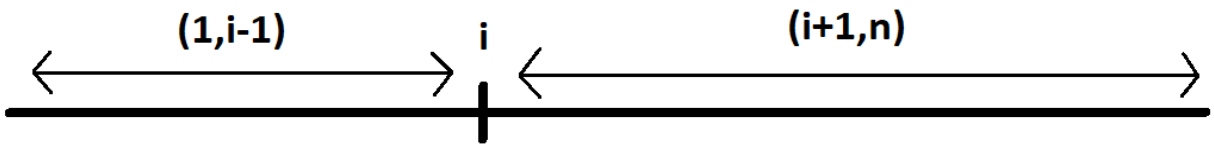
HƯỚNG DẪN GIẢI THUẬT

Bài 1:

Để giải được bài này ta cần có hai nhận xét quan trọng:

- gcd(a,b) ≤ min(a,b) dấu bằng xảy ra khi a là bội của b, hoặc b là bội của a
- gcd(a,b,c) = gcd(gcd(a,b),c) ước chung lớn nhất của 3 số bằng ước chung lớn nhất của số thứ 3 với ước chung lớn nhất của 2 số còn lại.



Giả sử ta thay chọn thay đổi phần tử a_i thành x. Đặt [1,i-1] va [i+1,n] lần lượt là ước chung lớn nhất của đoạn (1,i-1) và (i+1,n). Lúc này ước chung lớn nhất của dãy là: gcd(1,n) = gcd([1,i-1], [i+1,n], x) = gcd(gcd([1,i-1],[i+1,n]), x).

Ta có: gcd(gcd([1,i-1],[i+1,n]), x) ≤ min(gcd([1,i-1],[i+1,n]),x). Do x có thể chọn tùy ý nên vế trái có giá trị lớn nhất là gcd([1,i-1],[i+1,n]) đạt tại giá trị của x = gcd([1,i-1],[i+1,n]).

Vậy mới mỗi i ta có max(gcd(1,n)) = gcd([1,i-1],[i+1,n]).

Đặt L[i] = [1,i-1], khi đó L[1] = 0 và L[i] = gcd(L[i-1], a[i-1]).

Tương tự R[i] = [i+1,n], khi đó R[n] = 0 và R[i] = gcd(R[i+1], a[i+1]).

Kết quả là giá trị lớn nhất của gcd(1,n) với mỗi i.

Bài 2:

Bài 2.

Giải thuật có độ phức tạp $O(n^3)$:

Xét mọi bộ 3 (i, j, k) để tìm giá trị $(a_i - b_j)^2 + (b_j - c_k)^2 + (c_k - a_i)^2$ nhỏ nhất.

Giải thuật có độ phức tạp $O(n^2 \times \log_2(n))$:

Sắp xếp cả 3 dãy a, b, c tăng dần.

Xét một cặp (i, j) bất kỳ, với mọi k, ta có:

- Đặt $f(k) = (a_i - b_j)^2 + (b_j - c_k)^2 + (c_k - a_i)^2$.
- Nếu $c_k \geq \max(a_i, b_j)$ thì f(k + 1) > f(k).
- Nếu $c_k \leq \min(a_i, b_j)$ thì f(k - 1) > f(k).
- Nếu $\min(ai, bj) \leq c_k \leq \max(a_i,b_j)$ thì với mọi u mà $\min(a, b) \leq c_u \leq \max(a,b)$ thì f(k) = f(u).
- Ta phải xét 4 vị trí k, là xét thêm c_k nhỏ nhất mà $c_k \geq \min(a, b)$ và c_k lớn nhất mà $c_k \leq \max(a, b)$

- Như vậy ta chỉ cần xét 3 vị trí: chỉ số k nhỏ nhất mà $c_k \geq \max(a, b)$, chỉ số k lớn nhất mà $c_k \leq \min(a, b)$, và chỉ số k bất kì mà $\min(a, b) \leq c_k \leq \max(a,b)$. (trường hợp này không đúng).

- Sử dụng tìm kiếm nhị phân để tìm k.

Giải thuật có độ phức tạp $O(n\times\log_2(n))$:

Từ giải thuật phía trên, ta nhận thấy chỉ cần xét các trường hợp đặc biệt chứ không cần xét tất cả. Gồm:

- j nhỏ nhất mà $b_j \geq a_i$ và k nhỏ nhất mà $c_k \geq b_j$.
- j nhỏ nhất mà $b_j \geq a_i$ và k lớn nhất mà $c_k \leq b_j$.
- j lớn nhất mà $b_j \leq a_i$ và k nhỏ nhất mà $c_k \geq b_j$.
- j lớn nhất mà $b_j \leq a_i$ và k lớn nhất mà $c_k \leq b_j$.

Sử dụng tìm nhị phân để tìm j và k.

Bài 3.

- Sub1: Duyệt nhị phân
- Sub2: Xây dựng đồ thị 2 phía, một phía gồm các số chẵn, một phía là các số lẻ. Đáp án chính là số cặp ghép cực đại của đồ thị đã dựng được.