Tarea 4: Métodos Numéricos para la Ciencia e Ingeniería

Constanza Urzúa Cisterna rut: 18.837.487-5

21 de Octubre del 2015

1 Pregunta 1

1.1 Introducción

En el presente informe de debe responder una serie de preguntas relacionadas con el Software Carpentry el cual es una fundación sin fines de lucro que tiene como objetivo enseñar a científicos e ingenieros de diversas ramas las habilidades necesarias "to get more done in less time, and with less pain".

1.2 Resultados

- **Describa la idea de escribir el *main driver* primero y llenar los huecos luego. ¿Por qué es buena idea?**

La idea de escribir el main driver primero, es dar una visualización previa de que está realizando el código, para luego ir completando las funciones fuera del main driver de tal forma que se puede encontrar los errores mas fácil

- **¿Cuál es la idea detrás de la función *markfilled*? ¿Por qué es buena idea crearla en vez del código original al que reemplaza?**

La idea principal es testear que las variables X e Y esten trabando de manera coherente con nuestro código, de esta forma ésta función entrega mensajes cuando se cometen errores, se cree que esto es ineficiente dado que python lo hace por si solo, pero para éste código, hay valores en el que se produce errores, pero para python es correcto.

- **¿Qué es refactoring?**

Es cambiar la estructura del programa sin modificar su comportamiento o funcionalidad con el fin de mejorar su calidad.

- **¿Por qué es importante implementar tests que sean sencillos de escribir? ¿Cuál es la estrategia usada en el tutorial?**

Para probar el código sin crear nuevos errores, además de aclarar el correcto funcionamiento del código

- **El tutorial habla de dos grandes ideas para optimizar programas, ¿cuáles son esas ideas? Descríbalas.**

  Trade memory for time: el cual tiene como función guardar la información redundante con el fin de optimizar tiempo y memoria

  Trade human time for machine perfomance: realizar un algoritmo más robusto.

- **¿Qué es lazy evaluation?**

Consiste en optimizar el algoritmo de tal forma que calcula una variable sólo cuando es necesario, pero, se debe negociar el tiempo, es decir, el desempeño del programa y el trabajo computacional.

- **Describa la other moral del tutorial (es una de las más importantes a la hora de escribir buen código).**

Si se desea escribir un programa rápido, se debe escribir un algoritmo simple, luego probrarlo y mejorarlo de a poco, y además reutilizar las pruebas para compobar el código en cada etapa

2 Parte 2

2.1 Introducción

Por otra parte de debe graficar los orbitales y la energía en función del tiempo a partir de la ecuación potencial de un planeta que orbita cerca del Sol, en donde el potencial está definido como:

$$U(r) = -\frac{GMm}{r} + \alpha\frac{GMm}{r^2}$$

Primero se debe calcular para 5 orbitales $\alpha = 0$, con los métodos Verlet, Euler y Runge-Kutta Luego el cálculo es para 30 orbitales $\alpha = 10^{-2.487}$, con el método de Verlet

Las condiciones iniciales son las siguientes: G=1 m=1, M=1
$X_0 = 0$
$Y_0 = 0$
$V_x = 0$
$V_y = 0.3$

V_y es a elección en este caso se decide el valor de 0.4.

2.2 Procedimiento

La ecuación de energía potencial al ser derivada con respecto a X e Y entrega la fuerza que existe en el sistema, esto quiere decir:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -GMm(\frac{1}{r^1} - \frac{2\alpha}{r^3})(\frac{x}{r}) = -F_x$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = -GMm(\frac{1}{r^1} - \frac{2\alpha}{r^3})(\frac{y}{r}) = -F_y$$

con r=$\sqrt{x^2 + y^2}$

a partir de esto se puede obtener las ecuaciones de movimiento, en donde además se reemplaza el valor de GMm = 1

$$x'' = -(\frac{1}{r^1} - \frac{2\alpha}{r^3})(\frac{x}{r}) = f_x$$

$$y'' = -(\frac{1}{r^1} - \frac{2\alpha}{r^3})(\frac{y}{r}) = f_y$$

Los métodos realizados en el algoritmo son:
Método de Euler: en donde se define la posición como:

$$y_{n+1} = y_n + hf(y_n)$$

Método de Runge-kutta orden 4 se define cómo:

$$k_1 = hf(y_n)$$

$$k_2 = hf(y_n + \frac{k_1}{2})$$

$$k_3 = hf(y_n + \frac{k_2}{2})$$

$$k_4 = hf(y_n + k_3)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

Método de Verlet se define cómo el siguiente sistema:

$$\frac{d^2}{dt^2}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -(\frac{1}{r^1} - \frac{2\alpha}{r^3})(\frac{x}{r}) \\ -(\frac{1}{r^1} - \frac{2\alpha}{r^3})(\frac{y}{r}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(y) \end{pmatrix} \tag{1}$$

En donde la posición y la velocidad se define como:

$$y_{n+1} = y_n + v_n h + \frac{1}{2} f h^2$$

$$v_{n+1} = v_n + (f_n + f_{n+1})\frac{1}{2}h$$

Para el cálculo de la energía se debe tener en cuenta que la energía total es la suma de la energía cinética más la potencial, la cual se define como la siguiente ecuación

$$E = K + U = \frac{1}{2}m(x^2 + y^2) + U(r) = -\frac{GMm}{r} + \alpha\frac{GMm}{r^2}$$

En la siguiente sección se debe calcular el ángulo de precesión para 30 orbitas, la ubicación del perihelio y la energía en función del tiempo, pero debido al tiempo y el no constar con los conocimientos adecuados sólo se gráfica las orbitas para 30 orbitas y la energía en función del tiempo

2.3 Resultados

En cada iteración se elige un $dt = 0.5$ aproximadamente A continuación se adjunta el gráfico Obtenido de cada método de integración:

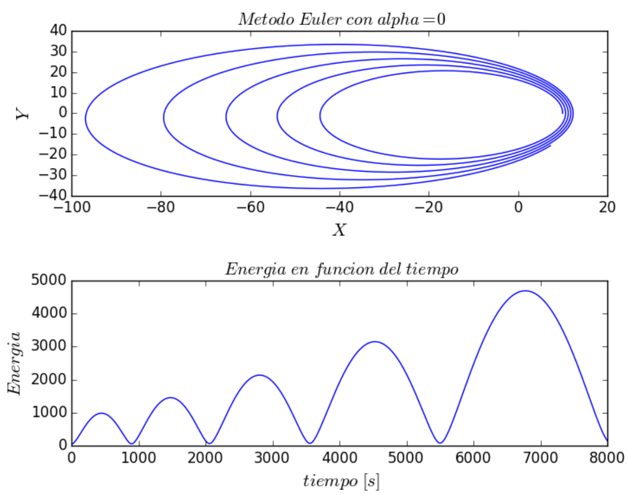

Figure 1: Solución método de Euler $\alpha = 0$

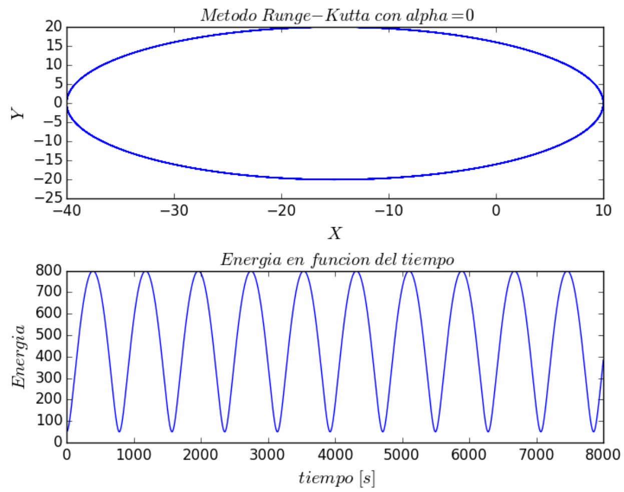

Figure 2: Solución método de Runge-kutta $\alpha = 0$

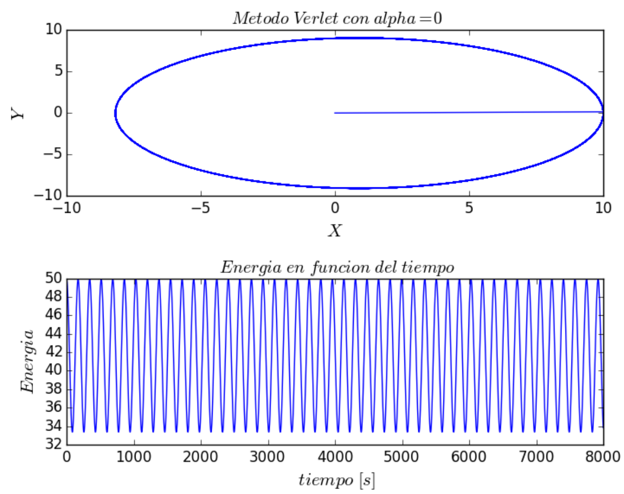

Figure 3: Solución método de Verlet $\alpha = 0$

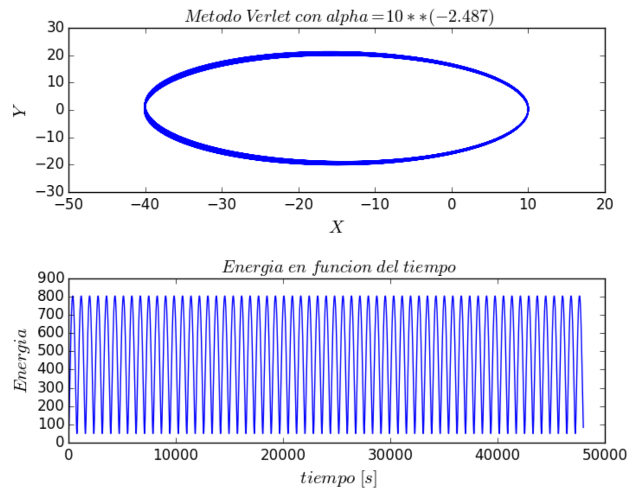

Figure 4: Solución método de Verlet $\alpha = 10^-2.487$

3 Conclusiones

El método de Runge-kutta con Verlet siguen siendo unos de los más precisos dado su estabilidad en la solución.

A partir de los gráficos en función de la energía se puede apreciar que tienen una forma sinusoidal, pero, la energía deberia mantenerse constante a medida que pasa el tiempo, si estos son observados es una escala lejana se podrían apreciar como una línea constante.

Existen varios errores conceptuales, los cuales dificultad la realización de la Tarea debido a que no se manejan los conceptos de astronomía en su cabalidad.

Quizas es un futuro sería recomendado que los problemas a desarrollar sean más amplios y no centrado en una sola área.