



L1 FOM Quiz Séquence 3
— Test 20mn/Aucun document autorisé —

<input type="checkbox"/> 0	<input checked="" type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input checked="" type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input checked="" type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input checked="" type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input checked="" type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input checked="" type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input checked="" type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input checked="" type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Écrivez ci-contre
votre numéro d'étudiant.
Par exemple si votre numéro
est 58314955, cochez la case
"5" de la première colonne,
la case "8" de la sec-
onde colonne, la case "3"
de la troisième, et ainsi
de suite jusqu'à la case
"5" de la dernière colonne.

Nom : ..CAUTY.....

Prénom : Cécile.....

Question 1 ♣ Cochez les propriétés correctes (sans justifier).

- 0/1
- ☐ $\exists n \in \mathbb{N} \forall k \in \mathbb{N} (n^2 + n - 2 \geq 3k^2 + 8)$
 - ☒ $\forall n \in \mathbb{N} [(n+1)^2 \geq 2 \Rightarrow \exists k \in \mathbb{N} (k \neq 0 \wedge n \geq k)]$
 - ☒ $\forall n \in \mathbb{N} (n \geq 1 \wedge \exists k \in \mathbb{N} (n > k))$

Question 2 La propriété

$$\forall n \in \mathbb{N} [(\exists k_1 \in \mathbb{N}^* \exists k_2 \in \mathbb{N}^* n = 2k_1 + 2k_2) \Rightarrow \exists k \in \mathbb{N} (n = 2k + 2)]$$

est-elle vraie (on convient que $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\}$)? Justifier ci-après.

☐ f ☒ v ☐ j

 Réserve

1/2

.. Cette propriété est vraie. En effet, si il
existe $k_1 \in \mathbb{N}^*$, $k_2 \in \mathbb{N}^*$ tq : $n = 2k_1 + 2k_2$,
alors $n = 2(k_1 + k_2)$ (1)
On peut réécrire l'égalité : $n = 2k + 2$
Non ! en $n = 2(k+1)$
Donc, en posant $k_1 = k$ et $k_2 = 1$, on retrouve
bien (1) * sauf si $k = 0$, donc k doit appartenir à \mathbb{N}^*



On se donne les relations $C(x)$ et $R(x)$ pour exprimer respectivement que " x est un cube" et que " x est rouge".

Question 3 ♣ Cochez la (ou les) formule(s) qui exprime(nt) qu'aucun cube n'est rouge.

☒ $\forall x(C(x) \Rightarrow \neg R(x))$

☐ $\forall x(C(x) \wedge R(x))$

☒ $\forall x(R(x) \Rightarrow \neg C(x))$

Question 4 ♣ Cochez la (ou les) formule(s) qui exprime(nt) que certains cubes ne sont pas rouges.

☒ $\exists x(C(x) \wedge \neg R(x))$

☐ $\exists x(C(x) \Rightarrow \neg R(x))$

☒ $\neg[\forall x(C(x) \Rightarrow R(x))]$

Soit la suite réelle $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ d'équation $u_{n+1} = \frac{2n}{u_n - 2}$, mais où u_0 est encore non fixé.

Question 5 Pour le cas $u_0 = 0$, montrer par récurrence que la proposition

$\forall n \in \mathbb{N} (n \geq 1 \Rightarrow u_n < 0)$ est vraie.

☐ f ☐ p ☒ j Réserve

On pose ~~l'hypothèse~~ $P(n) : \forall n \in \mathbb{N}, (n \geq 1 \Rightarrow u_n < 0)$.
Initialisation: $n = 0$ donc $P(0)$ vrai. Neutralité car $u_0 = 0$.
Hérédité: Soit $n \in \mathbb{N}$, on pose $P(n)$ vraie. $\Rightarrow P(n+1)$ vraie.
$$u_{n+1} = \frac{2n}{u_n - 2} < 0 \Leftrightarrow \frac{2n}{u_n - 2} < 0 \Leftrightarrow 2n < 0 \text{ ou } u_n - 2 < 0$$

Or, d'après $P(n)$, $u_n < 0$ impossible car $n \geq 1$.
Donc $u_n - 2 < -2 < 0$ donc $P(n+1)$ vraie.

Par principe de récurrence on a montré $P(n)$ vraie $\forall n \in \mathbb{N}$.

Question 6 ♣ Cocher la(les) valeur(s) de u_0 pour la(les)quelle(s) la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est bien définie.

☒ $u_0 = 0$

☒ $u_0 = 1$

☒ $u_0 = 3$

Question 7 Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite réelle définie par $u_0 = 2$, $u_1 = 1$, et $u_{n+2} = u_{n+1} + 12u_n$. Laquelle des expressions ci-dessous est vraie ?

☐ $u_n = (-4)^n + 5^n$ ✗

☐ $u_n = 2 - n$ ✗

☒ $u_n = 4^n + (-3)^n$ ✗

☐ $u_n = n^2 - 2n + 2$