

Лабораторная работа «Интеграл Римана»

Задание. Составьте интегральную сумму для интеграла Римана данной функции по данному промежутку. Вычислите ее и найдите предел. Докажите, что соответствующий интеграл существует. Проверьте с помощью формулы Ньютона-Лейбница. Напишите программу (язык любой), вычисляющую (и желательно, рисующую), интегральные суммы для данной функции на данном отрезке по формуле прямоугольника.

Входные данные для программы: число точек разбиения, способ выбора оснащения (левые, правые, средние, случайные точки). Разбиение равномерное.

По желанию, можно использовать любой метод численного интегрирования. Основные методы вы можете найти в методичке:

https://drive.google.com/file/d/1oAw_wz1f6rTwv8im2PgPyzVBObMw_gTW/view?usp=sharing

Отчет по заданию должен содержать:

- 1) Аналитическая часть: доказательство существования интеграла Римана; получение интегральной суммы (для одного случая оснащения); нахождение ее предела; сравнение со значением интеграла, найденным по формуле Ньютона—Лейбница.
- 2) Краткое описание выбранного численного метода. Результаты работы программы оформить в таблицу:

Шаг интегрирования (h)	Численное решение F	Погрешность $ F-\tilde{F} $	Количество итераций N
...

- 3) Скриншоты результатов работы программы с комментариями. Должны быть несколько графиков слагаемых интегральных сумм (ступенчатые фигуры) для различных разбиений ($n=10, 100, 1000, 10000, 10^5, 10^6$) и различных оснащений (4-х графиков достаточно). Для каждого графика должно быть указано значение соответствующей интегральной суммы.
- 4) Текст или скриншот текста программы.
- 5) *(для желающих) Написать программу, вычисляющую приближенное значение интеграла для фиксированного разбиения методом трапеций/формулой Симпсона/формулой Эйлера или иным методом. Нарисовать соответствующий рисунок и сравнить полученный результат с имеющимися.

Варианты заданий

1. $f(x) = x^2$, $[1, 2]$;
2. $f(x) = e^x$, $[0, 1]$;
3. $f(x) = \sin x$, $[0, \pi]$;
4. $f(x) = \cos x$, $[0, \pi / 2]$;
5. $f(x) = 2^x$, $[0, 2]$;
6. $f(x) = x^3$, $[0, 1]$;
7. $f(x) = 3^x$, $[1, 2]$;
8. $f(x) = e^{-x}$, $[0, 1]$;
9. $f(x) = x^2$, $[-3, 0]$;
10. $f(x) = e^{2x}$, $[0, 1]$;
11. $f(x) = \sin x$, $[0, 2\pi]$;
12. $f(x) = \cos x$, $[0, \pi]$;
13. $f(x) = 2^x$, $[0, 1]$;
14. $f(x) = x^3$, $[0, 2]$;
15. $f(x) = 3^x$, $[-1, 0]$;
16. $f(x) = e^{-x}$, $[0, 2]$;
17. $f(x) = x^2$, $[-1, 1]$;
18. $f(x) = e^{3x}$, $[0, 0.5]$;
19. $f(x) = \sin 2x$, $[0, \pi]$;
20. $f(x) = \cos 2x$, $[0, \pi / 2]$;
21. $f(x) = 4^x$, $[0, 2]$;
22. $f(x) = x^3$, $[-2, 0]$;
23. $f(x) = 4^x$, $[1, 2]$;
24. $f(x) = e^{-2x}$, $[1, 3]$;
25. $f(x) = x^2$, $[1, 4]$;
26. $f(x) = e^{2x}$, $[-1, 0]$;
27. $f(x) = \sin 2x$, $[0, \pi.2]$;
28. $f(x) = \cos 2x$, $[0, \pi]$;
29. $f(x) = 5^x$, $[0, 3]$;
30. $f(x) = x^3$, $[-1, 1]$;
31. $f(x) = 3^x$, $[-1, 1]$;
32. $f(x) = e^{-x}$, $[-1, 1]$;