, 新关系具有和 R_1 相同的属性名集合。

运算符: “ \cup ” 记为: $R_1 \cup R_2$

$$R_1 \cup R_2 = \{t \mid t \in R_1 \vee t \in R_2\}$$

一、并

例1：求 $R \cup S$ 。

R

A	B	C
1	2	3
4	5	6
7	8	9

S

A	B	C
7	8	9
4	5	6
5	1	12

结果为：

A	B	C
1	2	3
4	5	6
7	8	9
5	1	12

二、差

两个关系 R_1, R_2 (**属性相同**) 的求差 (相减), 是由属于 R_1 而不属于 R_2 的所有元组 t 组成的一个新的关系, 新关系具有和 R_1 相同的属性名集合。

运算符: " - " 记为: $R_1 - R_2$

$$R_1 - R_2 = \{t \mid t \in R_1 \wedge t \notin R_2\}$$

二、差

例2：求 $R-S$ 。

R

A	B	C
1	2	3
4	5	6
7	8	9

S

A	B	C
7	8	9
4	5	6
5	1	12

结果为：

A	B	C
1	2	3

三、交

两个关系 R_1, R_2 (**属性相同**) 的相交, 是由既属于 R_1 又属于 R_2 的所有元组 t 组成的一个新的关系, 新关系具有和 R_1 相同的属性名集合。

运算符: " \cap " 记为: $R_1 \cap R_2$

$$R_1 \cap R_2 = \{t \mid t \in R_1 \wedge t \in R_2\}$$

三、交

例3：求 $R \cap S$ 。

R

A	B	C
1	2	3
4	5	6
7	8	9

S

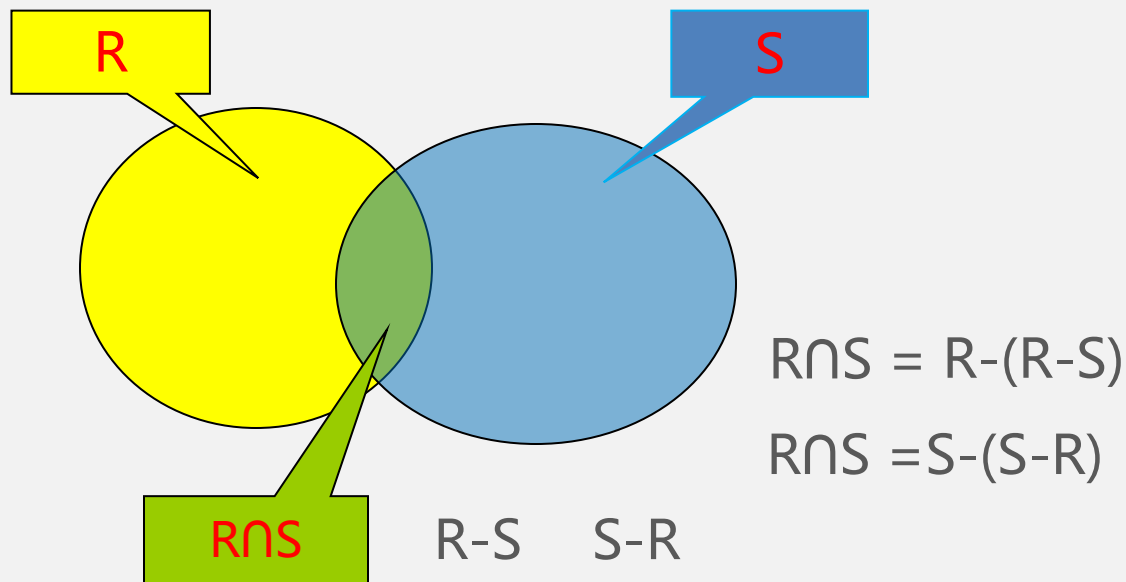
A	B	C
7	8	9
4	5	6
5	1	12

结果为：

A	B	C
4	5	6
7	8	9

三、交

交运算可以由其它运算实现。



四、笛卡尔积

两个关系R, S (设R为 k_1 元关系, M个元组, S为 k_2 元关系, N个元组) 的广义笛卡尔积, 是一个 (K_1+K_2) 列的元组的集合, 是由属于R的任何一个元组 t^{k1} 和属于S的元组 t^{k2} 连接而成的新元组t所组成的一个新关系。 (新关系中元组的前 K_1 列是关系R的一个元组, 后 K_2 列是关系S的一个元组, 基数为 $M \times N$)

运算符: " \times " 记为: $R \times S$

$$R \times S = \{t \mid t = \langle t^{k_1}, t^{k_2} \rangle \wedge t^{k_1} \in R \wedge t^{k_2} \in S\}$$

四、笛卡尔积

例4：求 $R \times S$ 。

结果为：

R

A	B	C
a	b	c
b	c	e
e	d	c

S

C	D
c	d
e	f

A	B	R.C	S.C	D
a	b	c	c	d
a	b	c	e	f
b	c	e	c	d
b	c	e	e	f
e	d	c	c	d
e	d	c	e	f

元组的个数 = R和S中行数之积
属性的个数 = R和S中列数之和

练习

已知集合R和集合S，求R和S的并集、差集、交集和笛卡尔积。

R	A	B	C
	3	6	7
	2	5	7
	7	2	3
	4	4	3

S	A	B	C
	3	4	5
	7	2	3

解答

已知集合R和集合S，求R和S的并集、差集、交集和笛卡尔积。

R

A	B	C
3	6	7
2	5	7
7	2	3
4	4	3

S

A	B	C
3	4	5
7	2	3

RUS:

A	B	C
3	6	7
2	5	7
7	2	3
4	4	3
3	4	5

解答

已知集合R和集合S，求R和S的并集、差集、交集和笛卡尔积。

R

A	B	C
3	6	7
2	5	7
7	2	3
4	4	3

S

A	B	C
3	4	5
7	2	3

R-S:

A	B	C
3	6	7
2	5	7
4	4	3

$R \cap S$:

A	B	C
7	2	3

解答

已知集合R和集合S，求R和S的并集、差集、交集和笛卡尔积。

R

A	B	C
3	6	7
2	5	7
7	2	3
4	4	3

S

A	B	C
3	4	5
7	2	3

$R \times S$:

R.A	R.B	R.C	S.A	S.B	S.C
3	6	7	3	4	5
3	6	7	7	2	3
2	5	7	3	4	5
2	5	7	7	2	3
7	2	3	3	4	5
7	2	3	7	2	3
4	4	3	3	4	5
4	4	3	7	2	3

小结

传统的集合运算包括合并、相交、求差、笛卡尔积四种运算。四种运算都是二目运算，将关系看成元组的集合，运算从水平（行）的角度进行。



谢谢！



投影和选择运算

总述

内容：关系代数是实现关系操作的基本表示方法，关系代数运算按运算符的不同分为传统的集合运算和专门的关系运算。专门的关系运算包括投影、选择、连接和除法运算，本知识点学习投影和选择运算。

投影和选择运算

一、投影

二、选择

一、投影

从现有关系中选取某些属性（列），删除重复的行（元组），组成新的关系。（从列的角度进行运算）

若 R 是一个 K 元关系，其元组变量为 $t^k = \langle t_1, t_2, \dots, t_k \rangle$ ，那么关系 R 在其分量 $t_{j_1}, t_{j_2}, \dots, t_{j_n}$ ($n \leq k$; j_1, j_2, \dots, j_n 为 1 到 K 之间互不相同的整数) 上的投影(运算符 “ π ”) 记为：

$$\pi_{j_1, j_2, \dots, j_n}(R) = [t \mid t = \langle t_{j_1}, t_{j_2}, \dots, t_{j_n} \rangle \wedge \langle t_1, t_2, \dots, t_k \rangle \in R]$$

一、投影

例1:

$$\pi_{3,1}(R) = \{t \mid t = \langle t_3, t_1 \rangle \wedge \langle t_3, t_1 \rangle \in R\}$$

或 $\pi_{A3,A1}(R) = \{t \mid t = \langle t_3, t_1 \rangle \wedge \langle t_3, t_1 \rangle \in R\}$

R

A1	A2	A3
a1	b1	c1
a1	b2	c1
a2	b2	c2

结果:

A3	A1
c1	a1
c2	a2

二、选择

选择（限制）是从现有关系中选择满足一定条件的元组组成新的关系。（从行的角度进行运算）

运算符 “ δ ” 记为：

$$\delta_F (R) = \{t | t \in R \wedge F(t) = \text{'真'}\}$$

其中F为选择条件，是一个逻辑表达式，运算对象可以是常量、属性名（序号）、简单函数等，运算符可以是算术比较运算符和逻辑运算符。

二、选择

例2: $\delta_F(R)$

$\delta_{[2]>4 \wedge [1]='a'}(R) = \{t | t \in R \wedge [2]>4 \wedge [1]='a'\}$ 或

$\delta_{A_2>4 \wedge A_1='a'}(R) = \dots$

A_1	A_2	A_3
a	7	e
a	2	f
a	5	g
b	4	h

结果:

A_1	A_2	A_3
a	7	e
a	5	g

二、选择

例3：对于学生模式S (sno, sname, age, sex) ,
查询所有年龄大于18岁的女生的学号和姓名。 (π, δ)

$$\pi_{sno, sname} (\delta_{age > 18 \wedge sex = '女'} (S))$$

结果:

s2	WANG
----	------

S

sno	sname	age	sex
s1	LI	17	女
s2	WANG	19	女
s3	LIU	21	男

练习

已知集合R和集合S, 求 $\pi_{3,2}(S)$ 、 $\sigma_{B<5}(R)$ 。

R	A	B	C
	3	6	7
	2	5	7
	7	2	3
	4	4	3

S	A	B	C
	3	4	5
	7	2	3

解答

已知集合R和集合S, 求 $\pi_{3,2}(S)$ 、 $\sigma_{B<5}(R)$ 。

R	A	B	C
	3	6	7
	2	5	7
	7	2	3
	4	4	3

S	A	B	C
	3	4	5
	7	2	3

$\pi_{3,2}(S):$		C	B
		5	4
		3	2

$\sigma_{B<5}(R):$		A	B	C
		7	2	3
		4	4	3

小结

专门的关系运算包括投影、选择、连接和除法运算，其中投影和选择运算都是单目运算。投影运算从列的角度进行，选择运算从行的角度进行。



谢谢！



连接运算

总述

内容：关系代数是实现关系操作的基本表示方法，关系代数运算按运算符的不同分为传统的集合运算和专门的关系运算。专门的关系运算包括投影、选择、连接和除法运算，本知识点学习连接运算。

- 一、 θ 连接和F连接
- 二、自然连接

一、 θ 连接和F连接

连接也称为 θ 连接，它是从两个关系的笛卡尔积中选取属性间满足一定条件的元组。记作：

$$R \underset{i \theta j}{\bowtie} S = \delta_{i \theta (r+j)} (R \times S)$$

其中*i*和*j*分别为R和S上第*i*个和第*j*个属性的序号， θ 是比较运算符。

连接运算从R和S的广义笛卡尔积 $R \times S$ 中选取第*i*个分量与第*r+j*个分量满足 θ 运算的元组。

一、 θ 连接和F连接

$$R \underset{i \theta j}{\bowtie} S = \delta_{i \theta (r+j)} (R \times S)$$

θ 可以是比较运算符（ $<$ ， $>$ ， \leq ， \geq ， $=$ ， \neq ）中的任何一个。

当 θ 为“=”时，称为**等值联接**，记为：

$$R \underset{i=j}{\bowtie} S = \delta_{i=(r+j)} (R \times S)。$$

当F为公式时称为**F联接**，记为： $R \underset{F}{\bowtie} S$

其中，F为： $F_1 \wedge F_2 \wedge \dots \wedge F_n$ ，每个 F_i 都是形如 $i \theta j$ 的式子。

一、 θ 连接和F连接

例1： θ 连接（只有一个运算条件的连接，从行的角度进行运算）

R_1

A_1	A_2	A_3
a	4	e
b	2	f
c	5	g
d	1	h

R_2

A_1	A_2	A_3
b	2	e
c	3	f
b	5	h

θ 连接

$R_1.A_1$	$R_1.A_2$	$R_1.A_3$	$R_2.A_1$	$R_2.A_2$	$R_2.A_3$
a	4	e	b	2	e
a	4	e	c	3	f
c	5	g	b	2	e
c	5	g	c	3	f

求: $R_1 \bowtie_{A_2=A_2} R_2$

一、 θ 连接和F连接

例2：F连接（有多个运算符，且多个运算条件之间“与”的关系，从行的角度进行运算）

R	A	B	C	S	D	E	F
	1	2	3		3	1	4
	4	15	6		6	2	13
	7	8	9		5	1	12

求 $R \bowtie_{1>2 \wedge 2<3} S$

结果为：

A	B	C	D	E	F
7	8	9	6	2	13
7	8	9	5	1	12

二、自然连接

自然联接是一种特殊的等值联接。要求两个关系中进行比较的分量是**相同的**属性组，并在结果中**去掉重复**的属性列。若关系R和S具有相同的属性组B，则自然连接记作为：

$$R \bowtie S = \{ \overbrace{t_r t_s}^{[U-B]} [U-B] \mid t_r \in R \wedge t_s \in S \wedge t_r[B] = t_s[B] \}$$

二、自然连接

例3：自然连接（从行和列的角度进行运算）

R

A1	A2	A3
a	1	b
b	2	c
c	4	e

S

A1	A2
e	2
a	1
b	3
c	4

$R \bowtie S$ 结果:

A1	A2	A3
a	1	b
c	4	e

二、自然连接

例4：自然连接和等值连接

R

A	B	C
a1	b1	5
a1	b2	6
a2	b3	8
a2	b4	12

等值联接

$$R_{2=1} \infty S$$

A	R.B	C	S.B	E
a1	b1	5	b1	3
a1	b2	6	b2	7
a2	b3	8	b3	10
a2	b3	8	b3	2

S

B	E
b1	3
b2	7
b3	10
b3	2

自然联接

$$R \infty S$$

A	B	C	E
a1	b1	5	3
a1	b2	6	7
a2	b3	8	10
a2	b3	8	2

二、自然连接

例5：检索学习课程号为c2的学生姓名。

$$\pi_{\text{sname}}(\delta_{\text{cno} = 'c2'} (S \bowtie SC))$$

结果:

WANG

S

sno	sname	age	sex
s1	LI	17	女
s2	WANG	19	女
s3	LIU	21	男

SC

sno	cno	grade
s1	C1	90
s2	C2	80
s3	C1	70

练习

已知集合R和集合S，求 $R \underset{2=2}{\bowtie} S$ 、 $R \bowtie S$ 。

R

A	B	C
3	6	7
2	5	7
7	2	3
4	4	3

S

A	B	C
3	4	5
7	2	3

连接运算

解答

已知集合R和集合S，求 $R \bowtie_{2=2} S$ 、 $R \bowtie S$ 。

R

A	B	C
3	6	7
2	5	7
7	2	3
4	4	3

$R \bowtie_{2=2} S$

R.A	R.B	R.C	S.A	S.B	S.C
7	2	3	7	2	3
4	4	3	3	4	5

S

A	B	C
3	4	5
7	2	3

$R \bowtie S$

A	B	C
7	2	3

小结

专门的关系运算包括投影、选择、连接和除法运算，其中连接运算是二目运算。

连接运算包括 θ 连接、F连接和自然连接。

θ 连接和F连接从行的角度进行运算，自然连接从行和列的角度进行运算。

自然连接是最重要的连接运算，更符合使用习惯。



谢谢！



除法运算

总述

内容：关系代数是实现关系操作的基本表示方法，关系代数运算按运算符的不同分为传统的集合运算和专门的关系运算。专门的关系运算包括投影、选择、连接和除法运算，本知识点学习除法运算。

- 一、除法运算的定义
- 二、除法运算的实现

一、除法运算的定义

给定关系R (X, Y) 和S (Y, Z) , 其中X, Y, Z为属性组。R与S的除运算得到一个新的关系P (X) ,

P是R中满足下列条件的元组在X属性列上的投影:

R中元组在X上分量值x的象集Y_x包含S在Y上投影的集合。

记为: $R \div S = \{ t_r[X] \mid t_r \in R \wedge \pi_y(S) \subseteq Y_x \},$

其中 $t_r[X] = x$, Y_x 为x在R中的象集。

一、除法运算的定义

象集：

给定一个关系R (X,Y) , X和Y为属性组。定义, 当 $t[X]=x$ 时, x 在R中的象集为：

$$Y_x = \{ t[Y] \mid t \in R, t[X]=x \}$$

它表示R中属性组X上值为 x 的诸元组在Y上各分量的集合。

除法运算

选课

X Y

学号	姓名	课程号	课程名
a1	b1	c1	d1
a1	b1	c2	d2
a2	b2	c1	d1
a3	b3	c1	d1
a3	b3	c2	d2

当 $x=(a1,b1)$ 时, 其象集 Y_x 为:

课程号	课程名
c1	d1
c2	d2

当 $x=(a2,b2)$ 时, 其象集 Y_x 为:

课程号	课程名
c1	d1

课程

Y

课程号	课程名
c1	d1
c2	d2

$R \div S$:

X

学号	姓名
a1	b1
a3	b3

当 $x=(a3,b3)$ 时, 其象集 Y_x 为:

课程号	课程名
c1	d1
c2	d2

二、除法运算的实现

例1：检索全部学生都选的课程名。

$$\pi_{\text{name}}(C \bowtie (\pi_{\text{sno,cno}}(SC) \div \pi_{\text{sno}}(S)))$$

全部学生都选的课程号

S(sno,sname,age,sex)

C(cno,cname,tname)

SC(sno,cno,grade)

二、除法运算的实现

除法能用其它基本关系运算实现。 $R \div S$ 还可表示为：

$$R \div S = \pi_{1, 2, \dots, k_1-k_2}(R) - \pi_{1, 2, \dots, k_1-k_2}((\pi_{1, 2, \dots, k_1-k_2}(R) \times S) - R)$$

求 $R \div S$ 的操作步骤如下：

- (1) $T = \pi_{1, 2, \dots, r-s}(R)$
- (2) $W = (T \times S) - R$
- (3) $V = \pi_{1, 2, \dots, r-s}(W)$
- (4) $R \div S = T - V$

二、除法运算的实现

$R(X, Y)$ 能被 $S(Y, Z)$ 除的充分必要条件

- R 中包含 S 中的部分属性 (R 与 S 中的属性可以不同名, 但必须有相同的值域) ;
- R 中有一些属性不出现在 S 中。

练习

已知集合R和集合S，求 $R \div S$ 的结果。

R

A	B	C	D
a	b	c	d
a	b	e	f
b	c	e	f
e	d	c	d
e	d	e	f

$$(1) T = \pi_{1,2,\dots,r-s}(R)$$

$$(2) W = (T \times S) - R$$

$$(3) V = \pi_{1,2,\dots,r-s}(W)$$

$$(4) R \div S = T - V$$

S

C	D
c	d
e	f

除法运算

解答

R

A	B	C	D
a	b	c	d
a	b	e	f
b	c	e	f
e	d	c	d
e	d	e	f

A	B	C	D
a	b	c	d
a	b	e	f
b	c	c	d
b	c	e	f
e	d	c	d
e	d	e	f

S

C	D
c	d
e	f

$R \div S$

A	B
a	b
e	d

小结

专门的关系运算包括投影、选择、连接和除法运算，其中除法运算是二目运算。

除法运算是同时从行和列的角度进行运算。
除运算可以用投影、笛卡尔积和减运算实现，
对于查询至少、全部的问题可以简化表达形式。



谢谢！