MAP2212 - Laboratório de Computação e Simulação

Danilo Brito da Silva - Nº USP: 10693250

Março 2022

1 Introdução

Encontrar o número de experimentos, "n", para gerar um valor aproximado de π através do Metodo de Morte Carlo.Utilizando coordenadas aleatórioas para estimar o valor de π com uma precisão de 0.05 percentual.

2 Problema

Para desenvolver o experimento não poderemos usar o valor real de π. Sendo assim, teremos que utilizar outro método para estimar o nosso valor de π referência.

3 Solução

Como a proposta do procedimento é não utilizar o valores já conhecidos de π, iremos estimalos através da serie de Leibniz. Está série infinita é a primeira que converge para π, foi obtida por volta de 1670 e é conhecida como fórmula de Leibniz ou fórmula de Gregory-Leibniz.

$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} - ... = \frac{\pi}{4} \tag{1}$$

Utilizaremos o Método de Monte Carlo como solução, que é um termo utilizado para se referir a qualquer método que resolve um problema gerando números aleatórios e observando se uma dada fração desses números satisfaz uma propriedade previamente estabelecida.

Para calcular a área da circunferência unitária, utilizaremos o método de integração de Monte Carlo. A ideia é colocar a circunferência dentro de uma figura, cuja área seja fácil de calcular, e sortear pontos aleatórios dentro da figura. Utilizaremos um quadrado. Se o ponto sorteado estiver dentro da circunferência, então marcamos um acerto. Ao final dos sorteios, espera-se que a área da circunferência seja proporcional à taxa de acertos e à área do quadrado. Esse valor será uma aproximação para π.

4 Estimando π

A probabilidade exata é igual a razão entre a área da circunferência e a área do quadrado

$$P = \frac{Acircl}{Aquad}$$

Onde P é a probabilidade do ponto estar dentro da circunferência, Acirc é a área da circunferência e Aquad é a área do quadrado. Na circunferência unitária, temos Acirc= π, que implica em:

$$P = \frac{\pi}{Aquad}$$

Suponha que sorteamos N pontos e que Nacertos é o número de acertos, onde Nacertos $\leq$ N. Então, P será aproximadamente igual a Nacertos/N.

Para verificar se o ponto está dentro da circuferência, iremos utilizar a circuferencia unitária com centro na origem.Logo dado um ponto será verificado se ele satisfaz a condição $\mathrm{x}^2 + y^2 < 1$.

No entanto, ao invés de utilizarmos as figuras completas, utilizaremos apenas a parte delas situada no primeiro quadrante. Em outras palavras, teremos 1/4 de circunferência dentro de um quadrado de lado 1. Ou seja, ao invés de estimarmos π, estimaremos $\pi/4$. Depois é só multiplicar a aproximação por quatro para obter π.

5 Métodos

Encontramos o valor de referência para π atráves da serie de Leibniz, em seguinda calculamos o tamanho da amostra usando um alfa de 99%, resultando em um N = 5.411.894, que gerou um resultando dentro do intervalos proposto, 0,05% de erro em relação o valor de π estimado pela serie.