1．微分方程 $ydx + xdy = 0$ 满足初始条件 $y|_{x=1} = 1$ 的特解为______________.

2．已知 $f(x)$ 为可导函数，并且 $f(x) > 0$，满足方程 $f(x) = 9 + \int_0^x \frac{f(t)\sin t}{1+\cos t} dt$，求 $f(x)$.

3. 解方程 $\frac{dy}{dx} - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^{\frac{5}{2}}$

4. 解方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x+y}$

5. 求微分方程 $\left(1+x^2\right)y'' = 2xy', y|_{x=0} = 1, y'|_{x=0} = 3$ 的特解.

6．解方程 $yy''-y'^2=0$

7．求微分方程 $y''-y=3e^{2x}$ 满足初始条件 $y\big|_{x=0}=1, y'\big|_{x=0}=4$ 的特解.

8．求微分方程 $y''-4y=4e^{2x}+1$的通解.

9. 已知 $y=1, y=x, y=x^2$ 是某二阶非齐次线性微分方程的三个解，则该方程的通解为____________.

10．对微分方程 $y''-y'-2y=xe^{-x}$，利用待定系数法求其特解 y^* 时，下列特解设法正确的是（　　　）．

(A) $y^*=x(Ax+B)e^{-x}$　　　　(B) $y^*=(Ax+B)e^{-x}$

(C) $y^*=Axe^{-x}$　　　　(D) $y^*=x^2(Ax+B)e^{-x}$

11．设非齐次线性微分方程 $y'-P(x)y=Q(x)$ 有两个不同的解 $y_1(x)$ 与 $y_2(x)$，C 为任意常数，则该方程的通解为（　　　）．

(A) $C[y_1(x)-y_2(x)]$　　　　(B) $y_1(x)+C[y_1(x)-y_2(x)]$

(C) $C[y_1(x)+y_2(x)]$　　　　(D) $y_1(x)+C[y_1(x)+y_2(x)]$

12．具有特解 $y_1(x)=e^{-x},y_2(x)=2xe^{-x},y_3(x)=3e^{x}$ 的三阶常系数齐次线性微分方程是（　　　）．

(A) $y'''-y''-y'+y=0$　　　　(B) $y'''+y''-y'-y=0$

(C) $y'''-6y''+11y'-6y=0$　　　　(D) $y'''-2y''-y'+2y=0$

13．设函数 $f(x)$ 连续且满足 $f(x)=x^3+\int_0^x (t-x)f(t)dt$，求 $f(x)$．

14. 设函数 $y=y(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内具有二阶导数，且 $y'\neq 0$， $x=x(y)$ 是 $y=y(x)$ 的反函数。

(1) 试将 $x=x(y)$ 所满足的微分方程 $\frac{d^2x}{dy^2}+(y+\sin x)(\frac{dx}{dy})^3=0$ 变换为 $y=y(x)$ 满足的微分方程。

(2) 求变换后的微分方程满足初始条件 $y(0)=0$，$y'(0)=\frac{3}{2}$ 的解。

15. 若二阶常系数线性齐次微分方程 $y''+ay'+by=0$ 的通解为 $y=\left(C_1+C_2x\right)e^x$，则非齐次方程 $y''+ay'+by=x$ 满足条件 $y\left(0\right)=2, y'\left(0\right)=0$ 的解为 $y=$________.