

Tarea 2

Fecha de Entrega 16 de junio de 2025

Hora límite 23:59 y solo formato digital

Pregunta 1

El objetivo de la tarea es construir un marco conceptual para entender los desafíos de modelar la reforma de pensiones. Para ello, suponiendo escenarios de rentabilidad y riesgos de los fondos se deberá estimar una distribución de monto final de ahorro de un tipo de individuo bajo ciertos supuestos.

La información estadística está disponible en:

<https://www.spensiones.cl/apps/valoresCuotaFondo/vcfAFP.php>

Adicionalmente, se sugiere (si Ud. encuentra otra información más relevante y actualizada la puede usar también) usar la siguiente información de la Superintendencia de Pensiones, el ingreso de promedio de los ingresos imponibles en Chile a 31 de marzo de 2023, por quintil de ingresos de la población se da acorde a la siguiente información:

Ingreso Imponible Promedio		
Quintil	Hombres	Mujeres
1	\$ 368.885	\$ 316.944
2	\$ 619.444	\$ 554.179
3	\$ 899.800	\$ 759.602
4	\$ 1.388.719	\$ 1.181.418
5	\$ 2.574.204	\$ 2.283.072
Total Cotizantes	3.337.425	2.545.640

FUENTE: Superintendencia de Pensiones Informe Estadístico Trimestral de Afiliados y Cotizantes.
Corresponde al número de afiliados que cotizaron en 202303, por remuneraciones devengadas en Febrero de 2023.

Además, la distribución de edades de hombres y mujeres que cotizan en el sistema a julio de 2023 es la siguiente (mismo comentario anterior, si encuentra otra información relevante, bienvenida):

Cotizantes según tramos de edad y sexo

Julio 2023

Tramo de edad ¹	Cotizantes				Var % 12 meses		
	Hombres	Mujeres	S/I ²	Total	Hombres	Mujeres	Total
Menor a 20	20.978	14.672	0	35.650	51,6%	65,1%	56,9%
+20-25	201.738	141.616	3	343.357	-0,5%	3,5%	1,1%
+25-30	379.323	297.118	9	676.450	-3,8%	-2,1%	-3,1%
+30-35	461.539	361.195	1	822.735	-2,6%	-0,7%	-1,8%
+35-40	414.786	312.239	0	727.025	1,4%	3,3%	2,2%
+40-45	366.955	274.809	1	641.765	-0,1%	2,9%	1,2%
+45-50	320.285	236.167	0	556.452	-1,7%	0,2%	-0,9%
+50-55	295.573	214.344	0	509.917	0,8%	2,8%	1,6%
+55-60	263.586	183.140	0	446.726	0,0%	3,1%	1,3%
+60-65	203.257	69.030	0	272.287	4,7%	0,0%	3,4%
65 y más	47.977	18.135	1	66.113	-5,7%	6,0%	-2,8%
Sin información ³	2	3	316	321	-	-	-
Total	2.975.999	2.122.468	331	5.098.798	-0,4%	1,5%	0,4%

Fuente: Superintendencia de Pensiones a partir de la Base de Datos del Seguro de Cesantía (BDSC).

Notas: (1) Cada tramo incluye el límite inferior y excluye el límite superior. (2) La categoría "S/I" incluye a aquellos cotizantes sin información de sexo. (3) La categoría "Sin información" de tramo de edad incluye a aquellos cotizantes con fecha de nacimiento sin información o inválida.

Para resolver esta Tarea se requiere calcular estadísticas de retornos (log) mensuales de los valores cuota de los diferentes fondos de alguna AFP, (a seleccionar por Ud.).

Para ello debe armar una base de datos consistente en términos de fechas y retornos y estimar luego las volatilidades mensuales, y las correlaciones entre retornos de fondos de la AFP seleccionada.

Se pide que cada grupo escoja **2** tipos de personas acorde a quintiles diferentes, sexo y rango de edad. Debe además suponer los montos acumulados en la cuenta individual de cada tipo de persona- Por ejemplo, podría suponer que los quintiles 1 a 3, tienen 0 acumulado, en cambio los quintiles 4 y 5 tienen montos entre 30 y 120 millones dependiendo de la edad. Explícite claramente sus supuestos.

Para cada tipo de persona, escoja un fondo (A, B, C, D o E) de una AFP en particular. Suponga que la persona se cambia a lo más una sola vez de fondo. Defina usted la fecha y los fondos de origen y destino. No es necesario suponer que los individuos se cambian de AFP.

Pregunta 1. Suponga que el valor cuota de cada Fondo (A, B, C, D o E) se puede modelar como un MBG, es decir, el valor cuota F_i de cada fondo i se puede modelar como:

$$dF_i/F_i = (\mu_i + \sigma_i^2/2) dt + \sigma_i dz_i$$

Estimen los valores μ_i y σ_i de cada fondo, y las correlaciones $E(dz_i \cdot dz_j) = \rho_{ij}$. Justifiquen claramente sus supuestos y estimaciones.

Pregunta 2. Usando Cholesky, genere una simulación del retorno del valor cuota de cada Fondo, para los próximos 35 años, asumiendo un paso mensual. Construya estadísticas (y gráficos) relevantes para la trayectoria del valor cuota (percentiles, desviación estándar, promedio). Analice los quintiles del resultado de las trayectorias de los valores cuota.

Pregunta 3. Simulen el fondo de cada uno de los dos individuos, suponiendo que cotiza un 10% de su sueldo, no hay lagunas previsionales hacia adelante, y que la jubilación se logra a los 65 años para los hombres y 60 años para las mujeres. Encuentre el resultado promedio y los quintiles 25 y 75 de las trayectorias de sus montos capitalizados. Encuentre además la distribución de probabilidad de cada uno de los tres individuos (histograma) del monto final ahorrado al momento de la jubilación.

Pregunta 4. Suponiendo que cada individuo se jubila con una pensión vitalicia, y suponiendo que la tasa de interés vigente al momento de jubilación será de 5%, calcule la distribución de probabilidad de la mensualidad que puede recibir. (Puede suponer que una compañía de seguros compra su fondo con una rentabilidad de 5% anual en pesos, a cambio de un pago mensual). Estime cuál es la probabilidad que cada tipo de individuo no alcance a percibir el sueldo mínimo como jubilación, y cuánto es (en valor esperado) el subsidio que debiera recibir cada individuo del Estado para alcanzar dicho sueldo mínimo en valor presente (estimen esperanza de vida).