# 第四章 串

## 4.1 串的定义

### 4.1.1 串的相关概念

1. 串：即字符串（String）是由**零个或多个字符组成的有限序列。**
2. 串的长度：中字符的个数 n，n = 0 n = 0n=0 时的串称为**空串。**
3. 子串：串中任意个连续的字符组成的**子序列。**
4. 主串：包含子串的串。
5. 字符在主串中的位置：字符在串中的序号。
6. 子串在主串中的位置：子串的第一个字符在主串中的位置 。

### 4.1.2 串的基本操作

1. `StrAssign(&T, chars)`：赋值操作。把串 T 赋值为 chars。
2. `StrCopy(&T, S)`：复制操作。由串 S 复制得到串 T。
3. `StrEmpty(S)`：判空操作。若 S 为空串，则返回 TRUE，否则返回 FALSE。
4. `StrLength(S)`：求串长。返回串 S 中元素的个数。
5. `ClearString(&S)`：清空操作。将 S 清为空串。
6. `DestroyString(&S)`：销毁串。将串 S 销毁（回收存储空间）。
7. `Concat(&T, S1, S2)`：串联接。用 T 返回由 S1 和 S2 联接而成的新串 。
8. `SubString(&Sub, S, pos, len)`：求子串。用 Sub 返回串 S 的第 pos 个字符起长度为 len 的子串。
9. `Index(S, T)`：定位操作。若主串 S 中存在与串 T 值相同的子串，则返回它在主串 S 中第一次出现的位置；否则函数值为 0。
10. `StrCompare(S, T)`：比较操作。若 S>T，则返回值>0；若 S=T，则返回值=0；若 S<T，则返回值<0。

### 4.1.3 串的存储结构

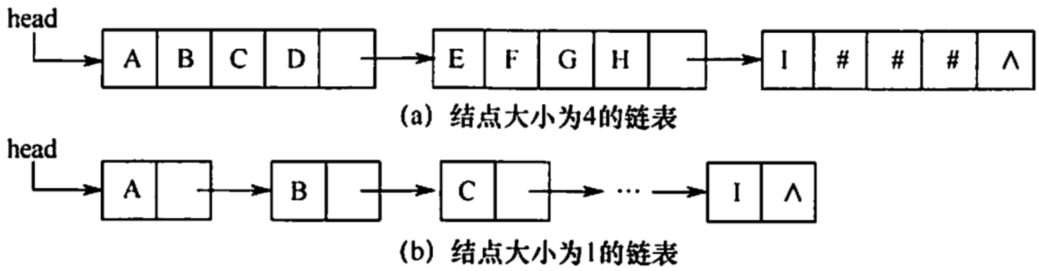
#### 1、定长顺序存储表示

```c
typedef struct {
    char ch[MAXLEN];    // 每个分量存储一个字符
    int length;         // 串的实际长度
} SString;
```

#### 2、堆分配存储表示（动态存储）

```c
typedef struct {
    char *ch;       // 按串长分配存储区，ch指向串的基地址
    int length;     // 串的长度
} HString;
```

3、块链存储表示

> 默认情况下存储密度低，每个节点都只能存储一个字符
>
> 解决方法：一个结点存储多个字符
>
> 
> 
>
> 图 4.1 串值的链式存储方式

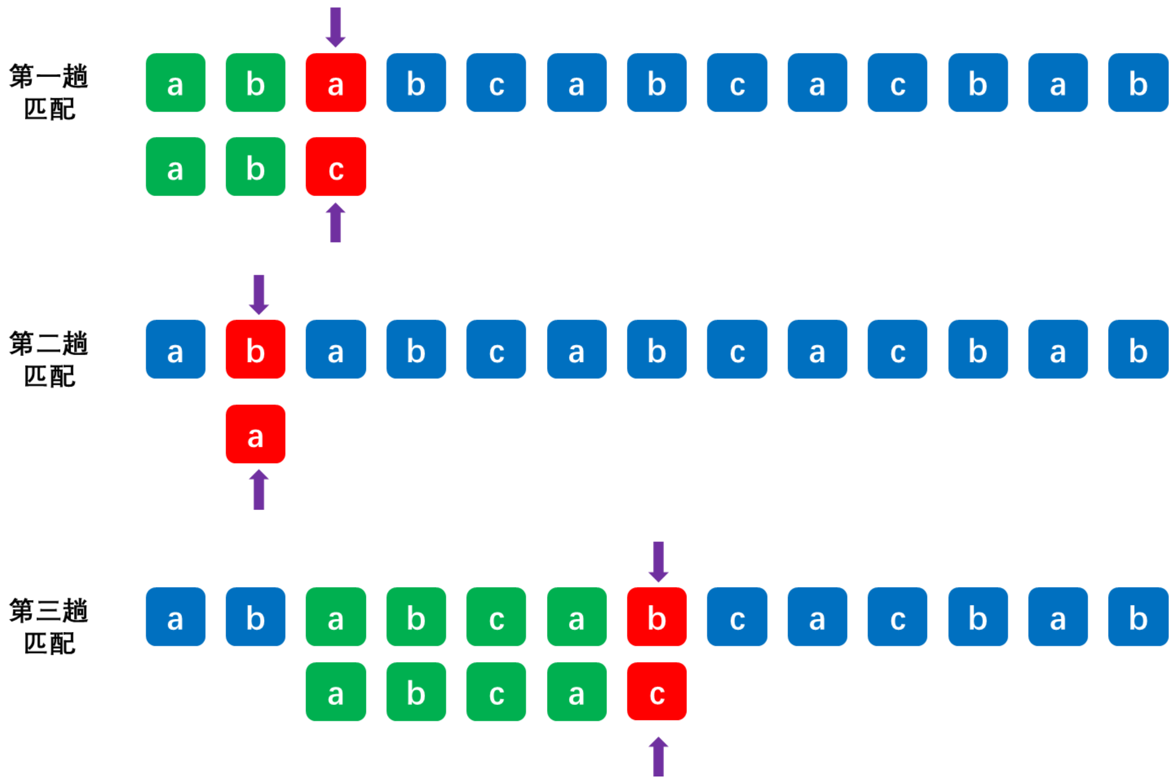
## 4.2 串的模式匹配

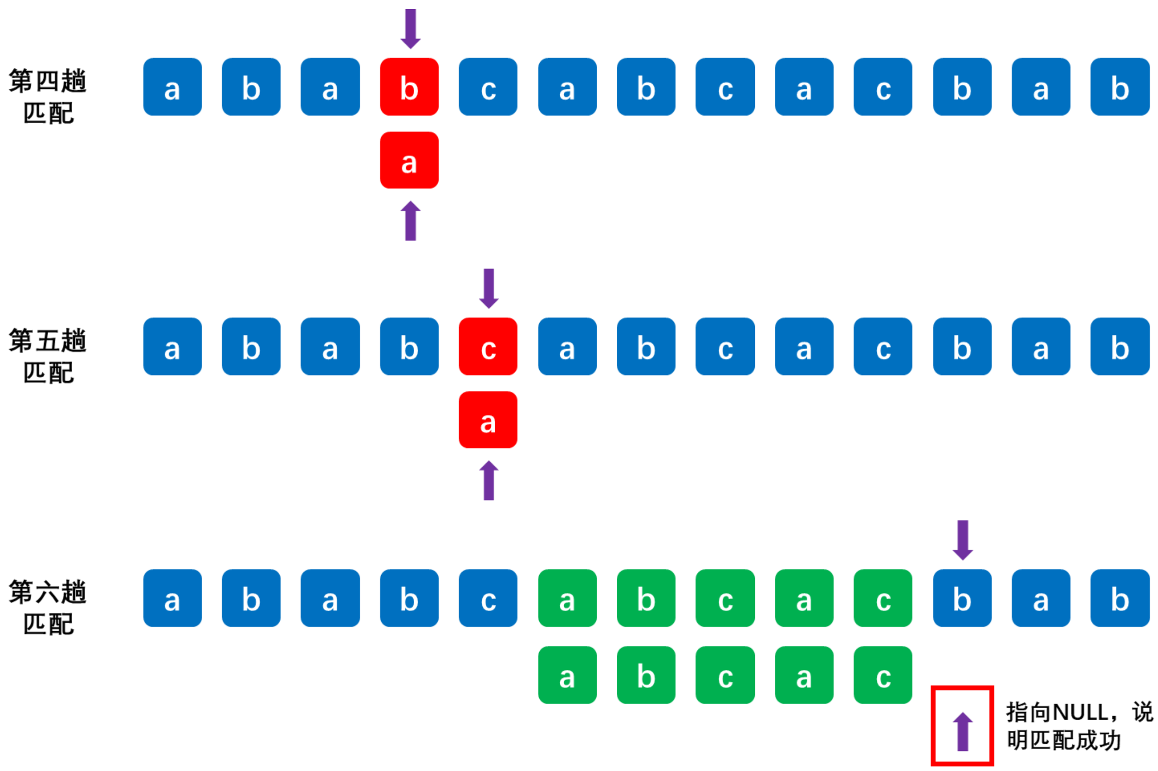
> 即子串的定位操作

### 4.2.1 简单的模式匹配算法

一个示例：

简单模式匹配算法（朴素模式匹配算法）：查找子串abcac的位置






> 分析：
>
> 简单模式匹配算法的最坏时间复杂度是O(nm)，即每个子串都要对比到最后一个字符，如下面这种情况：
>
> - 主串：1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2
> - 子串：1 1 1 1 1 1 1 1 2
>
> 其中，n和m分别是主串和模式串的长度。
>
> 最好的情况（对于每个子串都只需对比一次）：
>
> - 匹配成功：O(m)
> - 匹配失败：O(n-m+1)=O(n-m)≈O(n)

### 4.2.2 KMP算法

要了解子串的结构，首先需要了解以下几个概念：前缀、后缀和部分匹配值。

前缀：**除了最后一个字符外，字符串的所有头部子串**

后缀：**除了第一个字符外，字符串的所有尾部子串**

> ‘ab'的前缀是{a}，后缀是{b}，{a}∩{b}=∅，**最长相等前后缀**长度为0
>
> 'aba'的前缀为{a, ab}，后缀为{a, ba}, {a, ab }∩{a, ba}={a)，最长相等前后缀长度为1。
>
> 'abab '的前缀{a, ab,aba}∩后缀{b, ab, bab }={ab}，最长相等前后缀长度为2。
>
> 'ababa '的前缀{a, ab,aba, abab }∩后缀{a , ba, aba, baba }={a, aba}，公共元素有两个，最长相等前后缀长度为3。
>
> 故字符串'ababa'的部分匹配值为00123

接下来详解一下上面这个例子：

由上述方法求子串'abcac'的部分匹配值：

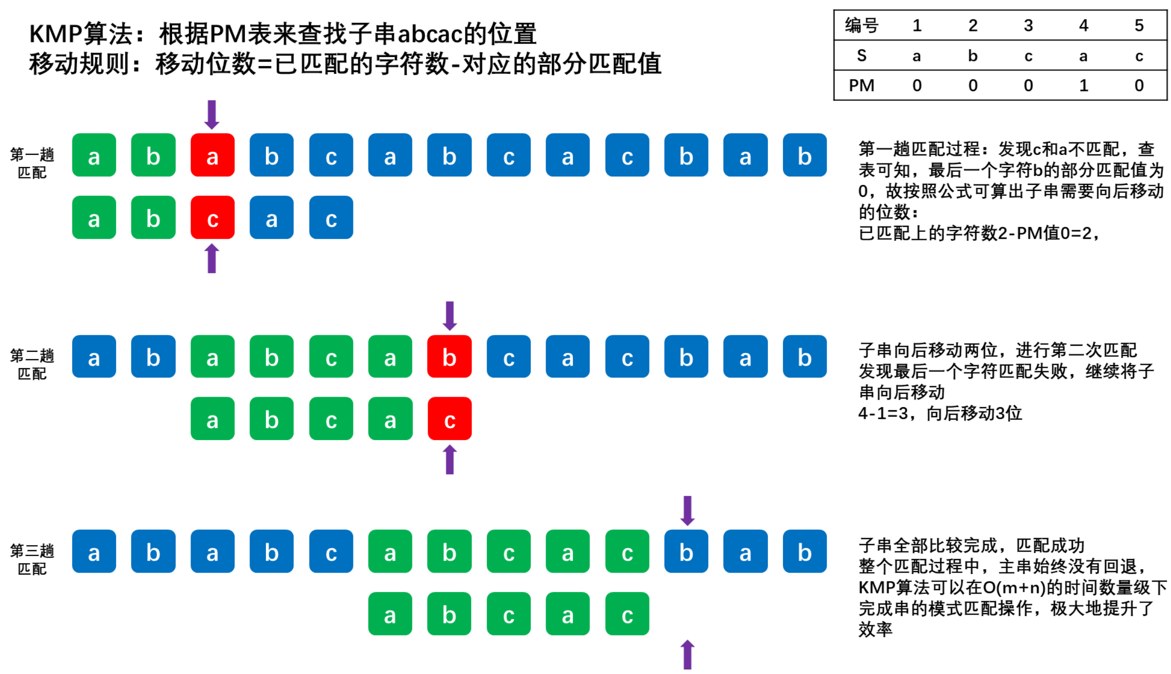
> 'ab'的前缀{a},后缀{b}　{a}∩{b} = ∅

> 'abc'的前缀{a,ab}, 后缀{c, bc} {a,ab}∩{c, bc} = ∅
>
> 'abca'的前缀{a,ab,abc},后缀{a,ca,bca}  {a,ab,abc}∩{a,ca,bca} = {a}
>
> 'abcac'的前缀{a,ab,abc,abca},后缀{c,ac,cac,bcac}  {a,ab,abc}∩{c,ac,cac,bcac} = ∅

将其部分匹配值写成数组形式，就得到了部分匹配值（PM）的表：

| 编号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| S | a | b | c | a | c |
| PM | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

接下来可以使用PM表来进行字符串匹配，其过程如下




### KMP算法的原理

当c与b不匹配时，已匹配'abca'的前缀a和后缀a为最长公共元素。已知前缀a与b、c均不同，与后缀a相同，故无须比较，直接将子串移动“已匹配的字符数–对应的部分匹配值”，用子串前缀后面的元素与主串匹配失败的元素开始比较即可。

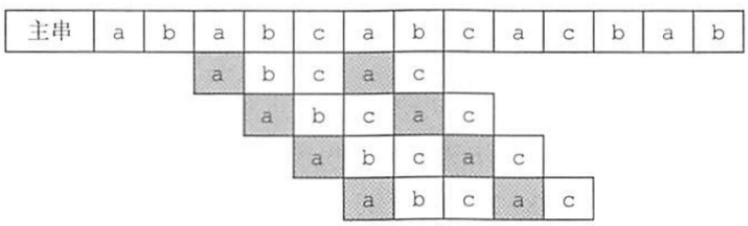



图 4.3　失配后移动情况

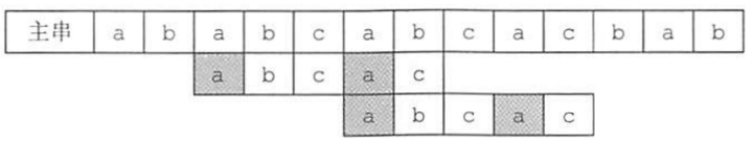



图 4.4　直接移动到合适位置

**对算法的改进**

已知:右移位数=已匹配的字符数-对应的部分匹配值。写成:

$$Move = (j-1) - PM[j-1]$$

现在这种情况下，我们在匹配失败时，需要去查找它前一个元素的部分匹配值，这样使用起来有点不方便，故我们可以将PM表右移一位，这样哪个元素匹配失败，则直接看它自己的部分匹配值即可。

将上例的PM表右移一位，则得到了next数组

| 编号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| S | a | b | c | a | c |
| next | -1 | 0 | 0 | 0 | 1 |

我们注意到:

1）第一个元素右移以后空缺的用-1来填充，因为**若是第一个元素匹配失败，则需要将子串向右移动一位**，而不需要计算子串移动的位数。
2）最后一个元素在右移的过程中溢出，因为原来的子串中，最后一个元素的部分匹配值是其下一个元素使用的，但显然已没有下一个元素，故可以**舍去。**

这样，上式就改写为:

$$Move = (j-1) - next[j]$$

就相当于将子串的比较指针回退到:

$$j = j - Move = j - ((j-1) - next[j]) = next[j] + 1$$

但为了让公式更加简洁，我们将next数组整体加1

next数组也可以写成:

| 编号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| S | a | b | c | a | c |
| next | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 |

最终子串指针变化公式为:

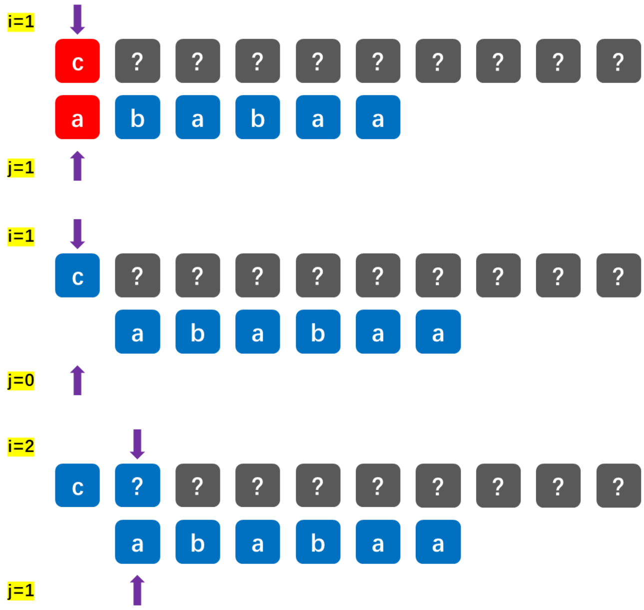
$$j = next[j]$$

> 在实际匹配过程中，子串在内存里是不会移动的，而是指针在变化，书中画图举例只是为了让问题描述得更加形象。next[j]的含义是:**在子串的第j个字符与主串发生失配时，则跳到子串的next[j]位置重新与主串当前位置进行比较。**

**【重要】求next数组，根据如下示例来学习:**

手算求解next数组

## 子串的第一个元素不匹配的情况

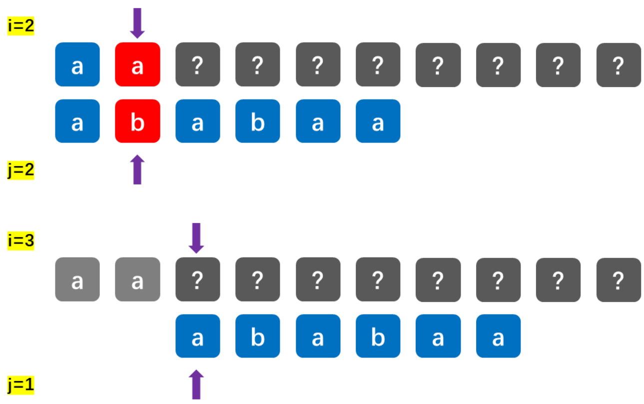



| 编号 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| S | | a | b | a | b | a | a |
| next | | 0 | | | | | |

第一位匹配失败，令j=0，i++,j++
对下一个子串进行匹配

手算求解next数组

## 子串的第二个元素不匹配的情况



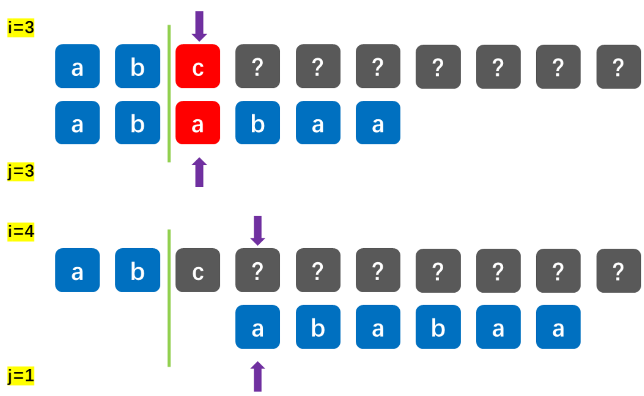

| 编号 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| S | | a | b | a | b | a | a |
| next | | 0 | 1 | | | | |

第二个元素匹配失败，j从头开始，i++

第一个和第二个元素的next值一定是0和1

手算求解next数组

## 子串的第三个元素不匹配的情况

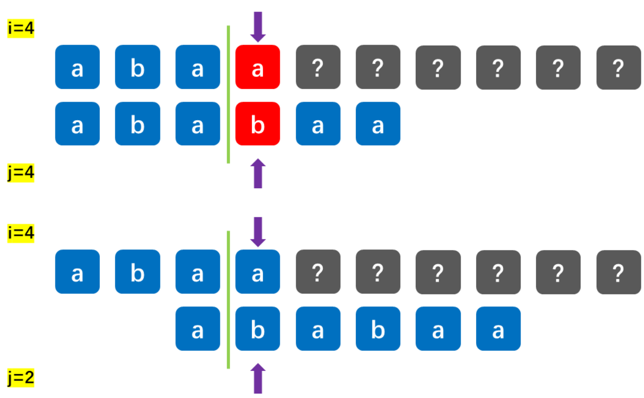



| 编号 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| S | | a | b | a | b | a | a |
| next | | 0 | 1 | 1 | | | |

在不匹配的位置前边，划一根分界线，让模式串一步一步往后退，直到分界线之前“能对上”，或模式串完全跨过分界线为止
此时j指向哪儿，next数组值就是多少

手算求解next数组

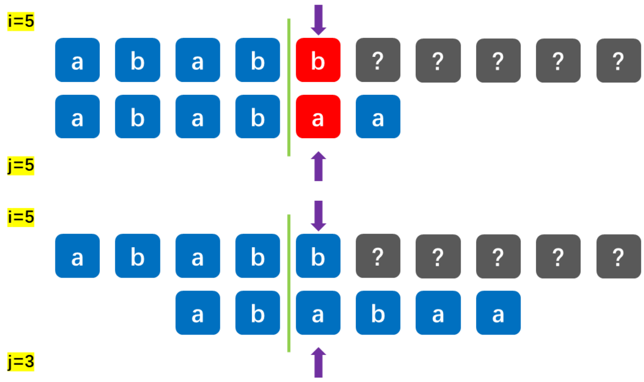
## 子串的第四个元素不匹配的情况




| 编号 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| S | | a | b | a | b | a | a |
| next | | 0 | 1 | 1 | 2 | | |

手算求解next数组

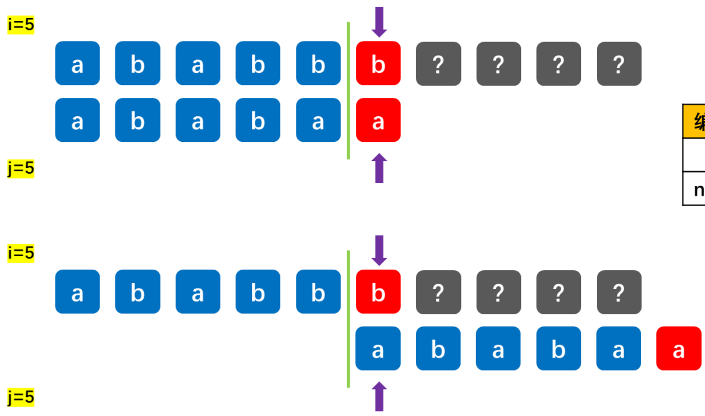
子串的第五个元素不匹配的情况




| 编号 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| S | | a | b | a | b | a | a |
| next | | 0 | 1 | 1 | 2 | 3 | |

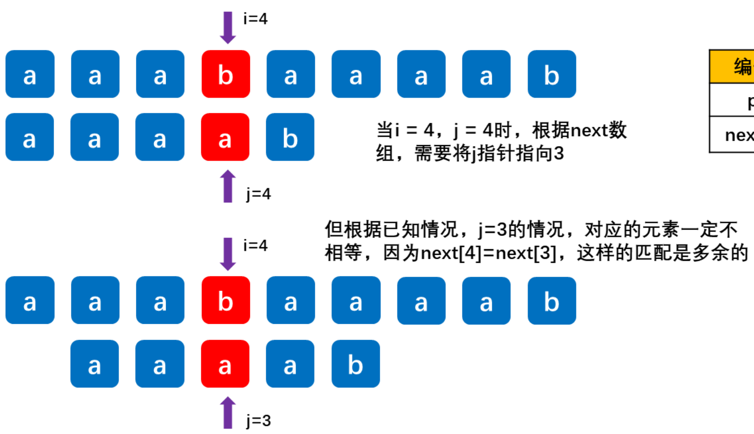
手算求解next数组

子串的第六个元素不匹配的情况




| 编号 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| S | | a | b | a | b | a | a |
| next | | 0 | 1 | 1 | 2 | 3 | 1 |

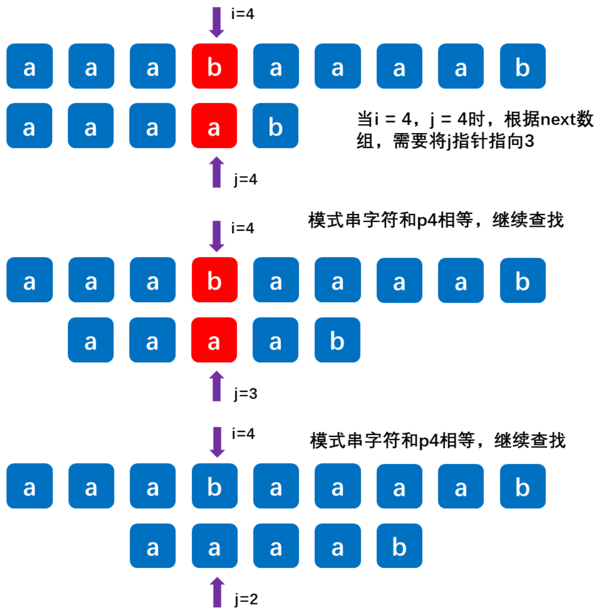
## KMP算法的进一步优化

> 问题的产生：
>
> 
> 
>
> | 编号 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
> |---|---|---|---|---|---|---|
> | p | | a | a | a | a | b |
> | next[j] | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |

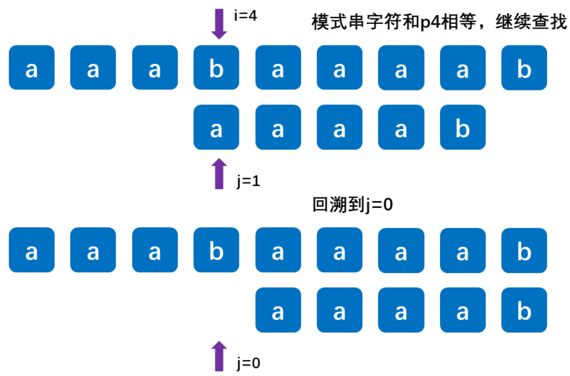
所以引入了nextval数组，对KMP算法进行进一步优化。

故我们在模式串中，当前模式串p和对应的next数组p_next的模式串值相等时，继续查找对应p_next模式串的next数组对应的模式串，直到模式串对应的值不相等。

以下是匹配过程：




| 编号 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| p | | a | a | a | a | b |
| next[j] | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |




一直进行回溯，最终得到的nextval[4]的值就为0