

***Answer Key Sheet: Number Theory***

1. (a) 1  
(b) 0
2. (a) 5 (e) 5  
(b) 8 (f) 5  
(c) 7 (g) 1  
(d) 6
3. (a) 7 (d) 4  
(b) 1 (e) 8  
(c) 3 (f)
4.  $113 \times 44 \bmod 12 = 4$
5. (a) Composite  
(b) it depends on  $n$   
(c) composite  
(d) Composite for all  $n$  except for  $n = 1$
- 6.
7. (a) Yes  
(b) No  
(c) No
8. a) 2, 4, 12  
b)  $p^k - p^{k-1}$ .  
c)  $(p-1)(q-1)$   
d\*)
9. (a)  
(b) 125, 5000  
(c)  
(d) 1111, 0.
- 10.

- |        |        |
|--------|--------|
| (a) 6  | (e) 40 |
| (b) 6  | (f) 3  |
| (c) 3  | (g) 15 |
| (d) 42 | (h) 3  |
11. (a) (d)  
 (b)  
 (c) (e)
- 12.
- 13.
14. *Yes*,  $133 \pmod m$
15. No for  $\mathbb{Z}_{10}$ , and Yes for  $\mathbb{Z}_{11}$ . None.
- |                    |        |
|--------------------|--------|
| 16. (a) 9          | (d) 58 |
| (b) 7              |        |
| (c) Does not exist | (e)    |
17. (a) 9  
 (b) 6
18. 7
- 19.
20. 85
21. (a)  
 (b)
22. (a) 7  
 (b) 29  
 (c) 7
23. (a) 52  
 (b)
- 24.
- 25.
- 26.

27.

28. (a) 3 and 11

(b) 20

(c) 3 and 7

(d) 31

(e) 25

29.

30.

31.