

Exercice 1

A et B : la carte tirée est :

- un as de cœur ✓

A ou B : la carte tirée est :

- un cœur
- un as
- un as de cœur ✓

Exercice 2

Non (A et B) : la carte tirée peut être n'importe quelle carte sauf un as de cœur ✓

Non (A ou B) : la carte tirée est tout sauf un as ou un cœur. ✓

Exercice 3

A et B : 6 ✓ A ou B : 2, 3, 4, 6 ✓

Exercice 4

Non (A et B) : 1, 2, 3, 4, 5 ✓ Non (A ou B) : 1, 5 ✓

Exercice 5

Non (A) : $x < 0$ ✓ Non (B) : $y < 0$ ✓ Non (A et B) : $x < 0$ ^{ou} $y < 0$ ✓
 Non (A ou B) : $x < 0$ ~~ou~~ ^{et} $y < 0$

Exercice 6

P	Q	R	Q et R	P ou (Q et R)
V	V	V	V	V
V	V	F	F	V
V	F	V	F	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	V
F	V	F	F	F
F	F	V	F	F
F	F	F	F	F

P	Q	R	P ou Q	P ou R	(P ou Q) et (P ou R)
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V
V	F	V	V	V	V
V	F	F	V	V	V
F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F
F	F	V	F	V	F
F	F	F	F	F	F

Les formules ont la même table de vérité, elles

Exercice 7 sont équivalentes.

$$2) f_1: ((x=0) \text{ et } (x \neq y)) \text{ ou } ((x \neq 0) \text{ et } (x=y))$$

$$f_2: \text{NON}(((x=0) \text{ ou } (x \neq y)) \text{ et } ((x \neq 0) \text{ ou } (x=y)))$$

$$f_2: \text{NON}((x=0) \text{ ou } (x \neq y)) \text{ ou } \text{NON}((x \neq 0) \text{ ou } (x=y))$$

$$f_2: (\text{NON}(x=0) \text{ et } \text{NON}(x \neq y)) \text{ ou } (\text{NON}(x \neq 0) \text{ et } \text{NON}(x=y))$$

$$f_2: ((x \neq 0) \text{ et } (x=y)) \text{ ou } ((x=0) \text{ et } (x \neq y))$$

$$f_2: ((x=0) \text{ et } (x \neq y)) \text{ ou } ((x \neq 0) \text{ et } (x=y)) \Rightarrow f_1$$

1)

$x=0$	$x \neq 0$	$x=y$	$x \neq y$	$(x=0) \text{ et } (x \neq y)$	$(x \neq 0) \text{ et } (x=y)$	f_1
V	F	V	F	F	F	F
V	F	F	V	V	F	V
F	V	V	F	F	V	V
F	V	F	V	F	F	F

$x=0$	$x \neq 0$	$x=y$	$x \neq y$	$(x=0) \text{ ou } (x \neq y)$	$(x \neq 0) \text{ ou } (x=y)$	f_2
V	F	V	F	V	V	F
V	F	F	V	V	F	V
F	V	V	F	F	V	V
F	V	F	V	V	V	F

même table de vérité : formules équivalentes

Exercice 8

$$(1): (p \vee q) \wedge r \quad \neg(1): \neg((p \vee q) \wedge r)$$

$$: \neg(p \vee q) \vee \neg(r)$$

$$: (\neg(p) \vee \neg(q)) \vee \neg(r)$$

~~non p~~

$$(2): (p \wedge q) \vee r \quad \neg(2): \neg((p \wedge q) \vee r)$$

$$: \neg(p \wedge q) \wedge \neg(r)$$

$$: (\neg(p) \vee \neg(q)) \wedge \neg(r)$$

Exercice 9

Si p faux, q vrai = p vrai, q vrai
 \nearrow p faux, q faux

$$(\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \vee (p \wedge q) = f$$

Correction:

p	q	f
F	F	V
F	V	V
V	V	V
V	F	F

$$\text{Donc } f: \neg(p \wedge \neg q)$$

$$((\text{non}(p) \text{ et } q) \text{ ou } (\text{non}(p) \text{ et non}(q))) \quad (1)$$

$$\Rightarrow (\text{non}(p) \text{ et } (q \text{ ou non}(q)))$$

\nwarrow \vee vrai

donc \Rightarrow non(p).

Exercice 10

$$f: (p \vee q) \wedge (\neg(p \wedge q)) \Leftrightarrow (p \text{ et non}(q)) \text{ ou } (\text{non}(p) \text{ et } q)$$

Exercice 11 \rightarrow erreur énoncé $P \rightarrow Q$ et inversement



$$\begin{aligned} \text{non}(P \Rightarrow Q) \\ \Leftrightarrow P \Rightarrow \text{non}(Q) \end{aligned} \quad \text{ok}$$

contraposée de $P \Rightarrow Q$: $\text{non } Q \Rightarrow \text{non } P$
Donc : "ABC non équilatéral" \Rightarrow "ABC non isocèle"
isocèle équilatéral
négation de la contraposée :
"ABC équilatéral" \Rightarrow "ABC isocèle"
non

Exercice 12

~~2, 4, 6, 10, 12, 16, 18~~ tous les nb pairs
vérifient l'énoncé donc
 $E = \{n \in \mathbb{N}, n \leq 20\}$

Exercice 13

La carte A est ~~4~~ et 7 $A \Rightarrow 4 \Leftrightarrow \text{non}(A) \vee 4$
 \hookrightarrow vérifier que ce n'est pas A

Exercice 14

- 1) Oui Non 3) Si : - il a plu
- le réveil est tombé en panne
4) Non 5) il n'a pas plu et \emptyset de panne de réveil.

Exercice 15

- 1) a) F b) ~~F~~ c) ~~F~~ vrai car 49 \nmid multiple de 5 : $F \Rightarrow F$
vrai car $\pi \neq 4$: $F \Rightarrow F$
2) a) π ne vaut pas 4 ou la somme des angles d'un triangle
ne vaut pas 180°
b) π ne vaut pas 4 \Rightarrow — ne vaut pas 200°
c) si 49 est ~~pas~~ un multiple de 5 alors 567 n'est pas
un multiple de 43

$$\begin{aligned} \text{Non}(P \Rightarrow Q) \\ = P \Rightarrow \text{Non}(Q) \end{aligned} \quad \text{ok}$$

Ex 15

- 3) - le quadrilatère est un rectangle ~~et~~ ^{ou} un losange ~~X~~
- 35 est multiple de 4, ~~mais~~ ^{ou} n'est pas multiple de 5
 - s'il ne pleut pas ~~ou~~ que ma voiture ne marche pas alors je n'irai pas au cinéma. ~~il pleut, ma voiture marche et je ne vais pas au cinéma.~~

Exercice 16

- 1) $G \wedge (\neg H)$ / 2) $G \Rightarrow H$ / 3) $\neg(\neg G \vee H)$
 $G \wedge (\neg H)$ /
 4) $G \Rightarrow H$ / 5) $\neg(G \wedge H)$ / 6) $G \Rightarrow H$ /
 7) $(\neg G) \wedge H$ / 8) $G \Rightarrow H$ / 9) $G \Rightarrow H$ /
 10) $G \Rightarrow H$ / $H \Rightarrow G$

Exercice 17

- 1) Paul n'a ni pantalon bleu ni chemise rouge. /
 2) Nasser ne va pas à la plage et au tennis. /
 3) S'il ~~ne~~ neige ~~pas~~, je ne fais pas de ski
 4) ~~Evriste est malheureux s'il ne fait pas de~~
~~logique.~~ Evriste est H et ϕL ou ϕH et L

Exercice 18.

$$\star ((\neg P) \wedge (\neg Q))$$

1)	P	$\neg P$	$P \vee (\neg P)$	2)	P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$\neg(P \vee Q)$	\star
	V	V	V		V	V	F	F	F	F
	V	F	V		V	F	F	V	F	F
	F	V	V		F	V	V	F	F	F
	F	F	F		F	F	V	V	V	V

→ tautologie
 (vraie équivalence)

→ tautologie.

3)	P	Q	$\neg Q$	$\neg P \Rightarrow Q$	$\neg(P \wedge (\neg Q))$
	V	V	F	V	V
	V	F	V	F	F
	F	V	F	V	V
	F	F	V	V	V

$((P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$	4)	P	Q	R	$P \Rightarrow Q$	$Q \Rightarrow R$	$P \Rightarrow R$	$((P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$
V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	V	F	F	V	F	F	F
V	V	F	V	V	F	V	V	F
V	V	F	F	F	F	V	F	F
V	F	V	V	V	V	V	V	V
V	F	V	F	F	V	F	V	F
V	F	F	V	V	V	V	V	F
V	F	F	F	F	V	V	V	F

→ tautologie.

Exercice 19.

1)	P	Q	$P \Rightarrow P$
	V	V	V
	V	F	V
	F	V	V
	F	F	V

→ tautologie.

2)	P	Q	$P \vee Q$	$P \Rightarrow (P \vee Q)$
	V	V	V	V
	V	F	V	V
	F	V	V	V
	F	F	F	V

→ tautologie.

3)	P	$\neg P$	Q	$(\neg P \vee Q)$	$(\neg P \vee Q) \vee P$
	V	F	V	V	V
	V	F	F	F	V
	F	V	V	V	V
	F	V	F	V	V

→ tautologie

Ex 19

4) P	Q	$Q \Rightarrow P$	$P \Rightarrow (Q \Rightarrow P)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V

→ tautologie

$((P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$	5) P	Q	R	$P \Rightarrow Q$	$Q \Rightarrow R$	$(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow R)$	$P \Rightarrow R$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	V	F	V	F	F	F
V	V	F	V	F	V	F	V
V	V	F	F	F	V	F	F
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	F	F	V
V	F	F	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V

→ tautologie.

6) P	Q	$P \Rightarrow Q$	$(P \Rightarrow Q) \wedge P$	$((P \Rightarrow Q) \wedge P) \Rightarrow Q$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

→ tautologie.

7) P	Q	$P \Rightarrow Q$	$(P \Rightarrow Q) \Rightarrow P$	$((P \Rightarrow Q) \Rightarrow P) \Rightarrow P$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

→ tautologie

Exercice 20.

$$p \vee (\neg(p \wedge q)) \Leftrightarrow (p \vee \neg p \vee \neg q)$$

donc tautologie
tautologie

1)	P	Q	$P \wedge Q$	$\neg(P \wedge Q)$	$P \vee \neg(P \wedge Q)$
	V	V	V	F	F
	V	F	F	V	V
	F	V	F	V	F
	F	F	F	V	F

$\rightarrow \emptyset$ tautologie. Faux

2)	P	Q	$P \wedge Q$	$(P \wedge Q) \Rightarrow P$
	V	V	V	V
	V	F	F	V
	F	V	F	V
	F	F	F	V

\rightarrow tautologie.

3)	P	Q	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$(P \vee Q) \Rightarrow (P \wedge Q)$
	V	V	V	V	V
	V	F	V	F	F
	F	V	V	F	F
	F	F	F	F	V

$\rightarrow \emptyset$ une tautologie.

4) $(P \wedge Q) \Rightarrow (P \vee Q)$

V
V
V
V

\rightarrow tautologie.

$$P \Rightarrow Q$$

$$(\Rightarrow \text{non}(P)) \vee Q$$



$$x^2 = 1 \Rightarrow x = 1$$

$$(\Rightarrow \text{non}(x^2 = 1)) \vee (x = 1)$$

négation :

$$x^2 = 1 \text{ et } x \neq 1$$

$$\text{donc } x = -1$$

Exercice 21

1) $x \in]-\infty; 0] \cup]1; +\infty[$

2) $xy \neq 0 \rightarrow x \neq 0$
et $y \neq 0$

3) $x^2 \neq 1 \Rightarrow x \neq 1$

Exercice 22

Si $x=0$, d'après P_1 , $y>0$. Donc $z<0$ donc P_3 fausse.

Donc $x \neq 0$.

Si $x>0$, $y<0$ d'après P_2 donc $z=0$

Or, d'après P_3 , si $y \neq 0$, $z>0$.

Donc $x<0$ et $y=0$, $z>0$, d'où l'ordre:
 $x < y < z$.

Exercice 23

$(\neg B) \wedge (\neg C) \wedge (\neg D)$	A	B	C	D	P_1	P_2	P_3	P_4
F	V	V	V	V	F	V	V	V
F	V	V	V	F	F	F	F	V
F	V	V	F	V	V	V	V	V
F	V	V	F	F	V	V	F	V
F	V	F	V	V	F	V	F	V
F	V	F	V	F	F	F	F	V
F	V	F	F	V	V	V	F	V
V	V	F	F	F	V	V	F	F

La seule possibilité où P_1, P_2, P_3 et P_4 vraie est
telle que : B vraie
C fausse
D vraie.

Exercice 24 → voir correction ⇒ OK

Oui, la seule possibilité est que les affirmations suivantes
soient fausses:

Marie : J'ai 22 ans.

→ 23 ans ✓

Paul : René a 25 ans

→ 25 ans ✓

René : Paul a 3 ans de +
que Marie

→ 22 ans. ✓

cf feuille

Exercice 25

Si le dernier ne peut deviner la couleur de son chapeau, c'est forcément que les premiers n'ont pas 2 chapeaux jaunes.

Donc, il y a un chapeau jaune et 1 rouge, ou 2 chapeaux rouges.

Si le 2^e ne sait pas, c'est qu'il voit un chapeau rouge, donc il ne sait pas si le sien est rouge ou jaune.

Donc le chapeau du dernier est rouge. ✓
/premier

Exercice 26 : voir correction.

$$1) P_2: (\neg B) \Rightarrow V$$

$$P_1: V \Rightarrow (\neg A) \vee L$$

$$P_4: \neg B \Rightarrow C$$

$$(\neg P_2): B \Rightarrow (\neg V)$$

$$P_3: (C \wedge L) \Rightarrow B$$

$$P_5: \neg A \Rightarrow L$$

$$2) B \Rightarrow (\neg V)$$

$$\neg B \Rightarrow C$$

$$(C \wedge L) \Rightarrow B$$

$$\neg A \Rightarrow L$$

Si B, alors il n'a pas de voiture. → vrai car non B.
Si non B, possible uniquement si C et L (donc si non A). La seule manière qu'il n'ait pas de voiture est donc s'il n'aime pas prendre le bus / s'il habite loin d'une ligne de bus donc si P₁ vraie.

cf feuille

Exercice 24

Π
A 22 ans.
B 2 ans \ominus P
C 1 an \oplus R

P
A $\phi \oplus$ jeune
B 3 ans avec R
C R = 25 ans

R
A \oplus jeune que Π
B Marie 23 ans
C P : 3 ans \oplus Π

A_{Π} faux \Rightarrow 3 ans \neq P et R
P ϕ le \oplus jeune donc C_P faux

C_R faux : P 2 ans de moins
donc Marie 23 ans, Paul 25 ans
René 22 ans

B_{Π} faux \Rightarrow Marie a 22 ans donc B_P faux
Donc R \oplus jeune que $\Pi \rightarrow$ René 21 ans
P 3 ans \oplus que $\Pi \Rightarrow$ P a 25 ans
impossible.
 B_P et C_P faux

C_{Π} faux \Rightarrow Marie a 22 ans donc B_P faux
Donc P a 3 ans de $\oplus \rightarrow$ 25 ans
mais P a 2 ans de $\ominus \rightarrow$ 20 ans
impossible.

Exercice 26

3) Si Ferdinand habite loin d'une ligne de bus, d'après P_3 :
il a une bicyclette s'il n'a pas de bicyclette... absurde.
D'après P_5 : $\neg A \Rightarrow L$ revient au même problème donc Ferdinand aime prendre le bus.

4) A: vrai
L: faux
B: vrai
C: faux
V: faux

$B \Rightarrow (\neg V) \rightarrow$ vrai $\neg P_2$
 $(C \wedge L) \Rightarrow B \rightarrow F \Rightarrow V \rightarrow$ vrai P_3
 $\neg B \Rightarrow C \rightarrow F \Rightarrow F \rightarrow$ vrai P_4
 $\neg A \Rightarrow L \rightarrow F \Rightarrow F \rightarrow$ vrai P_5