

# ЭКОНОМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

## ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОЦЕНКИ НЕДВИЖИМОСТИ

**С.В. ГРИБОВСКИЙ,**

*доктор экономических наук, профессор*

**М.А. ФЕДОТОВА,**

*доктор экономических наук, профессор*

**Г.М. СТЕРНИК,**

*кандидат технических наук, профессор*

**Д.Б. ЖИТКОВ**

*Финансовая академия при Правительстве РФ*

*«Каждый налогоплательщик должен  
знать, как оценивается его имущество»*

*С. Витте*

Оценку рыночной стоимости можно определить как науку прикладного экономического анализа, основная задача которого состоит в установлении наиболее вероятной цены продажи или покупки актива (товара) на основе анализа динамики сил спроса и предложения на этот актив на соответствующем рынке [1].

В соответствии с этим определением с формальной точки зрения наиболее вероятная цена  $V$  (рыночная стоимость) устанавливается на основе моделирования некоторого множества факторов спроса  $D = \{d_1, \dots, d_n\}$  и множества факторов предложения  $S = \{s_1, \dots, s_m\}$ :  $V = F(d_1, \dots, d_n, s_1, \dots, s_m)$ .

Таким образом, оценка стоимости есть результат решения некоторой экономико-математической задачи.

Известно, что товар имеет стоимость, если он обладает полезностью. Факторы спроса и предложения являются обобщенными показателями полезности товара. Они проявляются через ценообразующие факторы, под которыми следует понимать пространственные, технические и экономические характеристики недвижимости как товара, которые, с точки зрения рынка, влияют на ее стоимость (например, доходность, затраты на создание, окружение, удаленность от центра или от мест локального притяжения и т.п.) [1, 2, 3]. Важно, что эти характеристики могут быть измерены.

В процессе выполнения оценки необходимо решение двух задач: определение структуры  $F$  модели оценки и измерение ценообразующих факторов.

Различают индивидуальную и массовую оценку рыночной стоимости [4]. Обе оценки являются задачами прикладного экономического анализа.

*Индивидуальная оценка* — способ получения оценок рыночных стоимостных характеристик объекта недвижимости, с учетом анализа наиболее эффективного его использования, путем сравнения с небольшим количеством аналогов, имеющих близкое по характеристике качество местоположения, с использованием всех возможных ценообразующих факторов.

*Массовая оценка* — систематизированный способ получения оценок рыночных стоимостных показателей большой группы однородных объектов недвижимости с использованием методов статистической обработки информации на основе сравнительного анализа большого количества аналогов с использованием объективно измеряемых ценообразующих факторов, являющихся общими для всех аналогов.

Индивидуальная оценка рыночной стоимости как способ оценки объекта недвижимости, включающая три известных подхода (доходный, сравнительный и затратный) по полной схеме

в соответствии с существующими стандартами является достаточно трудоемким, длительным и дорогим мероприятием. Известны случаи, когда стоимость работ по оценке достигала сотен тысяч долларов. Затраты же на проведение массовой оценки недвижимости не входят ни в какое сравнение с затратами на индивидуальную оценку. Массовая оценка в удельном отношении дешевле индивидуальной в сотни раз. Массовая оценка, так же, как индивидуальная, предполагает использование всех известных подходов к оценке.

Оба вида оценки основаны на одних и тех же экономических принципах, но различаются целями, задачами и техникой (методами) оценки одних и тех же экономических показателей собственности.

Каждый из известных подходов (методов) оценки по сути своей представляет собой процедуру построения некоторой математической модели, устанавливающей связь между наиболее вероятной ценой и ценообразующими факторами. Иными словами, основная задача оценки состоит в том, чтобы понять: а) какие характеристики влияют на цены объектов недвижимости; б) как они влияют на эти цены. Отвечая на эти вопросы, аналитик (оценщик, риэлтер), по существу, решает задачу создания модели рынка оцениваемого объекта на вербальном или формальном (формульном) уровне. При этом в процессе индивидуальной оценки объекта, как следует из определения, учитывается все многообразие объективно и субъективно измеряемых факторов, влияющих на стоимость, а в процессе массовой оценки учитываются только те факторы, которые могут быть: а) объективно измерены; б) присущи всем объектам оценки.

Возвращаясь к определению термина оценки, отметим, что стоимость в нем представляется как наиболее вероятная величина, т.е. имеет статистическую природу. Следовательно, задача создания модели рынка оцениваемого объекта должна решаться методами статистического анализа рынка недвижимости.

Среди всех известных статистических методов анализа рынка сегодня наиболее распространены являются два из них: метод корреляционно-регрессионного анализа [4, 5] и метод декомпозиционного (в терминах работ [6, 11] – дискретного) анализа как одного из методов общей теории системного анализа [13].

*Корреляционный анализ* относят к одному из основных методов массовой оценки [4]. Корреляцию можно определить как статистическую зависимость между случайными величинами, не имеющую стро-

го функционального характера, при которой изменение математического ожидания одной случайной величины приводит к изменению математического ожидания другой случайной величины.

Основная задача корреляционного анализа — количественное определение тесноты связи между признаками (при парной корреляции) и множеством факторных признаков (при многофакторной связи). Теснота связи количественно выражается коэффициентом корреляции.

Таким образом, корреляционно-регрессионный анализ можно определить как совокупность формальных (математических) процедур, предназначенных для измерения тесноты, направления и аналитического выражения формы связи. На выходе такого анализа качественно (структурно) и количественно должна быть определена статистическая модель вида:  $\bar{y} = f(x_1, \dots, x_k)$ , где  $k$  — количество факторов. Здесь  $\bar{y}$  — математическое ожидание значения  $y$  при данных значениях факторов  $x_1, \dots, x_k$ .

Наряду с методом корреляционно-регрессионного анализа для массовой оценки можно использовать методологию *декомпозиционного анализа*. Эта методология, развиваемая в работах [6-8, 13], для использования целей массовой оценки, на взгляд авторов, в некоторых случаях может быть значительно проще с точки зрения практической реализации. Основная идея этой методологии состоит в том, что модель массовой оценки создается путем сечения или группировки исходного множества данных о ценах объектов недвижимости по ценообразующим факторам, в наибольшей степени коррелирующим с ценами объектов, и расчета коэффициентов модели путем сравнения средних значений исходного и усеченного множеств.

При использовании группировки или, точнее, метода группировки [5, стр. 66], отдельные данные о ценах объектов недвижимости объединяются в группы по каким-то общим для всех ценообразующим факторам. Это позволяет «сжать» информацию, полученную в ходе наблюдений, и на этой основе выявить закономерности, присущие рынку объекта оценки. Среди методов группировки для изучения рынков недвижимости и построения на этой основе моделей оценки стоимости наиболее приемлемым является метод аналитической группировки. Для этого метода характерно формирование группировки по некоторому одному ценообразующему факторному признаку и расчет среднего значения результативного ценового признака [5]. Преимущество метода аналитической группировки перед

другими методами анализа связи (например, корреляционно-регрессионным) состоит в том, что он не требует соблюдения каких-либо особых условий для своего применения, кроме одной — качественной однородности исследуемой совокупности.

В теории массовой оценки процесс нахождения структуры модели называется *спецификацией* модели, а ее коэффициентов — *калибровкой* модели [4].

Эти два этапа являются общими для любых методов конструирования экономико-математических моделей оценки.

Рассмотрим более подробно методологию декомпозиционного (дискретного) анализа на формальном, теоретико-множественном уровне в терминах [10, 12].

### Методология дискретного пространственно-параметрического анализа рынка недвижимости

Методологию дискретного пространственно-параметрического анализа рынка недвижимости [6-9] рассмотрим на примере решения задачи построения экономико-математической модели массовой оценки квартир в многоквартирных домах в следующей постановке.

Требуется построить экономико-математическую модель массовой оценки всех квартир в многоквартирных домах в некотором поселении. Все квартиры в этом поселении будем рассматривать как полное множество, соответствующее некоторой генеральной совокупности квартир, обладающей определенными свойствами: территориальная разобщенность, нахождение в домах разных лет постройки с разной архитектурой и разной технологией, наличие квартир разного размера с разным количеством комнат и разного качества и т.п.

Очевидно, что не все квартиры генеральной совокупности продаются и покупаются. Модель оценки квартир будем строить на некотором подмножестве полного множества квартир, по которому есть информация о ценах купли или продажи квартир<sup>1</sup>. Назовем это подмножество экспериментальным множеством. Сформируем это множество таким образом, чтобы оно обладало такими же свойствами, как и полное множество. Другими словами, сделаем так, чтобы экспериментальное множество было репрезентативным множеством полного множества.

Итак, пусть  $x_i \in X$  — удельная цена  $i$ -й квартиры (цена 1 кв. м). Здесь  $X = \{x_i\}$ ,  $i = 1, \dots, n$  — экспериментальное множество, сформированное путем наблюдения за рынком жилья в течение определенного периода времени (месяц, квартал, год).

В общем случае цена квартиры на рынке зависит от ее характеристик:  $x_i = F(\Xi)$ , где  $F$  — оператор связи,  $\Xi = \{\xi_j\}$  — счетное множество характеристик, от которых зависит цена квартиры (ценообразующих факторов).

Характеристики могут быть непрерывными и дискретными величинами и выражаться числом (размер кухни, высота потолка, декартовы координаты местоположения, расстояние до ближайшей станции метро и т.п.); диапазоном чисел (период строительства и т.п.); количественным признаком (этажность дома, этаж квартиры, число комнат, число санузлов, число балконов и т.п.); качественным признаком (материал несущих конструкций, материал наружных ограждений, тип санузла, тип планировки, ориентация окон во двор или на проезжую часть и т.п.); бинарным признаком «да — нет» (наличие лифта в доме, наличие телефона в квартире, состояние дома — после реконструкции, капремонта и т.д.).

Правильный выбор шкалы для измерения этих характеристик имеет большое значение и зависит от наличия необходимой информации и цели, которая преследуется при выборе. Так, использование метрических шкал требует более полной информации об альтернативах по сравнению с номинальными или порядковыми шкалами, а получение этой информации связано с дополнительными затратами ресурсов и времени. Поэтому при выборе типа шкалы всегда необходимо учитывать особенность решаемой задачи. Если, например, задача состоит в ранжировании объектов по некоторому признаку, то нет необходимости измерять их количественные характеристики, а достаточно измерить лишь качественные и ограничиться порядковой шкалой. По мере получения дополнительной информации можно переходить к более совершенным шкалам [5].

В нашем случае, учитывая несовершенство рыночной стоимостной информации, нет особого смысла предъявлять высокие требования к шкале измерений. Более того, покупатели и продавцы редко используют в своих оценках метрические шкалы. В лучшем случае речь идет об интервальных шкалах, но чаще всего при принятии решения руководствуются номинальными или порядковыми шкалами.

<sup>1</sup> По разным оценкам, требуемый объем экспериментального множества должен составлять от 2 до 5% от полного множества (генеральной совокупности). По другим источникам [5], известно, что объем экспериментального множества, необходимый для построения модели оценки стоимости, должно быть в 5 — 6 раз больше общего числа значений всех ценообразующих факторов, включенных в модель оценки стоимости.

Этими шкалами и ограничимся при описании объектов оценки для построения моделей. При использовании номинальных или порядковых шкал измерений каждая из характеристик может иметь несколько значений (признаков). Совокупность значений каждой характеристики объединим в соответствующее множество.

Выделим в качестве примера из всей возможной совокупности характеристик (ценообразующих фактора) три: местоположение  $\xi^L$  (здесь  $L$  от англ. *location* – местоположение), категорию дома  $\xi^B$  (здесь  $B$  от англ. *building* – здание) и размер квартиры  $\xi^A$  (здесь  $A$  от англ. *apartment* – квартира):

$\Xi^L = \{\xi_i^L\}$ ,  $i=1, \dots, IL$  – множество значений местоположения дома, от которых зависят предпочтения покупателей и цена, например расстояние от центра поселения (от 1 до 5 км, от 5 до 10 км, 10 и более км) или номер территориальной<sup>2</sup> или ценовой зоны<sup>3</sup> (далее – зона);

$\Xi^B = \{\xi_j^B\}$ ,  $j=1, \dots, JB$  – множество значений материала стен дома: кирпичный, блочный, деревянный или тип дома: «старый фонд», «сталинские дома», типовая серия и др.;

$\Xi^A = \{\xi_k^A\}$ ,  $k=1, \dots, KA$  – множество значений размера квартиры, например количества комнат.

Эти три характеристики, сочетаясь разными значениями, образуют множество разных комбинаций признаков, определяющих стоимость конкретной квартиры.

Множество комбинаций значений трех характеристик можно записать в виде следующего декартового произведения:

$$\Xi^L \times \Xi^B \times \Xi^A = \{(\xi_i^L, \xi_j^B, \xi_k^A) | \xi_i^L \in \Xi^L, \xi_j^B \in \Xi^B, \xi_k^A \in \Xi^A\}$$

Членами этого множества являются трехэлементные кортежи вида  $(\xi_i^L, \xi_j^B, \xi_k^A)$ .

С учетом этого можно записать, что

$$X = \{x_p = F(\xi_i^L, \xi_j^B, \xi_k^A) | \xi_i^L \in \Xi^L, \xi_j^B \in \Xi^B, \xi_k^A \in \Xi^A\},$$

$$p=1, \dots, n. \quad (1)$$

Здесь  $n$  – количество наблюдений (мощность экспериментального множества). Символ  $F$  введен для обозначения отображения конкретных значений характеристик объектов недвижимости в пространство их стоимостей.

Уравнение (1) представляет собой модель первичной рыночной информации для построения модели массовой оценки квартир – исходное множество рыночной информации о ценах на квартиры.

Для выбранного нами примера определим экономико-математическую модель массовой оценки квартир в следующем виде:

$$C_{кв} = C_B \cdot K_L \cdot K_B \cdot K_A \cdot \text{Площадь}. \quad (2)$$

Здесь  $C_B$  – некоторое базовое значение удельной стоимости квартиры (базовая ставка), а  $K_L$ ,  $K_B$ ,  $K_A$  – коэффициенты, корректирующие значение базовой ставки с учетом конкретных характеристик квартиры по местоположению, категории дома и размеру квартиры.

Задав уравнение (2), по существу, специфицировали модель, иными словами, задали ее структуру<sup>4</sup>.

Задачу калибровки этой модели (определения значения ее коэффициентов) будем решать методом сечений или, в терминах работы [5], методом аналитических многомерных группировок путем сравнительного анализа средних значений исходного множества и подмножеств исходного множества, каждое из которых будем получать путем сечения (декомпозиции на страты) исходного множества по ценообразующим факторам квартиры. В нашем примере в качестве этих факторов выступают предварительно отобранные и проверенные на статистическую значимость местоположение, категория дома и размер квартиры.

В зависимости от мощности исходного множества (объема исходной информации), возможны два метода калибровки модели (2): метод последовательных сечений и метод параллельных сечений.

#### Метод последовательных сечений

При использовании метода последовательных сечений для расчета коэффициентов сначала исходное множество рассекается по первому ценообразующему фактору:

$$X_1 = \{x_p = F(\xi_i^L, \xi_j^B, \xi_k^A) | \xi_i^L = \xi_1^L, \xi_j^B \in \Xi^B, \xi_k^A \in \Xi^A\}, \quad x_p \in \{1, n\},$$

$$X_2 = \{x_p = F(\xi_i^L, \xi_j^B, \xi_k^A) | \xi_i^L = \xi_2^L, \xi_j^B \in \Xi^B, \xi_k^A \in \Xi^A\}, \quad x_p \in \{1, n\},$$

<sup>2</sup> Территориальная зона – это компактная часть территории поселения с относительно однородной по времени, типам и ценам квартир застройкой.

<sup>3</sup> Ценовая зона – часть территории поселения, состоящая из ряда территориальных зон, объединенных по принципу близости уровня цен.

<sup>4</sup> Задачу выбора ценообразующих факторов, в общем случае, целесообразно решать с использованием методов однофакторного дисперсионного анализа [12].

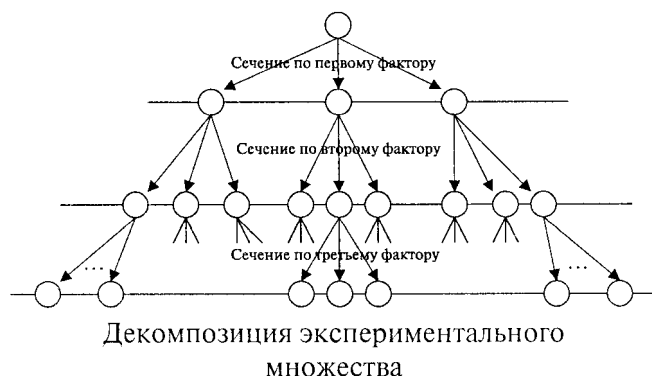
$$X_{iL} = \{x_p = F(\xi_i^L, \xi_j^B, \xi_k^A) \mid \xi_i^L = \xi_2^L, \xi_j^B \in \Xi^B, \xi_k^A \in \Xi^A, x_p \in \{1, n\}\}.$$

Здесь множества  $X_1, X_2, \dots, X_{IL}$  являются подмножествами исходного множества  $X$ :  $X_1, X_2, \dots, X_{IL} \subseteq X$ , каждое из которых представляет совокупность разных квартир, расположенных в одной зоне. При этом  $\bigcap_{i=1}^{IL} X_i = \emptyset$  и  $\bigcup_{i=1}^{IL} X_i = X$ . Здесь  $IL$  — количество подмножеств или количество значений фактора местоположения. Для фактора местоположения — это количество территориальных зон, на которые разбивается территория массовой оценки.

Затем каждое из полученных подмножеств аналогичным образом рассекается по второму ценообразующему фактору. Подмножества, полученные в результате второго сечения, в свою очередь рассекаются по третьему фактору и т. д. В результате каждого этапа сечений имеем уменьшающиеся по мощности (количеству элементов) множества. Но каждое из последующих множеств более однородно с точки зрения входящих в него квартир, чем предыдущее. Система множеств, созданная таким образом, образует так называемую древовидную иерархическую структуру (см. рисунок).

В идеале, в результате последнего сечения на конечных ветвях этой структуры можно получить множества, состоящие из нескольких квартир, обладающих одинаковыми ценообразующими факторами с одинаковым уровнем цен. Средние значения этих последних множеств можно принять за оценку рыночной стоимости квартир. Практика показывает, что для контроля правильности стратегии декомпозиции исходного множества (выбранных градаций признаков ценообразующих факторов) процесс сечений множеств целесообразно выполнять на основе результатов однофакторного дисперсионного анализа [12].

Для нашего примера расчет значений первого коэффициента (*коэффициента местоположения*) в рамках данного метода получается путем деления



среднего значения удельной стоимости квартир в некоторой  $i$ -й зоне к среднему значению удельной стоимости квартир во всем поселении:

$$K_{iL} = \frac{\bar{x}_{iL}}{\bar{x}}. \quad (3)$$

Здесь  $i$  — порядковый номер зоны. В результате таких расчетов мы будем иметь  $IL$  значений коэффициента местоположения, т.е. число, равное количеству зон в поселении.

Расчет второго коэффициента (*коэффициента категории дома*) можно получить путем деления среднего значения удельной стоимости квартир данной категории дома в какой-либо из зон к среднему значению удельной стоимости всех квартир в этой зоне:

$$K_{jB} = \frac{\bar{x}_{jB}}{\bar{x}_{iL}}. \quad (4)$$

Здесь  $j$  — порядковый номер типа дома,  $i$  — порядковый номер зоны. В результате таких расчетов будем иметь максимально  $JB \times IL$  значений коэффициента категории дома, т.е. число, равное произведению количества зон и количества категорий домов.

Расчет третьего коэффициента (*коэффициента размера квартиры*) определим путем деления среднего значения удельной стоимости квартир данного размера в домах какого-либо типа к среднему значению удельной стоимости всех квартир в домах этого типа:

$$K_{ikA} = \frac{\bar{x}_{ikA}}{\bar{x}_{jB}}. \quad (5)$$

Здесь  $k$  — порядковый номер размера квартиры,  $j$  — порядковый номер типа дома,  $i$  — порядковый номер зоны. В результате таких расчетов мы будем иметь максимально  $KA \times JB \times IL$  значений коэффициента размера квартиры, т.е. число, равное произведению количества зон на количество категорий домов и на количество размеров квартир.

Итак, в нашем случае, территория поселения разбита на  $IL$  зон, в поселении имеется  $JB$  категорий домов и  $KA$  типов квартир. Тогда максимально возможное общее количество  $S$  коэффициентов модели можно рассчитать следующим образом:

$$S = IL + JB \cdot IL + KA \cdot JB \cdot IL. \quad (6)$$

Подставив (3), (4) и (5) в формулу (2), получим выражение для оценки стоимости квартиры, коэффициенты которого получены методом последовательных сечений:

<sup>5</sup> В действительности таких коэффициентов будет меньше, так как в некоторых зонах могут отсутствовать какие-нибудь категории домов.

$$C_{кв}(\xi_i^L, \xi_j^B, \xi_k^A) = C_B \cdot K_{iL} \cdot K_{jB} \cdot K_{jKA} \cdot \text{Площадь} \cdot (7)$$

Заменим коэффициенты в формуле (7) их математическими выражениями:

$$C_{кв}(\xi_i^L, \xi_j^B, \xi_k^A) = C_B \cdot \frac{\bar{x}_{iL}}{\bar{x}} \cdot \frac{\bar{x}_{jB}}{\bar{x}_{iL}} \cdot \frac{\bar{x}_{jKA}}{\bar{x}_{jB}} \cdot \text{Площадь} \cdot (8)$$

Если в формуле (8) в качестве  $C_B$  взять среднее значение удельной стоимости квартир в исходном множестве, то на выходе будем иметь стоимость квартиры  $k$ -го размера в доме  $j$ -й категории в  $i$ -й зоне. Из анализа формулы (8) следует, что стоимость этой квартиры в данном случае равна среднему значению стоимости квартир, находящихся в  $i$ -й зоне, в домах  $j$ -й категории, имеющих  $k$ -й размер. Погрешность такой оценки определяется корректностью зонирования территории, разбиения квартир на типы (классы) по категориям домов и, может быть, по физическим характеристикам квартир, а также числом квартир, находящихся в последнем подмножестве.

В методе последовательных сечений количество сечений исходного множества и объем получаемых при этом подмножеств находятся в противоречии друг к другу. Иными словами, увеличение количества сечений всегда приводит к уменьшению объема получаемых при этом выборок. С точки зрения статистики это плохо, так как чем больше объем множества, тем репрезентативность его выше. Однако в рамках данного подхода увеличение количество сечений исходного множества приводит к повышению однородности конечного множества (множества, полученного в результате последнего сечения) и, следовательно, к более точным результатам оценки квартиры. Иными словами, каждое последующее сечение позволяет получить множество квартир, которые по своим характеристикам в меньшей степени отличаются друг от друга, чем квартиры, входящие в состав предыдущего множества.

Рассуждая о точности оценки в рамках созданных моделей, необходимо отметить, что она определяется целым рядом ошибок, главными из которых являются следующие: ошибки выборки, ошибки измерений исходных данных в выборке, ошибки спецификации и калибровки и др. Самыми неуправляемыми являются ошибки измерений исходных данных в выборке. Именно эти ошибки в значительной степени определяют точность оценки стоимости.

Исследования показывают, что степень «рыночности» цены квартиры зависит от корректности учета многих факторов: времени экспозиции квартиры на рынке, информированности покупателей и продав-

цов, отсутствия специальных условий сделки и т.п. Как правило, полный учет этих факторов в процессе сбора информации практически невозможен. Из-за этого считать цену купли-продажи любой квартиры рыночной ценой можно с большими оговорками. Более рыночной стоимостью будет стоимость, полученная усреднением цен некоторого количества квартир, близких друг к другу по своим характеристикам. Путем усреднения цен за счет уравнивания действия не учтенных в конкретных ценах факторов выявляется так называемая центральная ценовая тенденция, которая гораздо ближе к рыночной стоимости, чем все конкретные цены, входящие в усредняемую группу. Логика подсказывает, что средняя цена, в данном случае, обладает более высокой степенью «рыночности», чем каждая конкретная цена.

Таким образом, при корректной декомпозиции исходного множества, на котором строится модель, результат оценки с использованием метода последовательных сечений следует рассматривать в качестве хорошего приближения к идеалу – рыночной стоимости.

При калибровке модели методом последовательных сечений целесообразно декомпонировать исходное множество таким образом, чтобы на последнем этапе сечений получить множества с минимальным коэффициентом вариации цен, но до определенного статистического предела, после которого последняя выборка теряет нормальность. В качестве этого предела можно определить критерий малой выборки – объем множества, полученный в процессе последнего сечения исходной выборки, равный, например, 30 элементам (в нашем случае, квартир). Статистические оценки, определенные на множествах меньшего объема, будем считать, как правило, недостоверными.

Из анализа формулы (7) следует, что оценка квартир по этой формуле в нашем примере является аналогом использования для определения налоговой базы трехмерной матрицы средних значений цен квартир, соответствующих последнему сечению исходного множества. Иными словами, вместо расчетов по этой формуле (8) для определения налоговой базы можно использовать специально подготовленный справочник удельных средних цен квартир разного размера (разного количества комнат), расположенных в домах разных категорий в разных территориальных зонах или значений коэффициентов для их расчета.

Так, например, такой справочник цен, подготовленный для всего Санкт-Петербурга, содержащий информацию о ценах квартир, расположенных

в 124 территориальных зонах, имеющих 8 категорий домов, 7 типов квартир и 4 фактора, характеризующих качество квартир, соответствующий четырехмерной матрице, будет содержать  $124 \times 8 \times 7 \times 4 = 27\,776$  единиц информации об удельных средних ценах квартир для налогообложения. На практике в реальном поселении территориальные зоны далеко не одинаковы, и не все одинаково заполнены всеми категориями домов и квартир. На практике матрица может иметь большое количество пустых ячеек и в большей степени будет соответствовать дереву значений. Предварительный анализ показывает, что оптимизация модели: корректировка и уточнение ее на предмет исключения пустых ячеек и объединения подмножеств с незначимыми отличиями средних или территориальных зон в ценовые — позволяет снизить количество позиций в справочнике на порядок. В нашем случае из 27 776 единиц информации может остаться около 3 000 единиц информации.

Для Москвы, где в исходной модели выделены 123 муниципальных района, и весь жилой фонд по качеству разбит на 15 типов и 4 размера, трехмерная матрица содержит  $123 \times 15 \times 4 = 7\,380$  позиций. После оптимизации модели число позиций в справочнике составило около 600 единиц информации [9].

Для поселения средних размеров (от 10 до 20 тыс. населения), имеющего, например, 3 территориальные зоны, 3 типа домов, 5 типов квартир и 4 фактора, характеризующих качество квартир, справочник цен будет небольшой — всего  $3 \times 3 \times 5 \times 4 = 180$  единиц информации. Таким образом, оптимизация модели нужна только для очень больших городов.

В общем случае, объем информации, включаемый в справочник, определяется требуемой точностью представления данных о стоимости квартир для налогообложения и с математической точки зрения зависит от количества ценообразующих факторов, включаемых в модель. Тем не менее, несмотря на, казалось бы, сравнительно большой объем информации, этот подход обладает тем достоинством, что при его использовании налоговые службы будут иметь возможность по результатам ценового мониторинга рынка квартир оперативно уточнять и/или актуализировать налоговую базу по территориальным зонам, типам домов и квартир отдельно, не перестраивая всей модели, иными словами — уточнять модель по отдельным ветвям дерева, не затрагивая ствола.

Метод последовательных сечений обладает недостатком, обусловленным последовательным исследованием множества. Иными словами, со статисти-

ческой точки зрения степень репрезентативности от этапа к этапу сечений снижается. Кроме того, этот метод приводит к необходимости создания информационной базы достаточно большого объема.

Устранить этот недостаток можно двумя путями: а) за счет усреднения значений коэффициентов категорий домов по территориальным зонам и значений коэффициентов квартир по категориям домов и территориальным зонам и в) за счет сечения исходной выборки не последовательно, а параллельно, т.е. для расчета коэффициентов каждый раз рассекать исходную выборку.

Рассмотрим оба варианта расчета коэффициентов.

#### Метод последовательных сечений с усреднением коэффициентов

Усреднение значений коэффициентов категорий домов по территориальным зонам можно выполнить следующим образом:

$$K_{jB} = \frac{\sum_{i=1}^{IL} K_{ijB}}{IL} \quad (9)$$

Усреднение же значений коэффициентов квартир по категориям домов и территориальным зонам можно выполнить так:

$$K_{kA} = \frac{\sum_{i=1}^{IL} \frac{1}{JB} \sum_{j=1}^{JB} K_{ijkA}}{IL} \quad (10)$$

Таким образом, сначала значения коэффициента по  $k$ -му типу (в нашем случае — размеру) квартиры усредняются в  $i$ -й территориальной зоне по всем категориям домов, а потом — они усредняются по всем зонам.

По окончании таких усреднений имеем сравнительно небольшое общее количество значений коэффициентов:

$$S = IL + JB + KA \quad (11)$$

При этом формула расчета стоимости квартиры при этом будет следующей:

$$C_{kv}(\xi_i^L, \xi_j^B, \xi_k^A) = C_B \cdot K_{iL} \cdot K_{jB} \cdot K_{kA} \cdot \text{Площадь} \quad (12)$$

#### Метод параллельных сечений

При использовании метода параллельных сечений для расчета коэффициентов каждый раз отсекается только исходное множество.

Для нашего примера расчет значений первого коэффициента (*коэффициента местоположения*) в рамках метода параллельных сечений получается так же как, и в рамках метода последовательных сечений, путем деления среднего значения удель-

ной стоимости квартир в зоне к среднему значению удельной стоимости квартир во всем поселении:

$$K_{iL} = \frac{\bar{x}_{iL}}{\bar{x}}. \quad (13)$$

Здесь  $i$  — порядковый номер территориальной зоны.

Расчет значений второго коэффициента (*коэффициента категории дома*) в данном методе получается путем деления среднего значения удельной стоимости квартир данной категории дома в поселении к среднему значению удельной стоимости квартир во всем поселении:

$$K_{jB} = \frac{\bar{x}_{jB}}{\bar{x}}. \quad (14)$$

Здесь  $j$  — порядковый номер категории дома.

Расчет значений третьего коэффициента (*коэффициента типа квартиры*) определим путем деления среднего значения удельной стоимости квартир данного размера в поселении к среднему значению удельной стоимости квартир во всем поселении:

$$K_{kA} = \frac{\bar{x}_{kA}}{\bar{x}}. \quad (15)$$

Здесь  $k$  — порядковый номер типа квартиры.

Подставим (13), (14) и (15) в формулу (2):

$$C_{k\theta}(\xi_{iL}^L, \xi_j^B, \xi_k^A) = C_B \cdot \frac{\bar{x}_{iL}}{\bar{x}} \cdot \frac{\bar{x}_{jB}}{\bar{x}} \cdot \frac{\bar{x}_{kA}}{\bar{x}} \cdot \text{Площадь}. \quad (16)$$

Если в (16) в качестве  $C_B$  взять среднее значение удельной стоимости квартир в исходном множестве, то на выходе мы будем иметь среднее значение квартиры  $k$ -го размера в доме  $j$ -й категории в  $i$ -й территориальной зоне.

Модель (16) получена путем трех параллельных сечений исходного множества и анализа их средних значений. Нетрудно видеть, что она будет иметь то же количество коэффициентов, что и модель (12).

Например, для Санкт-Петербурга, при 124 территориальных зонах, 8 категориях домов, 7 типах квартир и 4 факторах, характеризующих качество квартиры, модель, полученная методом параллельных сечений, будет иметь 143 значения четырех коэффициентов [9].

Для Москвы, где около 4 млн квартир поделены на 123 муниципальных района, и весь жилой фонд по качеству разбит на 15 типов и 4 размера, математическая модель, полученная методом параллельных сечений, будет иметь 142 значения трех коэффициентов.

Для поселения средних размеров (от 10 до 20 тыс. населения), имеющего, например, 3 территориальные зоны, 3 типа домов, 5 типов квартир и 4

фактора, характеризующих качество квартир, модель, полученная методом параллельных сечений, будет иметь 15 значений четырех коэффициентов.

С точки зрения количества значений коэффициентов модели (12) и (16) гораздо проще модели (8). Но именно из-за этой простоты следует ожидать более высокой погрешности оценки квартир по моделям (12) и (16) по сравнению с оценкой квартир по модели (8).

В теории регрессионного анализа характеристики объекта именуются факторами. На основании рыночной информации строится непрерывно-дискретная модель рынка  $X = F(\Xi)$ , с помощью статистических критериев определяются уровни значимости факторов. Критериальные значения факторов, по которым принимаются решения, задаются исследователем. Факторы, удовлетворяющие этим критериям, признаются значимыми, остальные — случайными, и регрессионная модель строится как осреднение по факторам, признанным случайными. Обычно при исходных 20-30 факторах значимыми оказываются 5-10. Иногда исследователь переходит к дискретной по каждому отдельному фактору модели, разбивая его диапазон варьирования на поддиапазоны (шаги) по признаку существенного изменения цены на каждом (не обязательно равном) шаге. Общее число диапазонов будет равно сумме чисел диапазонов каждой характеристики-фактора. Например, при 10 характеристиках, значения каждой из которых разбито на три диапазона, образуется матрица из 30 значений. Далее, полное число перестановок значений диапазонов набора характеристик соответствует теоретически возможному числу сочетаний вариантов описания квартир (на практике, при построении регрессионных моделей массовой оценки квартир, оно достигает нескольких сотен).

Как показано выше, аналогичные по сути, но несколько иные по форме процедуры используются и при построении моделей методом группировки.

Разница здесь состоит в том, что при использовании метода группировки для построения линий регрессии используется «сжатая» усредненная информация об элементах выборочной статистической совокупности.

Исследования показывают, что система налогообложения имущества физических лиц должна быть основана на следующих принципах:

- социальная ориентированность, «справедливость» в глазах граждан, обеспечение минимизации риска апелляций;
- учет рыночных факторов ценообразования;



- простота методов расчета стоимости;
- простота администрирования налога на недвижимость.

При этом при построении модели массовой оценки квартир в целях налогообложения необходимо, на взгляд авторов, руководствоваться следующими требованиями:

- оценка для домов одного типа должна быть одинакова в пределах одного административного района или его четко ограниченной части (микрорайона);
- оценка стоимости для целей налогообложения должна выполняться на основе анализа средних цен за год;
- исходя из требований минимизации риска апелляций, необходимо, чтобы владельцы квартир в одном типовом доме и даже в группе близко расположенных подобных домов получали квитанции на уплату налога, содержащие одинаковую удельную цену квартир. Для этого можно ввести понятие «тип квартиры», описываемое определенным набором характеристик дома и квартир в нем, разбить весь жилой фонд на некоторое количество типов и определять среднюю удельную цену для каждого типа.

Учитывая эти обстоятельства, на взгляд авторов, не стоит стремиться к очень высокой точности моделей оценки квартир в целях налогообложения. Гораздо разумнее найти компромисс между точностью и простотой методов расчета стоимости и, следовательно, простотой создания моделей оценки налоговой базы и администрирования налога на недвижимость.

### Модель массовой оценки квартир на примере р-на Ясенево г. Москвы

В качестве примера для построения экономико-математической модели массовой оценки квартир взято некоторое (экспериментальное) множество квартир, расположенных в районе Ясенево г. Москвы.

Множество включало 228 квартир (40 однокомнатных, 77 двухкомнатных и 111 трех- или четырехкомнатных квартир), расположенных в монолитно-каркасных домах, в 5-9-этажных сборно-железобетонных (панельных и блочных) домах на первых/последних этажах, в 5-9-этажных сборно-железобетонных (панельных и блочных) домах на средних этажах, в 12-17-этажных сборно-железобетонных (панельных и блочных) домах и в 22-24-этажных сборно-железобетонных (панельных и блочных) домах (табл. 1).

Квартиры по типам были распределены следующим образом<sup>6</sup>:

- тип 1 — квартиры в монолитно-каркасных домах;
- тип 2 — квартиры в 5-9-этажных сборно-железобетонных (панельные и блочные) домах на первых/последних этажах;
- тип 3 — квартиры в 5-9-этажных сборно-железобетонных (панельных и блочных) домах на средних этажах;
- тип 4 — квартиры в 12-17-этажных сборно-железобетонных (панельных и блочных) домах;
- тип 5 — квартиры в 22-24-этажных сборно-железобетонных (панельных и блочных) домах.

Таблица 1

Экспериментальное множество квартир, расположенных в р-не Ясенево г. Москвы

Категория дома	Этажность	Число квартир с числом комнат			
		Всего	1	2	3 - 4
По всем категориям	—	228	40	77	111
Сборно-железобетонные (панельные и блочные)	Всего	219	37	71	111
	5	1	0	0	1
	9	97	25	9	63
	в том числе на первом/последнем этажах	7	1	0	6
	12	4	0	1	3
	16 - 17	68	1	31	36
	в том числе на первом/последнем этажах	2	1	1	1
	22 - 24	49	11	30	8
	в том числе на первом/последнем этажах	4	2	1	1
Монолитно-каркасные	Всего	9	3	6	0
	16	3	0	3	0
	22	4	1	3	0
	24	2	2	0	0

<sup>6</sup> Данная типизация квартир аналогична разбиению домов на категории в питерском варианте модели массовой оценки.

Основная формула расчета стоимости квартиры для целей налогообложения для этих данных может быть записана в следующем виде:

$$C_i = C_B \cdot K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot S + err_i.$$

Здесь  $C_B$  — средняя удельная цена квартир территории оценки, \$/кв. м;

$K_1$  — коэффициент района — отношение средней удельной цены квартир в заданном районе города к средней удельной цене квартиры по территории оценки;

$K_2$  — коэффициент типа квартиры: отношение средней удельной цены квартир данного типа в данном районе к средней по району;

$K_3$  — коэффициент размера — отношение средней удельной цены квартир заданного типа с заданным числом комнат к средней по типу в данном районе;

$S$  — общая площадь  $i$ -й квартиры, кв. м;

$err_i$  — погрешность в определении рыночной цены  $i$ -й квартиры.

В данном примере рассматриваются квартиры в одном районе, поэтому величина  $C_B$  принимает значение средней по району (по представленному множеству) удельной цены квартир, и коэффициент  $K_1 = 1$ . Поэтому задача исследования сводится к расчету значений следующих величин:

- средней удельной цены квартир по всему множеству  $\bar{x}$ ;
- средней удельной цены квартир выделенных типов (по всем размерам)  $\bar{x}_B$ ;
- средней удельной цены квартир выделенных типов с заданным числом комнат  $\bar{x}_A$ ;

- коэффициентов  $K_1, K_2, K_3$ ;
- погрешности в определении рыночной цены каждой квартиры по модели массовой оценки  $i$ -й квартиры  $err_i$ .

Затем были определены характеристики каждого множества — объем  $n$ , среднее  $\bar{x}$ , размах варьирования  $x_{\min}$  и  $x_{\max}$ , дисперсия  $D$  и стандартное отклонение  $\sigma$ , погрешность в определении среднего  $\Delta\bar{x}$ , и построена исходная дискретная пространственно-параметрическая модель.

Далее была произведена проверка исходных данных на наличие в каждом малом множестве заведомо заниженных или завышенных значений цены и исключение «выскакивающих» значений по правилу трех сигм. Таких квартир оказалось три. Были пересчитаны параметры множеств и построена скорректированная дискретная пространственно-параметрическая модель (табл. 2)

Проверка статистической значимости выбранных ценообразующих факторов (типов и размеров квартир) была выполнена на основе оценки значений распределения Фишера-Снедекора ( $F$ -распределения) на данных табл. 2.

Расчет выполнялся по формуле Фишера-Снедекора:

$$F_{\text{расч}} = \frac{\frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m n_j (\bar{x}_j - \bar{x})^2}{\frac{1}{n-m} \sum_{j=1}^m [(n_j - 1) \hat{\sigma}_j^2]} \quad (17)$$

Здесь  $m$  — количество ценообразующих факторов (коэффициентов модели оценки),  $n$  — объем экспериментального множества;

Таблица 2

Параметры для построения скорректированной к дискретной пространственно-параметрической модели

Тип квартиры	По всем размерам					1-комнатные				
	$n$	$\bar{x}$	$x_{\min}/x_{\max}$	$\hat{\sigma}$	$\Delta\bar{x}$	$n$	$\bar{x}$	$x_{\min}/x_{\max}$	$\hat{\sigma}$	$\Delta\bar{x}$
По всем типам	225	1 047	833/1 349	80,3	5,3	40	1 079	950/1 282	65,6	18,9
1	9	1 095	950/1 222	60,1	20,1	3	1 040	950/1 222	120,3	11,4
2	7	991	933/1 088	55,5	21,0	1	1 030	1030/—	—	—
3	91	1 009	833/1 200	66,2	6,9	24	1 058	970/1 152	39,0	8,8
4	71	1 055	933/1 222	66,9	8,1	1	1 111	1111/—	—	—
5	47	1 102	969/1 349	75,9	11,1	11	1 115	977/1 282	74,5	15,0

Продолжение табл. 2

Тип квартиры	2-комнатные					3 — 4-комнатные				
	$n$	$\bar{x}$	$x_{\min}/x_{\max}$	$\hat{\sigma}$	$\Delta\bar{x}$	$n$	$\bar{x}$	$x_{\min}/x_{\max}$	$\hat{\sigma}$	$\Delta\bar{x}$
По всем типам	74	1 090	933/1 349	72,3	8,4	111	1 010	833/1 200	69,2	6,5
1	6	—	1074/1 204	33,4	13,3	—	—	—	—	—
2	—	—	—	—	—	6	984	933/1 088	57,4	23,5
3	9	—	933/1 067	39,3	13,1	58	935	833/1 200	62,4	8,5
4	31	—	981/1 222	55,9	10,1	39	1 018	933/1 154	55,1	8,9
5	28	—	969/1 349	88,5	15,6	8	1 121	1053/1 162	38,1	13,5

Таблица 3

Расчет коэффициентов  $K_2$  и  $K_3$  модели

Тип квартиры	Коэффициент типа квартиры $K_2$	Коэффициент размера квартиры $K_3$		
		1-комнатные	2-комнатные	3 - 4-комнатные
1	1,046	0,950	1,043	—
2	0,947	—	—	0,993
3	0,964	1,049	1,003	0,927
4	1,008	—	1,042	0,965
5	1,053	1,012	0,991	1,017

$\bar{x}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}$  – средние значения подмножеств различных типов квартир,  $j = 1, \dots, m$ ;

$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^m n_j \bar{x}_j$  – общее среднее всего экспериментального множества;

$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{n_j - 1} \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x}_j)^2$  – оценка дисперсии в  $j$ -м подмножестве.

При  $m = 5$  и  $n = 225$  расчетное значение распределения Фишера-Снедекора равно  $F_{расч} = 17,30$ . При числе степеней свободы числителя  $m_1 = m - 1 = 4$  и числе степеней свободы знаменателя  $m_2 = n - m = 220$ , критическое значение распределения Фишера-Снедекора [5, с. 516] при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  равно  $F_{кр} = 2,37$ . Так как  $F_{расч} > F_{кр}$ , учет типов квартир в модели статистически обоснован.

Проверка статистической значимости учета размера квартир выполнялась для  $m = 3$  и  $n = 225$ . При этом расчетное значение распределения Фишера-Снедекора составило  $F_{расч} = 34,1$ . При числе степеней свободы числителя  $m_1 = m - 1 = 2$  и числе степеней свободы знаменателя  $m_2 = n - m = 222$ , критическое значение распределения Фишера-Снедекора при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  равно  $F_{кр} = 3$ . Так как  $F_{расч} > F_{кр}$ , учет размеров квартир в модели также статистически обоснован.

Как следует из данных табл. 2, базовая стоимость (средняя удельная цена квартир по району) равна  $C_b = 1\,047$  \$/кв. м.

На основании полученных результатов были рассчитаны коэффициенты  $K_2$  и  $K_3$  модели (табл. 3).

Результаты расчетов показывают, что предоставленный объем исходных данных позволяет получить

Таблица 4

## Расчет относительной ошибки модели

Адрес	Удельная цена, \$/м <sup>2</sup>	Ошибка оценки, %
Айвазовского	1 204	3,81
Литовский б-р	1 102	-4,98
Литовский б-р	1 175	1,34
Литовский б-р	1 138	-1,86
Соловьиный пр.	1 167	0,62
Тарусская	1 172	1,07
Одоевского пр.	1 222	12,95
Соловьиный пр.	950	-12,21
Соловьиный пр.	1 074	-0,74
Айвазовского	942	-4,91
Голубинская	933	-5,82
Литовский б-р	1 030	3,97
Новосеневский пр-т	955	-3,68
Новосеневский пр-т	952	-3,97
Соловьиный пр.	1 088	9,76
Соловьиный пр.	1 037	4,65
Айвазовского	1 067	5,75
Айвазовского	1 043	3,36
Айвазовского	1 014	0,58
Вильнюсская	971	-3,69
Вильнюсская	917	-9,12
Вильнюсская	1 033	2,45
Голубинская	1 094	8,44
Голубинская	833	-17,38

Таблица 5

Суммарные показатели оценки погрешности

Тип квартир	Средняя погрешность, %	Максимальная погрешность, %
По всем типам	5,2	—
1	8,6	12,9
2	5,3	9,8
3	5,2	19,0
4	9,2	15,9
5	5,3	22,4

достаточно надежные результаты по пяти типам квартир, обобщенным по всем размерам (числу комнат). В то же время в квартирах типа 1 отсутствуют 3-4-комнатные квартиры, типа 2 — одно- и двухкомнатные, типа 4 — однокомнатные. Лишь в типах 3 и 5 присутствуют квартиры всех размеров. При этом в типе 5 средняя удельная цена квартир изменяется немонотонно, а в типе 3 — понижается с увеличением размера, что является достаточно характерным для некоторых районов Москвы и типичным для всех других городов России. Таким образом, в условиях имеющегося множества целесообразно отказаться от учета размера квартиры при определении средней удельной цены для выделенных типов квартир, т.е. принять коэффициент  $K_3 = 1$ .

Для оценки погрешности модели была рассчитана относительная ошибка модели как разность реального значения цены квартиры и стоимости квартиры по модели, отнесенная к реальной цене квартиры. Фрагмент этих расчетов представлен в табл. 4. В табл. 5 приведены суммарные показатели оценки погрешности для всего множества.

В целом, средняя по всему множеству погрешность модели составила 5,2%. В отдельных типах квартир средняя погрешность достигает 9,2%. Максимальное значение погрешности по одной из 225 квартир составило 22,4%.

В целом, в 90% случаев погрешность модели не превысила 10%.

#### Модель массовой оценки квартир на примере микрорайона Купчино Фрунзенского района г. Санкт-Петербурга

Из 124 территориальных зон, на которые для целей мониторинга рынка квартир поделен Санкт-Петербург, микрорайон Купчино состоит из трех территориальных зон:

1. Северное Купчино (далее — 1-я зона) — центральная часть Фрунзенского р-на между ул. Фучика, Витебской и Московской ветками железной дороги, парком Интернационалистов и ул. Димитрова.

2. Южное Купчино (далее — 2-я зона) — юго-западная часть Фрунзенского р-на, ограниченная ул. Димитрова, Загребским бульваром и ветками железной дороги;

3. Новое Купчино (далее — 3-я зона) — новостройки Купчино, ограниченные ул. Мал. Бухарестской, Мал. Карпатской, Мал. Балканской, Бухарестской и Димитрова.

В качестве исходных данных для построения экономико-математической модели была использована база данных предложений к продаже квартир, опубликованных в Санкт-Петербургском еженедельнике «Бюллетень недвижимости» в мае 2004 г. В процессе анализа база данных была очищена от редких продаж: элитные квартиры, квартиры с эксклюзивным ремонтом и т.п. Далее база данных была очищена от заниженных или завышенных по непонятным причинам цен, выскакивающих из базы по правилу трех сигм.

В конечном итоге в исследуемом множестве остались 1 213 квартир (229 однокомнатных, 453 двухкомнатные и 426 трехкомнатных 31 четырехкомнатная и 4 пятикомнатные квартиры), расположенные в панельных и кирпичных домах различного типа (табл. 6).

В процессе исследований в целом в Санкт-Петербурге был выделен 21 тип домов, объединенных в 8 категорий домов [9].

В данном примере встречаются 4 категории:

- панельные «хрущевки» и «брежневки» (далее — 1-я категория) — пятиэтажки конца 1950 — начала 1970-х гг., характеризующиеся очень маленькими квартирами, потолками 2,5 — 2,7 м и отсутствием лифта;
- «корабли» (далее — 2-я категория) — дома постройки середины 1970 — начала 1980-х гг., с маленькими квартирами, кухнями площадью 6,3 кв. м с высоко поднятыми маленькими окнами без подоконников;
- другие панельные многоэтажные дома (далее — 3-я категория);
- современные кирпичные дома (далее — 4-я категория).

Таблица 6

Исходные данные для построения экономико-математической модели

Зона	Категория дома	Число квартир с числом комнат					
		Всего	1	2	3	4	5
По всем зонам	По категориям	1 213	299	453	426	31	4
Южное Купчино	Всего	390	84	131	161	10	4
	панельные «хрущевки» и «брежневки»	3	1	2	—	—	—
	другие панельные многоэтажные дома	358	74	124	150	10	—
	современные кирпичные дома	29	9	5	11	—	4
Новое Купчино	Всего	148	40	62	46	—	—
	другие панельные многоэтажные дома	142	39	58	45	—	—
	современные кирпичные дома	6	1	4	1	—	—
Северное Купчино	Всего	675	175	260	219	21	—
	панельные «хрущевки» и «брежневки»	136	17	89	23	7	—
	«корабли»	12	3	5	4	—	—
	другие панельные многоэтажные дома	344	71	107	152	14	—
	современные кирпичные дома	183	84	59	40	—	—

В качестве исходной для оценки квартир в целях налогообложения была взята модель, используемая для индивидуальной оценки рыночной стоимости квартир:

$$\text{Стоимость квартиры} = C_b \cdot K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot K_4 \cdot \text{Площадь},$$

где  $C_b$  — базовая ставка стоимости, выраженная в денежных единицах;  $K_1$  — коэффициент, учитывающий местоположение дома;  $K_2$  — коэффициент, характеризующий категорию дома;  $K_3$  — коэффициент, характеризующий тип квартиры;  $K_4$  — коэффициент, характеризующий качество квартиры.

Базовая ставка стоимости  $C_b$  характеризует средний уровень удельных цен в конкретном населенном пункте. В данном примере это средняя удельная стоимость одного квадратного метра площади всех квартир микрорайона Купчино.

Коэффициент  $K_1$  — коэффициент местоположения дома — определяется как отношение среднего значения удельных цен всех квартир в данной зоне к среднему значению удельных цен всех квартир микрорайона Купчино. В рассматриваемом примере данный коэффициент имеет три значения, так как микрорайон Купчино разбит на три зоны.

Коэффициент  $K_2$  характеризует категорию дома. При выборе категории дома учитываются такие характеристики, как год (или период) постройки, материал стен, материал перекрытий, этажность, наличие лифта и пр.

Коэффициент  $K_3$  характеризует тип квартиры. При выборе типа квартиры учитываются пространственно-параметрические характеристики квартир: общая площадь квартиры, число комнат, их площади и расположение, площадь кухни. Опыт

показывает, что в наиболее простом случае можно ограничиться одной характеристикой — количеством комнат в квартире.

Коэффициент  $K_4$  в общем случае характеризует качественные характеристики квартиры: этаж, наличие лифта, балкона, лоджии, эркера, характеристики санузла, теплоснабжения, горячего водоснабжения и т.п.

Этот коэффициент используется, главным образом, в процессе индивидуальной оценки квартир, когда необходима высокая точность оценки. При этом он рассчитывается следующим образом:

$$K_4 = K_{41} \cdot K_{42} \cdot K_{43} \cdot K_{44} \cdot K_{45} \cdot K_{46} \cdot K_{47} \cdot K_{48}.$$

Здесь коэффициенты:  $K_{41}$  — этаж;  $K_{42}$  — наличие лифта;  $K_{43}$  — наличие балкона;  $K_{44}$  — наличие лоджии;  $K_{45}$  — наличие эркера;  $K_{46}$  — тип санузла;  $K_{47}$  — тип теплоснабжения;  $K_{48}$  — тип горячего водоснабжения.

Приведенный список коэффициентов — далеко не исчерпывающий. Его размер зависит от индивидуальных особенностей квартиры. Для определения значений этих коэффициентов могут использоваться разные методы, используемые в рамках сравнительных методов анализа рыночных данных, как статистические, так и экспертные.

Использование этих коэффициентов для целей массовой оценки целиком и полностью зависит от объема исходной информации, которая используется для построения экономико-математических моделей, и требуемой точности оценки.

В данном примере коэффициент  $K_4$  принят равным единице, так как объем исходного множества оказался недостаточным для его калибровки.

Проверка статистической значимости учета местоположения по зонам микрорайона Купчино выполнялась для  $m = 3$  и  $n = 1\,213$ . При этом расчетное

значение распределения Фишера-Снедекора составило  $F_{расч} = 8,64$ . При числе степеней свободы числителя  $m_1 = m - 1 = 2$  и числе степеней свободы знаменателя  $m_2 = n - m = 1\ 210$ , критическое значение распределения Фишера-Снедекора при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  равно  $F_{кр} = 3$ .  $F_{расч} > F_{кр}$ . Это означает, что учет местоположения в модели статистически обоснован.

Анализ статистической значимости учета категорий домов в модели в микрорайоне Купчино выполнялся для  $m = 4$  и  $n = 1\ 213$ . Расчетное значение распределения Фишера-Снедекора составило  $F_{расч} = 46,1$ . При числе степеней свободы числителя  $m_1 = m - 1 = 3$  и числе степеней свободы знаменателя  $m_2 = n - m = 1\ 209$ , критическое значение распределения Фишера-Снедекора при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  равно  $F_{кр} = 2,6$ . Здесь также  $F_{расч} > F_{кр}$ , т.е. учет категорий домов в модели статистически тоже обоснован.

Статистическая значимость учета типа квартир в модели в микрорайоне Купчино анализировалась для  $m = 4$  и  $n = 1\ 213$ . Расчетное значение распределения Фишера-Снедекора составило  $F_{расч} = 1\ 367$ . При числе степеней свободы числителя  $m_1 = m - 1 = 3$  и числе степеней свободы знаменателя  $m_2 = n - m = 1\ 209$  критическое значение распределения Фишера-Снедекора при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  равно  $F_{кр} = 3$ . Здесь имеет место значительное превышение расчетного значения над критическим, что говорит о высокой степени вероятности статистической обусловленности учета типа квартир в модели оценки стоимости.

Ниже представлены модели оценки стоимости и их статистические оценки с использованием методов последовательного сечения, последовательного сечения с усреднением значений коэффициентов, параллельного сечения, а также результаты с использованием методов корреляционно-регрессионного анализа в рамках аддитивных и мультипликативных моделей.

Для оценки точности и достоверности полученных моделей использовались следующие статистические критерии:

1. Коэффициент множественной корреляции:

$$R_{y/x_1, x_2, \dots} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{ост}^2}{\sigma^2}}$$
, где  $\sigma_{ост}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y - \hat{y})^2}{n - k - 1}$  — дисперсия ошибок оценки удельной цены,  $y$  — реальное значение удельной цены,  $\hat{y}$  — вычисленное по модели значение удельной цены (оценка цены),  $n$  — количество наблюдений реальных цен,  $k$  — количество коэффициентов модели оценки,  $\sigma^2$  — дисперсия реальных удельных цен, образующих экспериментальное множество.

2. Коэффициент множественной детерминации:  $R^2 = (R_{y/x_1, x_2, \dots})^2$ , показывающий долю вариации цен, которую объясняет модель оценки.

3. Стандартная ошибка оценки удельной стоимости:  $\sigma = \sqrt{\sigma_{ост}^2}$ .

#### Метод последовательных сечений (модель 1)

В табл. 7, 8 и 9 представлены результаты моделирования оценки стоимости с использованием метода последовательных сечений. Результаты представлены в виде справочника удельных стоимостей для разных зон микрорайона Купчино. Прочерки в таблицах означают отсутствие данного типа квартир в данной зоне и данной категории дома.

Таблица 7

#### Результаты моделирования оценки стоимости по зонам

1-я зона — Северное Купчино				
	1-я кат.	2-я кат.	3-я кат.	4-я кат.
1-й тип	1 220	1 188	1 254	1 236
2-й тип	1 053	1 080	1 074	1 095
3-й тип	1 020	975	997	1 038
4-й тип	959	—	960	—

Таблица 8

2-я зона — Южное Купчино				
	1-я кат.	2-я кат.	3-я кат.	4-я кат.
1-й тип	1 219	—	1 219	1 191
2-й тип	1 065	—	1 65	1 112
3-й тип	—	—	1 011	1 026
4-й тип	—	—	977	1 021

Таблица 9

3-я зона — Новое Купчино				
	1-я кат.	2-я кат.	3-я кат.	4-я кат.
1-й тип	—	—	1 125	1 090,0
2-й тип	—	—	1 065	1 101,8
3-й тип	—	—	983	1 071,4
4-й тип	—	—	—	—

Как было показано выше, модель оценки стоимости, основанная на использовании метода последовательных сечений, может быть представлена в виде мультипликативной формулы вида (7).

В табл. 10, 11, 12 и 13 представлены значения (признаки) соответствующих коэффициентов для расчета стоимости по формуле (7).

Таблица 10

#### Значение коэффициента $K_{iL}$

1-я зона	северное Купчино	$K_{1L} = 1,009$
2-я зона	южное Купчино	$K_{2L} = 0,9929$
3-я зона	новое Купчино	$K_{3L} = 0,9777$

Таблица 11

Значения коэффициента категории дома  $K_{jB}$ 

	1-я кат.	2-я кат.	3-я кат.	4-я кат.
1-я зона	0,9748	0,9824	0,9832	1,0515
2-я зона	1,0399	—	0,9983	1,0167
3-я зона	—	—	0,9985	1,0357

Таблица 12

Значения коэффициента типа квартиры  $K_{jкA}$ 

1-я зона – Северное Купчино				
	1-я кат.	2-я кат.	3-я кат.	4-я кат.
1-й тип	1,1469	1,1080	1,1695	1,0771
2-й тип	0,9902	1,0073	1,0012	0,9545
3-й тип	0,9593	0,9099	0,9296	0,9049
4-й тип	0,9019	—	0,8947	—

Таблица 13

Значения коэффициента типа квартиры  $K_{2жA}$ 

2-я зона – Южное Купчино				
	1-я кат.	2-я кат.	3-я кат.	4-я кат.
1-й тип	1,0917	—	1,1372	1,0914
2-й тип	0,9542	—	0,9941	1,0187
3-й тип	—	—	0,9430	0,9401
4-й тип	—	—	0,9117	—
5-й тип	—	—	—	0,9358

Таблица 14

Значения коэффициента типа квартиры  $K_{3жA}$ 

3-я зона – Новое Купчино				
	1-я кат.	2-я кат.	3-я кат.	4-я кат.
1-й тип	—	—	1,0661	0,9957
2-й тип	—	—	1,0091	1,0064
3-й тип	—	—	0,9310	0,9786
4-й тип	—	—	—	—

Категориям домов в таблицах даны следующие номера:

- панельные «хрущевки» и «брежневки» – 1-я кат.;
- «корабли» – 2-я кат.;
- другие панельные многоквартирные дома – 3-я кат.;
- современные кирпичные дома – 4-я кат.

Для модели, полученной с использованием метода последовательных сечений, получены следующие значения статистических критериев:

- коэффициент множественной корреляции –  $R_{y/x_1, x_2, \dots} = 0,865$ ;
- коэффициент множественной детерминации –  $R^2 = 0,748$ , т.е. на 74,8% отобранные ценообразующие факторы в рамках данной модели оценки объясняют вариации реальных цен;
- стандартная ошибка оценки стоимости –  $\sigma = \$51$ . Данная ошибка показывает, что 68% ошибок оценки стоимости по модели находятся в диапазоне  $\pm \$51$ .

## Метод последовательных сечений

с усреднением значений коэффициентов (модель 2)

Формула оценки:

$$C_{кв}(\xi_i^L, \xi_j^B, \xi_k^A) = C_B \cdot K_{iL} \cdot K_{jB} \cdot K_{kA}.$$

Значения коэффициентов модели:

 $C_B = \$1081$  за кв. м квартиры; $K_{iL} = 1,009$ ;  $K_{2L} = 0,9929$ ;  $K_{3L} = 0,9777$ ;

$K_{кат.1} = 1,0074$  (панельные «хрущевки» и «брежневки»);  $K_{кат.2} = 0,99824$  («корабли»);  $K_{кат.3} = 0,99933$  (другие панельные дома);  $K_{кат.4} = 1,0346$  (современные кирпичные дома);

$K_{тип.1} = 1,0877$ ;  $K_{тип.2} = 0,9950$ ;  $K_{тип.3} = 0,9408$ ;  $K_{тип.4} = 0,9050$ ,  $K_{тип.5} = 0,9358$ .

Для модели, полученной с использованием метода последовательных сечений с усреднением значений коэффициентов, получены следующие значения статистических критериев:

- коэффициент множественной корреляции –  $R_{y/x_1, x_2, \dots} = 0,813$ ;
- коэффициент множественной детерминации –  $R^2 = 0,66$ , т.е. на 66% модель оценки объясняет вариации реальных цен;
- стандартная ошибка оценки стоимости –  $\sigma = \$59$ , т.е. 68% ошибок оценки стоимости по модели находится в диапазоне  $\pm \$59$ .

## Метод параллельных сечений (модель 3)

Формула оценки:

$$C_{кв}(\xi_i^L, \xi_j^B, \xi_k^A) = C_B \cdot K_{iL} \cdot K_{jB} \cdot K_{kA}.$$

Значения коэффициентов модели:

 $C_B = \$1\,081$  за кв. м квартиры. $K_{iL} = 1,009$ ;  $K_{2L} = 0,9929$ ;  $K_{3L} = 0,9777$ ;

$K_{кат.1} = 0,9847$  (панельные «хрущевки» и «брежневки»);  $K_{кат.2} = 0,9913$  («корабли»);  $K_{кат.3} = 0,989$  (другие панельки);  $K_{кат.4} = 1,0528$  (современные кирпичные дома);

$K_{тип.1} = 1,1267$ ;  $K_{тип.2} = 0,9894$ ;  $K_{тип.3} = 0,9306$ ;  $K_{тип.4} = 0,8927$ ,  $K_{тип.5} = 0,9447$ .

Для модели, полученной с использованием метода параллельных сечений, получены следующие значения статистических критериев:

- коэффициент множественной корреляции –  $R_{y/x_1, x_2, \dots} = 0,816$ ;
- коэффициент множественной детерминации –  $R^2 = 0,73$ , т.е. на 73% модель оценки объясняет вариации реальных цен;
- стандартная ошибка оценки стоимости –  $\sigma = \$58$ .

Таблица 15

## Калибровка экономико-математической модели массовой оценки квартир

Адрес квартиры	Зона	Категория дома	Тип квартиры	Удельная стоимость, \$	K1	Метод параллельных сечений				Метод последовательных сечений			
						K2	K3	Оценка, \$	Погрешность, \$	K2	K3	Оценка, \$	Погрешность, \$
Белградская ул.	1	3	2	910	1,0090	0,9890	0,9894	1 067	17,24	0,9832	1,0012	1 074	17,95
Белградская ул.	1	3	2	910	1,0090	0,9890	0,9894	1 067	17,24	0,9832	1,0012	1 074	17,95
Белградская ул.	1	3	3	910	1,0090	0,9890	0,9306	1 004	10,27	0,9832	0,9296	997	9,51
Пр. Славы	1	3	4	913	1,0090	0,9890	0,8927	963	5,53	0,9832	0,8947	960	5,15
Дунайский пр.	3	3	3	915	0,9777	0,9890	0,9306	973	6,27	0,9985	0,9310	983	7,34
Белградская ул.	1	3	4	922	1,0090	0,9890	0,8927	963	4,48	0,9832	0,8947	960	4,10
Ул. Белы Куна	1	2	3	922	1,0090	0,9913	0,9306	1 006	9,17	0,9824	0,9099	975	5,78
Будапештская ул.	1	3	3	924	1,0090	0,9890	0,9306	1 004	8,63	0,9832	0,9296	997	7,88
Купчинская ул.	2	3	2	925	0,9929	0,9890	0,9894	1 050	13,62	0,9983	0,9941	1 065	15,23
Купчинская ул.	2	3	2	925	0,9929	0,9890	0,9894	1 050	13,62	0,9983	0,9941	1 065	15,23
Пр. Славы	1	3	3	926	1,0090	0,9890	0,9306	1 004	8,47	0,9832	0,9296	997	7,72
Пр. Славы	1	3	3	926	1,0090	0,9890	0,9306	1 004	8,47	0,9832	0,9296	997	7,72
Дунайский пр.	2	3	4	926	0,9929	0,9890	0,8927	948	2,31	0,9983	0,9117	977	5,47
Дунайский пр.	2	3	4	926	0,9929	0,9890	0,8927	948	2,31	0,9983	0,9117	977	5,47
Дунайский пр.	2	3	3	927	0,9929	0,9890	0,9306	988	6,58	0,9983	0,9430	1 011	9,01
Дунайский пр.	2	3	3	928	0,9929	0,9890	0,9306	988	6,42	0,9983	0,9430	1 011	8,86
Дунайский пр.	2	3	3	928	0,9929	0,9890	0,9306	988	6,42	0,9983	0,9430	1 011	8,86
Пр. Славы	1	4	3	929	1,0090	1,0528	0,9306	1 069	15,10	1,0515	0,9052	1 038	11,82
Бухарестская ул.	3	3	3	929	0,9777	0,9890	0,9306	973	4,73	0,9985	0,9310	983	5,78
Софийская ул.	1	3	4	934	1,0090	0,9890	0,8927	963	3,10	0,9832	0,8947	960	2,72
Софийская ул.	1	3	4	934	1,0090	0,9890	0,8927	963	3,10	0,9832	0,8947	960	2,72
Софийская ул.	1	3	3	934	1,0090	0,9890	0,9306	1 004	7,45	0,9832	0,9296	997	6,71
Ул. Яросл. Гашека	3	3	3	936	0,9777	0,9890	0,9306	973	3,95	0,9985	0,9310	983	5,00
Дунайский пр.	2	3	3	938	0,9929	0,9890	0,9306	988	5,39	0,9983	0,9430	1 011	7,80
Софийская ул.	1	1	2	939	1,0090	0,9847	0,9894	1 063	13,21	0,9748	0,9902	1 053	12,16
Дунайский пр.	3	3	3	941	0,9777	0,9890	0,9306	973	3,44	0,9985	0,9310	983	4,48
Дунайский пр.	2	3	3	942	0,9929	0,9890	0,9306	988	4,86	0,9983	0,9430	1 011	7,25
Ул. Олеко Дундича	3	3	3	943	0,9777	0,9890	0,9306	973	3,13	0,9985	0,9310	983	4,16
Ул. Олеко Дундича	3	3	3	943	0,9777	0,9890	0,9306	973	3,13	0,9985	0,9310	983	4,16
Софийская ул.	1	3	3	944	1,0090	0,9890	0,9306	1 004	6,32	0,9832	0,9296	997	5,58
М. Балканская ул.	3	3	3	946	0,9777	0,9890	0,9306	973	2,85	0,9985	0,9310	983	3,88
Будапештская ул.	2	3	3	946	0,9929	0,9890	0,9306	988	4,45	0,9983	0,9430	1 011	6,84
Софийская ул.	1	1	3	946	1,0090	0,9847	0,9306	1 000	5,63	0,9748	0,9593	1 020	7,79
Ул. Белы Куна	1	1	4	949	1,0090	0,9847	0,8927	959	1,03	0,9748	0,9019	959	1,05
Ул. Белы Куна	1	1	4	949	1,0090	0,9847	0,8927	959	1,03	0,9748	0,9019	959	1,05
М. Балканская ул.	2	3	2	950	0,9929	0,9890	0,9894	1 050	10,52	0,9983	0,9941	1 065	12,09
М. Балканская ул.	2	3	2	950	0,9929	0,9890	0,9894	1 050	10,52	0,9983	0,9941	1 065	12,09
Бухарестская ул.	3	3	3	951	0,9777	0,9890	0,9306	973	2,33	0,9985	0,9310	983	3,36
Пр. Славы	1	3	1	1 317	1,0090	0,9890	1,1267	1 216	-7,73	0,9832	1,1695	1 254	-4,78
Ул. Турку	1	4	1	1 318	1,0090	1,0528	1,1267	1 294	-1,83	1,0515	1,0771	1 236	-6,27
Ул. Турку	1	3	1	1 318	1,0090	0,9890	1,1267	1 216	-7,80	0,9832	1,1695	1 254	-4,86
Ул. Турку	1	3	1	1 318	1,0090	0,9890	1,1267	1 216	-7,80	0,9832	1,1695	1 254	-4,86
Ул. Турку	1	3	1	1 318	1,0090	0,9890	1,1267	1 216	-7,80	0,9832	1,1695	1 254	-4,86
Ул. Турку	1	3	1	1 318	1,0090	0,9890	1,1267	1 216	-7,80	0,9832	1,1695	1 254	-4,86
Ул. Димитрова	2	3	1	1 323	0,9929	0,9890	1,1267	1 196	-9,55	0,9983	1,1372	1 219	-7,85
Ул. Димитрова	2	3	1	1 323	0,9929	0,9890	1,1267	1 196	-9,55	0,9983	1,1372	1 219	-7,85
Будапештская ул.	1	3	1	1 323	1,0090	0,9890	1,1267	1 216	-8,09	0,9832	1,1695	1 254	-5,15
Пр. Славы	1	3	1	1 323	1,0090	0,9890	1,1267	1 216	-8,12	0,9832	1,1695	1 254	-5,19
Пр. Славы	1	3	1	1 323	1,0090	0,9890	1,1267	1 216	-8,12	0,9832	1,1695	1 254	-5,19
Будапештская ул.	2	3	1	1 324	0,9929	0,9890	1,1267	1 196	-9,62	0,9983	1,1372	1 219	-7,92
Пр. Славы	1	4	1	1 324	1,0090	1,0528	1,1267	1 294	-2,29	1,0515	1,0771	1 236	-6,70
Пр. Славы	1	4	1	1 324	1,0090	1,0528	1,1267	1 294	-2,29	1,0515	1,0771	1 236	-6,70
Пр. Славы	1	4	1	1 327	1,0090	1,0528	1,1267	1 294	-2,46	1,0515	1,0771	1 236	-6,87
Пр. Славы	1	4	1	1 327	1,0090	1,0528	1,1267	1 294	-2,46	1,0515	1,0771	1 236	-6,87
Ул. Димитрова	2	3	1	1 328	0,9929	0,9890	1,1267	1 196	-9,89	0,9983	1,1372	1 219	-8,20
Ул. Димитрова	2	3	1	1 328	0,9929	0,9890	1,1267	1 196	-9,89	0,9983	1,1372	1 219	-8,20



# Регрессионная аддитивная модель (модель 4)

Формула оценки:

$$C_k(x_1, x_2, x_3) = 1\,263 - 18,04x_1 - 16,87x_2 - 93,63x_3.$$

Модель получена для следующих значений ценообразующих факторов:

$x_1 = 1$  (северное Купчино),  $x_1 = 2$  (южное Купчино),  $x_1 = 3$  (новое Купчино);

$x_2 = 1$  (панельные дома: «хрущевки», «брежневки»),  $x_2 = 2$  («корабли»),  $x_2 = 3$  (другие панельные дома),  $x_2 = 4$  (современные кирпичные дома);

$x_3 = 1$  (однокомнатные квартиры),  $x_3 = 2$  (двухкомнатные квартиры),  $x_3 = 3$  (трехкомнатные квартиры),  $x_3 = 4$  (четырёхкомнатные квартиры).

Значения статистических критериев:

- коэффициент множественной корреляции –  $R_{y/x_1, x_2, \dots} = 0,81$ ;
- коэффициент множественный детерминации –  $R^2 = 0,656$ , т.е. на 65,6% модель оценки объясняет вариации реальных цен;
- стандартная ошибка оценки стоимости –  $\sigma = \$59$ .

# Регрессионная степенная мультипликативная модель (модель 5)

Формула оценки:

$$C_k(x_1, x_2, x_3) = 1\,192,29 \times x_1^{-0,0239} \times x_2^{0,0219} \times x_3^{-0,169}.$$

Модель получена для следующих значений ценообразующих факторов:

$x_1 = 1$  (северное Купчино),  $x_1 = 2$  (южное Купчино),  $x_1 = 3$  (новое Купчино);

$x_2 = 1$  (панельные дома: «хрущевки», «брежневки»),  $x_2 = 2$  («корабли»),  $x_2 = 3$  (другие панельные дома),  $x_2 = 4$  (современные кирпичные дома);

$x_3 = 1$  (однокомнатные квартиры),  $x_3 = 2$  (двухкомнатные квартиры),  $x_3 = 3$  (трехкомнатные квартиры),  $x_3 = 4$  (четырёхкомнатные квартиры),

Значения статистических критериев:

- коэффициент множественной корреляции –  $R_{y/x_1, x_2, \dots} = 0,84$ ;
- коэффициент множественный детерминации –  $R^2 = 0,701$ , т.е. на 70,1% модель оценки объясняет вариации реальных цен;
- стандартная ошибка оценки стоимости –  $\sigma = \$54$ .

# Регрессионная показательная мультипликативная модель (модель 6)

Формула оценки:

$$C_k(x_1, x_2, x_3) = 1\,164,91 \times 0,985^{x_1} \times 1,015^{x_2} \times 0,919^{x_3}$$

Модель получена для следующих значений ценообразующих факторов:  $x_1 = 0$  (северное Купчино),  $x_1 = 1$  (южное Купчино),  $x_1 = 2$  (новое Купчино);  $x_2 = 0$  (панельные дома: «хрущевки», «брежневки»),  $x_2 = 1$  («корабли»),  $x_2 = 2$  (другие панельные дома),  $x_2 = 3$  (современные кирпичные дома);  $x_3 = 0$  (однокомнатные квартиры),  $x_3 = 1$  (двухкомнатные квартиры),  $x_3 = 2$  (трехкомнатные квартиры),  $x_3 = 3$  (четырёхкомнатные квартиры).

Значения статистических критериев:

- коэффициент множественной корреляции –  $R_{y/x_1, x_2, \dots} = 0,82$ ;
- коэффициент множественный детерминации –  $R^2 = 0,67$ , т.е. на 67% модель оценки объясняет вариации реальных цен;
- стандартная ошибка оценки стоимости –  $\sigma = \$58$ .

В табл. 15 представлен фрагмент результатов калибровки экономико-математической модели массовой оценки квартир в микрорайоне Купчино Фрунзенского административного р-на Санкт-Петербурга для двух методов калибровки (метод последовательных и параллельных сечений) и погрешность модели (отклонение оцененного по модели значения стоимости от реальной цены).

В табл. 16 представлены результаты сравнительного анализа оценки погрешности моделей, полученных разными методами. Приведен процент квартир, погрешность в оценке которых не превысила одного из значений: 5, 10, 15 или 20%.

В табл. 17 представлены значения максимальной и средней ошибок оценки для сравниваемых моделей.

Из анализа таблиц следует, что все модели оценки близки по точности. Это связано с тем, что объектом исследования был относительно однородный с точки зрения застройки район Санкт-Петербурга. Для неоднородных по застройке районов, к которым можно отнести, например, центральные районы Санкт-Петербурга, где расположены дома

Таблица 16

Оценка погрешности моделей, %

Ошибка	Модель 1	Модель 2	Модель 3	Модель 4	Модель 5	Модель 6
% квартир, ошибка оценки которых не превысила указанного значения						
Менее 5	74,9	64,3	67,0	65,7	69,5	66,4
Менее 10	95,5	93,7	94,1	93,9	95,5	93,9
Менее 15	98,4	98,8	98,2	98,7	98,8	98,4
Менее 20	99,8	100,0	99,8	99,8	99,9	99,6

Таблица 17

## Максимальная и средняя ошибки оценки моделей, \$

Ошибка	Модель 1	Модель 2	Модель 3	Модель 4	Модель 5	Модель 6
Максимальная	266	208	200	208	201	202
Средняя	2,43	2,23	4,26	3,00	3,96	4,49

старого фонда, на точность оценок будут влиять разнообразные индивидуальные особенности квартир. В Санкт-Петербурге таких районов 4 и в них расположены 13,6% квартир. По сравнению с типовыми квартирами для оценки квартир старого фонда необходимо введение в формулу оценки четвертого коэффициента, который позволит учесть особенности дореволюционной планировки жилья.

Согласно теории статистики, вычисленные по модели значения удельных стоимостей с вероятностью 68% находятся в диапазоне  $\pm \sigma$  долларов от их реальных значений. В диапазоне  $\pm 2 \times \sigma$  долларов находится 95% удельных стоимостей. В диапазоне  $\pm 3 \times \sigma$  долларов находится 99,7% удельных стоимостей. В диапазоне  $\pm 3,6 \times \sigma$  долларов находится 99,993% удельных стоимостей.

Эти доверительные интервалы можно использовать для оценки коэффициента надежности оценки —  $K_{но}$ . Так, например, коэффициент надежности оценки для 68% уровня вероятности можно определить как разность единицы и отношения стандартной ошибки оценки к среднему значению удельных цен:

$$K_{но} = 1 - \sigma / \bar{y}$$

Это означает, что, применив к результату оценки стоимости, полученному с помощью модели, понижающий коэффициент, рассчитанный в соответствии с формулой (18), с вероятностью 68% окажемся на нижней границе истинного значения удельной стоимости объекта оценки. В табл. 18 представлены формулы для расчета коэффициента надежности оценки для разных уровней вероятности.

Таблица 18

## Коэффициент надежности оценки для разных уровней вероятности

Уровень вероятности надежности оценки, %	Коэффициент надежности оценки ( $K_{но}$ )
68	$1 - \sigma / \bar{y}$
95	$1 - 2 \times \sigma / \bar{y}$
99,7	$1 - 3 \times \sigma / \bar{y}$
99,993	$1 - 3,6 \times \sigma / \bar{y}$

В табл. 19 приведены результаты расчета коэффициента надежности оценки для разных уровней вероятности надежности при  $\sigma = \$51$  и  $\bar{y} = 1\,081$ .

Коэффициент надежности оценки для разных уровней вероятности при  $\sigma = \$51$  и  $\bar{y} = 1\,081$ 

Уровень вероятности надежности оценки, %	Коэффициент надежности оценки ( $K_{но}$ )
68	$1 - 51/1\,081 = 0,95$
95	$1 - 2 \times 51/1\,081 = 0,91$
99,7	$1 - 3 \times 51/1\,081 = 0,86$
99,993	$1 - 3,6 \times 51/1\,081 = 0,83$

Применив к результату оценки стоимости, полученному с помощью модели массовой оценки стоимости для целей налогообложения, понижающий коэффициент, равный, например, 0,83 (см. табл. 19), мы почти со 100 % вероятностью окажемся на нижней границе истинного значения удельной стоимости квартиры в Купчино, полученной с использованием метода последовательных сечений.

\* \* \*

Оценка недвижимости, как индивидуальная, так и массовая, основана на экономическом анализе. В процессе такого анализа оценщик решает две задачи: изучает рынок объекта оценки и создает экономико-математическую модель этого рынка.

Экономико-математические модели массовой оценки недвижимости в целях налогообложения могут быть основаны на любом из известных классических подходов оценки недвижимости: *затратном, доходном и сравнительном*. При этом с математической точки зрения они могут быть *дискретными или непрерывными, детерминированными или стохастическими*. Главное, чтобы они реально отображали рынок объекта оценки. Каждая модель должна быть применима только к тому рынку, на котором оценивается тот или иной объект. И создавать их должны только те люди, которые работают на этом рынке и знают все его особенности. Использование тех или иных принципов или подходов к разработке экономико-математических моделей зависит от состояния рынка, на котором находятся объекты оценки.

На активных, хорошо развитых рынках, для которых характерно наличие достаточного количества сделок по купле-продаже, целесообразно использование *сравнительного подхода*.

На рынках, для которых характерны сделки по сдаче в аренду объектов недвижимости, целесообразно для целей массовой оценки недвижимости в целях налогообложения использование *доходного подхода*.

На пассивных рынках, для которых характерны единичные сделки либо их отсутствие, целесообразно использование *затратного или инвентаризационного подхода*.

Для целей налогообложения могут использоваться как *методы массовой*, так и *индивидуальной оценки*. Методы массовой оценки целесообразно использовать для оценки объектов, по которым есть хорошая статистика: типовых (серийных) объектов недвижимости, например квартир в многоквартирных домах. Индивидуальную оценку необходимо использовать в исключительных случаях, для оценки объектов недвижимости, имеющих уникальные ценообразующие факторы, по которым нет статистики. К ним можно отнести квартиры, расположенные в домах дореволюционной постройки, или элитные квартиры и дома, построенные по особым проектам.

Методы массовой оценки позволяют выполнить одновременно оценку большого количества объектов недвижимости. С содержательной точки зрения в этих методах предполагается оценка малой совокупности стандартных объектов и последующая экстраполяция оценки на генеральную совокупность. При этом в процессе оценки используется только те ценообразующие факторы, которые отвечают требованиям объективности и неоспоримости, т.е. могут быть количественно измерены. Это позволяет сократить возможности для споров, социальной напряженности и коррупции чиновников.

Трудозатраты и время выполнения оценок прямо пропорциональны точности оценки. Точность оценки стоимости определяется многими факторами: точностью используемой для оценки рыночной информации, количеством этой информации, корректностью спецификации модели оценки и ее калибровки и др. Наиболее существенным из этих факторов является недостоверность рыночной информации. Именно недостоверность информации является главной причиной низкой точности оценок рыночной стоимости объектов недвижимости.

Логика подсказывает, что для целей налогообложения не нужно стремиться к высокой точности оценки. Во-первых, это стремление может закончиться неудачей (из плохих продуктов хорошей каши не сварить), и, во-вторых, зачем нужна высокая точность, если налог составляет лишь небольшой процент (от 0,1 до 1%) от стоимости

объекта. Таким образом, точноностью вполне можно пренебречь в интересах сокращения расхода денег, труда и времени на проведение такой оценки.

Иностранцы считают, что в развивающихся странах (включая Россию) объявленные цены продаж зачастую не соответствуют реальности. Они полагают, что достижимой целью должна стать разработка простых моделей оценки, основанных на здравом смысле, сумме затрат, традициях в той или иной местности и иногда встречающихся достоверных ценах продаж. Использование этих моделей в процессе оценки позволит улучшить ее качество и справедливость, даже если результаты не будут соответствовать истинным рыночным стоимостям.

Исследования показывают, что степень «рыночности» цены квартиры зависит от корректности учета многих факторов: времени экспозиции квартиры на рынке, информированности покупателей и продавцов, отсутствия специальных условий сделки и т.п. Как правило, полный учет (измерение) этих факторов в процессе сбора информации, практически (во всяком случае, для сегодняшней России) невозможен. Из-за этого считать цену купли-продажи любой квартиры рыночной ценой можно с большими оговорками. В большей степени претендовать на звание «рыночной» может стоимость, полученная усреднением цен некоторого количества квартир, близких друг к другу по своим характеристикам. Путем усреднения цен за счет уравнивания действия не учтенных в конкретных ценах факторов выявляется так называемая центральная ценовая тенденция, которая гораздо ближе к рыночной стоимости, чем все конкретные цены, входящие в усредняемую группу. Логика подсказывает, что средняя цена, в данном случае, обладает более высокой степенью «рыночности», чем каждая конкретная цена.

В модель оценки объектов недвижимости для целей налогообложения следует включать небольшое количество факторов, имеющих наивысшую степень корреляции с ценой объекта. При этом важно, чтобы эти факторы были измеряемы, собираемы и проверяемы на подлинность. Таким требованиям, на взгляд авторов, соответствует информация, размещаемая в специализированных каталогах по недвижимости и мультиистинговых риэлтерских системах. В качестве цен, на взгляд авторов, можно использовать цены спроса и предложений, представленные в виде публичной оферты в зарегистрированных средствах массовой информации.

Никакие методы массовой оценки налогооблагаемой стоимости не могут претендовать на абсолютную точность. Поэтому целесообразно результаты массовой оценки объектов недвижимости умножать на понижающий коэффициент — коэффициент надежности оценки, определяемый нижней границей доверительного интервала оценки стоимости.

Любое законодательство по налогообложению должно предоставлять налогоплательщикам право апелляции — право оспорить в суде сумму оценки рыночной стоимости, выполненную методом массовой оценки. Это право должно быть предоставлено налогоплательщику из-за того, что массовая оценка не может учесть всего многообразия рыночных факторов, влияющих на стоимость объекта недвижимости. Такое право налогоплательщик может реализовать, заказав у независимого от государства оценщика альтернативный расчет стоимости своего объекта недвижимости. Как правило, этот расчет выполняется методами индивидуальной оценки рыночной стоимости. Но к индивидуальной оценке не может быть применен понижающий коэффициент, так как она, по определению, точнее массовой оценки.

При создании моделей оценки стоимости для налогообложения целесообразно искать компромисс между сложностью оценки и точностью результата. Расчеты показывают, что для оценки квартир в многоквартирных домах для налогообложения в качестве альтернативы регрессионному анализу при создании моделей оценки стоимости можно использовать метод сечений (метод группировок).

С теоретической точки зрения метод сечений грубее метода регрессионного анализа. Однако за счет «сжатия» информации для него характерна высокая статистическая достоверность, простота и невысокая трудоемкость. Метод сечений обладает возможностью территориальной актуализации модели оценки. Для его использования не нужны особые математические знания в области статистики, не нужно специальное программное обеспечение: достаточно уметь пользоваться компьютерной программой MS EXCEL. А в малых поселениях можно обойтись и без компьютера. Еще С. Витте (министр финансов дореволюционной России) говорил, что каждый налогоплательщик должен знать, как оценивается его имущество. В этом смысле, метод сечений, как это видно из статьи, очень прост для понимания рядовыми налогоплательщиками. Исследования показывают, что методами, близкими по сути к методу сечений, достаточно часто пользуются в своей деятельности операторы рынка жилой недвижимости — риэлтеры.

Расчетные примеры, выполненные московскими и питерскими специалистами, показывают, что метод сечений позволяет получить неплохую точность оценки стоимости, а с точки зрения простоты и наглядности может составить хорошую конкуренцию методам регрессионного анализа при создании моделей массовой оценки недвижимости для целей налогообложения.

### Литература

1. Грибовский С.В. Оценка доходной недвижимости. — СПб.: Питер, 2001. — 336 с. (Серия «Учебники для вузов»).
2. Генри С. Харрисон. Оценка недвижимости: Учеб. пособие / Пер. с англ. — М.: РИО Мособлунпрполиграфиздат. 1994.
3. The Appraisal of Real Estate. 11 Edition. Chicago, Illinois. 1996.
4. Организация оценки и налогообложения недвижимости. Под общ. ред. Джозефа К. Эккерта. В 2... — М.: Издательство РОО, 1997.
5. Теория статистики. Под ред. проф. Р.А. Шмойловой. — М.: Финансы и статистика, 1998.
6. Стерник Г.М., Ноздрина Н.Н. Методология сбора и обработки информации о рынке недвижимости (пособие риэлтора). РГР. — М. 1997. — 96 с.
7. Стерник Г.М. Методические рекомендации по анализу рынка недвижимости. РГР. — М., 1998. — 60 с.
8. Стерник Г.М. Технология анализа рынка недвижимости (учеб. пособие). — РГР. 2002. — 130 с.
9. Федотова М.А., Грибовский С.В., Стерник Г.М., Житков Д.Б. и др. Разработка методических рекомендаций по оценке квартир в целях налогообложения. Отчет о НИР. Изд-во: Финансовая академия при Правительстве РФ, 2004. — 540 с.
10. Бурбаки Н. Теория множеств. — М.: «Мир», 1965. — 455 с.
11. Житков Д.Б. Вторичный рынок квартир: ценовые сегменты. Ежегодник «Недвижимость Петербурга», 1995. — С. 64 — 68, 110.
12. Сивец С.А. Статистические методы в оценке недвижимости и бизнеса. Учеб. практ. пособие по статистике для оценщиков. — Запорожье, 2001. — 320 с.
13. Волкова В.Н., Денисов А.А. Основы теории систем и системного анализа. Учеб. для студентов вузов. — Изд. 2-е, перераб. и доп. — СПб.: Изд-во СПбГТУ, 1999. — 512 с.