# Tarea 1: Métodos Numéricos para la Ciencia e Ingeniería

Constanza Urzúa Cisterna

25 de septiembre de 2015

## 1. Introducción

La tarea en cuestión consta de 4 partes:

1. Graficar el espectro de un cuerpo negro.
2. Obtener la luminosidad solar a partir de la constante solar, la cual es la área bajo la curva del espectro de un cuerpo negro. La constante solar está dada por la siguiente ecuación:

   $$K = \sigma \cdot T_{\text{eff}}^4 \cdot (\frac{r_s}{a_0})^2 = 1366\ \frac{W}{m^2}$$

   y la luminosidad solar está dada por:

   $$L_s = 4 \cdot \pi \cdot r_s^2 \cdot \sigma \cdot T_{\text{eff}}^4$$

3. Obtener la ecuación de Planck, para luego encuentrar el radio del sol.

   Se debe tener en cuenta la relación existente entre la ecuación de planck y la Luminosidad, la cual esta dada por :

   $$R_{sol} = \sqrt[2]{\frac{L_s}{4 \cdot \pi \cdot P}}$$

4. Realizar comparación entre las integrales calculadas por el algoritmo propio y funciones predeterminadas en Python, además de medir el tiempo de ejecución de estás funciones para comprar con el algoritmo propio.

## 2. Procedimiento

### 2.1. Parte 1

Se deben extraer los datos del archivo *sunAM0.dat* el espectro del Sol medido justo afuera de la atmósfera. Para ello se debe crear un arreglo en donde una columna tenga las longitudes de onda y la otra el flujo, para luego ser graficado a través de un escala logaritma en la abscisa y en unidades *cgs*

## 2.2. Parte 2

Se pide calcular la luminosidad del Sol a partir de los datos obtenidos en la parte 1. El área bajo la curva al graficar el espectro del Sol es la Constante Solar, la cual está relacionada con la luminosidad del Sol a través de la siguiente ecuación: $L_s = K \cdot au^2 \cdot 4 \cdot \pi$, $au$ se refiere a unidad astronómica, que es la distancia que separa la Tierra del Sol, ésta está en unidades mks es decir $Au =$ 149597870700 metros.

El método utilizado para calcular la integral es el método del trapecio el cual está relacionado por la siguiente ecuación:

$$\int_a^b f(x)dx \approx (b-a)\frac{f(a)+f(b)}{2}$$

## 2.3. Parte 3

Se necesita calcular la integral de la función de Planck

$$P = \frac{2\pi h}{c^2}\left(\frac{k_B T}{h}\right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1}$$

en donde se dice que la solución analítica de la integral está dada por $\frac{\pi^4}{15}$. Para realizar esta integral se debe usar un cambio de variable dado que es una integral impropia y en sus límites se indefine. El cambio de variable que se propone es : $y = tan(x)$, obteniendo la siguiente ecuación :

$$P = \frac{2\pi h}{c^2}\left(\frac{k_B T}{h}\right)^4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{tan^3(y)\cdot(tan^2(y)+1)}{e^{tan(y)} - 1}$$

El método utilizado es el método de Simpsons el cual tiene una aproximación más exacta dado que utiliza polinomios de segundo y/o tercer grado.

$$\int_{x_0}^{x_0+\Delta x} f(x)\,dx \approx \frac{\Delta x}{6}\left[f(x_0) + 4f(x_0+\Delta x) + f(x_0+2\Delta x)\right]$$

Finalmente al lograr calcular la integral de la función de Planck, se debe calcular el radio del Sol, el cual está relacionado con la Luminosidad del sol y la función de Planck.

## 2.4. Parte 4

A traves del módulo scipy.integrate se puede calcular el valor númerico de las integrales pedidas en la parte 2 y 3, en donde este módulo es una función predeterminada por python la cual permite utilizar diferentes métodos de integración, para el caso de la tarea se pide utilizar el método del trapecio y el método de integral simple. Finalmente se mide el timepo de ejección de la funciones para ser comparadas con el tiempo del algoritmo propio a través del comando *timeit* ïnserte función a calcular el tiempo "

# 3. Resultados

## 3.1. Parte 1

El gráfico obtenido como se menciona anteriormente es el espectro del Sol el cual está en unidades *cgs*

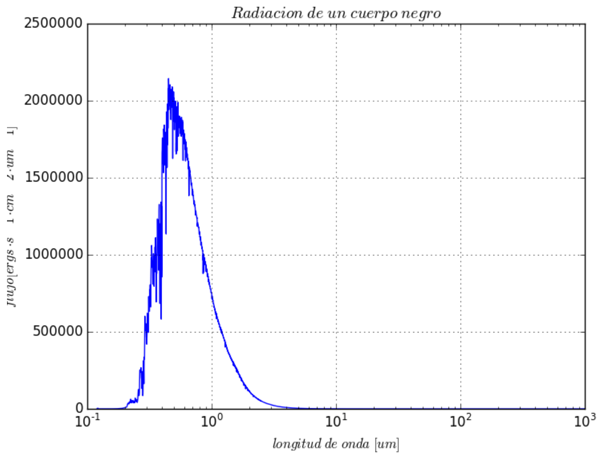


Figura 1: Gráfico espectro solar

## 3.2. Parte 2

La constante solar a través del algoritmo propio tiene un valor de $k =$ 1366.09079684 $\frac{w}{m^2}$ la cual al ser relacionada con la luminosidad a través de la ecuación mencionada anteriormente se obtiene una luminosidad de $L_s =$ 3.84184866671e+26 $W$

## 3.3. Parte 3

Solo la integral que está dentro de la ec. de Planck entrega el valor de $\alpha =$ 6,49393940162 este al ser multiplicado por $\frac{2\pi h}{c^2}\left(\frac{k_B T}{h}\right)^4$ entrega el valor de la integral de l función Planck a través del algoritmo propio $P =$ 63200679.7061 $W$, valor con el cual se puede determinar el radio del Sol a través de la siguiente ecuación. $R_{sol} = \sqrt[2]{\frac{L_s}{4 \cdot \pi \cdot P}} =$ 695511508.079 $km$

## 3.4. Parte 4

La Constante Solar calculada a través de scipy.integrate entrega el valor de $k =$ 1366.09079684 $W$ entregando el mismo valor que con el algoritmo propio, en cambio la integral que está en la función de Planck a través de scipy.integrate entrega un valor de $\alpha =$ 6.493939402266827 que al ser comparado con el valor obtenido en la sección (3,3) tiene un error de $10^-5$

Por otra parte se pide también medir el tiempo de ejecución de cada algoritmo:

- Algoritmo propio para calcular la Constante Solar $t$ =57.5 $ns$
- integral scipy.integrate $t$ = 51.2 $ns$
- Algoritmo propio ecuación de Planck $t$ = 75.3 $ns$
- integral scipy.integrate $t$ = 44.9 $ns$

## 4. Conclusiones

Python es una excelente herramineta para programar dado que tiene un lenguaje amigable con el usuario, además de contar con funciones predeterminadas que facilitan el cálculo, por ejemplo el modulo *scipy.integrate* este hace que el código sea menos tedioso y además tener una mayor precisión y rapidez al calcular como quedó demostrado en los resultados al realizar la comparación de datos. Sin embargo para trabajar con datos existen programas que facilitan bastantes operaciones.