1．求不定积分

(1) $\int \frac{1}{e^x(1+e^x)}dx$；

(2) $\int \frac{x+\arctan x}{1+x^2}dx$；

(3) $\int e^x \ln(1+e^x)dx$；

(4) $\int \frac{\arctan e^x}{e^{2x}}dx$；

(5) $\int \frac{xe^x}{(e^x+1)^2}dx$；

(6) $\int \frac{xe^x}{(e^x+1)^2}dx$

(7) $\int e^{\sqrt{x}}dx$；

(8) $\int \frac{x+2}{(2x+1)(x^2+x+1)}dx$；

(9) $\int x^3 e^x dx$；

(10) $\int \frac{x+5}{x^2-6x+13} dx$.

2．设 $f(x)=\begin{cases} \frac{1}{1+4x^2}, & x\geq 0 \\ \frac{e^x}{1+e^x}, & x<0 \end{cases}$ ，求定积分 $\int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(x)dx$.

3．设函数 $f(x)=x-\int_0^1 e^x f(x)dx$ ，则 $\int_0^1 e^x f(x)dx=$__________.

4．极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} e^{\frac{i}{n}}=$__________.

5．设函数 $f(x)$ 具有二阶连续导数，并且 $f(0)=3$， $f(\pi)=2$，计算

$\int_0^{\pi}[f(x)+f''(x)]\sin x dx$.

6．设在闭区间 $[a,b]$ 上， $f(x)>0, f'(x)>0, f''(x)<0$ ，令 $S_1=\int_a^b f(x)dx$ ，

$S_2=f(a)(b-a), S_3=\frac{b-a}{2}[f(a)+f(b)]$ ，则必有（　　　）

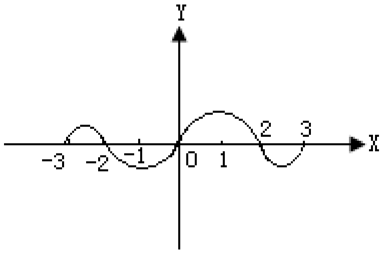
(A) $S_1<S_2<S_3$　(B) $S_2<S_1<S_3$　(C) $S_3<S_1<S_2$　(D) $S_2<S_3<S_1$

7. 求不定积分$\int \frac{1}{\sqrt{e^x+1}}dx$.

8. 求$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_{\cos x}^{1} e^{-t^2}dt}{\ln(1+x^2)}$

9. 已知$f'(e^x)=xe^{-x}$，且$f(1)=0$，则_____________.

10. 如图，连续函数$y=f(x)$在区间$[-3,-2]$，$[2,3]$上的图形分别是直径为 1 的上、下半圆周，在区间$[-2,0]$，$[0,2]$的图形分别是直径为 2 的下、上半圆周，设$F(x)=\int_0^x f(t)dt$.则下列结论正确的是（　　　　）



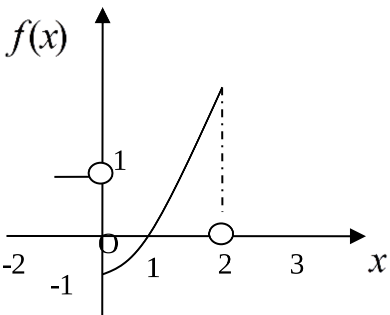
(A) $F(3)=-\frac{3}{4}F(-2)$

(B) $F(3)=\frac{5}{4}F(2)$

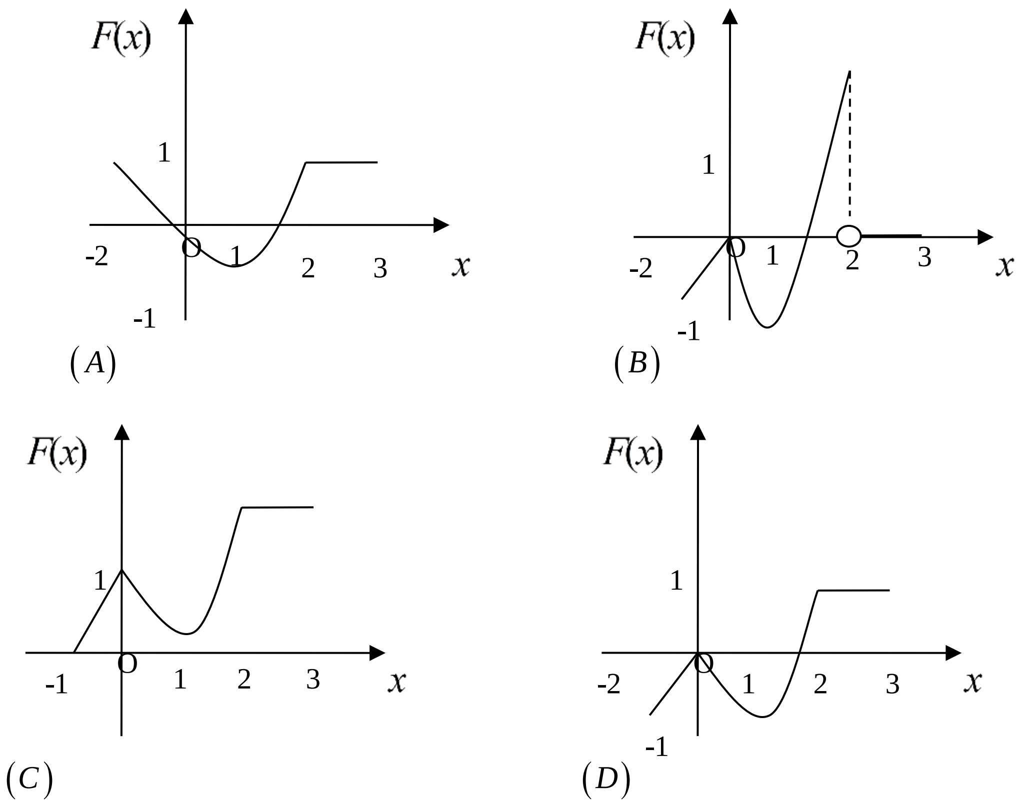
(C) $F(-3)=\frac{3}{4}F(2)$

(D) $F(-3)=-\frac{5}{4}F(-2)$.

11. 设函数$y=f\left(x\right)$在区间$\left[-1,3\right]$上的图形



则函数$F\left(x\right)=\int_0^x f\left(t\right)dt$的图形为（　　　　）



12. 已知两曲线 $y=f(x)$ 与 $y=\int_0^{\arctan x}e^{-t^2}dt$ 在点 $(0,0)$ 处的切线相同．求此切线的方程，并求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}nf(\frac{2}{n})$．

13. 反常积分 $\int_e^{+\infty}\frac{dx}{x\ln^2 x}=$ ______________.

14. 设函数 $f(x)$ 连续，则 $\frac{d}{dx}\int_0^x tf(t^2-x^2)dt=$__________.

15.（积分第一中值定理）设 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续，$g(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续且不变号，证明：至少存在一点 $\xi\in[a,b]$，使得 $\int_a^b f(x)g(x)dx=f(\xi)\int_a^b g(x)dx$.

16. 已知 $f'(x)=\dfrac{1}{x(1+2\ln x)}$，且 $f(1)=1$，令 $f(x)=$（　　）

(A) $\ln(1+2\ln x)+1$　　(B) $\dfrac{1}{2}\ln(1+2\ln x)+1$

(C) $\dfrac{1}{2}\ln(1+2\ln x)+\dfrac{1}{2}$　　(D) $2\ln(1+2\ln x)+1$

17. 下列等式中，正确的结果是(　　)

(A) $\int f'(x)dx=f(x)$　　(B) $\int df(x)=f(x)$

(C) $\dfrac{d}{dx}\int f(x)dx=f(x)$　　(D) $d\int f(x)dx=f(x)$

18. 设 $F(x)$ 是连续函数 $f(x)$ 的一个原函数，则必有（　　）

(A) $F(x)$ 是偶函数 $\Leftrightarrow$ $f(x)$ 是奇函数

(B) $F(x)$ 是奇函数 $\Leftrightarrow$ $f(x)$ 是偶函

(C) $F(x)$ 是周期函数 $\Leftrightarrow$ $f(x)$ 是周期函数

(D) $F(x)$ 是单调函数 $\Leftrightarrow$ $f(x)$ 是单调函数

19. 设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，证明：$\int_a^b f(x)dx=\int_a^b f(a+b-x)dx$

20. 过坐标原点作曲线$y=\ln x$的切线，该切线与曲线$y=\ln x$及x轴围成平面图形D。

(1)求D的面积A；

(2)求D绕直线$x=e$旋转一周所得旋转体的体积V

21. 已知曲线$y=\dfrac{\sqrt{x}}{e}$与曲线$y=\dfrac{1}{2}\ln x$在点(x_0,y_0)处有公切线，求：（1）切点的坐标(x_0,y_0)；（2）两曲线与x轴所围成的平面图形S的面积A；（3）平面图形S绕x轴旋转一周所得旋转体的体积V.

22. 设函数$f(x)$在$[0,1]$上连续，在$(0,1)$内可导，且$f(1)=6\int_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{2}}x^2f(x)dx$，证明：在$(0,1)$内至少存在一点$\xi$，使得$2f(\xi)+\xi f'(\xi)=0$.

23. 求下列定积分

(1) $\int_0^a \dfrac{1}{x+\sqrt{a^2-x^2}}dx(a>0)$；

(2) $\int_0^4 \dfrac{x+2}{\sqrt{2x+1}}dx$；

（3） $\int_0^{\pi} \frac{x\sin x}{1+\cos^2 x}dx$；

（4） $\int_1^{e} \sin(\ln x)dx$；

（5） $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (3x^2\sin x+\sin^2 x\cos^2 x)dx$；

（6） $\int_0^{+\infty} \frac{1}{e^{x+1}+e^{3-x}}dx$

24. 当 k 为何值时，反常积分 $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x(\ln x)^k}dx$ 收敛？当 k 为何值时，该反常积分发散？又当 k 为何值时，该反常积分取得最小值？

25. 计算下列导数

（1） $\frac{d}{dx}\int_0^{x} \sqrt{1+t^2}dt$；

（2） $\frac{d}{dx}\int_{x^2}^{x^3} \frac{1}{\sqrt{1+t^4}}dt$；

（3） $\frac{d}{dx}\int_{\sin x}^{\cos x} \cos(\pi t^2)dt$.