

Listas de acompanhamento - MAE0312

Eduardo F. M. D. Costa - eduardo.figueiredo.costa@usp.br

14 de abril de 2021

O intuito desse conjunto de exercícios é auxiliar os alunos de MAE0312 no acompanhamento das aulas de Introdução aos Processos Estocásticos (2021/1). Esses exercícios **não fazem parte da avaliação da disciplina (em outras palavras, não precisam ser entregues)**. A ideia é simplesmente oferecer um material adicional que possa ser utilizado para revisão dos conceitos e discussão nas monitorias.

A maior parte da lista é baseada nos exercícios do Prof. Konstantopoulos (UC Berkeley). As soluções serão disponibilizadas em arquivo separado. Qualquer dúvida, estou à disposição!

1 Conjunto de slides 1: Introdução

Exercício 1: Assuma que 80% dos filhos de alunos da USP escolham estudar na USP, e o restante na Unicamp; 40% dos filhos de alunos da Unicamp escolham a Unicamp, e o resto se divida igualmente entre USP e Unesp; e, finalmente, 70% dos filhos de alunos da Unesp escolham a Unesp, 20% USP e 10% Unicamp. Nessa situação,

- (i) Esse processo é de Markov? Defina um espaço de estados conveniente e construa a matriz de transição.
- (ii) Encontre a probabilidade de que o neto de um aluno da USP escolha a USP.
- (iii) Modifique a hipótese inicial para que o filho de um aluno da USP escolha sempre a USP. Nesse caso, qual a probabilidade de que o neto de um aluno da USP estude na USP?

Exercício 2: Uma certa máquina usa apenas os dígitos 0 e 1 e deve transmitir um desses dígitos em várias etapas. No entanto, em cada etapa, há uma probabilidade p de que o dígito recebido da etapa anterior seja alterado antes de seguir para a próxima etapa (e, naturalmente, uma probabilidade $q = 1 - p$ de que não haja alteração).

- (i) Esse é um processo de Markov?
- (ii) Qual é a matriz de transição do processo?
- (iii) Qual é a probabilidade de que, começando com o dígito 0, a máquina produza o dígito 0 após duas etapas?

Exercício 3: No exemplo 2 (slides 19/20), verifique se você consegue obter a solução da equação de diferença para $P_{11}^{(n)}$ (ou seja, verifique se entendeu como se chega até essa equação e como resolvê-la). Em seguida, refaça esse exemplo via diagonalização de matrizes (discussão do slide 26).