1．求不定积分

(1) $\int\frac{1}{e^x(1+e^x)}dx$； $=\int\left(\frac{1}{e^x}-\frac{1}{1+e^x}\right)dx=\int e^{-x}dx-\int\frac{e^{-x}}{e^{-x}+1}dx$

$=-e^{-x}+\ln(e^{-x}+1)+C$

(2) $\int\frac{x+\arctan x}{1+x^2}dx$； $=\int\frac{x}{1+x^2}dx+\int\frac{\arctan x}{1+x^2}dx$

$=\frac{1}{2}\ln(1+x^2)+\frac{1}{2}\arctan^2 x+C$

(3) $\int e^x\ln(1+e^x)dx$； $=\int\ln(1+e^x)d(1+e^x)=(1+e^x)\ln(1+e^x)-\int(1+e^x)\cdot\frac{1}{1+e^x}\cdot e^x dx$

$=(1+e^x)\ln(1+e^x)-e^x+C$

(4) $\int\frac{\arctan e^x}{e^{2x}}dx=-\frac{1}{2}\int\arctan e^x\,de^{-2x}=-\frac{1}{2}\left(e^{-2x}\arctan e^x-\int e^{-2x}\cdot\frac{e^x}{1+e^{2x}}dx\right)$

$=-\frac{1}{2}e^{-2x}\arctan e^x+\frac{1}{2}\int\frac{1}{e^x(1+e^{2x})}dx=-\frac{1}{2}e^{-2x}\arctan e^x+\frac{1}{2}\int\left(\frac{1}{e^{2x}}-\frac{1}{1+e^{2x}}\right)de^x$

$=-\frac{1}{2}e^{-2x}\arctan e^x-\frac{1}{2}\frac{1}{e^x}-\frac{1}{2}\arctan e^x+C$

$=-\frac{1}{2}e^{-2x}\arctan e^x-\frac{1}{2}e^{-x}-\frac{1}{2}\arctan e^x+C$

(5) $\int\frac{xe^x}{(e^x+1)^2}dx$；

$=\int x\,d\left(\frac{-1}{e^x+1}\right)=-\frac{x}{e^x+1}+\int\frac{1}{1+e^x}dx$

$=-\frac{x}{e^x+1}+\int\frac{-1}{e^{-x}+1}de^{-x}=-\frac{x}{e^x+1}-\ln(e^{-x}+1)+C$

(6) $\cancel{\int\frac{xe^x}{(e^x+1)^2}dx}$

令$\sqrt{x}=t$ 则$x=t^2$ $dx=2tdt$

(7) $\int e^{\sqrt{x}}dx$； $=\int 2te^t dt=\int 2t\,de^t=2te^t-2\int e^t dt=2te^t-2e^t+C$

$=2\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}-2e^{\sqrt{x}}+C$

(8) $\int\frac{x+2}{(2x+1)(x^2+x+1)}dx$； $=\int\frac{2}{2x+1}dx+\int\frac{-x}{x^2+x+1}dx=\int\frac{1}{2x+1}d(2x+1)+\int\frac{-\frac{1}{2}(2x+1)+\frac{1}{2}}{x^2+x+1}dx$

$=\ln|2x+1|-\frac{1}{2}\int\frac{1}{x^2+x+1}d(x^2+x+1)+\frac{1}{2}\int\frac{1}{(x+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}}d(x+\frac{1}{2})$

$=\ln|2x+1|-\frac{1}{2}\ln(x^2+x+1)+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{\sqrt{3}}\arctan\frac{2}{\sqrt{3}}(x+\frac{1}{2})+C$

$=\ln|2x+1|-\frac{1}{2}\ln(x^2+x+1)+\frac{1}{\sqrt{3}}\arctan\frac{2}{\sqrt{3}}(x+\frac{1}{2})+C$

(9) $\int x^3e^x dx$； $=\int x^3 de^x = x^3e^x - \int e^x \cdot 3x^2 dx = x^3e^x - 3\int x^2 de^x$

$= x^3e^x - 3(x^2e^x - \int e^x \cdot 2x dx) = x^3e^x - 3x^2e^x + 6\int x de^x$

$= x^3e^x - 3x^2e^x + 6xe^x - 6e^x + C$

(10) $\int \frac{x+5}{x^2-6x+13}dx$. $=\int \frac{\frac{1}{2}(2x-6)+8}{x^2-6x+13} = \frac{1}{2}\int \frac{2x-6}{x^2-6x+13}dx + 8\int \frac{dx}{(x-3)^2+4}$

$= \frac{1}{2}\ln(x^2-6x+13) + 8\cdot\frac{1}{2}\arctan\frac{x-3}{2} + C$

$= \frac{1}{2}\ln(x^2-6x+13) + 4\arctan\frac{x-3}{2} + C$

2. 设 $f(x)=\begin{cases} \frac{1}{1+4x^2}, & x\geq 0 \\ \frac{e^x}{1+e^x}, & x<0 \end{cases}$，求定积分 $\int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(x)dx$.

$= \int_{-1}^{0}\frac{e^x}{1+e^x}dx + \int_{0}^{\frac{1}{2}}\frac{1}{1+4x^2}dx = \int_{-1}^{0}\frac{1}{1+e^x}d(1+e^x) + \frac{1}{2}\int_{0}^{\frac{1}{2}}\frac{1}{1+4x^2}d2x$

$= \ln(1+e^x)\Big|_{-1}^{0} + \arctan 2x\Big|_{0}^{\frac{1}{2}} = \ln 2 - \ln(1+e^{-1}) + \frac{\pi}{4}$

3. 设函数 $f(x)=x-\int_0^1 e^x f(x)dx$，则 $\int_0^1 e^x f(x)dx=$ $\underline{\ \frac{1}{e}\ }$.

设 $\int_0^1 e^x f(x)dx = A \Rightarrow f(x)=x-A \Rightarrow e^x f(x) = xe^x - Ae^x \Rightarrow \int_0^1 e^x f(x)dx = \int_0^1 xe^x dx - \int_0^1 Ae^x dx$

$\Rightarrow A = xe^x\Big|_0^1 - e^x\Big|_0^1 - Ae^x\Big|_0^1 = e-(e-1)-A(e-1)$

$\Rightarrow Ae = 1 \Rightarrow A = \frac{1}{e}$

4. 极限 $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}e^{\frac{i}{n}} =$ ________.

$= \int_0^1 e^x dx = e^x\Big|_0^1 = e-1$

5. 设函数 $f(x)$ 具有二阶连续导数，并且 $f(0)=3$，$f(\pi)=2$，计算

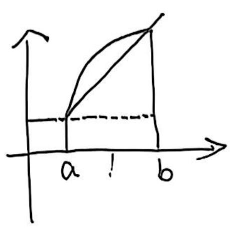
$\int_0^{\pi}[f(x)+f''(x)]\sin x dx$. $= \int_0^{\pi} f(x)\sin x dx + \int_0^{\pi} f''(x)\sin x dx = \int_0^{\pi} f(x) d(-\cos x) + \int_0^{\pi}\sin x\, df'(x)$

$= -f(x)\cos x\Big|_0^{\pi} + \int_0^{\pi}\cos x f'(x)dx + \sin x f'(x)\Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} f'(x)\cos x dx$

$= f(\pi) + f(0) = 3+2=5$

6. 设在闭区间 $[a,b]$ 上，$f(x)>0, f'(x)>0, f''(x)<0$，令 $S_1=\int_a^b f(x)dx$，

$S_2=f(a)(b-a), S_3=\frac{b-a}{2}[f(a)+f(b)]$，则必有（ ）



(A) $S_1<S_2<S_3$ (B) $S_2<S_1<S_3$ (C) $S_3<S_1<S_2$ (D) $S_2<S_3<S_1$

令 $\sqrt{e^x+1}=t$ $\quad x=\ln(t^2-1)$ $\quad dx=\frac{2t}{t^2-1}dt$

7. 求不定积分 $\int\frac{1}{\sqrt{e^x+1}}dx$. $=\int\frac{1}{t}\cdot\frac{2t}{t^2-1}dt=2\int\frac{1}{t^2-1}dt=2\cdot\frac{1}{2}\ln\left|\frac{t-1}{t+1}\right|+C$

$=\ln\left|\frac{\sqrt{e^x+1}-1}{\sqrt{e^x+1}+1}\right|+C=\ln\left(\frac{\sqrt{e^x+1}-1}{\sqrt{e^x+1}+1}\right)+C$

8. 求 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_{\cos x}^{1}e^{-t^2}dt}{\ln(1+x^2)}$ $=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_{\cos x}^{1}e^{-t^2}dt}{x^2}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{-e^{-\cos^2 x}\cdot(-\sin x)}{2x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{xe^{-\cos^2 x}}{2x}$

$=\frac{1}{2}$

9. 已知 $f'(e^x)=xe^{-x}$，且 $f(1)=0$，则______________.

$f'(e^x)=\frac{x}{e^x}\Rightarrow f'(x)=\frac{\ln x}{x}\Rightarrow f(x)=\int\frac{\ln x}{x}dx=\frac{1}{2}\ln^2 x+C$

$f(1)=C=0\Rightarrow f(x)=\frac{1}{2}\ln^2 x$

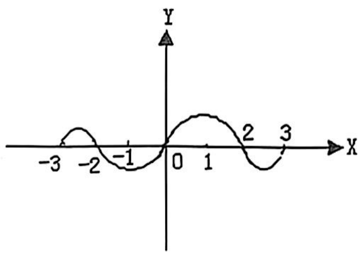
10. 如图，连续函数 $y=f(x)$ 在区间 $[-3,-2]$，$[2,3]$ 上的图形分别是直径为 1 的上、下半圆周，在区间 $[-2,0]$，$[0,2]$ 的图形分别是直径为 2 的下、上半圆周，设 $F(x)=\int_0^x f(t)dt$. 则下列结论正确的是（　　　　）

$F(3)=\frac{1}{2}\pi\times 1^2-\frac{1}{2}\pi\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{8}\pi$

$F(2)=\frac{\pi}{2}$

$F(-3)=\frac{3}{8}\pi$

$F(-2)=\frac{\pi}{2}$



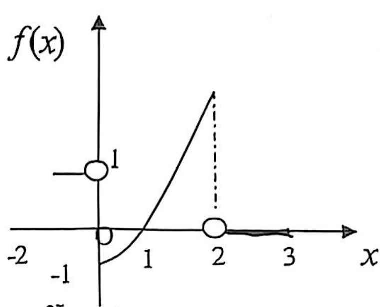
(A) $F(3)=-\frac{3}{4}F(-2)$

(B) $F(3)=\frac{5}{4}F(2)$

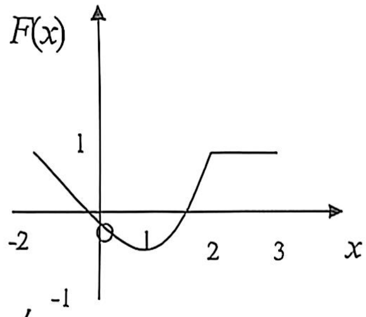
(C) $F(-3)=\frac{3}{4}F(2)$

(D) $F(-3)=-\frac{5}{4}F(-2)$.

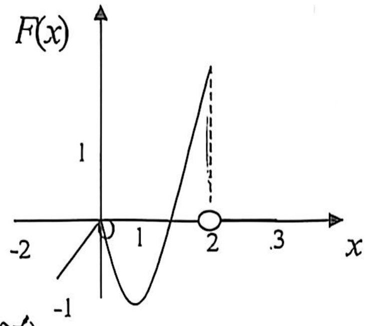
11. 设函数 $y=f(x)$ 在区间 $[-1,3]$ 上的图形



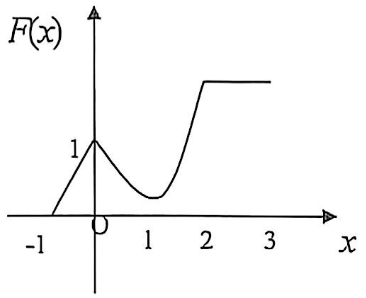
则函数 $F(x)=\int_0^x f(t)dt$ 的图形为（　　　　）



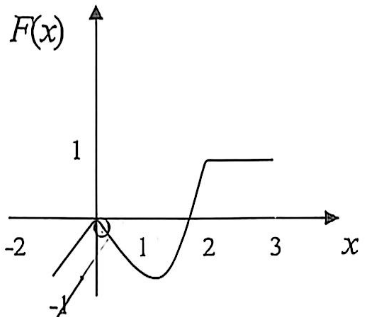
(A)



(B)



(C)



(D)

12. 已知两曲线 $y=f(x)$ 与 $y=\int_0^{\arctan x} e^{-t^2}dt$ 在点 $(0,0)$ 处的切线相同．求此切线的方程，并求极限 $\lim\limits_{n\to\infty} nf(\frac{2}{n})$．

$y(0)=0$ $\quad y'|_{x=0}=e^{-\arctan^2 x}\cdot\frac{1}{1+x^2}\Big|_{x=0}=1$

$$\lim_{n\to\infty} nf(\tfrac{2}{n})=\lim_{n\to\infty}\frac{f(\frac{2}{n})-f(0)}{\frac{2}{n}-0}\cdot 2=2f'(0)=2$$

切线方程 $y-0=x-0 \Rightarrow y=x$

13. 反常积分 $\int_e^{+\infty}\frac{dx}{x\ln^2 x}=$ ______.

$$=\int_e^{+\infty}\frac{1}{\ln^2 x}d\ln x=-\frac{1}{\ln x}\Big|_e^{+\infty}=0+1=1.$$

14. 设函数 $f(x)$ 连续，则 $\frac{d}{dx}\int_0^x tf(t^2-x^2)dt=$ $\underline{-\frac{1}{2}f(-x^2)}\cdot(-2x)=xf(-x^2)$.

$$\int_0^x tf(t^2-x^2)dt=\frac{1}{2}\int_0^x f(t^2-x^2)d(t^2-x^2)\xlongequal{u=t^2-x^2}\frac{1}{2}\int_{-x^2}^0 f(u)du$$

15.（积分第一中值定理）设$f(x)$在区间$[a,b]$上连续，$g(x)$在区间$[a,b]$上连续且不变号，证明：至少存在一点$\xi\in[a,b]$，使得$\int_a^b f(x)g(x)dx=f(\xi)\int_a^b g(x)dx$.

证：$f(x)$在$[a,b]$上连续 $\Rightarrow$ 由最值定理，$f(x)$在$[a,b]$上有最小值m和最大值M

$g(x)$在$[a,b]$上不变号，不妨设$g(x)>0$　则 $mg(x)\le f(x)g(x)\le Mg(x)$

$\therefore m\int_a^b g(x)dx\le\int_a^b f(x)g(x)dx\le M\int_a^b g(x)dx \Rightarrow m\le\frac{\int_a^b f(x)g(x)dx}{\int_a^b g(x)dx}\le M$

由介值定理，至少存在一点$\xi\in[a,b]$，使$f(\xi)=\frac{\int_a^b f(x)g(x)dx}{\int_a^b g(x)dx}$，即$\int_a^b f(x)g(x)dx=f(\xi)\int_a^b g(x)dx$

16. 已知$f'(x)=\frac{1}{x(1+2\ln x)}$，且$f(1)=1$，令$f(x)=$（　）

(A) $\ln(1+2\ln x)+1$　　(B) $\frac{1}{2}\ln(1+2\ln x)+1$

(C) $\frac{1}{2}\ln(1+2\ln x)+\frac{1}{2}$　　(D) $2\ln(1+2\ln x)+1$

$f(x)=\int f'(x)dx=\int\frac{1}{x(1+2\ln x)}dx=\frac{1}{2}\int\frac{1}{1+2\ln x}d(1+2\ln x)=\frac{1}{2}\ln(1+2\ln x)+C$

$f(1)=C=1 \Rightarrow f(x)=\frac{1}{2}\ln(1+2\ln x)+1$

17. 下列等式中，正确的结果是（　）

(A) $\int f'(x)dx=f(x)$　　(B) $\int df(x)=f(x)$

(C) $\frac{d}{dx}\int f(x)dx=f(x)$　　(D) $d\int f(x)dx=f(x)$

18. 设$F(x)$是连续函数$f(x)$的一个原函数，则必有（　　）

(A) $F(x)$是偶函数$\Leftrightarrow f(x)$是奇函数

(B) $F(x)$是奇函数$\Leftrightarrow f(x)$是偶函数　$F(x)=\sin x+x+1$　$f(x)=\cos x+1$

$\Rightarrow$

(C) $F(x)$是周期函数$\Leftrightarrow f(x)$是周期函数　$F(x)=\sin x+x$　$f(x)=\cos x+1$

(D) $F(x)$是单调函数$\Leftrightarrow f(x)$是单调函数　$F(x)=x^2$　$f(x)=2x$

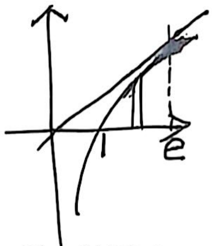
19. 设$f(x)$在$[a,b]$上连续，证明：$\int_a^b f(x)dx=\int_a^b f(a+b-x)dx$

$\int_a^b f(x)dx \xlongequal{u=a+b-x} \int_b^a -f(a+b-u)du=\int_a^b f(a+b-u)du=\int_a^b f(a+b-x)dx$

设切点坐标(x_0,y_0) $y'|_{x=x_0}=\frac{1}{x_0}$

切线方程为 $y-y_0=\frac{1}{x_0}(x-x_0)$

代入$(0,0)$ $-y_0=-1 \Rightarrow y_0=1 \Rightarrow$ 切点坐标为$(e,1)$



20. 过坐标原点作曲线 $y=\ln x$ 的切线，该切线与曲线 $y=\ln x$ 及 x 轴围成平面图形 D。

$$A=\frac{1}{2}\times e\times 1-\int_1^e \ln x dx=\frac{e}{2}-\left(x\ln x\Big|_1^e-\int_1^e x\cdot\frac{1}{x}dx\right)$$
$$=\frac{e}{2}-\left(e-(e-1)\right)=\frac{e}{2}-1$$

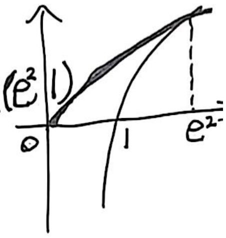
(1) 求 D 的面积 A；

(2) 求 D 绕直线 $x=e$ 旋转一周所得旋转体的体积 V

$$V=\frac{1}{3}\pi\times e^2\times 1-\int_1^e 2\pi(e-x)\cdot\ln x\, dx=\frac{1}{3}\pi e^2-2\pi e\int_1^e \ln x dx+\int_1^e 2\pi x\ln x dx$$
$$=\frac{1}{3}\pi e^2-2\pi e+2\pi\cdot\frac{1}{2}\int_1^e \ln x dx^2=\frac{1}{3}\pi e^2-2\pi e+\pi\left(x^2\ln x\Big|_1^e-\int_1^e x^2\cdot\frac{1}{x}dx\right)$$
$$=\frac{1}{3}\pi e^2-2\pi e+\pi\left[e^2-\frac{1}{2}(e^2-1)\right]=\frac{5}{6}\pi e^2-2\pi e+\frac{\pi}{2}$$

21. 已知曲线 $y=\frac{\sqrt{x}}{e}$ 与曲线 $y=\frac{1}{2}\ln x$ 在点(x_0,y_0)处有公切线，求：（1）切点的坐标(x_0,y_0)；（2）两曲线与x轴所围成的平面图形 S 的面积 A；（3）平面图形 S 绕x轴旋转一周所得旋转体的体积 V.

(1) $y'=\frac{1}{2e\sqrt{x}}$ $y'=\frac{1}{2x}$ 令 $\frac{1}{2e\sqrt{x}}=\frac{1}{2x} \Rightarrow x=e^2 \Rightarrow$ 切点坐标$(e^2,1)$



$$A=\int_0^{e^2}\frac{\sqrt{x}}{e}dx-\int_1^{e^2}\frac{1}{2}\ln x dx=\frac{1}{e}\cdot\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\Big|_0^{e^2}-\frac{1}{2}\left(x\ln x\Big|_1^{e^2}-\int_1^{e^2}dx\right)=\frac{2}{3e}(e^3-0)-\frac{1}{2}(2e^2-e^2+1)$$
$$=\frac{2}{3}e^2-\frac{e^2}{2}-\frac{1}{2}=\frac{1}{6}e^2-\frac{1}{2}$$

$$V=\int_0^{e^2}\pi\cdot\frac{x}{e^2}dx-\int_1^{e^2}\pi\cdot\frac{1}{4}\ln^2 x dx=\frac{\pi}{e^2}\cdot\frac{1}{2}x^2\Big|_0^{e^2}-\frac{\pi}{4}\left(x\ln^2 x\Big|_1^{e^2}-\int_1^{e^2}x\cdot 2\ln x\cdot\frac{1}{x}dx\right)$$
$$=\frac{\pi}{2}e^2-\frac{\pi}{4}\left(4e^2-2\int_1^{e^2}\ln x dx\right)=\frac{\pi}{2}e^2-\pi e^2+\frac{\pi}{2}(e^2+1)=\frac{\pi}{2}$$

22. 设函数 $f(x)$ 在$[0,1]$上连续，在$(0,1)$内可导，且 $f(1)=6\int_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{2}}x^2 f(x)dx$，证明：在$(0,1)$内至少存在一点$\xi$，使得 $2f(\xi)+\xi f'(\xi)=0$.

由积分中值定理: $f(1)=6\int_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{2}}x^2 f(x)dx=c^2 f(c)$ $c\in[\frac{1}{3},\frac{1}{2}]$

令 $F(x)=x^2 f(x)$

在$[c,1]$上对$F(x)$利用Rolle中值定理得，至少存在一点$\xi\in(c,1)\subset(0,1)$

使得 $F'(\xi)=2\xi f(\xi)+\xi^2 f'(\xi)=0$ 即 $2f(\xi)+\xi f'(\xi)=0$

23. 求下列定积分

(1) $\int_0^a \frac{1}{x+\sqrt{a^2-x^2}}dx(a>0)$； $\xlongequal{x=a\sin t}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{a\sin t+a\cos t}a\cos t\, dt=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos t}{\sin t+\cos t}dt$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin t}{\sin t+\cos t}dt=\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}dt=\frac{\pi}{4}$$

(2) $\int_0^4 \frac{x+2}{\sqrt{2x+1}}dx$； $\xlongequal[x=\frac{t^2-1}{2}]{\sqrt{2x+1}=t}\int_1^3\frac{\frac{t^2-1}{2}+2}{t}\cdot t\,dt=\int_1^3\frac{t^2+3}{2}dt=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}t^3+3t\right)\Big|_1^3$

$$=\frac{1}{2}\left(18-\frac{10}{3}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{44}{3}=\frac{22}{3}$$

(3) $\int_0^{\pi}\frac{x\sin x}{1+\cos^2 x}dx$；$=\frac{\pi}{2}\int_0^{\pi}\frac{\sin x}{1+\cos^2 x}dx=-\frac{\pi}{2}\int_0^{\pi}\frac{d\cos x}{1+\cos^2 x}=-\frac{\pi}{2}\arctan\cos x\Big|_0^{\pi}$

$=-\frac{\pi}{2}\left(-\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi^2}{4}$

(4) $\int_1^e\sin(\ln x)dx$；$=x\sin(\ln x)\Big|_1^e-\int_1^e x\cdot\cos(\ln x)\cdot\frac{1}{x}dx=e\sin 1-\int_1^e\cos(\ln x)dx$

$=e\sin 1-\left(x\cos(\ln x)\Big|_1^e+\int_1^e x\cdot\sin(\ln x)\cdot\frac{1}{x}dx\right)$

$=e\sin 1-e\cos 1+1-\int_1^e\sin(\ln x)dx=\frac{e\sin 1-e\cos 1+1}{2}$

(5) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(3x^2\sin x+\sin^2 x\cos^2 x)dx$；$=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 x(1-\sin^2 x)dx$

$=2\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{\pi}{2}-\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{\pi}{2}\right)=2\times\frac{1}{2}\times\frac{\pi}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{\pi}{8}$

(6) $\int_0^{+\infty}\frac{1}{e^{x+1}+e^{3-x}}dx=\int_0^{+\infty}\frac{e^{x-3}}{e^{2x-2}+1}dx=e^{-2}\int_0^{+\infty}\frac{de^{x-1}}{1+(e^{x-1})^2}=e^{-2}\arctan e^{x-1}\Big|_0^{+\infty}$

$=e^{-2}\left(\frac{\pi}{2}-\arctan e^{-1}\right)$

24. 当k为何值时，反常积分$\int_2^{+\infty}\frac{1}{x(\ln x)^k}dx$收敛？当$k$为何值时，该反常积分发散？又当$k$为何值时，该反常积分取得最小值？

当$k=1$时 $\int_2^{+\infty}\frac{1}{x(\ln x)^k}dx=\int_2^{+\infty}\frac{1}{\ln x}d\ln x=\cancel{-\frac{1}{\ln x}\Big|_2^{+\infty}}=\ln|\ln x|\Big|_2^{+\infty}=+\infty$ 发散

当$k\neq1$时 $\int_2^{+\infty}\frac{1}{x(\ln x)^k}dx=\int_2^{+\infty}(\ln x)^{-k}d\ln x=\frac{1}{1-k}(\ln x)^{1-k}\Big|_2^{+\infty}=\begin{cases}\frac{(\ln 2)^{1-k}}{k-1} & k>1 \text{ 收}\\ +\infty & k<1 \text{ 发}\end{cases}$

当$k>1$时 $\int_2^{+\infty}\frac{1}{x(\ln x)^k}dx$ 收敛，

当$k\le1$时 $\int_2^{+\infty}\frac{1}{x(\ln x)^k}dx$ 发散.

令 $f(k)=\frac{(\ln 2)^{1-k}}{k-1}$

$f'(k)=\frac{-(\ln 2)^{1-k}\ln\ln 2\cdot(k-1)-(\ln 2)^{1-k}}{(k-1)^2}=\frac{-(\ln 2)^{1-k}((k-1)\ln\ln 2+1)}{(k-1)^2}=0$

$\Rightarrow k=1-\frac{1}{\ln\ln 2}$

25. 计算下列导数

(1) $\frac{d}{dx}\int_0^x\sqrt{1+t^2}dt$；$=\sqrt{1+x^2}$

(2) $\frac{d}{dx}\int_{x^2}^{x^3}\frac{1}{\sqrt{1+t^4}}dt$；$=3x^2\cdot\frac{1}{\sqrt{1+x^{12}}}-2x\cdot\frac{1}{\sqrt{1+x^8}}$

(3) $\frac{d}{dx}\int_{\sin x}^{\cos x}\cos(\pi t^2)dt$. $=-\sin x\cos(\pi\cos^2 x)-\cos x\cos(\pi\sin^2 x)$.