# Chapitre 2

# Statistiques inférentielles

**Cédric Wolf** [a]

[a]Université de Rennes I, Unité Mixte de Recherche « ECOBIO »

CM1 & CM2 (9 & 11 septembre) -> Questionnaire (sur 5 pts) à répondre du 24 au 28 septembre
CM3 (15 octobre) -> Questionnaire (sur 5 pts) à répondre du 22 au 25 octobre
CM4 (6 novembre) -> Questionnaire (sur 5 pts) à répondre du 7 au 10 novembre
CM5 (26 novembre) -> Questionnaire (sur 5 pts) à répondre du 3 au 12 décembre

# Introduction

- ✓ Les **statistiques inférentielles** consistent à inférer (!) c'est à dire à prédire les paramètres de la population (ou plus généralement des informations sur la population) à partir de ceux de l'échantillon.

# Introduction

✓ Les **statistiques inférentielles** consistent à inférer (!) c'est à dire à prédire les paramètres de la population (ou plus généralement des informations sur la population) à partir de ceux de l'échantillon.

En effet, tout ce qu'on fait avec les statistiques descriptives consistent à décrire l'échantillon, mais ce qui nous intéresse dans le fond (en général), ce ne sont pas les N individus de l'échantillon, mais ce qu'on peut en déduire pour l'ensemble de la population !

**Comment les estimer ?**

# Introduction

- Les **statistiques inférentielles** consistent à inférer (!) c'est à dire à prédire les paramètres de la population (ou plus généralement des informations sur la population) à partir de ceux de l'échantillon.

En effet, tout ce qu'on fait avec les statistiques descriptives consistent à décrire l'échantillon, mais ce qui nous intéresse dans le fond (en général), ce ne sont pas les N individus de l'échantillon, mais ce qu'on peut en déduire pour l'ensemble de la population !

**Comment les estimer ?**

Ce sont souvent ces estimations qui sont indiquées dans les études, et non pas les paramètres de l'échantillon, sans que cela soit précisé explicitement

# Moyenne – Paramètres de localisation

- La meilleure estimation possible de la **moyenne de la population** $\mu_X$ est tout simplement la moyenne X de l'échantillon.

C'est du au fait que la moyenne de tous les X calculés pour tous les échantillons possibles est aussi égale à $\mu_X$

<u>Attention :</u> Cela ne veut pas dire que $\mu_X$ = X (c'est faux sauf miracle), mais on ne peut faire de meilleure estimation de $\mu_X$ à partir de l'échantillon que X

# Moyenne – Paramètres de localisation

✓ La meilleure estimation possible de la **moyenne de la population** $\mu_X$ est tout simplement la moyenne X de l'échantillon.
C'est du au fait que la moyenne de tous les X calculés pour tous les échantillons possibles est aussi égale à $\mu_X$

<u>Attention :</u> Cela ne veut pas dire que $\mu_X =$ X (c'est faux sauf miracle), mais on ne peut faire de meilleure estimation de $\mu_X$ à partir de l'échantillon que X

✓ De même, le mode, la médiane et les quartiles de l'échantillon sont les meilleures estimations possibles du mode, de la médiane et des quartiles de la population.

→ On dit que ce sont des estimateurs <u>sans biais</u>

# Moyenne – Paramètres de localisation

✓ La meilleure estimation possible de la **moyenne de la population** $\mu_X$ est tout simplement la moyenne X de l'échantillon.
C'est du au fait que la moyenne de tous les X calculés pour tous les échantillons possibles est aussi égale à $\mu_X$

<u>Attention :</u> Cela ne veut pas dire que $\mu_X$ = X (c'est faux sauf miracle), mais on ne peut faire de meilleure estimation de $\mu_X$ à partir de l'échantillon que X

✓ De même, le mode, la médiane et les quartiles de l'échantillon sont les meilleures estimations possibles du mode, de la médiane et des quartiles de la population.

→ On dit que ce sont des estimateurs <u>sans biais</u>

✓ Un **biais** statistique est une erreur systématique, faite toujours dans le même sens (surestimation ou sousestimation).
Il peut avoir 2 causes :

- l'échantillonage (non aléatoire)
- la formule de calcul qui est elle-même biaisée

# Variance, écart-type

- En revanche, la variance de l'échantillon $\sigma_X{}^2$ est un estimateur biaisé de la variance de la population $\sigma_{pop}{}^2$ : celle-ci est sous estimée (car plus il y a d'individus, plus les écarts possibles sont grands)

# Variance, écart-type

- En revanche, la variance de l'échantillon $\sigma_X^2$ est un estimateur biaisé de la variance de la population $\sigma_{pop}^2$ : celle-ci est sous estimée (car plus il y a d'individus, plus les écarts possibles sont grands)

- $\sigma_{pop}^2$ sera donc estimée par $\boxed{s^2 = \frac{N}{N-1}\sigma_X^2} = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(X_i - \bar{X})^2$

(même formule que la variance, mais en divisant par N-1 au lieu de N ;
$s^2$ est donc toujours un peu plus grand que $\sigma_X^2$ )

# Variance, écart-type

- En revanche, la variance de l'échantillon $\sigma_X^2$ est un estimateur biaisé de la variance de la population $\sigma_{pop}^2$ : celle-ci est sous estimée (car plus il y a d'individus, plus les écarts possibles sont grands)

- $\sigma_{pop}^2$ sera donc estimée par $\boxed{s^2 = \frac{N}{N-1}\sigma_X^2} = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(X_i - \bar{X})^2$

(même formule que la variance, mais en divisant par N-1 au lieu de N ;
$s^2$ est donc toujours un peu plus grand que $\sigma_X^2$ )

- En conséquence, l'écart-type de l'échantillon $\sigma_X$ est également un estimateur biaisé de l'écart-type de la population $\sigma_{pop}$ , qui sera estimée par $s = \sqrt{s^2}$

# Exemple

Ex : Tailles des étudiants à l'université de Rennes 1 en cm

```
sort(Taille)
 [1] 150 152 154 154 154 155 158 158 158 159 159 159 159 159 160 160 162 162 162 162 163 164 164 164 164 165 166 166 166
[30] 166 166 166 167 167 167 167 167 167 167 168 168 168 169 169 169 169 169 169 170 170 170 170 170 170 171 171 171 171
[59] 172 172 172 172 172 172 173 173 173 174 174 174 174 175 175 175 175 176 176 176 176 177 177 177 177 177 177 178 179
[88] 179 179 180 181 181 181 182 182 182 184 186 188 188
```

Moyenne échantillon : 169.7 cm

# Exemple

Ex : Tailles des étudiants à l'université de Rennes 1 en cm

```
sort(Taille)
 [1] 150 152 154 154 154 155 158 158 158 159 159 159 159 159 160 160 162 162 162 162 163 164 164 164 164 165 166 166 166
[30] 166 166 166 167 167 167 167 167 167 167 168 168 168 169 169 169 169 169 169 170 170 170 170 170 170 171 171 171 171
[59] 172 172 172 172 172 172 173 173 173 174 174 174 174 175 175 175 175 176 176 176 176 177 177 177 177 177 177 178 179
[88] 179 179 180 181 181 181 182 182 182 184 186 188 188
```

Moyenne échantillon : 169.7 cm

⟶ La moyenne de la taille des étudiants à Rennes 1 est estimée à 169.7 cm

# Exemple

Ex : Tailles des étudiants à l'université de Rennes 1 en cm

```
sort(Taille)
 [1] 150 152 154 154 154 155 158 158 158 159 159 159 159 159 160 160 162 162 162 162 163 164 164 164 164 165 166 166 166
[30] 166 166 166 167 167 167 167 167 167 167 168 168 168 169 169 169 169 169 169 170 170 170 170 170 170 171 171 171 171
[59] 172 172 172 172 172 172 173 173 173 174 174 174 174 175 175 175 175 176 176 176 176 177 177 177 177 177 177 178 179
[88] 179 179 180 181 181 181 182 182 182 184 186 188 188
```

Moyenne échantillon : 169.7 cm

→ La moyenne de la taille des étudiants à Rennes 1 est estimée à 169.7 cm

Variance échantillon : 65.55 $cm^2$

# Exemple

Ex : Tailles des étudiants à l'université de Rennes 1 en cm

```
sort(Taille)
 [1] 150 152 154 154 154 155 158 158 158 159 159 159 159 159 160 160 162 162 162 162 163 164 164 164 164 165 166 166 166
[30] 166 166 166 167 167 167 167 167 167 167 168 168 168 169 169 169 169 169 169 170 170 170 170 170 170 171 171 171 171
[59] 172 172 172 172 172 172 173 173 173 174 174 174 174 175 175 175 175 176 176 176 176 177 177 177 177 177 177 178 179
[88] 179 179 180 181 181 181 182 182 182 184 186 188 188
```

Moyenne échantillon : 169.7 cm

→ La moyenne de la taille des étudiants à Rennes 1 est estimée à 169.7 cm

Variance échantillon : 65.55 cm$^2$

→ La variance de la taille des étudiants à Rennes 1 est estimée par :

$$s^2 = \frac{N}{N-1}\sigma_X^2 = \frac{100}{99} \times 65.55 = 66.21\ cm^2$$

# Exemple

Ex : Tailles des étudiants à l'université de Rennes 1 en cm

```
sort(Taille)
 [1] 150 152 154 154 154 155 158 158 158 159 159 159 159 159 160 160 162 162 162 162 163 164 164 164 164 165 166 166 166
[30] 166 166 166 167 167 167 167 167 167 167 168 168 168 169 169 169 169 169 169 170 170 170 170 170 170 171 171 171 171
[59] 172 172 172 172 172 172 173 173 173 174 174 174 174 175 175 175 175 176 176 176 176 177 177 177 177 177 177 178 179
[88] 179 179 180 181 181 181 182 182 182 184 186 188 188
```

Moyenne échantillon : 169.7 cm

→ La moyenne de la taille des étudiants à Rennes 1 est estimée à 169.7 cm

Variance échantillon : 65.55 cm$^2$

→ La variance de la taille des étudiants à Rennes 1 est estimée par :

$$s^2 = \frac{N}{N-1}\sigma^2_X = \frac{100}{99} \times 65.55 = 66.21\ cm^2$$

Ecart-type échantillon: 8.10 cm

# Exemple

Ex : Tailles des étudiants à l'université de Rennes 1 en cm

```
sort(Taille)
 [1] 150 152 154 154 154 155 158 158 158 159 159 159 159 159 160 160 162 162 162 162 163 164 164 164 164 165 166 166 166
[30] 166 166 166 167 167 167 167 167 167 167 168 168 168 169 169 169 169 169 169 170 170 170 170 170 170 171 171 171 171
[59] 172 172 172 172 172 172 173 173 173 174 174 174 174 175 175 175 175 176 176 176 176 177 177 177 177 177 177 178 179
[88] 179 179 180 181 181 181 182 182 182 184 186 188 188
```

Moyenne échantillon : 169.7 cm

⟶ La moyenne de la taille des étudiants à Rennes 1 est estimée à 169.7 cm

Variance échantillon : 65.55 cm

⟶ La variance de la taille des étudiants à Rennes 1 est estimée par :

$$s^2 = \frac{N}{N-1}\sigma_X^2 = \frac{100}{99} \times 65.55 = 66.21\, cm^2$$

Ecart-type échantillon: 8.10 cm

⟶ L'écart-type de la taille des étudiants à Rennes 1 est estimé par :

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{N}{N-1}}\,\sigma_X = \sqrt{\frac{100}{99}} \times 8.10 = 8.14\, cm$$

# Erreur Standard

✓ L' **erreur-standard** est l'écart-type de la moyenne (c'est l'erreur comise en moyenne lorsque l'on estime $\mu_X$ par X)

$$es = \frac{s}{\sqrt{N}}$$

Exemple (cf page précédente) :

$$es = \frac{8.14}{\sqrt{100}} = 0.81$$

On écrira : La moyenne des étudiants de l'université de Rennes 1 est de 169.70 ± 0.81cm pour N=100 individus (c'est lié à N !)

# Erreur Standard

✓ L' **erreur-standard** est l'écart-type de la moyenne (c'est l'erreur comise en moyenne lorsque l'on estime $\mu_X$ par X)

$$es = \frac{s}{\sqrt{N}}$$

Exemple (cf page précédente) :

$$es = \frac{8.14}{\sqrt{100}} = 0.81$$

On écrira : La moyenne des étudiants de l'université de Rennes 1 est de 169.70 ± 0.81cm pour N=100 individus (c'est lié à N !)

Dans le vas de VA qualitative, le seul des paramètres vu précédement applicable est le mode. On pourra cependant faire des statistiques en se basant sur des pourcentages – ou des proportions

Lorsque l'on calcule une proportion p ($0<p<1$), on peut également calculer son écart-type par :

$$es = \sqrt{\frac{pq}{N}} \qquad \text{avec } q=1-p$$

# Erreur Standard

Écart-type d'un pourcentage :

Ex : Évaluation de la douleur lors de la mise au sein d'un bébé

| | |
|---|---|
| Pas de douleur | 50 |
| Sensible | 120 |
| Douloureux | 80 |
| Total | 250 |

# Erreur Standard

Écart-type d'un pourcentage :

Ex : Évaluation de la douleur lors de la mise au sein d'un bébé

| | |
|---|---|
| Pas de douleur | 50 |
| Sensible | 120 |
| Douloureux | 80 |
| Total | 250 |

→ Une proportion p = 80/250 = 0,32 d'individu a ressenti une douleur

# Erreur Standard

Écart-type d'un pourcentage :

Ex : Évaluation de la douleur lors de la mise au sein d'un bébé

| | |
|---|---|
| Pas de douleur | 50 |
| Sensible | 120 |
| Douloureux | 80 |
| Total | 250 |

→ Une proportion p = 80/250 = 0,32 d'individu a ressenti une douleur

→ $$es_p = \sqrt{\frac{0.32(1-0.32)}{250}} = 0,03$$

# Erreur Standard

Écart-type d'un pourcentage :

Ex : Évaluation de la douleur lors de la mise au sein d'un bébé

| | |
|---|---|
| Pas de douleur | 50 |
| Sensible | 120 |
| Douloureux | 80 |
| Total | 250 |

→ Une proportion p = 80/250 = 0,32 d'individu a ressenti une douleur

→ $$es_p = \sqrt{\frac{0.32(1-0.32)}{250}} = 0{,}03$$

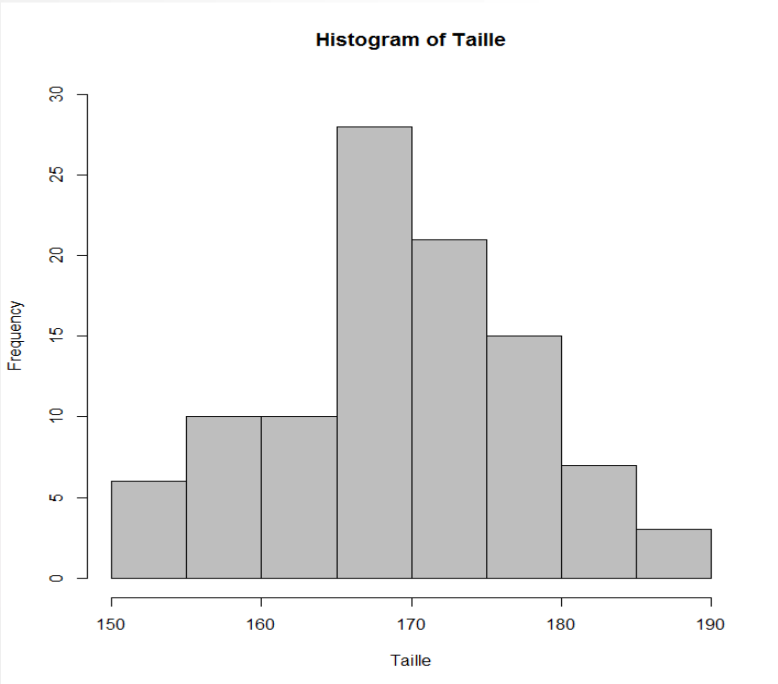
→ Le pourcentage de mère ressentant une douleur est de 32 % ± 3 % pour un effectif de 250 individus.

# Description des données

Échantillon (calcul exact)

$$\bar{X} = 169.7\,cm$$

$$\sigma_X = 8.10\,cm$$



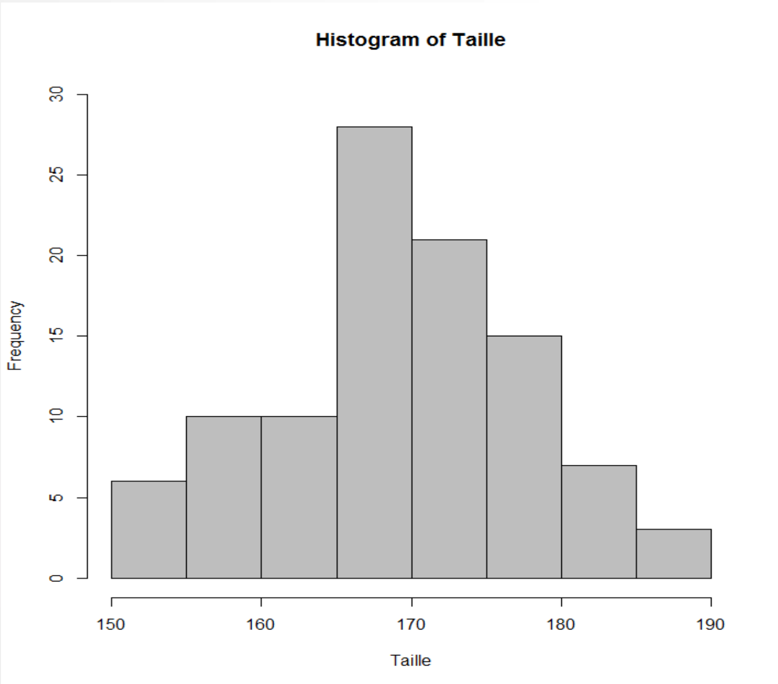

$N(169.7\ ;\ 8.14^2)$

# Description des données

Échantillon (calcul exact) → Population (estimation : valeur la plus probable)

$$\overline{X} = 169.7\,cm$$

$$\sigma_X = 8.10\,cm$$




$N(169.7 ; 8.14^2)$

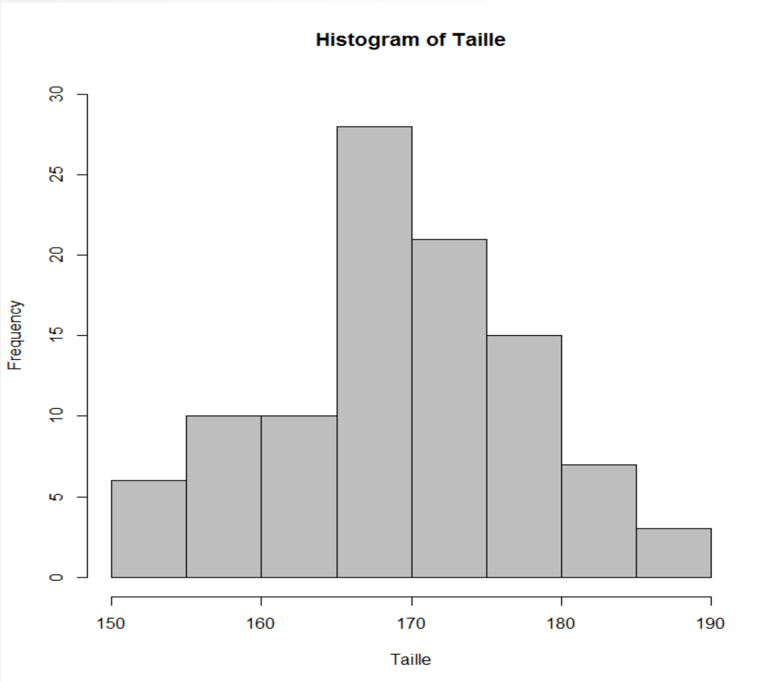
# Description des données

Échantillon (calcul exact) → Population (estimation : valeur la plus probable)

$\bar{X} = 169.7\,cm$ → $\bar{X} = 169.7\,cm$

$\sigma_X = 8.10\,cm$ → $s = 8.14$

$es = 0.814\,cm$




$N(169.7 ; 8.14^2)$

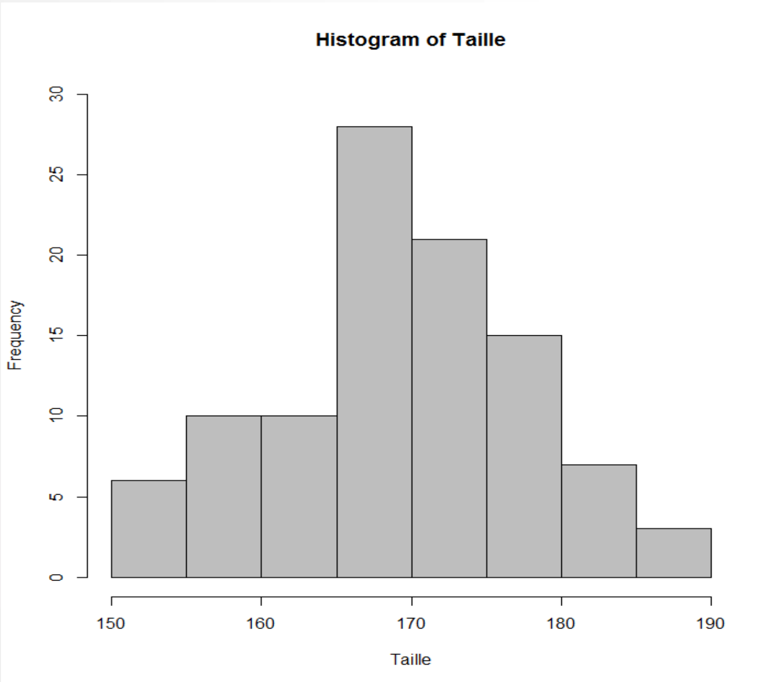
# Description des données

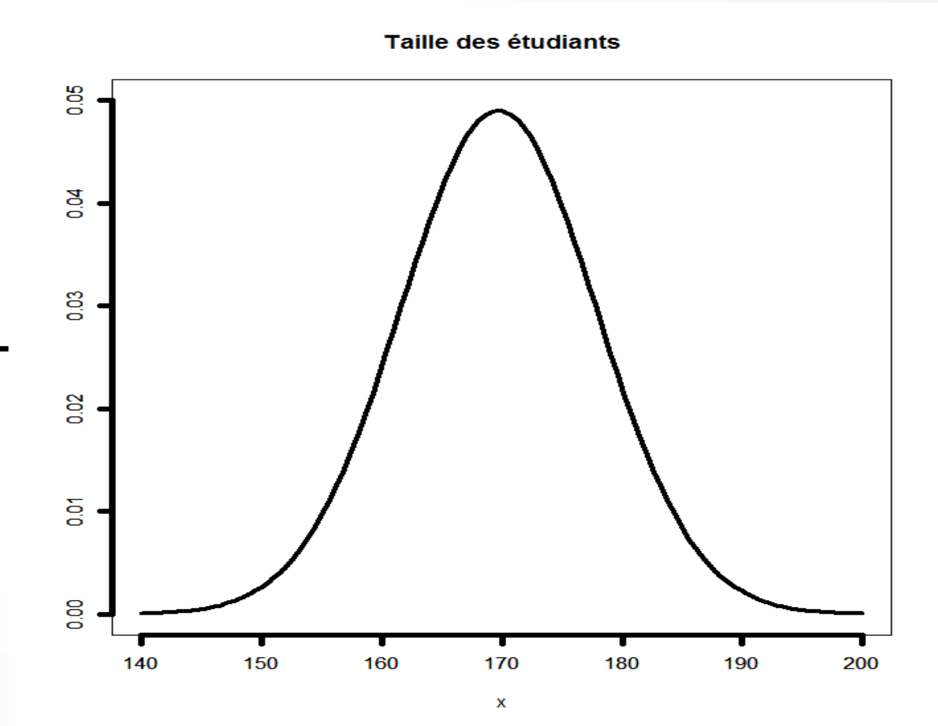
Échantillon (calcul exact) → Population (estimation : valeur la plus probable)

$\overline{X} = 169.7\,cm$ → $\overline{X} = 169.7\,cm$

$\sigma_X = 8.10\,cm$ → $s = 8.14$

$es = 0.814\,cm$



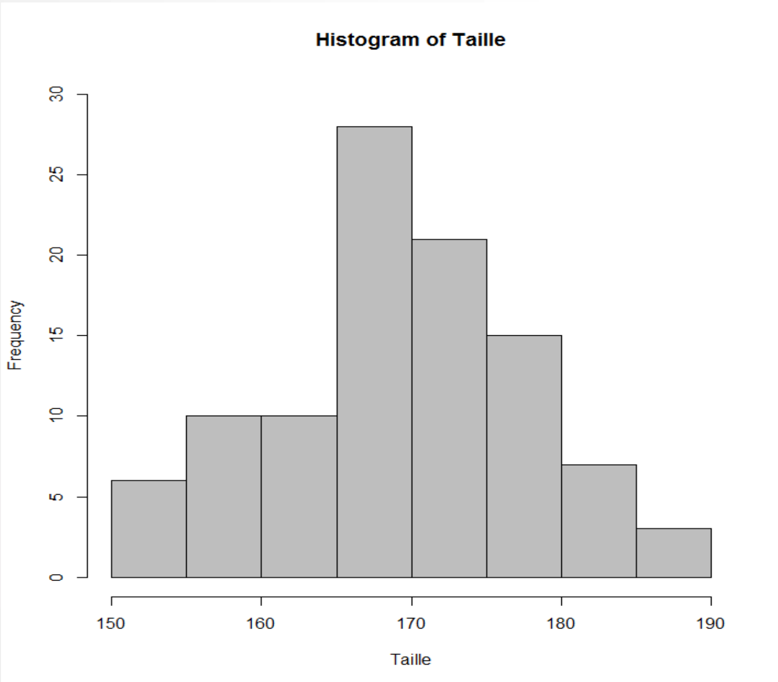
# Description des données

Échantillon (calcul exact) → Population (estimation : valeur la plus probable)

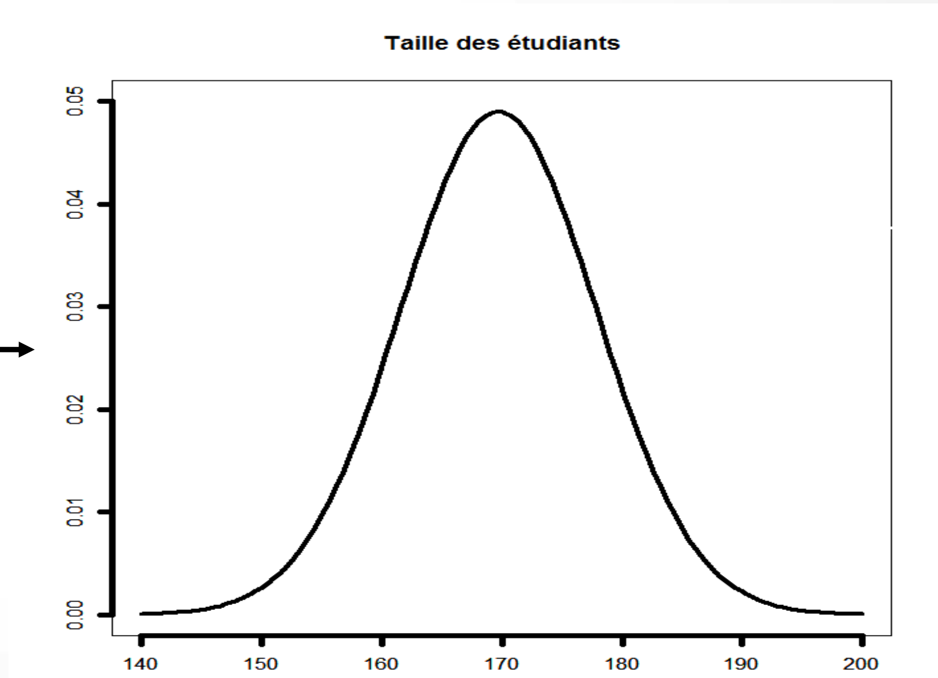
$\overline{X} = 169.7\,cm$ → $\overline{X} = 169.7\,cm$

$\sigma_X = 8.10\,cm$ → $s = 8.14$

$es = 0.814\,cm$




→




Rem : Fonction test de normalité des données : shapiro.test( *variable*) (expliquée plus tard)

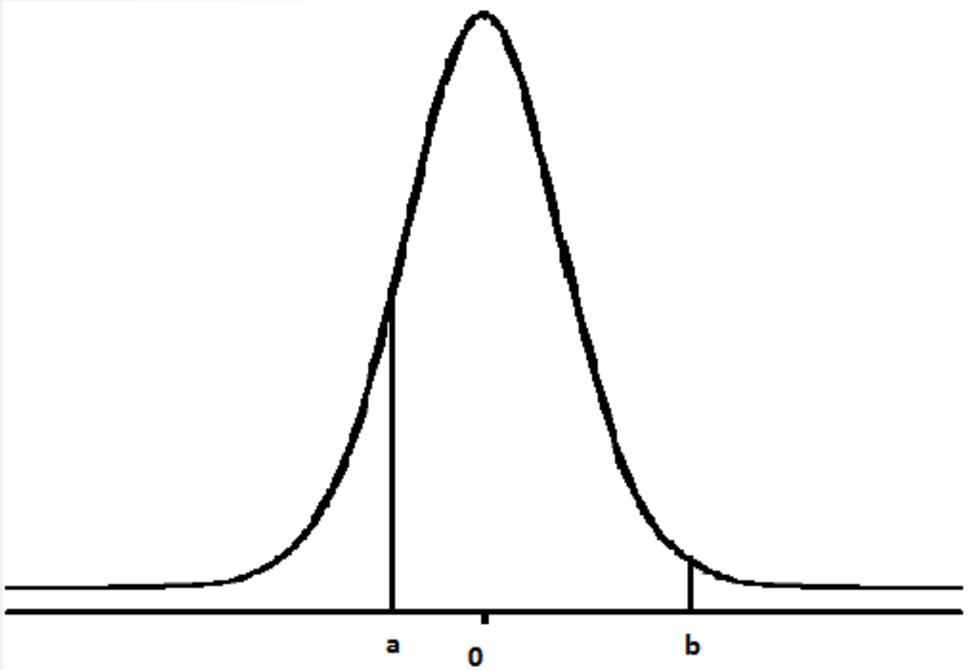
**Dans la suite**, on fera l'hypothèse (sauf précision contraire) que l'**hypothèse de normalité** est **vérifiée**

# Calcul de P(a ≤ x ≤b)
## cas d'une loi NCR

Quelle proportion de la population a une valeur (pour la VA x) comprise entre a et b ?

On se place dans le cadre d'une loi Normale $x : N(0,1)$

Aire totale =1

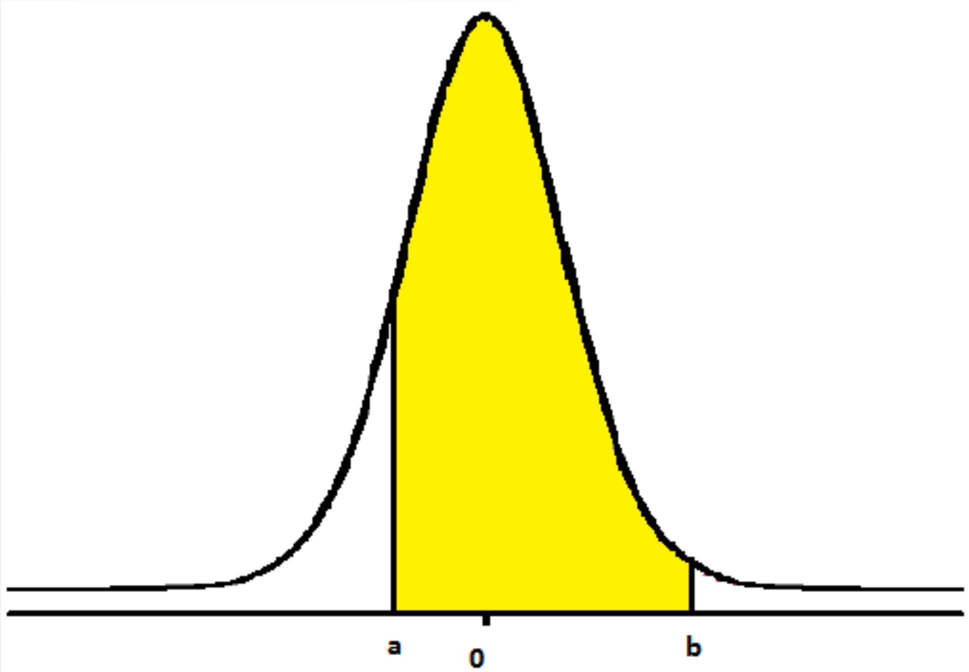


# Calcul de P(a ≤ x ≤b)
## cas d'une loi NCR

Quelle proportion de la population a une valeur (pour la VA x) comprise entre a et b ?

On se place dans le cadre d'une loi Normale $x : N(0,1)$

Aire totale =1



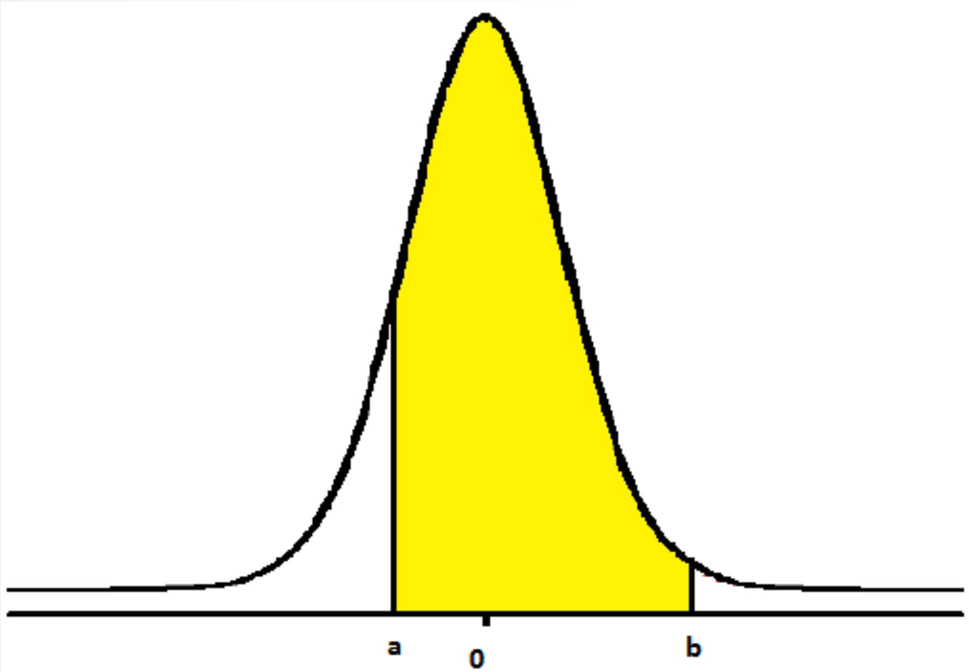

$$P(a \leq x \leq b) = P(x \leq b) - P(x \leq a)$$

# Calcul de $P(a \leq x \leq b)$
## cas d'une loi NCR

Quelle proportion de la population a une valeur (pour la VA x) comprise entre a et b ?

On se place dans le cadre d'une loi Normale $x : N(0,1)$

Aire totale =1




$$P(a \leq x \leq b) = P(x \leq b) - P(x \leq a)$$

Soit $\Phi(z) = P(x \leq z)$

alors $P(a \leq x \leq b) = \Phi(b) - \Phi(a)$

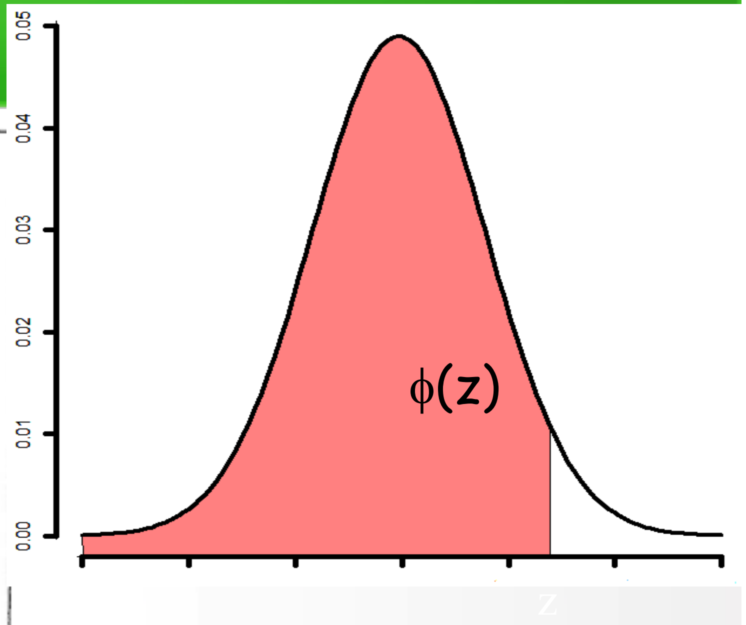
Comment déterminer $\phi(-z)$ ?

$\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$ par symétrie, donc il « suffit » de connaitre les $\Phi(z)$ pour z>0 (ou z<0)

# Table de la loi NCR

| z | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| 2,6 | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |

| z | 0,0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 0,9987 | 0,9990 | 0,9993 | 0,9995 | 0,9997 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9999 | 0,9999 | 1,0000 |
| 4 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |

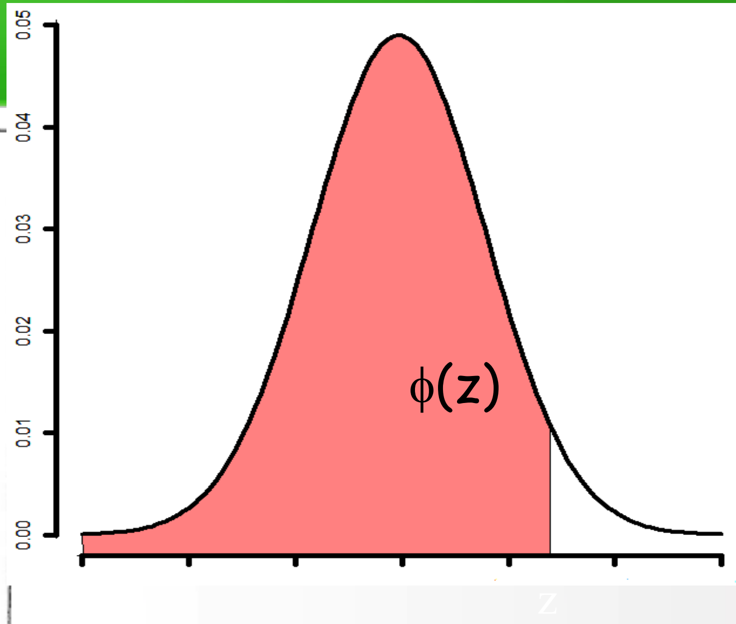



On cherche $\phi(z)$ ?
Ex : z=0.87

# Table de la loi NCR

| z | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| 2,6 | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |

| z | 0,0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 0,9987 | 0,9990 | 0,9993 | 0,9995 | 0,9997 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9999 | 0,9999 | 1,0000 |
| 4 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |

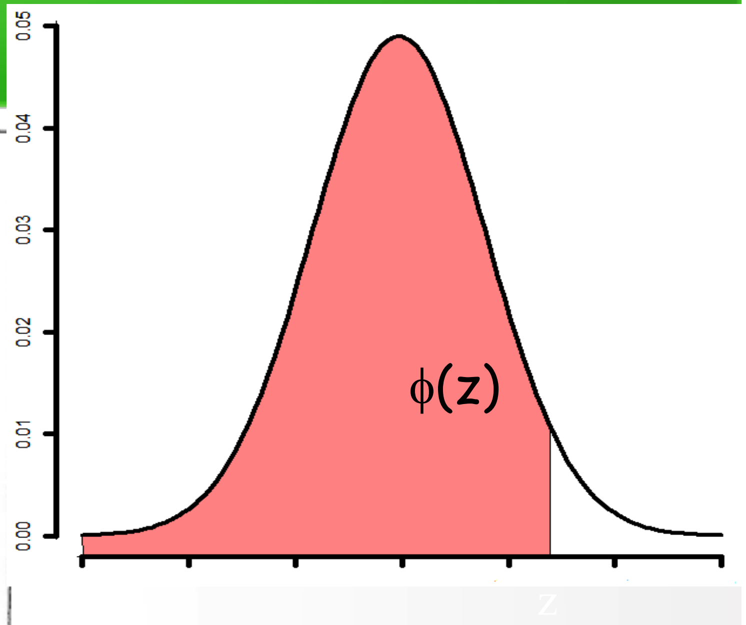



On cherche $\phi(z)$ ?
Ex : z=0.87

# Table de la loi NCR

| z | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| [illegible] | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | [illegible] | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| [illegible] | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | [illegible] | 0,8365 | 0,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| 2,6 | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |

| z | 0,0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 0,9987 | 0,9990 | 0,9993 | 0,9995 | 0,9997 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9999 | 0,9999 | 1,0000 |
| 4 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |

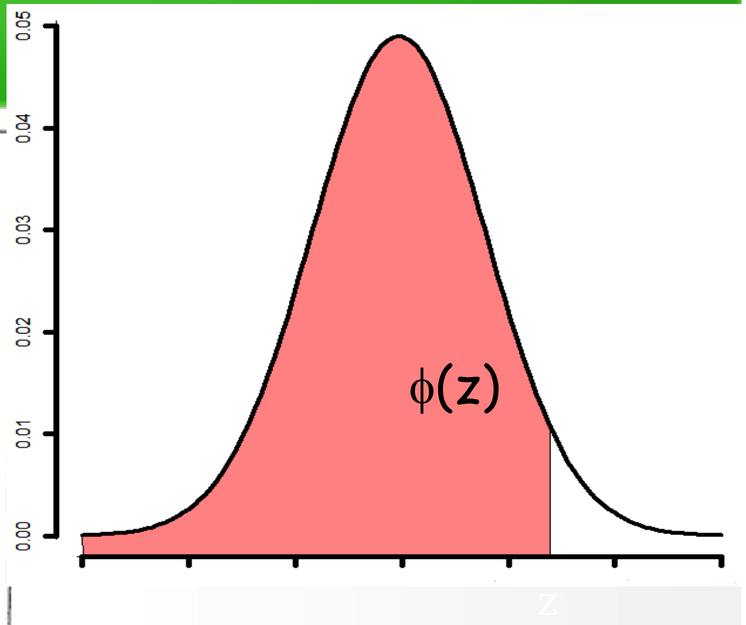



On cherche $\phi(z)$ ?
Ex : z=0.87

# Table de la loi NCR

| z | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| [illegible] | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | [illegible] | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| [illegible] | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | [illegible] | 0,8365 | 0,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| 2,6 | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |

| z | 0,0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 0,9987 | 0,9990 | 0,9993 | 0,9995 | 0,9997 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9999 | 0,9999 | 1,0000 |
| 4 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |



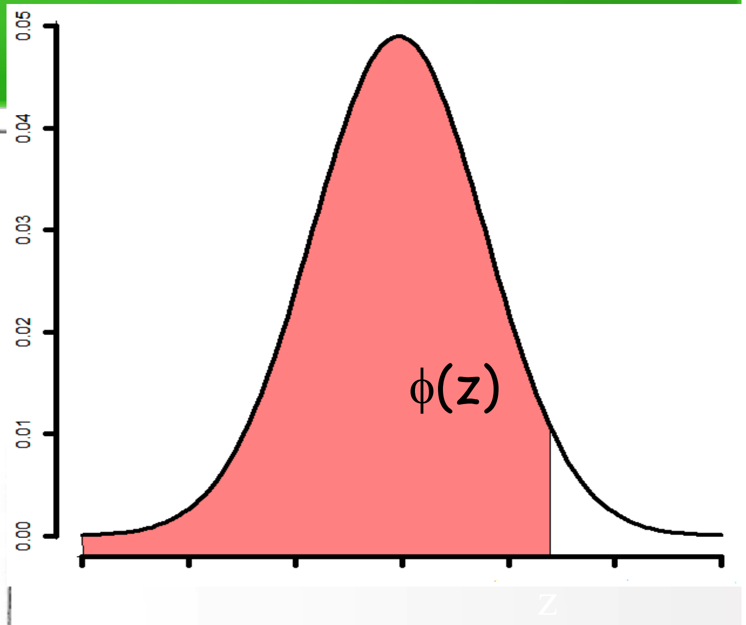

On cherche $\phi(z)$ ?
Ex : z=0.87

$\phi(0.87)=0.8078$

# Table de la loi NCR

| z | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| 2,6 | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |

| z | 0,0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 0,9987 | 0,9990 | 0,9993 | 0,9995 | 0,9997 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9999 | 0,9999 | 1,0000 |
| 4 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |




On cherche $\phi(z)$ ?
Ex : z=0.87

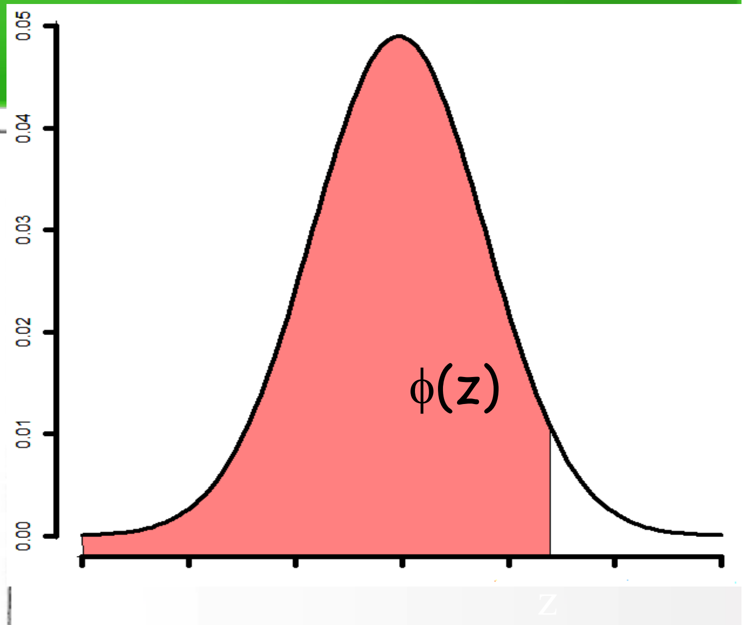
$\phi(0.87)=0.8078$

$\phi(-z)=1-\phi(z)$
Ex : z=-0,38

# Table de la loi NCR

| z | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| 2,6 | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |

| z | 0,0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 0,9987 | 0,9990 | 0,9993 | 0,9995 | 0,9997 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9999 | 0,9999 | 1,0000 |
| 4 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |




On cherche $\phi(z)$ ?
Ex : z=0.87

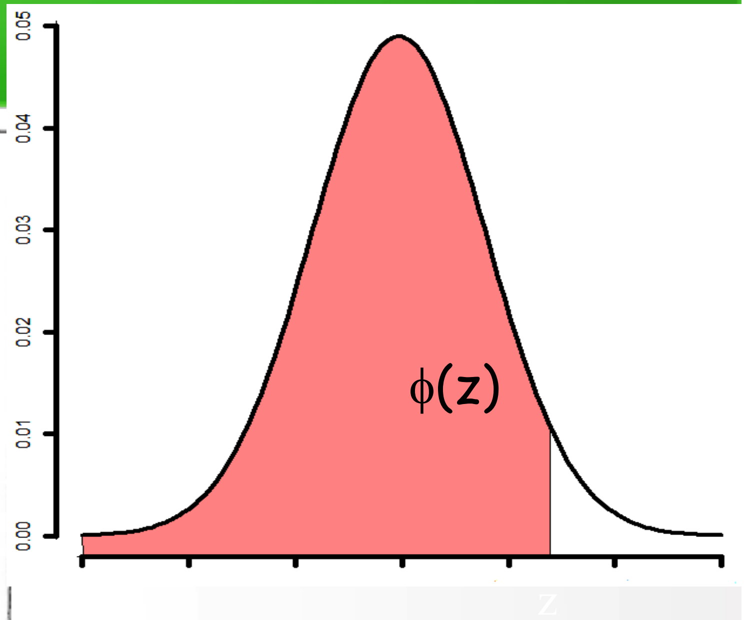
$\phi(0.87)=0.8078$

$\phi(-z)=1-\phi(z)$
Ex : z=-0,38

# Table de la loi NCR

| z | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| [illegible] | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | [illegible] | 0,6141 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| [illegible] | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | [illegible] | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| 2,6 | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |

| z | 0,0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 0,9987 | 0,9990 | 0,9993 | 0,9995 | 0,9997 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9999 | 0,9999 | 1,0000 |
| 4 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |




On cherche $\phi(z)$ ?
Ex : z=0.87

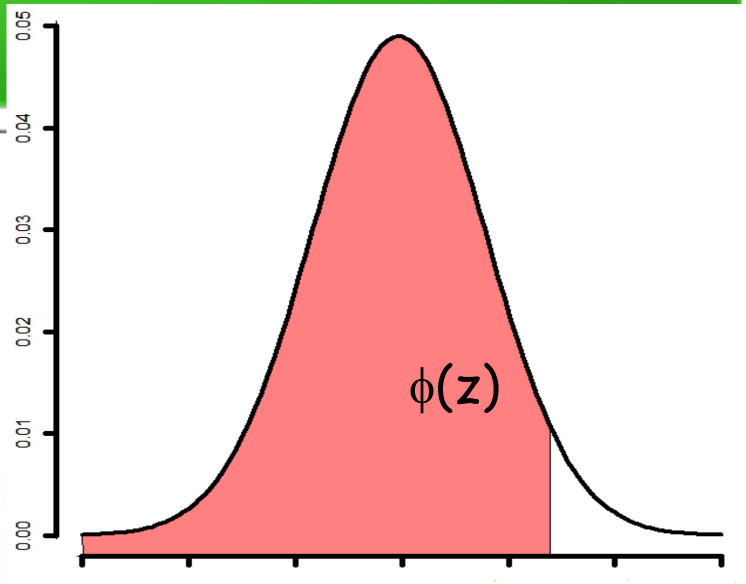
$\phi(0.87)=0.8078$

$\phi(-z)=1-\phi(z)$
Ex : z=-0,38

# Table de la loi NCR

| z | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| [illegible] | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | [illegible] | 0,6141 |
| 0,3 | ,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| [illegible] | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | [illegible] | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| 2,6 | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |

| z | 0,0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 0,9987 | 0,9990 | 0,9993 | 0,9995 | 0,9997 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9999 | 0,9999 | 1,0000 |
| 4 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |




On cherche ϕ(z) ?
Ex : z=0.87

ϕ(0.87)=0.8078

ϕ(-z)=1-ϕ(z)
Ex : z=-0,38

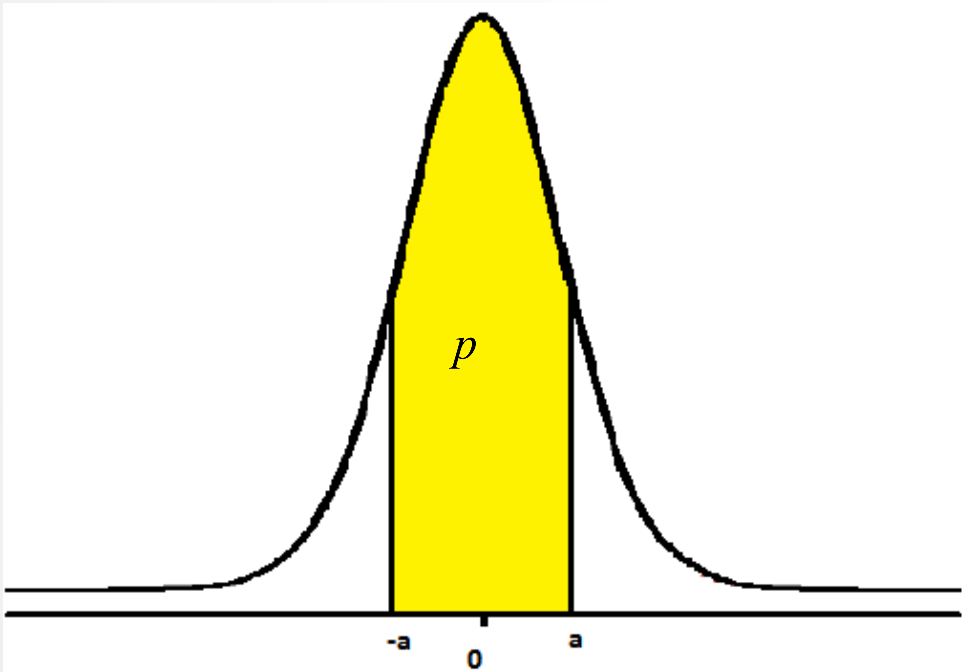
ϕ(-0,38)=1-ϕ(0,38)
=1-0,6480
=0,3520

# Calcul de a tel que P(-a ≤ x ≤a)=p
## cas d'une loi NCR

Quelle proportion de la population a une valeur (pour la VA x) comprise entre a et b ?

On se place dans le cadre d'une loi Normale $x : N(0,1)$

Aire totale =1



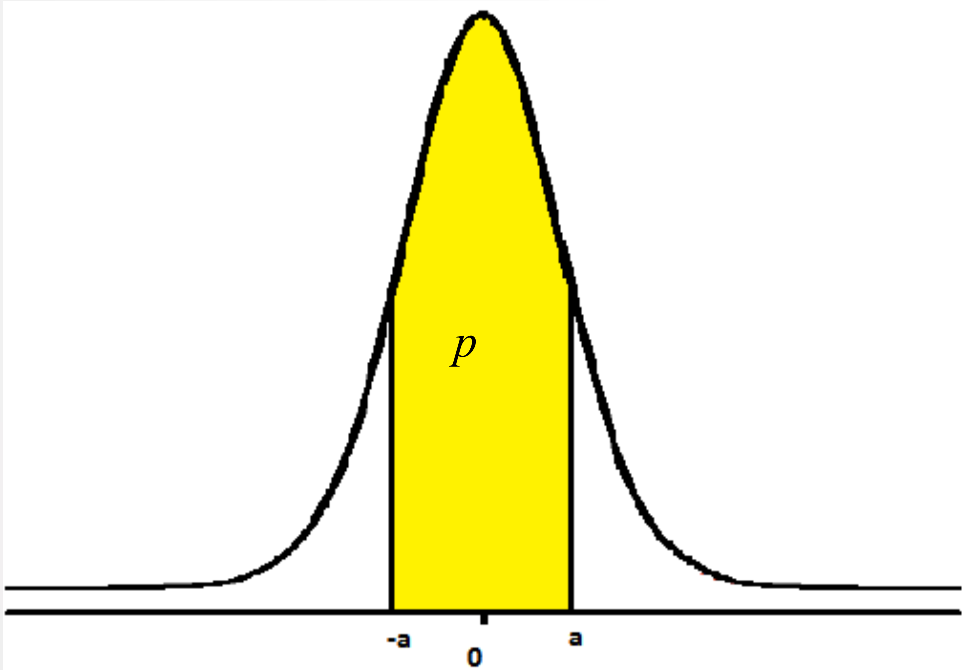

$$P(-a \leq x \leq a) = p\,?$$

# Calcul de a tel que P(-a ≤ x ≤a)=p
## cas d'une loi NCR

Quelle proportion de la population a une valeur (pour la VA x) comprise entre a et b ?

On se place dans le cadre d'une loi Normale $x : N(0,1)$

Aire totale =1




$$P(-a \leq x \leq a) = p\,?$$

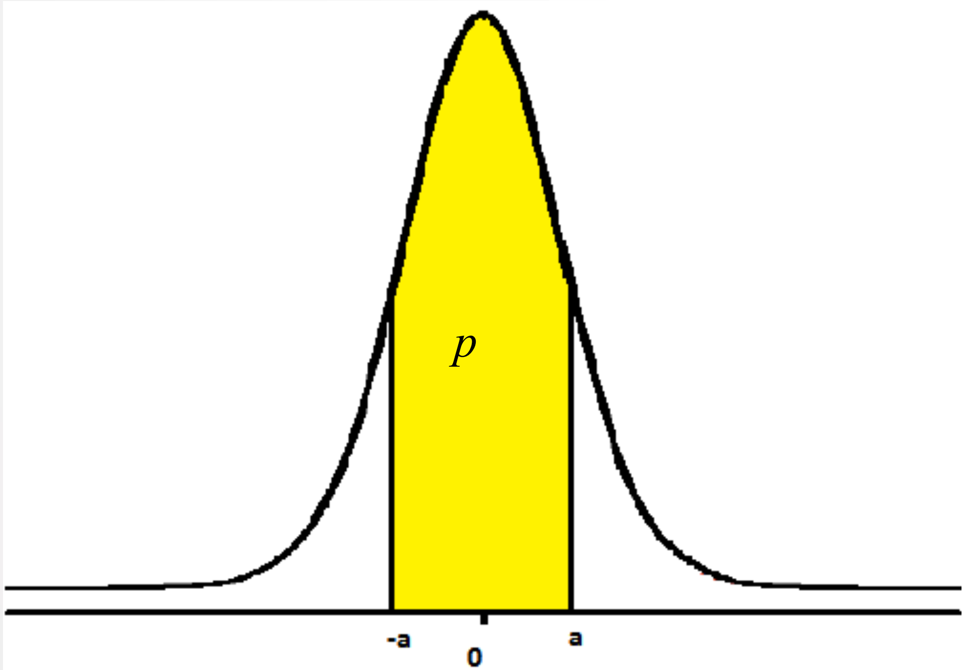
$$P(x \leq a) - P(x \leq -a) = p$$

# Calcul de a tel que P(-a ≤ x ≤a)=p
## cas d'une loi NCR

Quelle proportion de la population a une valeur (pour la VA x) comprise entre a et b ?

On se place dans le cadre d'une loi Normale $x : N(0,1)$

Aire totale =1




$$P(-a \leq x \leq a) = p\,?$$

$$P(x \leq a) - P(x \leq -a) = p$$

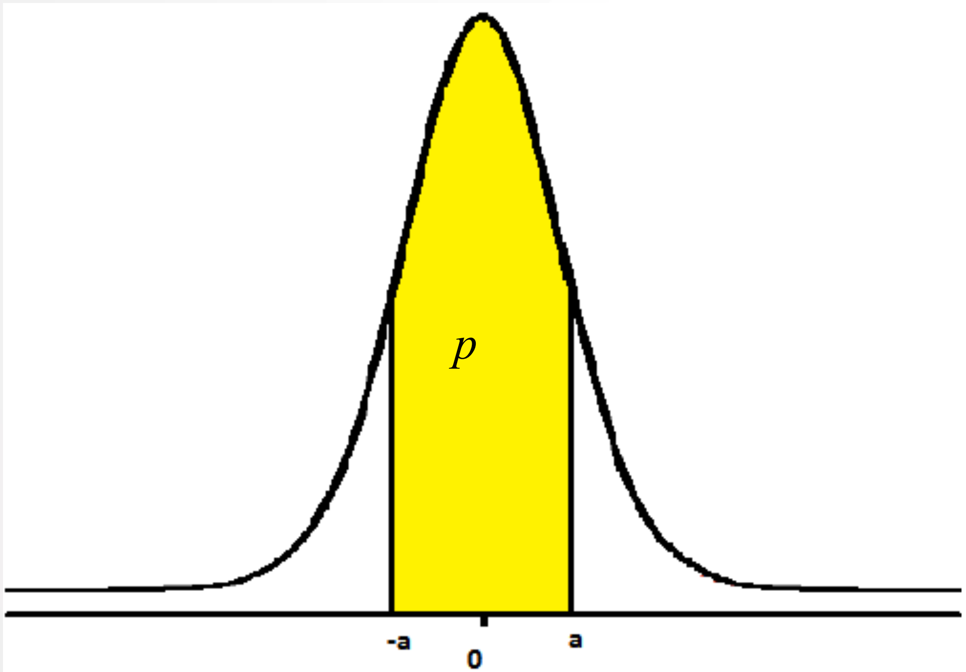
alors $\Phi(a) - \Phi(-a) = p$

# Calcul de a tel que P(-a ≤ x ≤a)=p
## cas d'une loi NCR

Quelle proportion de la population a une valeur (pour la VA x) comprise entre a et b ?

On se place dans le cadre d'une loi Normale $x : N(0,1)$

Aire totale =1




$$P(-a \leq x \leq a) = p\,?$$

$$P(x \leq a) - P(x \leq -a) = p$$

alors $\Phi(a) - \Phi(-a) = p$

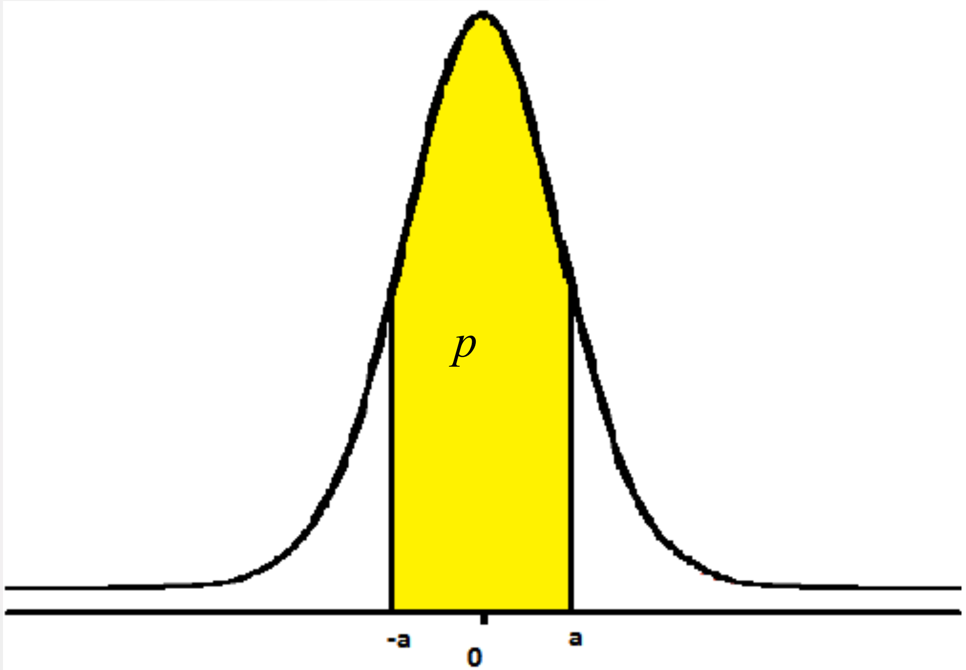
donc $\Phi(a) - (1 - \Phi(a)) = p$

# Calcul de a tel que P(-a ≤ x ≤a)=p
## cas d'une loi NCR

Quelle proportion de la population a une valeur (pour la VA x) comprise entre a et b ?

On se place dans le cadre d'une loi Normale $x : N(0,1)$

Aire totale =1




$$P(-a \leq x \leq a) = p\,?$$

$$P(x \leq a) - P(x \leq -a) = p$$

alors $\Phi(a) - \Phi(-a) = p$

donc $\Phi(a) - (1 - \Phi(a)) = p$

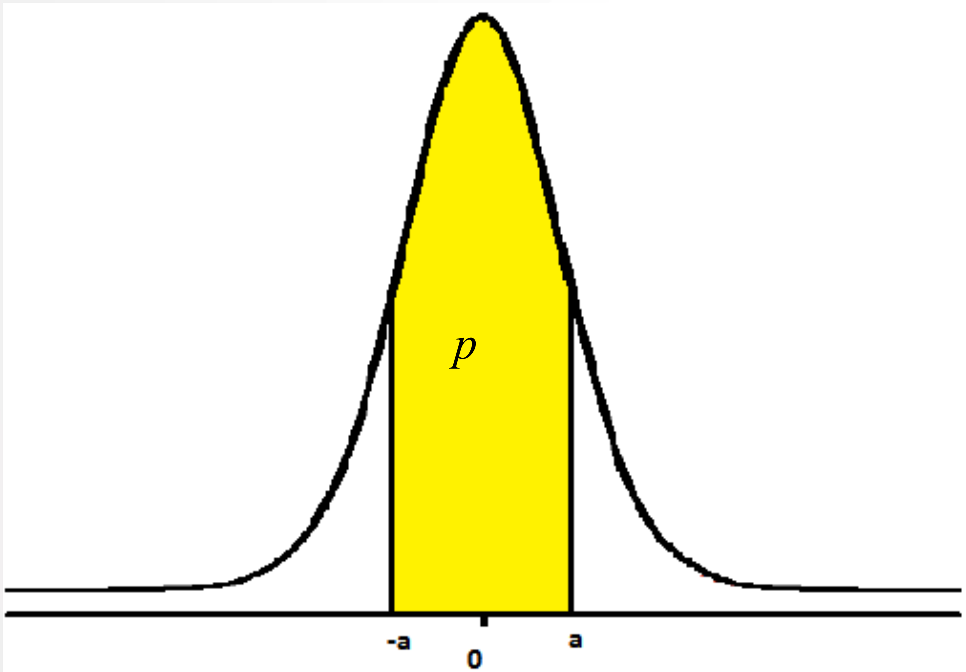
$$2\Phi(a) = p + 1$$

# Calcul de a tel que P(-a ≤ x ≤a)=p
## cas d'une loi NCR

Quelle proportion de la population a une valeur (pour la VA x) comprise entre a et b ?

On se place dans le cadre d'une loi Normale $x : N(0,1)$

Aire totale =1




$$P(-a \leq x \leq a) = p\,?$$

$$P(x \leq a) - P(x \leq -a) = p$$

alors $\Phi(a) - \Phi(-a) = p$

donc $\Phi(a) - (1 - \Phi(a)) = p$

$$2\Phi(a) = p + 1$$

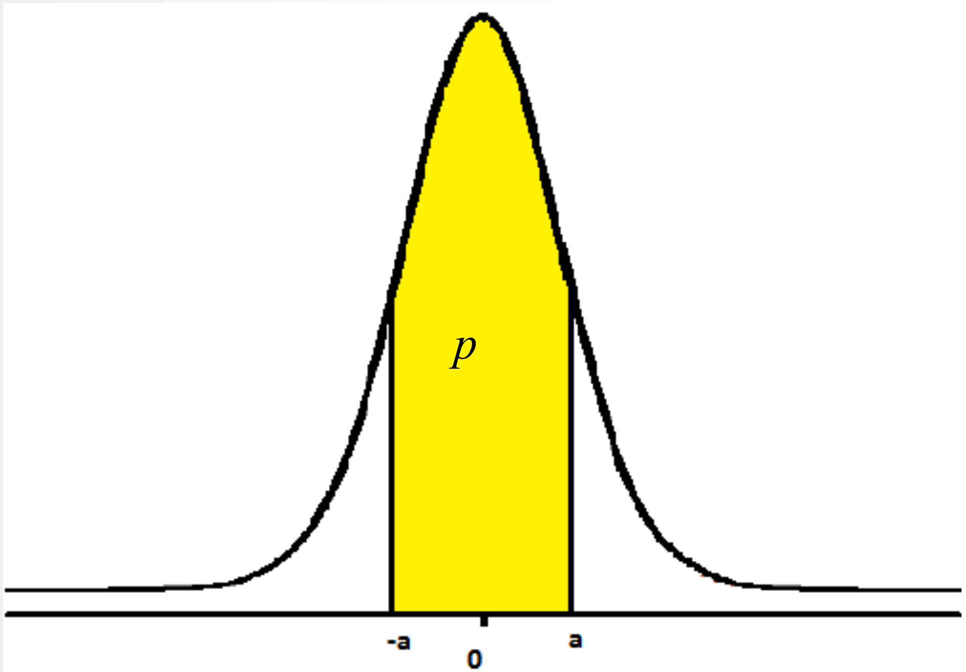
et $\Phi(a) = \dfrac{p+1}{2}$

# Calcul de a tel que P(-a ≤ x ≤a)=p
## cas d'une loi NCR

Quelle proportion de la population a une valeur (pour la VA x) comprise entre a et b ?

On se place dans le cadre d'une loi Normale $x : N(0,1)$

Aire totale =1




$$P(-a \leq x \leq a) = p\,?$$

$$P(x \leq a) - P(x \leq -a) = p$$

alors $\Phi(a) - \Phi(-a) = p$

donc $\Phi(a) - (1 - \Phi(a)) = p$

$$2\Phi(a) = p + 1$$

et $\Phi(a) = \dfrac{p+1}{2}$

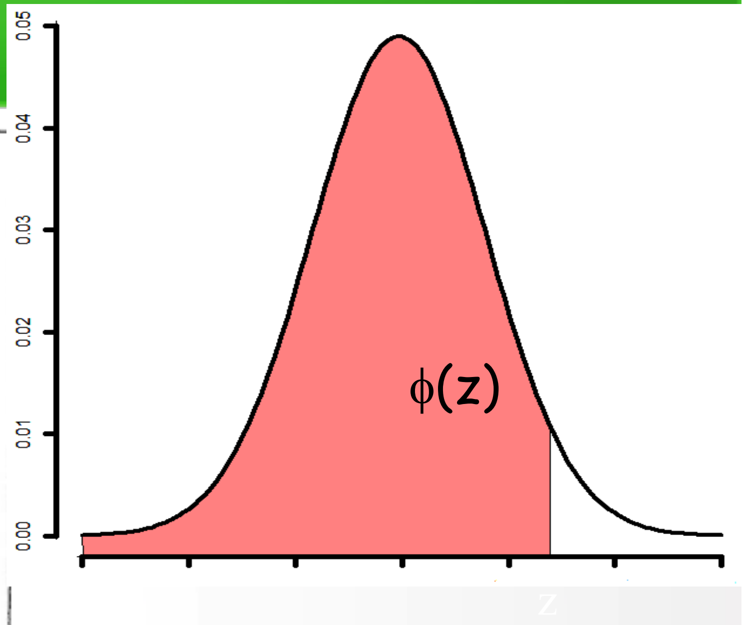
On a $0 \leq p \leq 1$ donc $\dfrac{1}{2} \leq \dfrac{p+1}{2} \leq 1$

Comment déterminer z pour que $\Phi(z) = q$ , avec $0.5 \leq q \leq 1$ ?

# Table de la loi NCR

| z | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| 2,6 | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |

| z | 0,0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 0,9987 | 0,9990 | 0,9993 | 0,9995 | 0,9997 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9999 | 0,9999 | 1,0000 |
| 4 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |

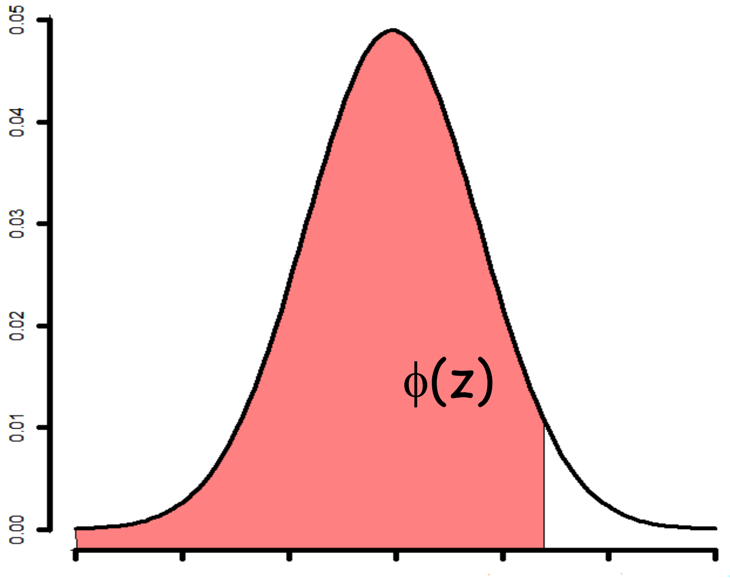



On cherche z tq $\phi(z)=q$ ?
Ex : q=0.9650

# Table de la loi NCR

| z | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| 1,7 | 0,9554 | [illegible] | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| 1,9 | 0,9713 | [illegible] | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| 2,6 | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |

| z | 0,0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 0,9987 | 0,9990 | 0,9993 | 0,9995 | 0,9997 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9999 | 0,9999 | 1,0000 |
| 4 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |

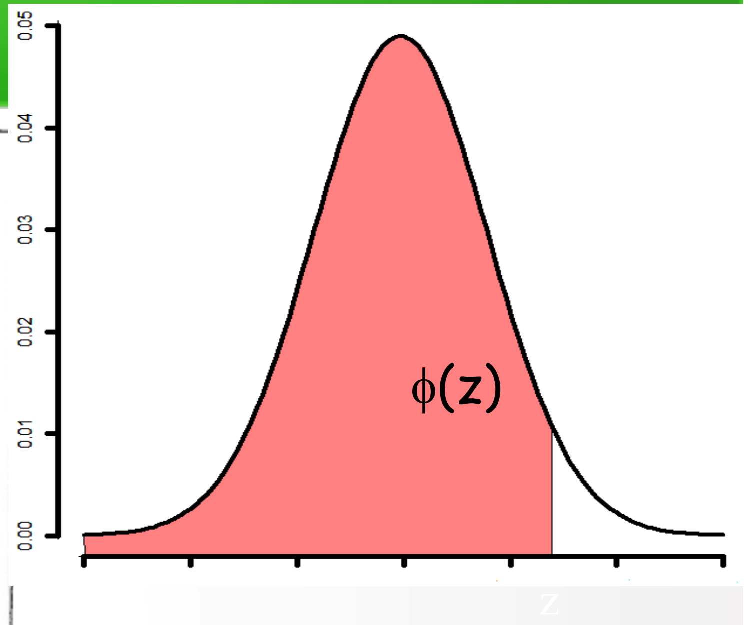



On cherche z tq $\phi(z)=q$ ?
Ex : q=0.9650

# Table de la loi NCR

| z | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| [illegible] | 0,9554 | [illegible] | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| [illegible] | 0,9713 | [illegible] | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| 2,6 | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |

| z | 0,0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 0,9987 | 0,9990 | 0,9993 | 0,9995 | 0,9997 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9999 | 0,9999 | 1,0000 |
| 4 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |

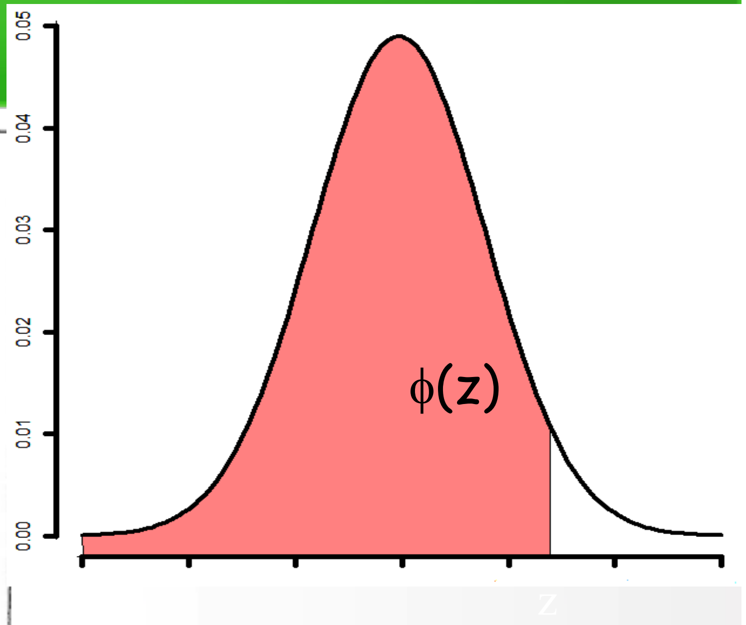



On cherche z tq $\phi(z)=q$ ?
Ex : q=0.9650

# Table de la loi NCR

| z | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| 1,7 | 0,9554 | [illegible] | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| 1,9 | 0,9713 | [illegible] | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| 2,6 | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |

| z | 0,0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 0,9987 | 0,9990 | 0,9993 | 0,9995 | 0,9997 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9999 | 0,9999 | 1,0000 |
| 4 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |



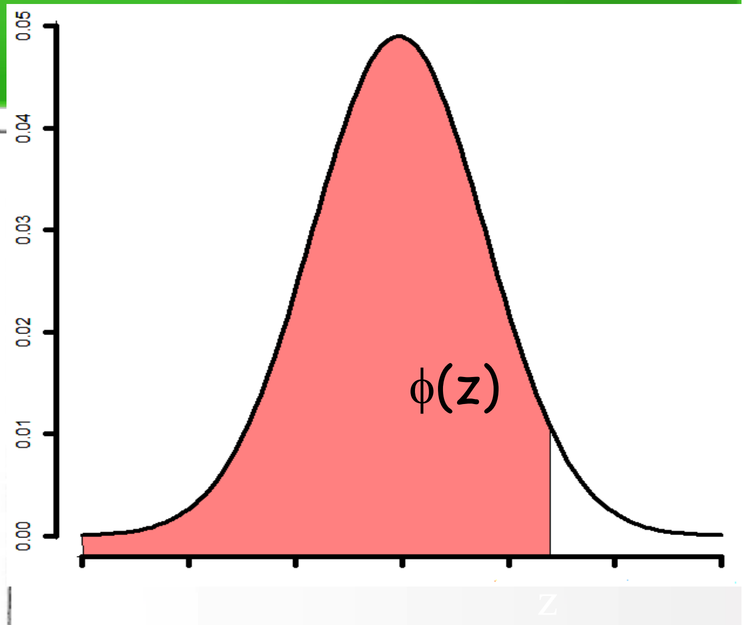

On cherche z tq ϕ(z)=q ?
Ex : q=0.9650

ϕ(1.81)=0.9650

# Table de la loi NCR

| z | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | [illegible] | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| 2,6 | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |

| z | 0,0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 0,9987 | 0,9990 | 0,9993 | 0,9995 | 0,9997 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9999 | 0,9999 | 1,0000 |
| 4 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |




Les plus utiles :

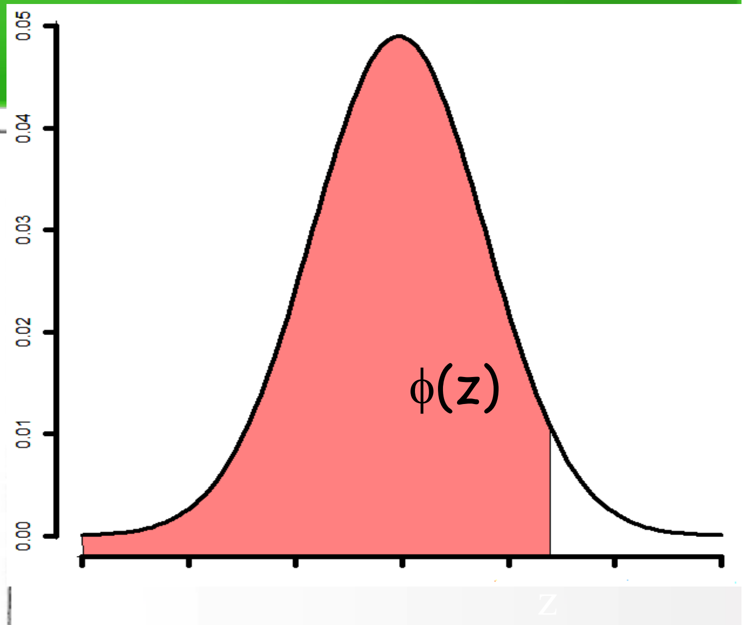
P=95 % (donc (1+p)/2=0,9750)

→ a=1.96

# Table de la loi NCR

| z | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| [illegible] | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | [illegible] | 0,9934 | 0,9936 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| [illegible] | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | [illegible] | 0,9963 | 0,9964 |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |

| z | 0,0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 0,9987 | 0,9990 | 0,9993 | 0,9995 | 0,9997 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9999 | 0,9999 | 1,0000 |
| 4 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |




Les plus utiles :

P=95 % (donc (1+p)/2=0,9750)

→ a=1.96

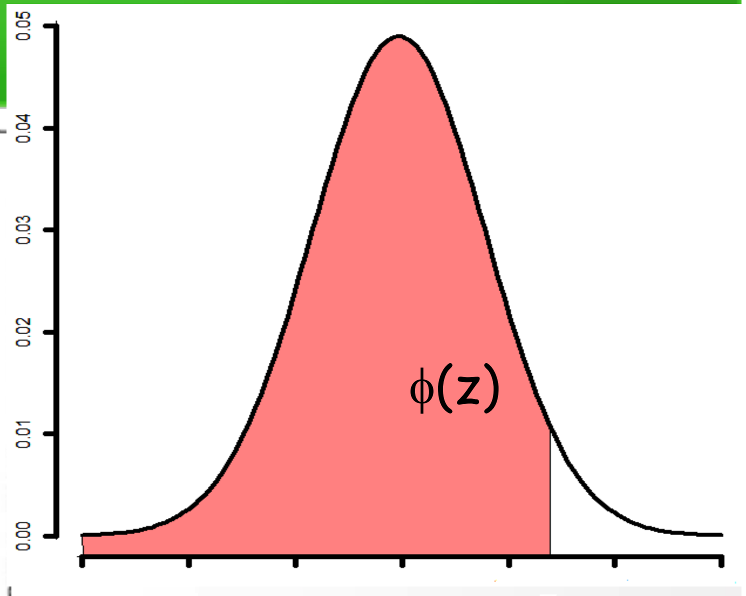
P=99 % (donc (1+p)/2=0,9950)

→ a=2.57

# Table de la loi NCR

| z | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| 2,6 | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |

| z | 0,0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 0,9987 | 0,9990 | 0,9993 | 0,9995 | 0,9997 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9999 | 0,9999 | 1,0000 |
| 4 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | [illegible] | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |




Les plus utiles :

P=95 % (donc (1+p)/2=0,9750)

$\longrightarrow$ a=1.96

P=99 % (donc (1+p)/2=0,9950)

$\longrightarrow$ a=2.57

P=99.9 % (donc (1+p)/2=0,9995)

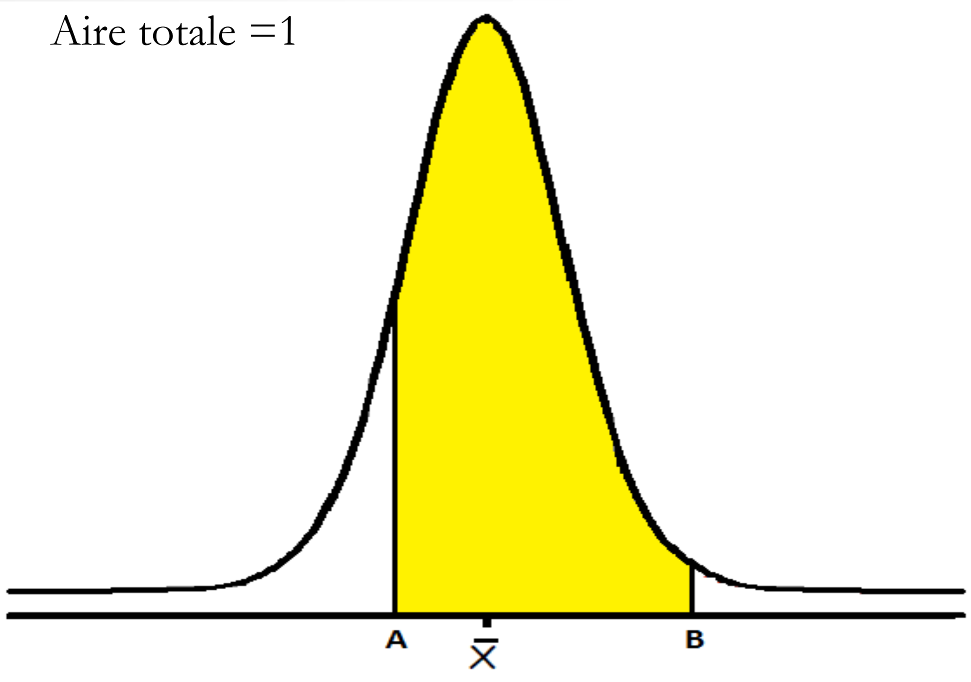
$\longrightarrow$ a=3.3

# Calcul de P(A ≤ X ≤ B)

Quelle proportion de la population a une valeur (pour la VA X) comprise entre A et B ?

On se place dans le cadre d'une loi Normale $X : N(\mu, \sigma^2)$

(nécessite la vérification préalable de l'hypothèse de normalité)



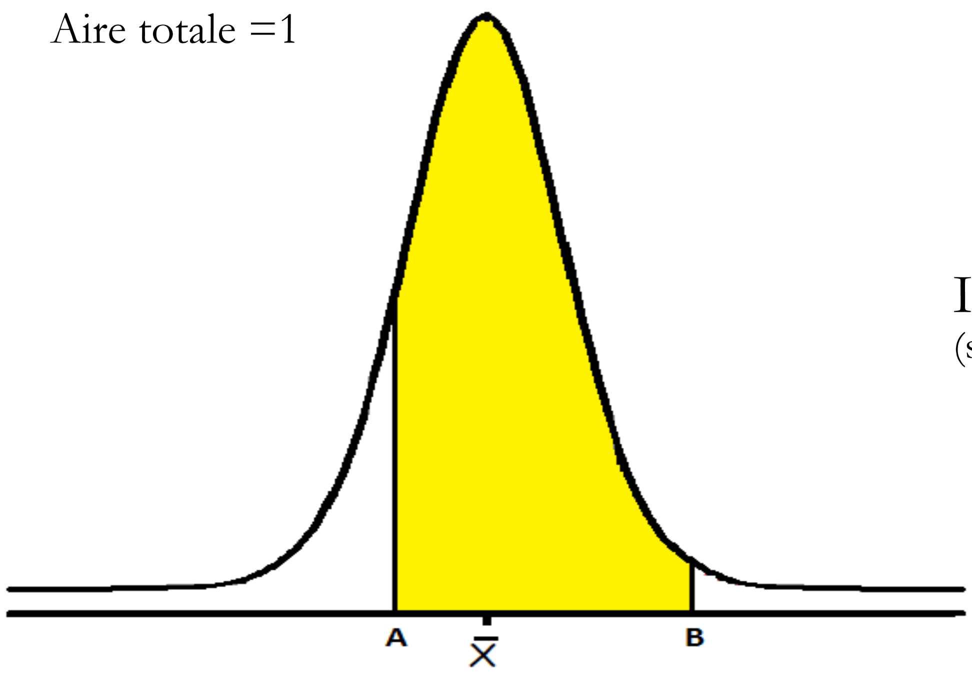

$$P(A \leq X \leq B) = P(X \leq B) - P(X \leq A)$$

# Calcul de $P(A \leq X \leq B)$

Quelle proportion de la population a une valeur (pour la VA X) comprise entre A et B ?

On se place dans le cadre d'une loi Normale $X : N(\mu, \sigma^2)$

(nécessite la vérification préalable de l'hypothèse de normalité)




$$P(A \leq X \leq B) = P(X \leq B) - P(X \leq A)$$

Impossible d'avoir une table pour chaque loi !

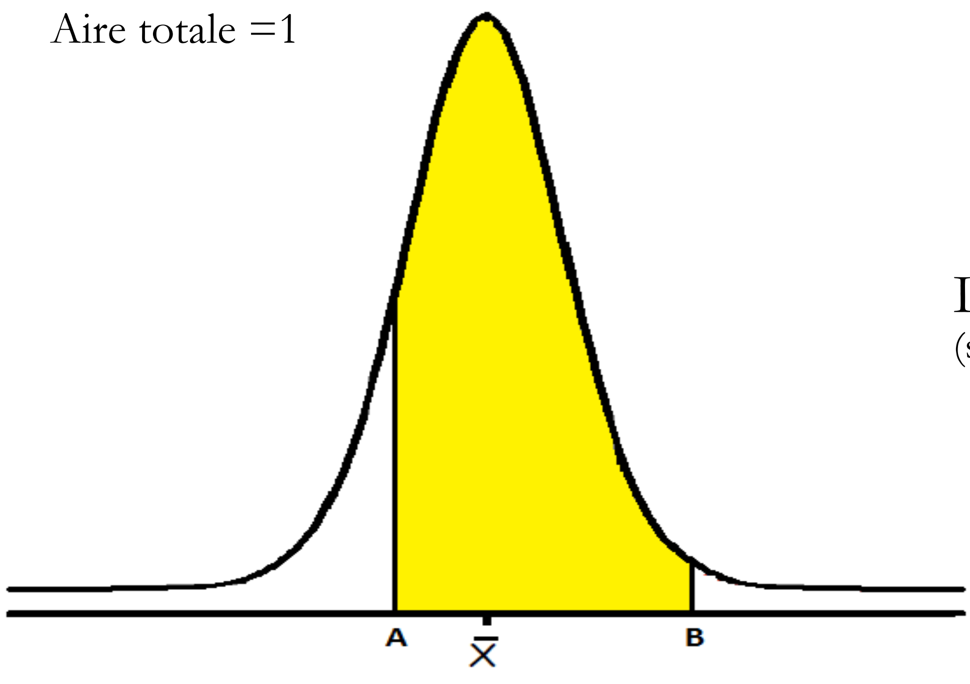
(sauf si on est un logiciel, et encore)

# Calcul de $P(A \leq X \leq B)$

Quelle proportion de la population a une valeur (pour la VA X) comprise entre A et B ?

On se place dans le cadre d'une loi Normale $X : N(\mu, \sigma^2)$

(nécessite la vérification préalable de l'hypothèse de normalité)




$$P(A \leq X \leq B) = P(X \leq B) - P(X \leq A)$$

Impossible d'avoir une table pour chaque loi !

(sauf si on est un logiciel, et encore)

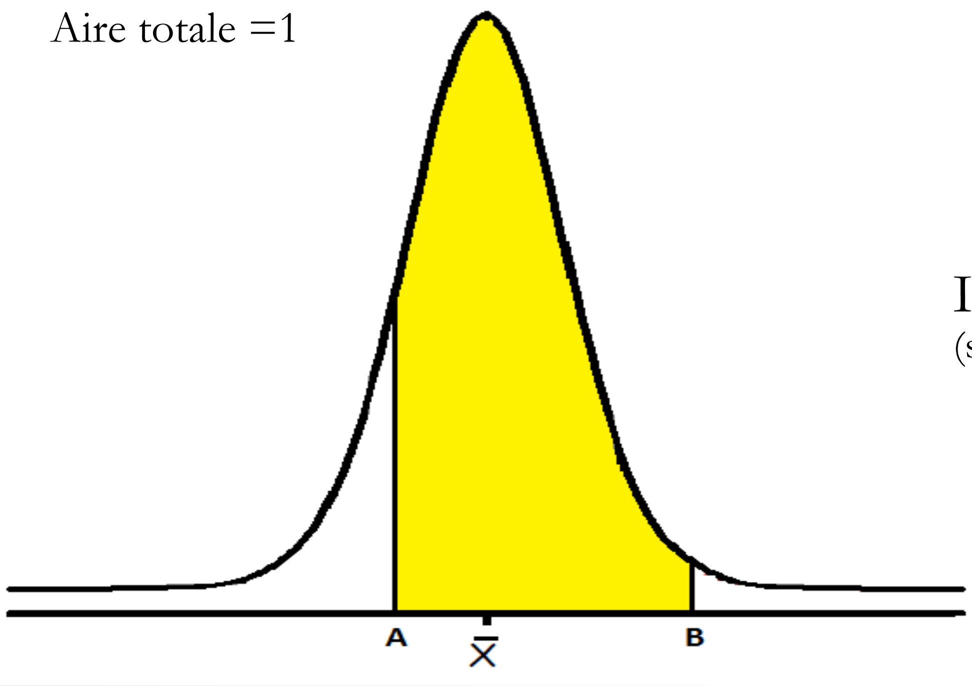
On se ramène donc au cas d'une loi Normale Centrée Réduite (NCR) par un changement de variable :

# Calcul de $P(A \leq X \leq B)$

Quelle proportion de la population a une valeur (pour la VA X) comprise entre A et B ?

On se place dans le cadre d'une loi Normale $X : N(\mu, \sigma^2)$

(nécessite la vérification préalable de l'hypothèse de normalité)




$$P(A \leq X \leq B) = P(X \leq B) - P(X \leq A)$$

Impossible d'avoir une table pour chaque loi !

(sauf si on est un logiciel, et encore)

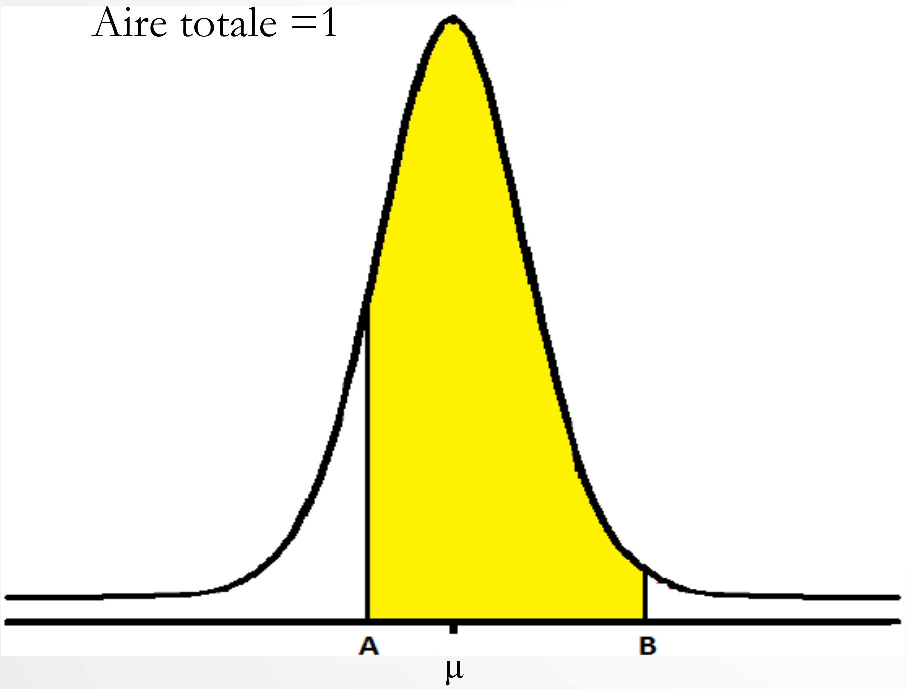
On se ramène donc au cas d'une loi Normale Centrée Réduite (NCR) par un changement de variable :

$$X \rightarrow x = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

# Calcul de P(A ≤ X ≤ B)

$$X : N(\mu, \sigma^2) \qquad x : N(0,1)$$

$$X \quad \rightarrow \quad x = \frac{X-\mu}{\sigma}$$



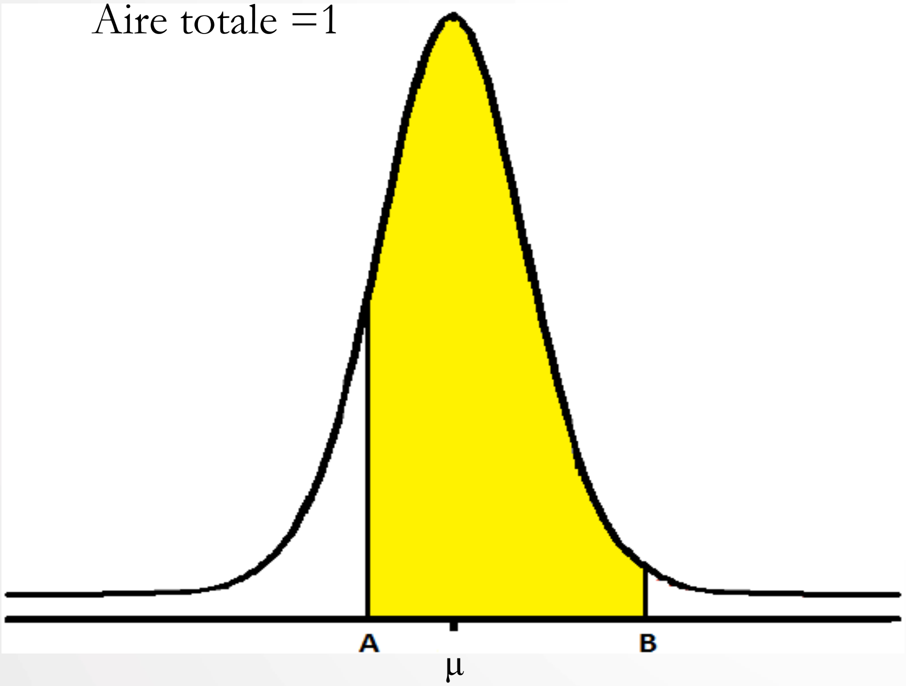
# Calcul de P(A ≤ X ≤ B)

$$X : N(\mu, \sigma^2) \qquad\qquad x : N(0,1)$$

$$X \quad \rightarrow \quad x = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$A \quad \rightarrow \quad a = \frac{A - \mu}{\sigma}$$

$$B \quad \rightarrow \quad b = \frac{B - \mu}{\sigma}$$



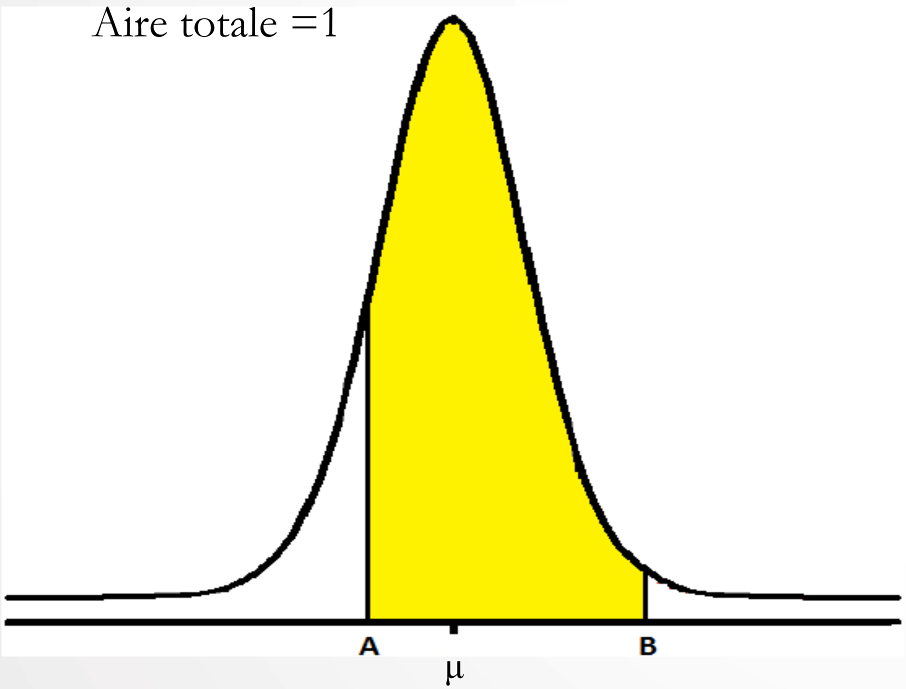
# Calcul de P(A ≤ X ≤ B)

$X : N(\mu, \sigma^2) \qquad x : N(0,1)$

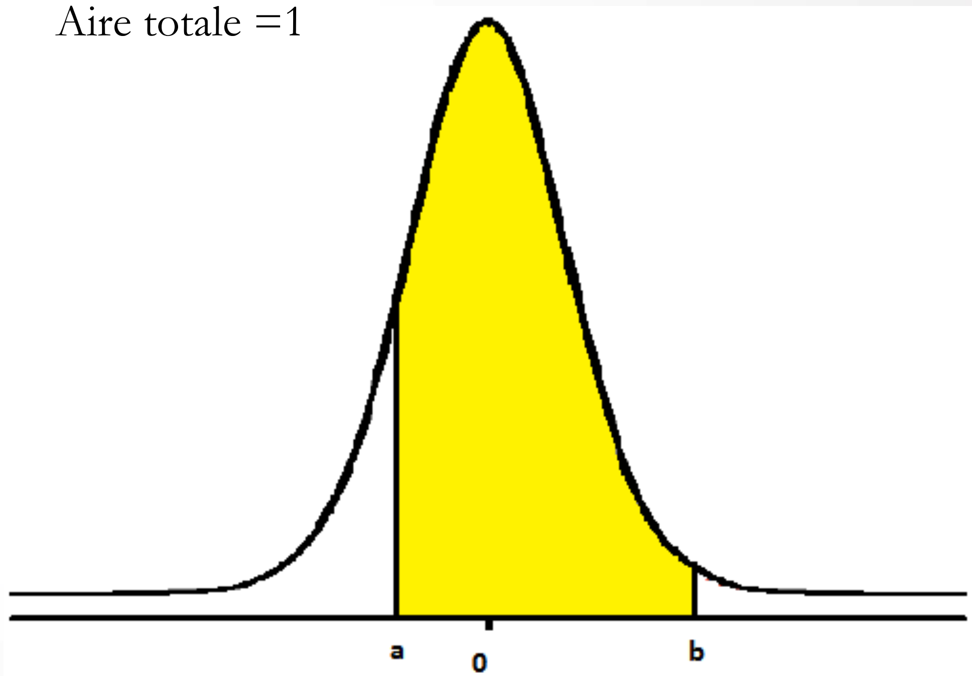
$$X \rightarrow x = \frac{X-\mu}{\sigma}$$

$$A \rightarrow a = \frac{A-\mu}{\sigma}$$

$$B \rightarrow b = \frac{B-\mu}{\sigma}$$




→



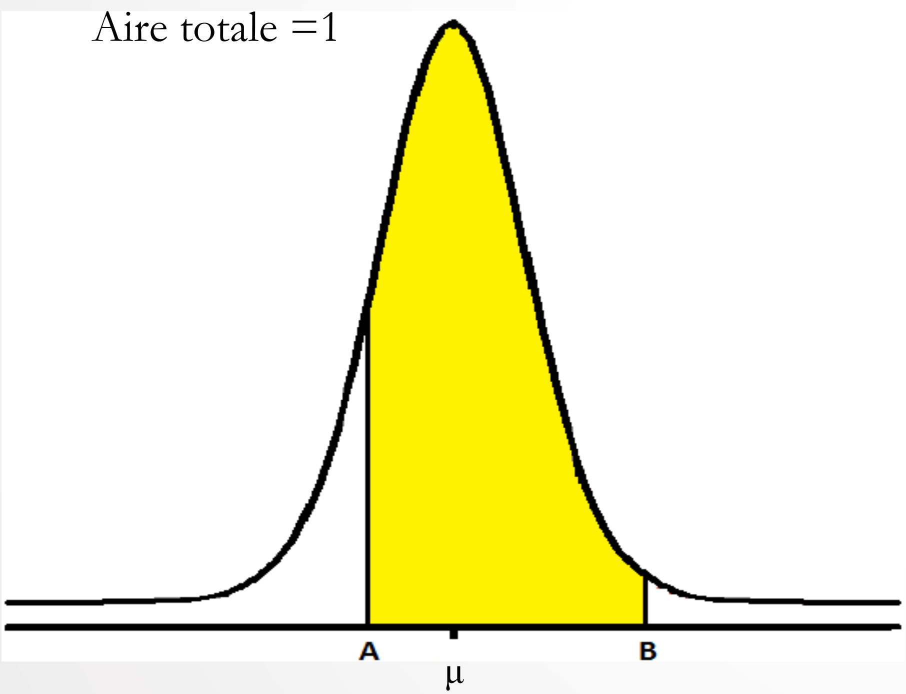
# Calcul de P(A ≤ X ≤ B)

$X : N(\mu, \sigma^2)$ $\qquad$ $x : N(0,1)$

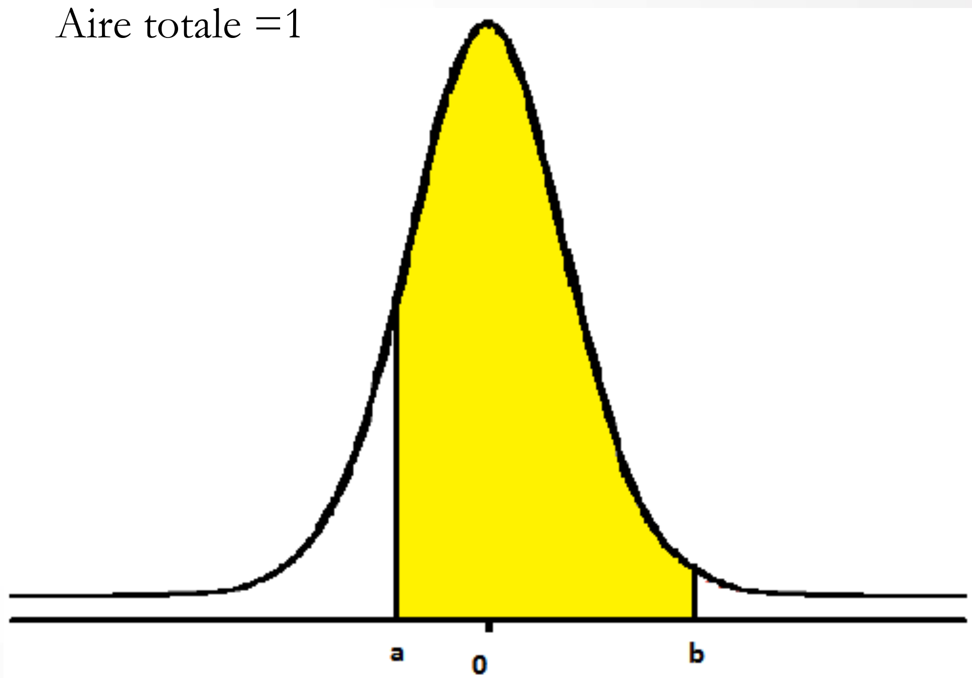
$$X \rightarrow x = \frac{X-\mu}{\sigma}$$

$$A \rightarrow a = \frac{A-\mu}{\sigma}$$

$$B \rightarrow b = \frac{B-\mu}{\sigma}$$




→




et $\quad P(A \leq X \leq B) = P(a \leq x \leq b)$

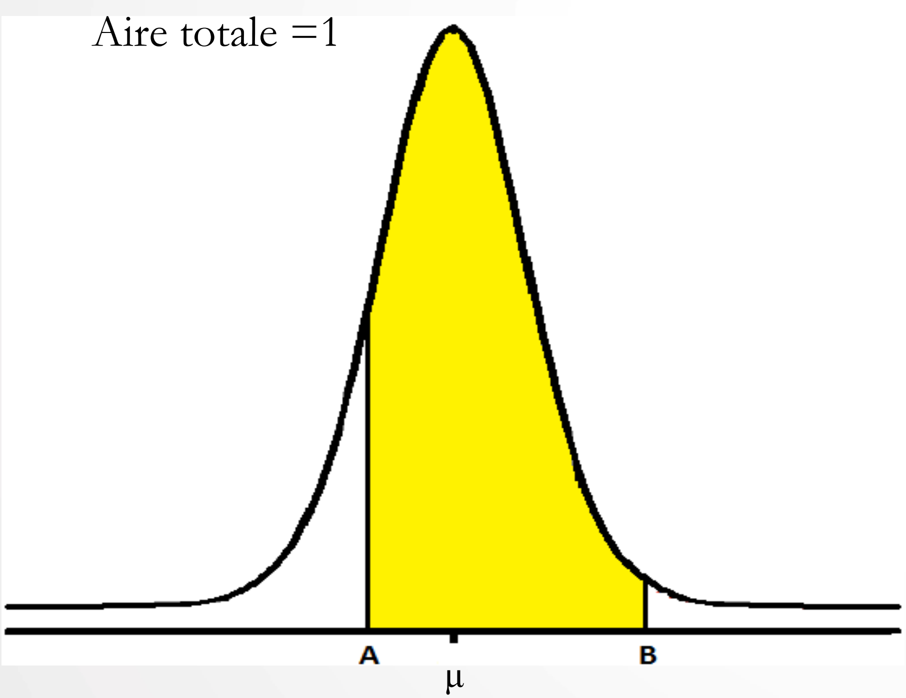
# Calcul de P(A ≤ X ≤ B)

$X : N(\mu, \sigma^2)$ $\qquad$ $x : N(0,1)$

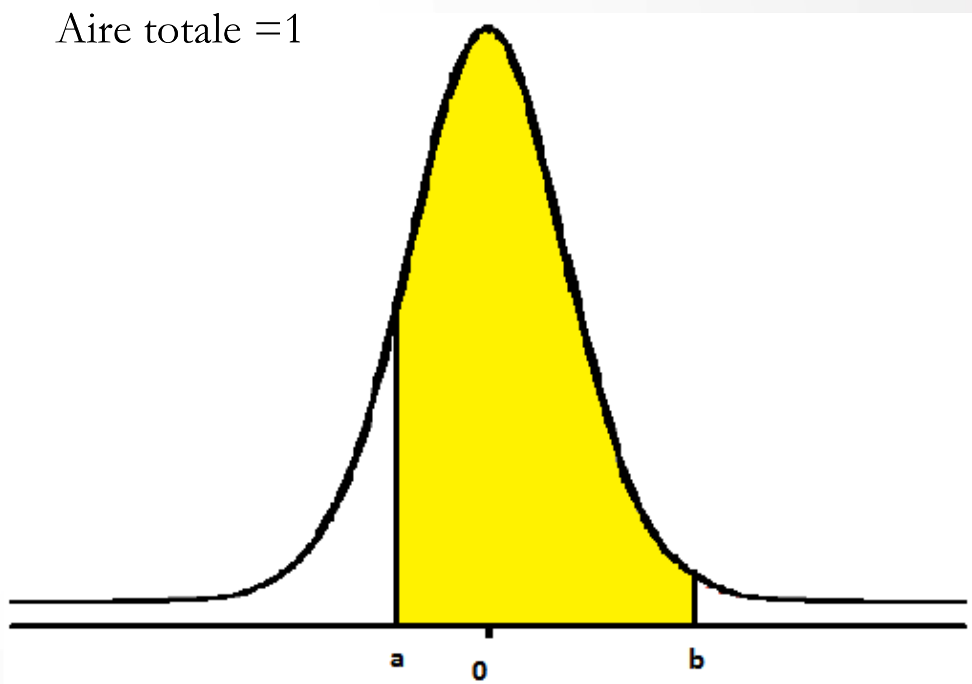
$$X \rightarrow x = \frac{X-\mu}{\sigma}$$

$$A \rightarrow a = \frac{A-\mu}{\sigma}$$

$$B \rightarrow b = \frac{B-\mu}{\sigma}$$




→




et $\quad P(A \leq X \leq B) = P(a \leq x \leq b)$ $\qquad$ Puis cf cas de la loi NCR

# Exemple

Ex : Tailles des étudiants à l'université de Rennes 1 en cm

```
sort(Taille)
 [1] 150 152 154 154 154 155 158 158 158 159 159 159 159 159 160 160 162 162 162 162 163 164 164 164 164 165 166 166 166
[30] 166 166 166 167 167 167 167 167 167 167 168 168 168 169 169 169 169 169 169 170 170 170 170 170 170 171 171 171 171
[59] 172 172 172 172 172 172 173 173 173 174 174 174 174 175 175 175 175 176 176 176 176 177 177 177 177 177 177 178 179
[88] 179 179 180 181 181 181 182 182 182 184 186 188 188
```

Moyenne estimée : 169.7 cm

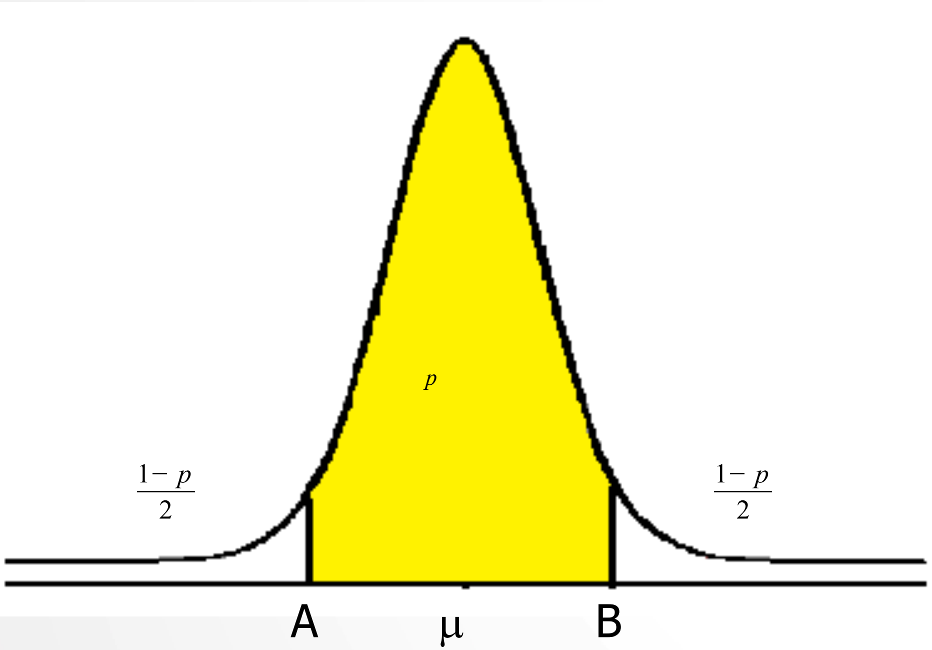
Écart-type estimé : 8.14 cm

Combien d'individus dans la population ont une taille comprise entre 160 et 180 cm ?

# Intervalle de dispersion
## Calcul de A et B tels que P(A ≤ X ≤B)=p

Comment trouver A et B (centrés autour de la moyenne) pour que $P(A \leq X \leq B) = p$ ?
(le plus souvent p=0.95 soit un intevalle de dispersion à 95%)

On se place dans le cadre d'une loi Normale $X : N(\mu, \sigma^2)$



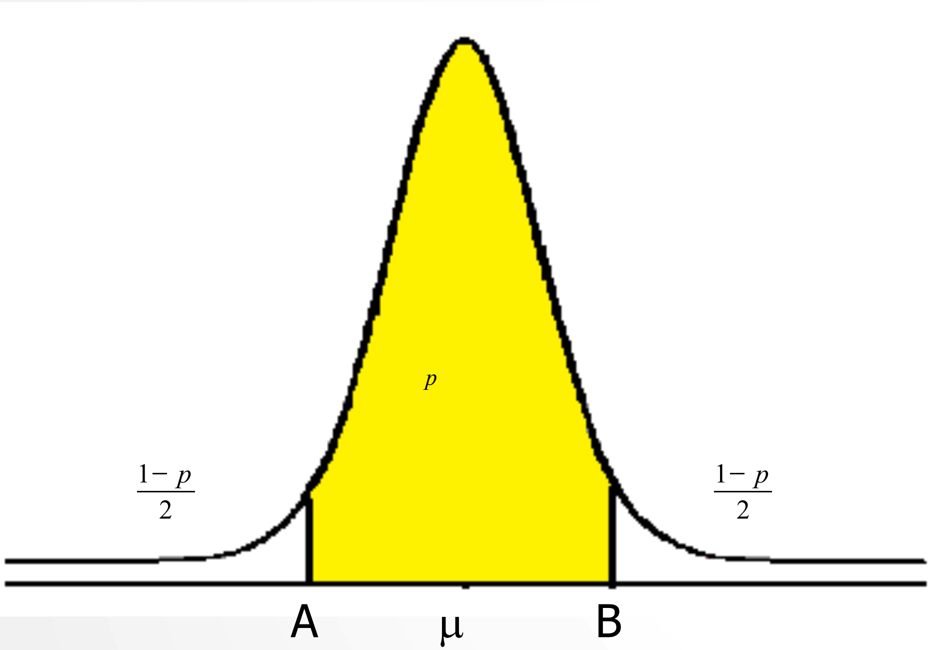

$P(X \leq A) = \frac{1-p}{2}$ ?

$P(X \leq B) = \frac{1+p}{2}$ ?

# Intervalle de dispersion
## Calcul de A et B tels que P(A ≤ X ≤B)=p

Comment trouver A et B (centrés autour de la moyenne) pour que $P(A \leq X \leq B) = p$ ?
(le plus souvent p=0.95 soit un intevalle de dispersion à 95%)

On se place dans le cadre d'une loi Normale $X : N(\mu, \sigma^2)$




$$X : N(\mu, \sigma^2) \qquad\qquad x : N(0,1)$$
$$X = \mu + \sigma x \quad \leftarrow \quad x$$

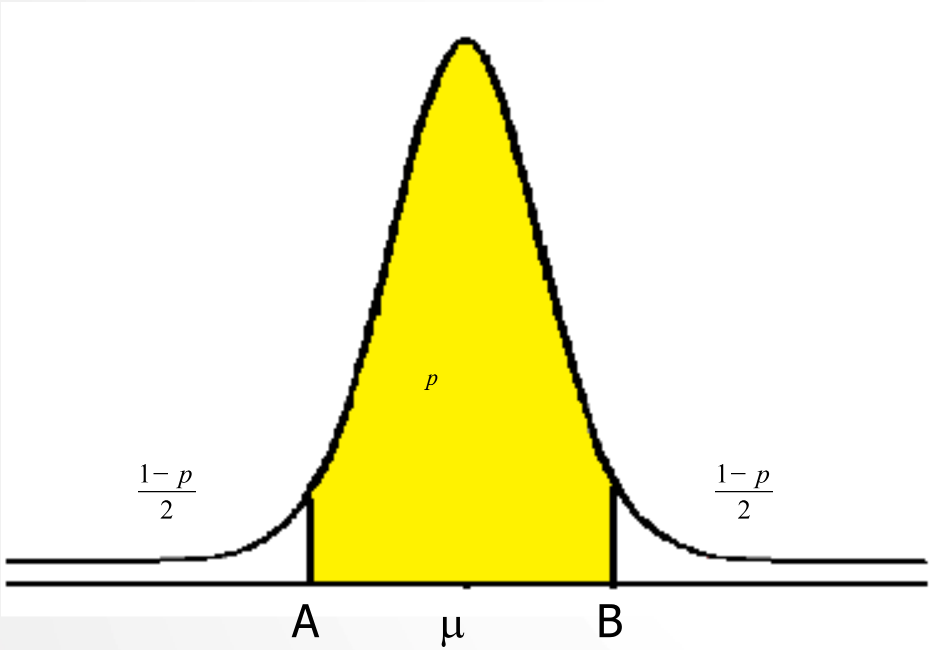
$P(X \leq A) = \dfrac{1-p}{2}$ ?

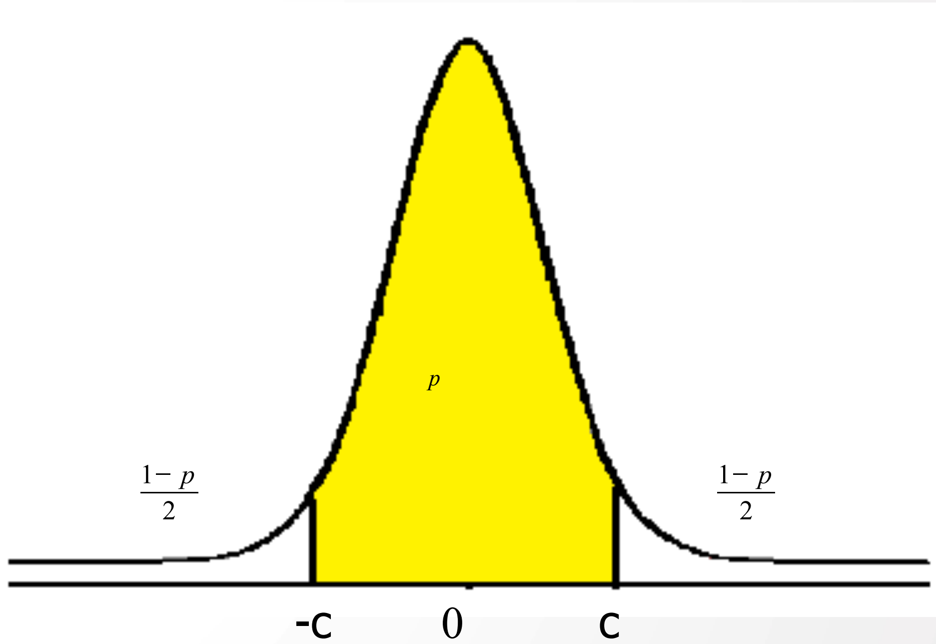
$P(X \leq B) = \dfrac{1+p}{2}$ ?

# Intervalle de dispersion
## Calcul de A et B tels que P(A ≤ X ≤B)=p

Comment trouver A et B (centrés autour de la moyenne) pour que $P(A \leq X \leq B) = p$ ?
(le plus souvent p=0.95 soit un intevalle de dispersion à 95%)

On se place dans le cadre d'une loi Normale $X : N(\mu, \sigma^2)$




$$X : N(\mu, \sigma^2) \qquad \qquad x : N(0,1)$$

$$X = \mu + \sigma x \quad \leftarrow \quad x$$

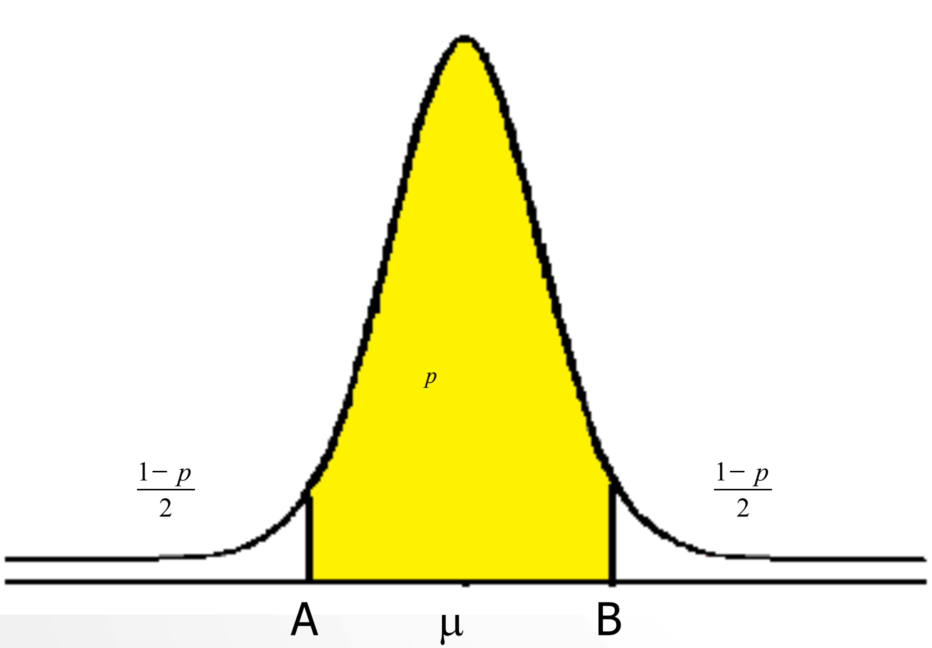
$$P(X \leq A) = \frac{1-p}{2} \quad ?$$

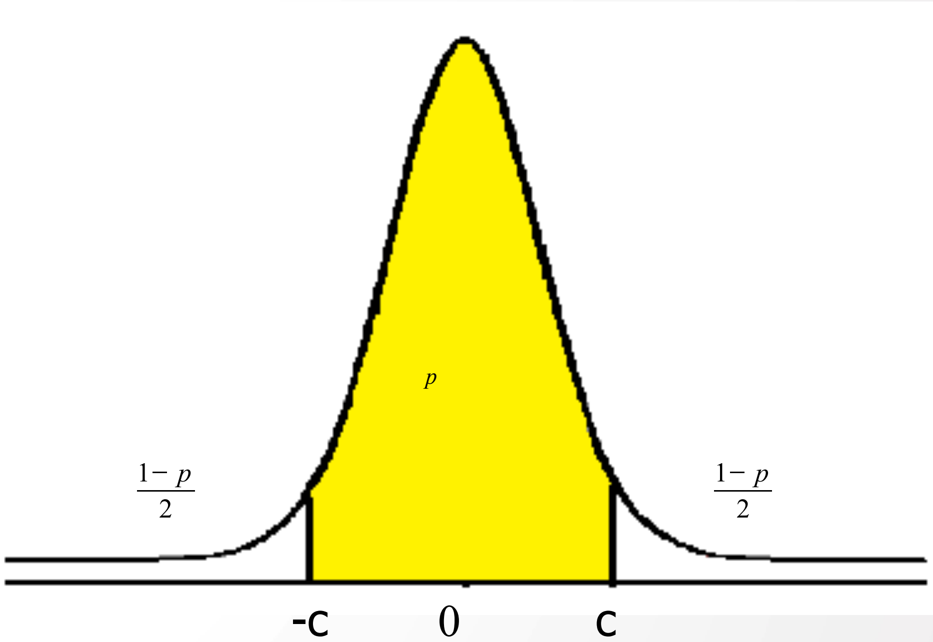
$$P(X \leq B) = \frac{1+p}{2} \quad ?$$

# Intervalle de dispersion
## Calcul de A et B tels que P(A ≤ X ≤B)=p

Comment trouver A et B (centrés autour de la moyenne) pour que $P(A \leq X \leq B) = p$ ?
(le plus souvent p=0.95 soit un intevalle de dispersion à 95%)

On se place dans le cadre d'une loi Normale $X : N(\mu, \sigma^2)$




$$X : N(\mu, \sigma^2) \qquad \qquad x : N(0,1)$$
$$X = \mu + \sigma x \quad \leftarrow \quad x$$

$P(X \leq A) = \frac{1-p}{2}$ ?

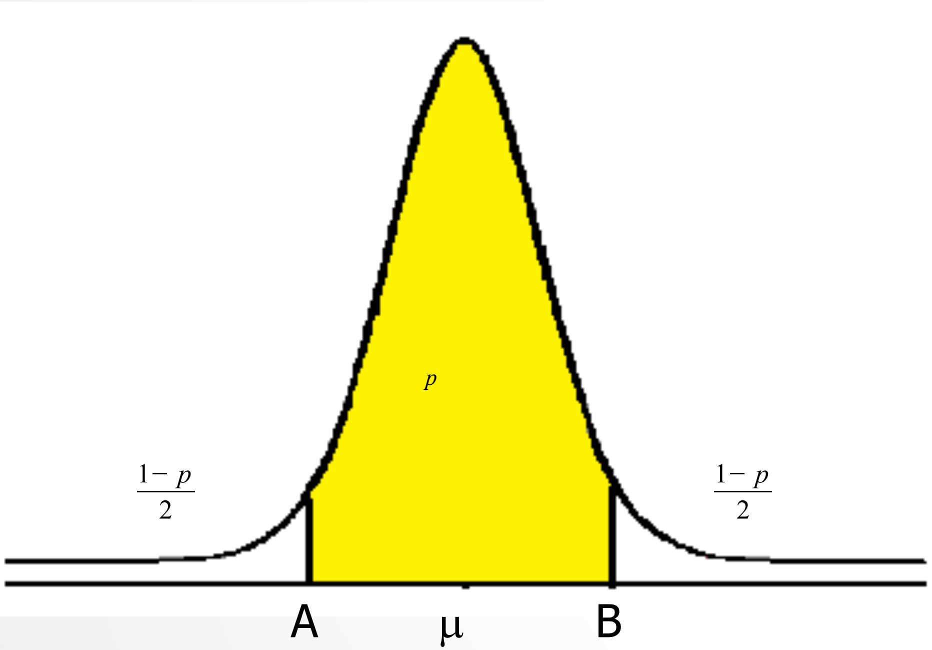
$P(X \leq B) = \frac{1+p}{2}$ ?

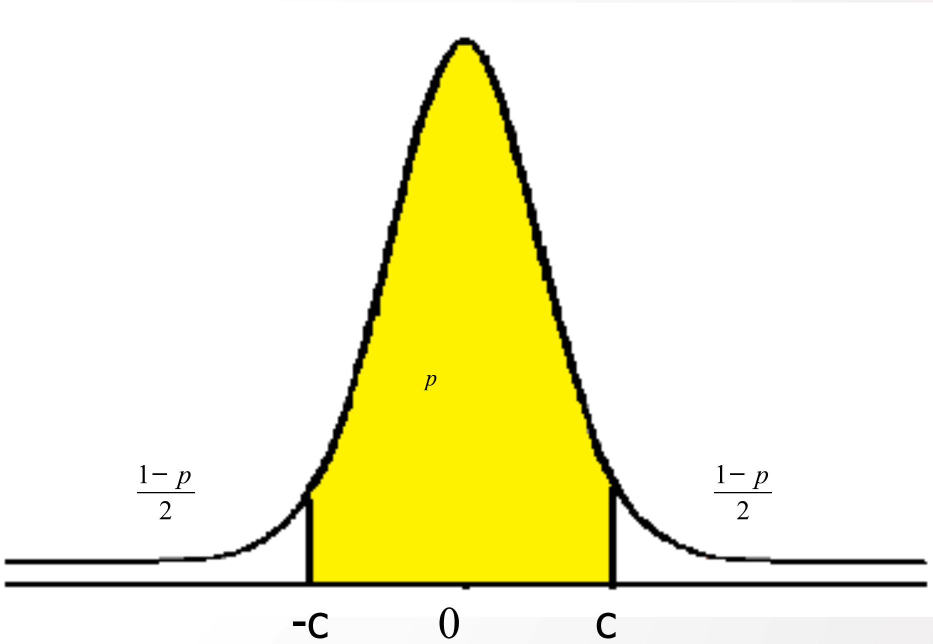
$P(x \leq c) = \frac{1+p}{2}$

# Intervalle de dispersion
## Calcul de A et B tels que P(A ≤ X ≤B)=p

Comment trouver A et B (centrés autour de la moyenne) pour que $P(A \leq X \leq B) = p$ ?
(le plus souvent p=0.95 soit un intevalle de dispersion à 95%)

On se place dans le cadre d'une loi Normale $X : N(\mu, \sigma^2)$




$$X : N(\mu, \sigma^2) \qquad x : N(0,1)$$

$$X = \mu + \sigma x \quad \leftarrow \quad x$$

$$P(X \leq A) = \frac{1-p}{2} \quad ?$$

$$P(X \leq B) = \frac{1+p}{2} \quad ?$$

$$A = \mu - \sigma c \quad \leftarrow \quad -c$$

$$B = \mu + \sigma c \quad \leftarrow \quad c$$

$$P(x \leq c) = \frac{1+p}{2}$$

# Intervalle de dispersion
## Calcul de A et B tels que P(A ≤ X ≤B)=p

Ex : Intervalle de dispersion à 95% ?

On a vu qu'alors c = 1.96 donc $$ID_{95\%}=[\mu-1.96\sigma\,;\mu+1.96\sigma]$$

# Intervalle de dispersion
## Calcul de A et B tels que P(A ≤ X ≤B)=p

Ex : Intervalle de dispersion à 95% ?

On a vu qu'alors c = 1.96 donc $ID_{95\%}=[\mu-1.96\sigma\,;\mu+1.96\sigma]$

<u>En pratique</u>, on n'a en général que des estimations des paramètres et on est donc dans le cas d'une loi Normale $X:N(\mu,\sigma^2)$ <u>estimée</u> par $X:N(\overline{X},s^2)$

# Intervalle de dispersion
## Calcul de A et B tels que P(A ≤ X ≤B)=p

Ex : Intervalle de dispersion à 95% ?

On a vu qu'alors c = 1.96 donc $ID_{95\%}=[\mu-1.96\sigma\,;\mu+1.96\sigma]$

<u>En pratique</u>, on n'a en général que des estimations des paramètres et on est donc dans le cas d'une loi Normale $X:N(\mu,\sigma^2)$ <u>estimée</u> par $X:N(\overline{X},s^2)$

Problème : l'estimation introduit un biais... qu'il faut corriger !

# Intervalle de dispersion
## Calcul de A et B tels que P(A ≤ X ≤B)=p

Ex : Intervalle de dispersion à 95% ?

On a vu qu'alors c = 1.96 donc $ID_{95\%} = [\mu - 1.96\sigma ; \mu + 1.96\sigma]$

<u>En pratique</u>, on n'a en général que des estimations des paramètres et on est donc dans le cas d'une loi Normale $X : N(\mu, \sigma^2)$ <u>estimée</u> par $X : N(\overline{X}, s^2)$

Problème : l'estimation introduit un biais... qu'il faut corriger !

Le biais est corrigé en prenant pour estimer c non pas la loi Normale Centrée Réduite, mais $t_{N-1;\alpha}$ (avec $\alpha$ =1-p) provenant de la loi de Student à N-1 degré de liberté

# Intervalle de dispersion
## Calcul de A et B tels que P(A ≤ X ≤B)=p

Ex : Intervalle de dispersion à 95% ?

On a vu qu'alors c = 1.96 donc $ID_{95\%}=[\mu-1.96\sigma\,;\mu+1.96\sigma]$

<u>En pratique</u>, on n'a en général que des estimations des paramètres et on est donc dans le cas d'une loi Normale $X:N(\mu,\sigma^2)$ <u>estimée</u> par $X:N(\overline{X},s^2)$

Problème : l'estimation introduit un biais... qu'il faut corriger !

Le biais est corrigé en prenant pour estimer c non pas la loi Normale Centrée Réduite, mais $t_{N-1;\alpha}$ (avec $\alpha$ =1-p) provenant de la loi de Student à N-1 degré de liberté

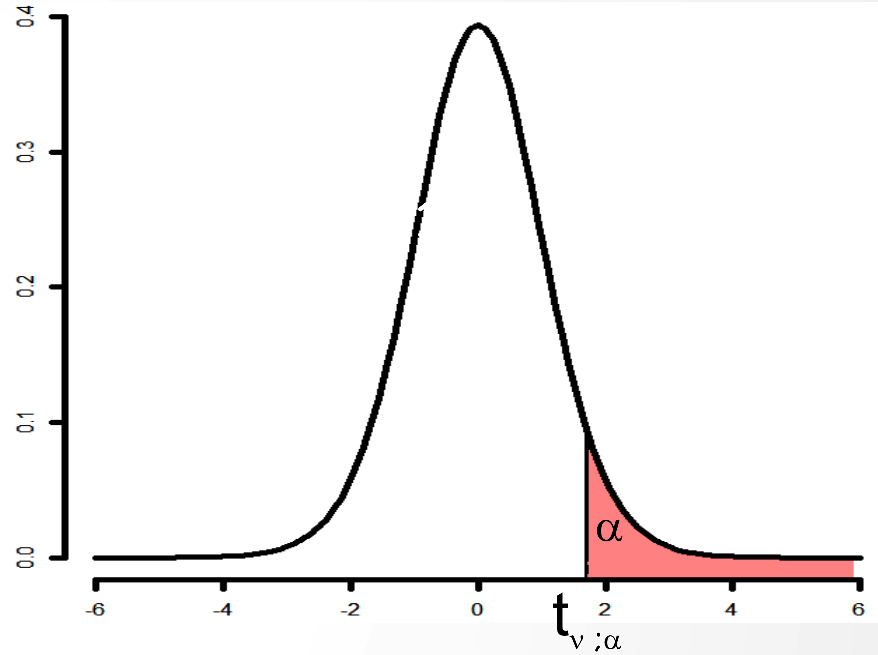
Ainsi l'intervalle de dispersion $ID_p$ s'obtient par la formule :

$$\boxed{ID_p=[\overline{X}-t_{N-1;\alpha}s\,;\overline{X}+t_{N-1;\alpha}s]}\quad \text{avec}\quad \alpha=1-p$$

$t_{N-1;\alpha}$ s'obtient dans la table de Student

# Table de la loi de Student

| ν \ α | 0,05 | 0,01 | 0,001 |
|---|---|---|---|
| 1 | 12,61 | 63,66 | 636,6 |
| 2 | 4,303 | 9,925 | 31,60 |
| 3 | 3,182 | 5,841 | 12,94 |
| 4 | 2,776 | 4,604 | 8,610 |
| 5 | 2,571 | 4,032 | 6,859 |
| 6 | 2,447 | 3,707 | 5,959 |
| 7 | 2,365 | 3,499 | 5,405 |
| 8 | 2,306 | 3,355 | 5,041 |
| 9 | 2,262 | 3,250 | 4,781 |
| 10 | 2,228 | 3,169 | 4,587 |
| 11 | 2,201 | 3,106 | 4,437 |
| 12 | 2,179 | 3,055 | 4,318 |
| 13 | 2,160 | 3,012 | 4,221 |
| 14 | 2,145 | 2,977 | 4,140 |
| 15 | 2,131 | 2,947 | 4,073 |
| 16 | 2,120 | 2,921 | 4,015 |
| 17 | 2,110 | 2,898 | 3,965 |
| 18 | 2,101 | 2,878 | 3,922 |
| 19 | 2,093 | 2,861 | 3,883 |
| 20 | 2,086 | 2,845 | 3,850 |
| 21 | 2,080 | 2,831 | 3,819 |
| 22 | 2,074 | 2,819 | 3,792 |
| 23 | 2,069 | 2,807 | 3,767 |
| 24 | 2,064 | 2,797 | 3,745 |
| 25 | 2,060 | 2,787 | 3,725 |
| 26 | 2,056 | 2,779 | 3,707 |
| 27 | 2,052 | 2,771 | 3,690 |
| 28 | 2,048 | 2,763 | 3,674 |
| 29 | 2,045 | 2,756 | 3,659 |
| 30 | 2,042 | 2,750 | 3,646 |
| 35 | 2,030 | 2,724 | 3,591 |
| 40 | 2,021 | 2,704 | 3,551 |
| 45 | 2,014 | 2,690 | 3,520 |
| 50 | 2,008 | 2,678 | 3,496 |
| 55 | 2,004 | 2,669 | 3,476 |
| 60 | 2,000 | 2,660 | 3,460 |
| 70 | 1,994 | 2,648 | 3,435 |
| 80 | 1,990 | 2,639 | 3,415 |
| 90 | 1,986 | 2,631 | 3,402 |
| 100 | 1,984 | 2,626 | 3,389 |
| 120 | 1,980 | 2,617 | 3,373 |
| 200 | 1,972 | 2,601 | 3,339 |
| 500 | 1,965 | 2,586 | 3,310 |
| ∞ | 1,960 | 2,576 | 3,291 |

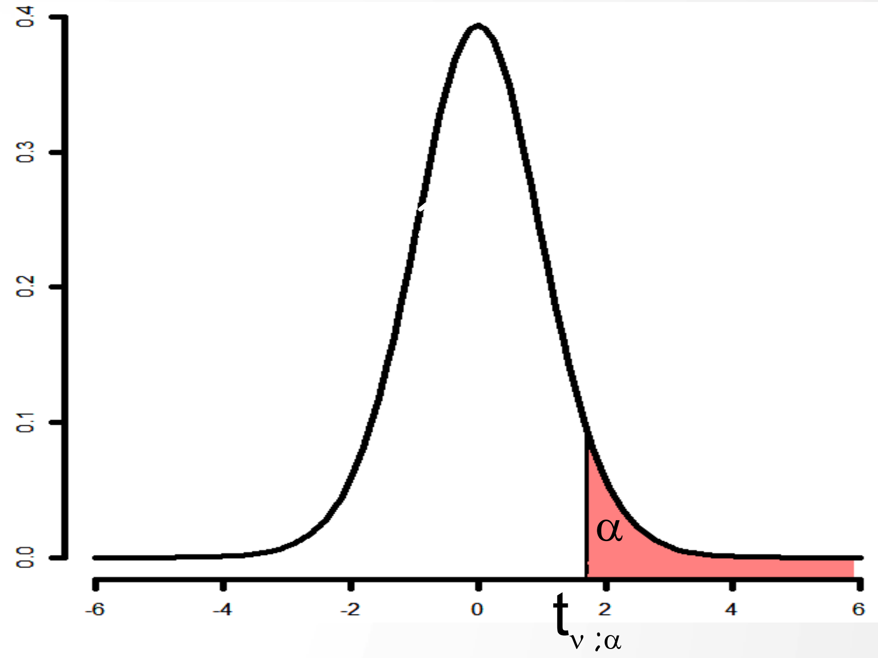



α : Probabilité de dépasser $t_{\nu;\alpha}$

ν : Degré de liberté (dl)

# Table de la loi de Student

| ν \ α | 0,05 | 0,01 | 0,001 |
|---|---|---|---|
| 1 | 12,61 | 63,66 | 636,6 |
| 2 | 4,303 | 9,925 | 31,60 |
| 3 | 3,182 | 5,841 | 12,94 |
| 4 | 2,776 | 4,604 | 8,610 |
| 5 | 2,571 | 4,032 | 6,859 |
| 6 | 2,447 | 3,707 | 5,959 |
| 7 | 2,365 | 3,499 | 5,405 |
| 8 | 2,306 | 3,355 | 5,041 |
| 9 | 2,262 | 3,250 | 4,781 |
| 10 | 2,228 | 3,169 | 4,587 |
| 11 | 2,201 | 3,106 | 4,437 |
| 12 | 2,179 | 3,055 | 4,318 |
| 13 | 2,160 | 3,012 | 4,221 |
| 14 | 2,145 | 2,977 | 4,140 |
| 15 | 2,131 | 2,947 | 4,073 |
| 16 | 2,120 | 2,921 | 4,015 |
| 17 | 2,110 | 2,898 | 3,965 |
| 18 | 2,101 | 2,878 | 3,922 |
| 19 | 2,093 | 2,861 | 3,883 |
| 20 | 2,086 | 2,845 | 3,850 |
| 21 | 2,080 | 2,831 | 3,819 |
| 22 | 2,074 | 2,819 | 3,792 |
| 23 | 2,069 | 2,807 | 3,767 |
| 24 | 2,064 | 2,797 | 3,745 |
| 25 | 2,060 | 2,787 | 3,725 |
| 26 | 2,056 | 2,779 | 3,707 |
| 27 | 2,052 | 2,771 | 3,690 |
| 28 | 2,048 | 2,763 | 3,674 |
| 29 | 2,045 | 2,756 | 3,659 |
| 30 | 2,042 | 2,750 | 3,646 |
| 35 | 2,030 | 2,724 | 3,591 |
| 40 | 2,021 | 2,704 | 3,551 |
| 45 | 2,014 | 2,690 | 3,520 |
| 50 | 2,008 | 2,678 | 3,496 |
| 55 | 2,004 | 2,669 | 3,476 |
| 60 | 2,000 | 2,660 | 3,460 |
| 70 | 1,994 | 2,648 | 3,435 |
| 80 | 1,990 | 2,639 | 3,415 |
| 90 | 1,986 | 2,631 | 3,402 |
| 100 | 1,984 | 2,626 | 3,389 |
| 120 | 1,980 | 2,617 | 3,373 |
| 200 | 1,972 | 2,601 | 3,339 |
| 500 | 1,965 | 2,586 | 3,310 |
| ∞ | 1,960 | 2,576 | 3,291 |



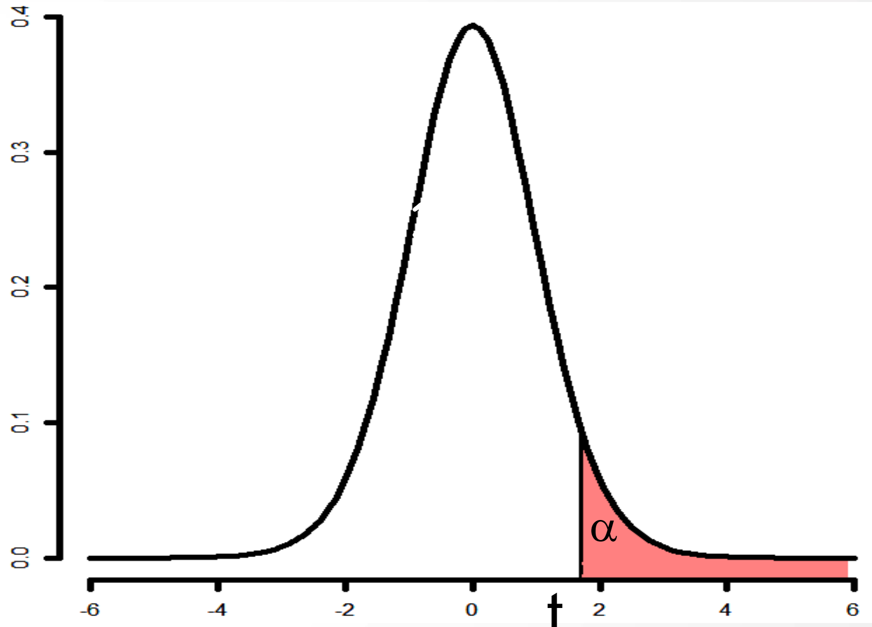

α : Probabilité de dépasser $t_{\nu ;\alpha}$

ν : Degré de liberté (dl)

Ex : Pour un échantillon de 20 individus et un intervalle de dispersion à 99 %, on aura :

# Table de la loi de Student

| ν \ α | 0,05 | 0,01 | 0,001 |
|---|---|---|---|
| 1 | 12,61 | 63,66 | 636,6 |
| 2 | 4,303 | 9,925 | 31,60 |
| 3 | 3,182 | 5,841 | 12,94 |
| 4 | 2,776 | 4,604 | 8,610 |
| 5 | 2,571 | 4,032 | 6,859 |
| 6 | 2,447 | 3,707 | 5,959 |
| 7 | 2,365 | 3,499 | 5,405 |
| 8 | 2,306 | 3,355 | 5,041 |
| 9 | 2,262 | 3,250 | 4,781 |
| 10 | 2,228 | 3,169 | 4,587 |
| 11 | 2,201 | 3,106 | 4,437 |
| 12 | 2,179 | 3,055 | 4,318 |
| 13 | 2,160 | 3,012 | 4,221 |
| 14 | 2,145 | 2,977 | 4,140 |
| 15 | 2,131 | 2,947 | 4,073 |
| 16 | 2,120 | 2,921 | 4,015 |
| 17 | 2,110 | 2,898 | 3,965 |
| 18 | 2,101 | 2,878 | 3,922 |
| 19 | 2,093 | 2,861 | 3,883 |
| 20 | 2,086 | 2,845 | 3,850 |
| 21 | 2,080 | 2,831 | 3,819 |
| 22 | 2,074 | 2,819 | 3,792 |
| 23 | 2,069 | 2,807 | 3,767 |
| 24 | 2,064 | 2,797 | 3,745 |
| 25 | 2,060 | 2,787 | 3,725 |
| 26 | 2,056 | 2,779 | 3,707 |
| 27 | 2,052 | 2,771 | 3,690 |
| 28 | 2,048 | 2,763 | 3,674 |
| 29 | 2,045 | 2,756 | 3,659 |
| 30 | 2,042 | 2,750 | 3,646 |
| 35 | 2,030 | 2,724 | 3,591 |
| 40 | 2,021 | 2,704 | 3,551 |
| 45 | 2,014 | 2,690 | 3,520 |
| 50 | 2,008 | 2,678 | 3,496 |
| 55 | 2,004 | 2,669 | 3,476 |
| 60 | 2,000 | 2,660 | 3,460 |
| 70 | 1,994 | 2,648 | 3,435 |
| 80 | 1,990 | 2,639 | 3,415 |
| 90 | 1,986 | 2,631 | 3,402 |
| 100 | 1,984 | 2,626 | 3,389 |
| 120 | 1,980 | 2,617 | 3,373 |
| 200 | 1,972 | 2,601 | 3,339 |
| 500 | 1,965 | 2,586 | 3,310 |
| ∞ | 1,960 | 2,576 | 3,291 |




$t_{\nu ;\alpha}$

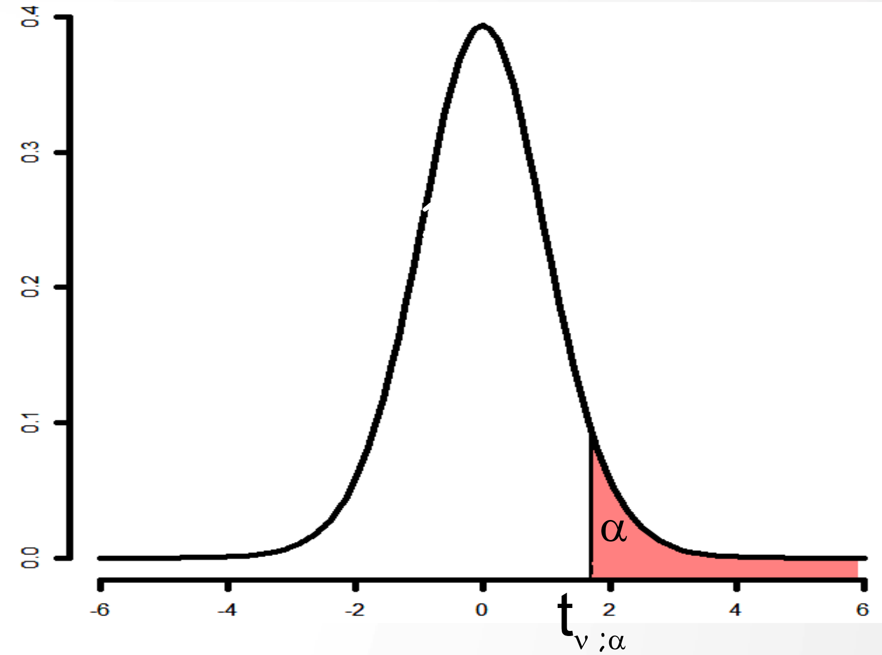
α : Probabilité de dépasser $t_{\nu ;\alpha}$

ν : Degré de liberté (dl)

Ex : Pour un échantillon de 20 individus et un intervalle de dispersion à 99 %, on aura :

# Table de la loi de Student

| α / ν | 0,05 | 0,01 | 0,001 |
|---|---|---|---|
| 1 | 12,61 | 63,66 | 636,6 |
| 2 | 4,303 | 9,925 | 31,60 |
| 3 | 3,182 | 5,841 | 12,94 |
| 4 | 2,776 | 4,604 | 8,610 |
| 5 | 2,571 | 4,032 | 6,859 |
| 6 | 2,447 | 3,707 | 5,959 |
| 7 | 2,365 | 3,499 | 5,405 |
| 8 | 2,306 | 3,355 | 5,041 |
| 9 | 2,262 | 3,250 | 4,781 |
| 10 | 2,228 | 3,169 | 4,587 |
| 11 | 2,201 | 3,106 | 4,437 |
| 12 | 2,179 | 3,055 | 4,318 |
| 13 | 2,160 | 3,012 | 4,221 |
| 14 | 2,145 | 2,977 | 4,140 |
| 15 | 2,131 | 2,947 | 4,073 |
| 16 | 2,120 | 2,921 | 4,015 |
| 17 | 2,110 | 2,898 | 3,965 |
| 18 | 2,101 | 2,878 | 3,922 |
| 19 | 2,093 | 2,861 | 3,883 |
| 20 | 2,086 | 2,845 | 3,850 |
| 21 | 2,080 | 2,831 | 3,819 |
| 22 | 2,074 | 2,819 | 3,792 |
| 23 | 2,069 | 2,807 | 3,767 |
| 24 | 2,064 | 2,797 | 3,745 |
| 25 | 2,060 | 2,787 | 3,725 |
| 26 | 2,056 | 2,779 | 3,707 |
| 27 | 2,052 | 2,771 | 3,690 |
| 28 | 2,048 | 2,763 | 3,674 |
| 29 | 2,045 | 2,756 | 3,659 |
| 30 | 2,042 | 2,750 | 3,646 |
| 35 | 2,030 | 2,724 | 3,591 |
| 40 | 2,021 | 2,704 | 3,551 |
| 45 | 2,014 | 2,690 | 3,520 |
| 50 | 2,008 | 2,678 | 3,496 |
| 55 | 2,004 | 2,669 | 3,476 |
| 60 | 2,000 | 2,660 | 3,460 |
| 70 | 1,994 | 2,648 | 3,435 |
| 80 | 1,990 | 2,639 | 3,415 |
| 90 | 1,986 | 2,631 | 3,402 |
| 100 | 1,984 | 2,626 | 3,389 |
| 120 | 1,980 | 2,617 | 3,373 |
| 200 | 1,972 | 2,601 | 3,339 |
| 500 | 1,965 | 2,586 | 3,310 |
| ∞ | 1,960 | 2,576 | 3,291 |



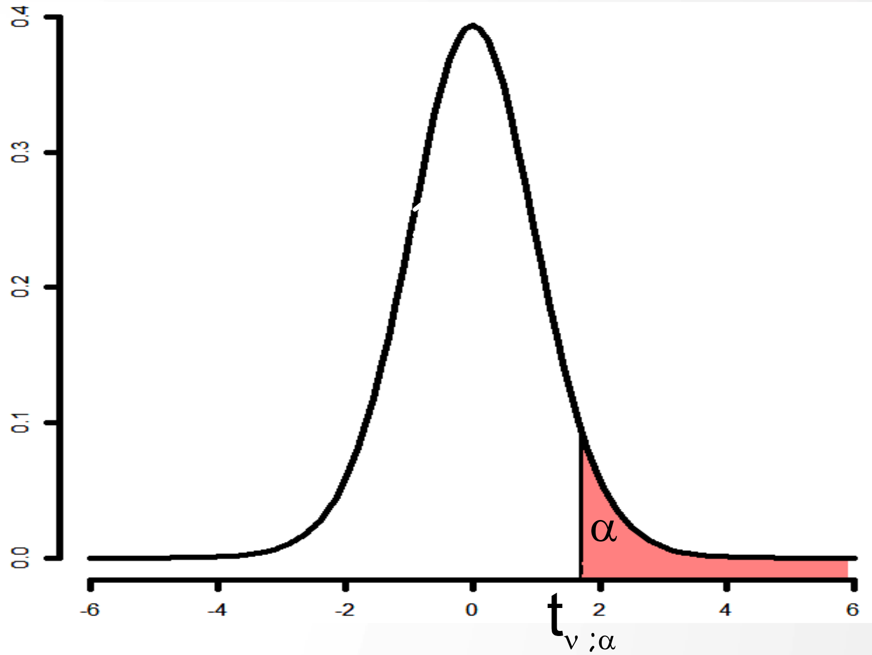

α : Probabilité de dépasser $t_{\nu;\alpha}$

ν : Degré de liberté (dl)

Ex : Pour un échantillon de 20 individus et un intervalle de dispersion à 99 %, on aura :

# Table de la loi de Student

| ν \ α | 0,05 | 0,01 | 0,001 |
|---|---|---|---|
| 1 | 12,61 | 63,66 | 636,6 |
| 2 | 4,303 | 9,925 | 31,60 |
| 3 | 3,182 | 5,841 | 12,94 |
| 4 | 2,776 | 4,604 | 8,610 |
| 5 | 2,571 | 4,032 | 6,859 |
| 6 | 2,447 | 3,707 | 5,959 |
| 7 | 2,365 | 3,499 | 5,405 |
| 8 | 2,306 | 3,355 | 5,041 |
| 9 | 2,262 | 3,250 | 4,781 |
| 10 | 2,228 | 3,169 | 4,587 |
| 11 | 2,201 | 3,106 | 4,437 |
| 12 | 2,179 | 3,055 | 4,318 |
| 13 | 2,160 | 3,012 | 4,221 |
| 14 | 2,145 | 2,977 | 4,140 |
| 15 | 2,131 | 2,947 | 4,073 |
| 16 | 2,120 | 2,921 | 4,015 |
| 17 | 2,110 | 2,898 | 3,965 |
| 18 | 2,101 | 2,878 | 3,922 |
| 19 | 2,093 | 2,861 | 3,883 |
| 20 | 2,086 | 2,845 | 3,850 |
| 21 | 2,080 | 2,831 | 3,819 |
| 22 | 2,074 | 2,819 | 3,792 |
| 23 | 2,069 | 2,807 | 3,767 |
| 24 | 2,064 | 2,797 | 3,745 |
| 25 | 2,060 | 2,787 | 3,725 |
| 26 | 2,056 | 2,779 | 3,707 |
| 27 | 2,052 | 2,771 | 3,690 |
| 28 | 2,048 | 2,763 | 3,674 |
| 29 | 2,045 | 2,756 | 3,659 |
| 30 | 2,042 | 2,750 | 3,646 |
| 35 | 2,030 | 2,724 | 3,591 |
| 40 | 2,021 | 2,704 | 3,551 |
| 45 | 2,014 | 2,690 | 3,520 |
| 50 | 2,008 | 2,678 | 3,496 |
| 55 | 2,004 | 2,669 | 3,476 |
| 60 | 2,000 | 2,660 | 3,460 |
| 70 | 1,994 | 2,648 | 3,435 |
| 80 | 1,990 | 2,639 | 3,415 |
| 90 | 1,986 | 2,631 | 3,402 |
| 100 | 1,984 | 2,626 | 3,389 |
| 120 | 1,980 | 2,617 | 3,373 |
| 200 | 1,972 | 2,601 | 3,339 |
| 500 | 1,965 | 2,586 | 3,310 |
| ∞ | 1,960 | 2,576 | 3,291 |




α : Probabilité de dépasser $t_{\nu;\alpha}$

ν : Degré de liberté (dl)

Ex : Pour un échantillon de 20 individus et un intervalle de dispersion à 99 %, on aura :

$$t_{19;\,0.01} = 2.861$$

# Exemple

Ex : Tailles des étudiants à l'université de Rennes 1 en cm

```
sort(Taille)
 [1] 150 152 154 154 154 155 158 158 158 159 159 159 159 159 160 160 162 162 162 162 163 164 164 164 164 165 166 166 166
[30] 166 166 166 167 167 167 167 167 167 167 168 168 168 169 169 169 169 169 169 170 170 170 170 170 170 171 171 171 171
[59] 172 172 172 172 172 172 173 173 173 174 174 174 174 175 175 175 175 176 176 176 176 177 177 177 177 177 177 178 179
[88] 179 179 180 181 181 181 182 182 182 184 186 188 188
```

Moyenne estimée : 169.7 cm

Écart-type estimé : 8.14 cm

Quel est l'intervalle de dispersion à 95% ?

Quel est l'intervalle de dispersion à 99% ?

# Intervalle de dispersion : Résumé

Comment trouver A et B (centrés autour de X) pour que $P(A \leq X \leq B) = p$ ?

(le plus souvent p=0.95 soit un intevalle de dispersion à 95%)

Sous l'hypothèse de normalité, on estime la loi pour la population par $X : N(\overline{X}, s^2)$

l'intervalle de dispersion $\mathrm{ID}_p$ s'obtient par la formule : $\boxed{ID_p = [\overline{X} - t_{N-1;\alpha} s ; \overline{X} + t_{N-1;\alpha} s]}$

avec $\alpha = 1 - p$

$t_{N-1;\alpha}$ s'obtient dans la table de Student

# Intervalle de dispersion : Résumé

Comment trouver A et B (centrés autour de X) pour que $P(A \leq X \leq B) = p$ ?

(le plus souvent p=0.95 soit un intevalle de dispersion à 95%)

Sous l'hypothèse de normalité, on estime la loi pour la population par $X : N(\overline{X}, s^2)$

l'intervalle de dispersion $ID_p$ s'obtient par la formule : $\boxed{ID_p = [\overline{X} - t_{N-1;\alpha}\, s \,;\, \overline{X} + t_{N-1;\alpha}\, s]}$

avec $\alpha = 1 - p$

$t_{N-1;\alpha}$ s'obtient dans la table de Student

<u>Cas particulier</u> : p=95% et N grand ; on peut retenir que

$$\boxed{ID_{95\%} = [\overline{X} - 1.96\, s \,;\, \overline{X} + 1.96\, s]}$$

# Intervalle de dispersion : Résumé

Comment trouver A et B (centrés autour de X) pour que $P(A \leq X \leq B) = p$ ?

(le plus souvent p=0.95 soit un intevalle de dispersion à 95%)

Sous l'hypothèse de normalité, on estime la loi pour la population par $X : N(\overline{X}, s^2)$

l'intervalle de dispersion $ID_p$ s'obtient par la formule : $\boxed{ID_p = [\overline{X} - t_{N-1;\alpha} s ; \overline{X} + t_{N-1;\alpha} s]}$

avec $\alpha = 1 - p$

$t_{N-1;\alpha}$ s'obtient dans la table de Student

<u>Cas particulier</u> : p=95% et N grand ; on peut retenir que

$$\boxed{ID_{95\%} = [\overline{X} - 1.96 s ; \overline{X} + 1.96 s]}$$

cf fonction test21() qui illustre que 95% des valeurs d'une loi Normale sont à moins de 1.96*écart-type de la moyenne

# Intervalle de confiance

Comment trouver A et B (centrés autour de $\bar{X}$ ) pour que $P(A \leq \bar{X} \leq B) = p$ ?
(le plus souvent p=0.95 soit un intevalle de confiance à 95%)

On se place dans le cadre d'une population de moyenne estimée $\bar{X}$ et de variance estimée $s^2$

# Intervalle de confiance

Comment trouver A et B (centrés autour de $\bar{X}$ ) pour que $P(A \leq \bar{X} \leq B) = p$ ?
(le plus souvent p=0.95 soit un intevalle de confiance à 95%)

On se place dans le cadre d'une population de moyenne estimée $\bar{X}$ et de variance estimée $s^2$

On a vu (théorème centrale limite) que dès lors qu'elle est calculée pour un N assez grand (N>30) on a

$$\overline{X} : N\left(\overline{X} ; \frac{s^2}{N}\right)$$

# Intervalle de confiance

Comment trouver A et B (centrés autour de $\bar{X}$ ) pour que $P(A \leq \overline{X} \leq B) = p$ ?
(le plus souvent p=0.95 soit un intevalle de confiance à 95%)

On se place dans le cadre d'une population de moyenne estimée $\bar{X}$ et de variance estimée s²

On a vu (théorème centrale limite) que dès lors qu'elle est calculée pour un N assez grand (N>30) on a

$$\overline{X} : N\left(\overline{X} ; \frac{s^2}{N}\right)$$

Or l'intervalle de confiance est ni plus ni moins que l'intervalle de dispersion de la moyenne ; donc :

$$\boxed{IC_p = [\overline{X} - t_{N-1;\alpha}\frac{s}{\sqrt{N}} ; \overline{X} + t_{N-1;\alpha}\frac{s}{\sqrt{N}}]} \text{ avec } \alpha = 1 - p$$

$t_{N-1;\alpha}$ s'obtient de la même façon que pour l'intervalle de dispersion!

# Exemple

Ex : Tailles des étudiants à l'université de Rennes 1 en cm

```
sort(Taille)
 [1] 150 152 154 154 154 155 158 158 158 159 159 159 159 159 160 160 162 162 162 162 163 164 164 164 164 165 166 166 166
[30] 166 166 166 167 167 167 167 167 167 167 168 168 168 169 169 169 169 169 169 170 170 170 170 170 170 171 171 171 171
[59] 172 172 172 172 172 172 173 173 173 174 174 174 174 175 175 175 175 176 176 176 176 177 177 177 177 177 177 178 179
[88] 179 179 180 181 181 181 182 182 182 184 186 188 188
```

Moyenne estimée : 169.7 cm

Écart-type estimé : 8.14 cm

Quel est l'intervalle de confirance à 95% ?

Quel est l'intervalle de confiance à 99% ?

# Le Bootstrap

Méthode de rééchantillonnage consistant à tirer avec remise N éléments dans un ensemble à N éléments.

# Le Bootstrap

Méthode de rééchantillonnage consistant à tirer avec remise N éléments dans un ensemble à N éléments.

Le tirage se faisant avec remise, chaque tirage comprendra un nombre plus ou moins important d'éléments identiques, et les N éléments ne seront pas représentés dans chaque tirage ; mais il a été montré que la moyenne et l'erreur standard des tirages avec remise d'un échantillon particulier donnaient une très bonne approximation de la moyenne et de l'erreur standard de la population échantillonnée.

# Le Bootstrap

Méthode de rééchantillonnage consistant à tirer avec remise N éléments dans un ensemble à N éléments.

Le tirage se faisant avec remise, chaque tirage comprendra un nombre plus ou moins important d'éléments identiques, et les N éléments ne seront pas représentés dans chaque tirage ; mais il a été montré que la moyenne et l'erreur standard des tirages avec remise d'un échantillon particulier donnaient une très bonne approximation de la moyenne et de l'erreur standard de la population échantillonnée.

Il est “facile” informatiquement de faire un grand nombre de tirages, et donc de simuler un grand nombre d'échantillons.

# Le Bootstrap

Méthode de rééchantillonnage consistant à tirer avec remise N éléments dans un ensemble à N éléments.

Le tirage se faisant avec remise, chaque tirage comprendra un nombre plus ou moins important d'éléments identiques, et les N éléments ne seront pas représentés dans chaque tirage ; mais il a été montré que la moyenne et l'erreur standard des tirages avec remise d'un échantillon particulier donnaient une très bonne approximation de la moyenne et de l'erreur standard de la population échantillonnée.

Il est "facile" informatiquement de faire un grand nombre de tirages, et donc de simuler un grand nombre d'échantillons.

Le principe d'estimation d'un intervalle de confiance (disons à 95%) d'un indice est le suivant :

- Calculer cet indice sur un grand nombre (au moins 1000) de tirages
- Enlever les 2.5% de valeurs les plus petites et les 2.5% de valeurs les plus grandes
- Prendre le min et le max de ce qui reste

# Illustration

Ex : Tailles des étudiants à l'université de Rennes 1 en cm

```
sort(Taille)
 [1] 150 152 154 154 154 155 158 158 158 159 159 159 159 159 160 160 162 162 162 162 163 164 164 164 164 165 166 166 166
[30] 166 166 166 167 167 167 167 167 167 167 168 168 168 169 169 169 169 169 169 170 170 170 170 170 170 171 171 171 171
[59] 172 172 172 172 172 172 173 173 173 174 174 174 174 175 175 175 175 176 176 176 176 177 177 177 177 177 177 178 179
[88] 179 179 180 181 181 181 182 182 182 184 186 188 188
```

Moyenne estimée : 169.7 cm

Écart-type estimé : 8.14 cm

Cf fonction bootex(***ech***) qui évalue l'intervalle de confiance à partir de l'échantillon ***ech*** par bootstrap

Comparer $IC_{95\%}$ et bootex(Taille)

# Illustration

Ex : Tailles des étudiants à l'université de Rennes 1 en cm

```
sort(Taille)
 [1] 150 152 154 154 154 155 158 158 158 159 159 159 159 159 160 160 162 162 162 162 163 164 164 164 164 165 166 166 166
[30] 166 166 166 167 167 167 167 167 167 167 168 168 168 169 169 169 169 169 169 170 170 170 170 170 170 171 171 171 171
[59] 172 172 172 172 172 172 173 173 173 174 174 174 174 175 175 175 175 176 176 176 176 177 177 177 177 177 177 178 179
[88] 179 179 180 181 181 181 182 182 182 184 186 188 188
```

Moyenne estimée : 169.7 cm

Écart-type estimé : 8.14 cm

Cf fonction bootex(***ech***) qui évalue l'intervalle de confiance à partir de l'échantillon ***ech*** par bootstrap

Comparer $IC_{95\%}$ et bootex(Taille)

Cf fonction boot(*Pop* , *N*) qui illustre et compare le calcul de l'intervalle de confiance 95% par la formule et par bootsrap à partir d'un échantillon de ***N*** individus provenant de la population ***Pop*.**
4 populations théoriques de 10000 individus sont prédéfinies :
*Poptest1* (distribution Normale)
*Poptest2* (distibution Binomiale)
*Poptest3* (distribution bimodale)
*Poptest4* (distribution uniforme)