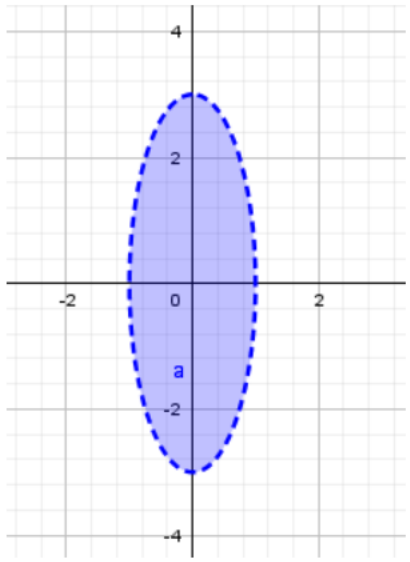
Actividad No. (2)
2024 Cálculo Vectorial.
Nombres: Camilo Rivera, Emerson Tavera, Karen Torres

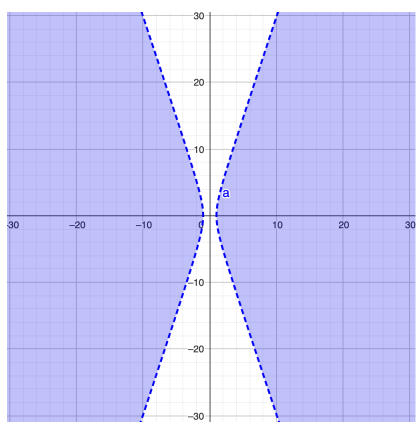
1 Diga si la afirmación es verdadera o falsa. Justifique sus respuestas:

a) La gráfica del dominio de $f(x,y) = \ln(9x^2 - y^2 - 9)$



R// Falso
Pues Dada la función: $f(x,y) = \ln(9x^2 - y^2 - 9)$
$9x^2 - y^2 - 9 > 0$
$9x^2 - y^2 > 9$
$x^2 - \frac{y^2}{9} > 1$

lo que representado gráficamente es:



b) $F_{xx} = \frac{1}{2\cos(x)}$; $Si\ f(x,y) = \int_y^x \ln(\cos(t))\,dt.$

$f(x,y) = \int_y^x \ln(\cos(t))\,dt$

f_x teorema fundamental del cálculo
$f_x = \frac{\partial}{\partial x} \int_y^x \ln(\cos(t))\,dt = \ln(\cos(x))$

f_{xx} regla de la cadena para diferenciar f_x con respecto a x:
$f_{xx} = \frac{d}{dx}\ln(\cos(x)) = \frac{1}{\cos(x)} \cdot (-\sin(x)) = -\tan(x)$

R// Falso $f_{xx} = -\tan(x) \neq \frac{1}{2\cos(x)}$

c) $F_{yy} = \frac{y}{\cos(y)};\ Si\ f(x,y) = \frac{\sin(x+y)}{x}$

$\frac{\partial}{\partial\, y}\left(\frac{\sin(x+y)}{x}\right) = \frac{1}{x}\frac{\partial}{\partial\, y}\left(\sin\left(x+y\right)\right)$

Regla cadena
$\frac{\partial}{\partial\, u}\left(\sin\left(u\right)\right)\frac{\partial}{\partial\, y}\left(x+y\right) = \cos\left(u\right)\frac{\partial}{\partial\, y}\left(x+y\right) =$
$\cos\left(x+y\right)\frac{\partial}{\partial\, y}\left(x+y\right)$
$\frac{\partial}{\partial\, y}\left(x\right) + \frac{\partial}{\partial\, y}\left(y\right) = 0+1$
$\frac{1}{x}\cos\left(x+y\right)\cdot\ 1 = \frac{\cos(x+y)}{x}$

$\frac{\partial}{\partial\, y}\left(\frac{\cos(x+y)}{x}\right) = \frac{1}{x}\frac{\partial}{\partial\, y}\left(\cos\left(x+y\right)\right)$
Regla cadena
$\frac{\partial}{\partial\, y}\left(\cos\left(x+y\right)\right)$
$\frac{\partial}{\partial\, u}\left(\cos\left(u\right)\right)\frac{\partial}{\partial\, y}\left(x+y\right) =$
$-\sin\left(u\right)\frac{\partial}{\partial\, y}\left(x+y\right) =$
$-\sin\left(x+y\right)\frac{\partial}{\partial\, y}\left(x+y\right)$
$= \frac{1}{x}\left(-\sin\left(x+y\right)\cdot\ 1\right) = -\frac{\sin(x+y)}{x}$

R// Falso $-\frac{\sin(x+y)}{x} \neq \frac{\sin(x+y)}{x}$

D) $F_{yx} = F_{xy};\ Si\ f(x,y) = \frac{\sin(x+y)}{x}$

$\frac{\partial}{\partial\, y}\left(\frac{\sin(x+y)}{x}\right) = \frac{\cos(x+y)}{x}$

$\frac{\partial}{\partial\, x}\left(\frac{\cos(x+y)}{x}\right) = \frac{\frac{\partial}{\partial\, x}(\cos(x+y))x - \frac{\partial}{\partial\, x}(x)\cos(x+y)}{x^2}$

$\frac{\partial}{\partial\, x}\left(\cos\left(x+y\right)\right) =$
$-\sin\left(x+y\right)\frac{\partial}{\partial\, x}\left(x+y\right) = -\sin\left(x+y\right)\frac{\partial}{\partial\, x}\left(x+y\right) =$
$-\sin\left(x+y\right)\cdot\ 1 = -\sin\left(x+y\right)$
$\frac{\partial}{\partial\, x}\left(x\right) = 1$

$\frac{(-\sin(x+y))x - 1\cdot\cos(x+y)}{x^2} = \frac{-x\sin(x+y) - \cos(x+y)}{x^2}$

$\frac{\partial}{\partial\, x}\left(\frac{\sin(x+y)}{x}\right) = \frac{\frac{\partial}{\partial\, x}(\sin(x+y))x - \frac{\partial}{\partial\, x}(x)\sin(x+y)}{x^2}$

$\frac{\partial}{\partial\, x}\left(\sin\left(x+y\right)\right) = \cos\left(x+y\right)\frac{\partial}{\partial\, x}\left(x+y\right)$
$\cos\left(x+y\right)\cdot\ 1 = \cos\left(x+y\right)$

$\frac{\partial}{\partial\, x}\left(x\right) = 1$

$= \frac{\cos(x+y)x - 1\cdot\sin(x+y)}{x^2} = \frac{x\cos(x+y) - \sin(x+y)}{x^2}$

$\frac{\partial}{\partial\, y}\left(\frac{x\cos(x+y)-\sin(x+y)}{x^2}\right)=\frac{1}{x^2}\frac{\partial}{\partial\, y}\left(x\cos\left(x+y\right)-\sin\left(x+y\right)\right)=$
$\frac{1}{x^2}\left(\frac{\partial}{\partial\, y}\left(x\cos\left(x+y\right)\right)-\frac{\partial}{\partial\, y}\left(\sin\left(x+y\right)\right)\right)=$

$\frac{\partial}{\partial\, y}\left(x\cos\left(x+y\right)\right)=x\frac{\partial}{\partial\, y}\left(\cos\left(x+y\right)\right)=$
$-\sin\left(x+y\right)\frac{\partial}{\partial\, y}\left(x+y\right)=x\left(-\sin\left(x+y\right)\cdot\ 1\right)=-x\sin\left(x+y\right)$

$\frac{\partial}{\partial\, y}\left(\sin\left(x+y\right)\right)=\cos\left(x+y\right)\frac{\partial}{\partial\, y}\left(x+y\right)=$
$\cos\left(x+y\right)\cdot\ 1==\cos\left(x+y\right)$

$=\frac{1}{x^2}\left(-x\sin\left(x+y\right)-\cos\left(x+y\right)\right)=\frac{-x\sin(x+y)-\cos(x+y)}{x^2}$

R// Verdadero $\frac{-x\sin(x+y)-\cos(x+y)}{x^2}=\frac{-x\sin(x+y)-\cos(x+y)}{x^2}$

2 Halle los extremos relativos de:

A) $F_{y,x}=-x^3+4xy-2y^2+1$

Puntos criticos
$\frac{\partial}{\partial\, x}\left(-x^3+4xy-2y^2+1\right)=-\frac{\partial}{\partial\, x}\left(x^3\right)+\frac{\partial}{\partial\, x}\left(4xy\right)-\frac{\partial}{\partial\, x}\left(2y^2\right)+\frac{\partial}{\partial\, x}\left(1\right)=4y-3x^2$
$\frac{\partial}{\partial\, y}\left(-x^3+4xy-2y^2+1\right)=-\frac{\partial}{\partial\, y}\left(x^3\right)+\frac{\partial}{\partial\, y}\left(4xy\right)-\frac{\partial}{\partial\, y}\left(2y^2\right)+\frac{\partial}{\partial\, y}\left(1\right)=4x-4y$
$\nabla f\left(x,\ y\right)\left(4y-3x^2,\ 4x-4y\right)$

$\begin{bmatrix}4y-3x^2=0\\4x-4y=0\end{bmatrix}$

$4y-3x^2+\left(4x-4y\right)=0+0$
$-3x^2+4x=0$
$x_{1,\,2}=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4(-3)\cdot\,0}}{2(-3)}\ \left(x=0,\ x=\frac{4}{3}\right)$

$4y-3\cdot\ 0^2=0$
$y=0$

$4y-3\left(\frac{4}{3}\right)^2=0$
$y=\frac{4}{3}$

$\begin{pmatrix}x=0, & y=0\\x=\frac{4}{3}, & y=\frac{4}{3}\end{pmatrix}\ \left(0,\ 0\right),\ \left(\frac{4}{3},\ \frac{4}{3}\right)$

$\frac{\partial^2}{\partial\, x^2}\left(-x^3+4xy-2y^2+1\right)=-\frac{\partial}{\partial\, x}\left(x^3\right)+\frac{\partial}{\partial\, x}\left(4xy\right)-\frac{\partial}{\partial\, x}\left(2y^2\right)+\frac{\partial}{\partial\, x}\left(1\right)=$
$-3x^2+4y-0+0$
$\frac{\partial}{\partial\, x}\left(4y-3x^2\right)=-6x$

$\frac{\partial^2}{\partial\, y^2}\left(-x^3+4xy-2y^2+1\right)=-\frac{\partial}{\partial\, y}\left(x^3\right)+\frac{\partial}{\partial\, y}\left(4xy\right)-\frac{\partial}{\partial\, y}\left(2y^2\right)+\frac{\partial}{\partial\, y}\left(1\right)=$
$-0+4x-4y+0$
$\frac{\partial}{\partial\, y}\left(4x-4y\right)=-4$

$\frac{\partial^2}{\partial\, x\partial\, y}\left(-x^3+4xy-2y^2+1\right)$
$\frac{\partial}{\partial\, x}\left(-x^3+4xy-2y^2+1\right)=-3x^2+4y-0+0=4y-3x^2$
$\frac{\partial}{\partial\, y}\left(4y-3x^2\right)=4$

$D\left(x,\ y\right)=\left(-6x\right)\left(-4\right)-\left(4\right)^2=24x-16$
$D\left(x,\ y\right)=24x-16$ en $\left(0,\ 0\right):$ Negativo
Silla $\left(0,\ 0\right)$
$D\left(x,\ y\right)=24x-16$ en $\left(\frac{4}{3},\ \frac{4}{3}\right):$ Positivo

Máximo $\left(\frac{4}{3},\ \frac{4}{3}\right)$

B) $F_{y,x} = x^2 - y^2 - x - y$

Puntos criticos

$f = x^2 - y^2 - x - y$

$\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2 - y^2 - x - y\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(y^2\right) - \frac{\partial}{\partial x}(x) - \frac{\partial}{\partial x}(y) = 2x - 1$

$\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2 - y^2 - x - y\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(x^2\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(y^2\right) - \frac{\partial}{\partial y}(x) - \frac{\partial}{\partial y}(y) = -2y - 1$

$\nabla f(x,\ y) = (2x - 1,\ -2y - 1)$

$\begin{bmatrix} 4y - 3x^2 = 0 \\ 4x - 4y = 0 \end{bmatrix};\ 4y - 3x^2 + (4x - 4y) = 0 + 0 = -3x^2 + 4x = 0$

$x_{1,\,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(-3) \cdot 0}}{2(-3)}\ \left(x = 0,\ x = \frac{4}{3}\right)$

$2x - 1 = 0 \quad x = \frac{1}{2}\ ; \qquad 2y - 1 = 0 \quad y = -\frac{1}{2}$

$\frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(x^2 - y^2 - x - y\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(x^2\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(y^2\right) - \frac{\partial}{\partial y}(x) - \frac{\partial}{\partial y}(y) = -2y - 1$

$\frac{\partial}{\partial y}(-2y - 1) = -\frac{\partial}{\partial y}(2y) - \frac{\partial}{\partial y}(1) = -2$

$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(x^2 - y^2 - x - y\right) = \frac{\partial}{\partial x}(2x - 1) = 2$

$\frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(x^2 - y^2 - x - y\right) = \frac{\partial}{\partial y}(-2y - 1) = -2$

$\frac{\partial^2}{\partial x \partial y}\left(x^2 - y^2 - x - y\right)$

$\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2 - y^2 - x - y\right) = 2x - 1$

$\frac{\partial}{\partial y}(2x - 1) = 0$

$D(x,\ y) = 2(-2) - (0)^2 = -4$

$D(x,\ y) = -4$ en $\left(\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2}\right):$ Negativo

$D < 0\ en\ \left(\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2}\right)$, Silla $\left(\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2}\right)$

C) $F_{y,x} = x^2 - y^2 - 3xy$

Puntos criticos

$f = x^2 - y^2 - 3xy$

$\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2 - y^2 - 3xy\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(y^2\right) - \frac{\partial}{\partial x}(3xy) = 2x - 3ys$

$\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2 - y^2 - 3xy\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(x^2\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(y^2\right) - \frac{\partial}{\partial y}(3xy) = -3x - 2y$

$\nabla f(x,\ y) = (2x - 3y,\ -3x - 2y)$

$\begin{bmatrix} 2x - 3y = 0 \\ -3x - 2y = 0 \end{bmatrix}$

$2x - 3y = 0x = \frac{3y}{2}$

$-3 \cdot \frac{3y}{2} - 2y = 0 \qquad -\frac{13y}{2} = 0 \qquad x = 0,\ y = 0$

$\frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(x^2 - y^2 - 3xy\right)$

$\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2 - y^2 - 3xy\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(x^2\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(y^2\right) - \frac{\partial}{\partial y}(3xy) = -3x - 2y$

$\frac{\partial}{\partial\, y}\left(-3x-2y\right)=-\frac{\partial}{\partial\, y}\left(3x\right)-\frac{\partial}{\partial\, y}\left(2y\right)=-0-2=-2$

$f\left(x,\ y\right)=x^2-y^2-3xy$
$\frac{\partial^2}{\partial\, x^2}\left(x^2-y^2-3xy\right)=\frac{\partial}{\partial\, x}\left(2x-3y\right)=2$
$\frac{\partial^2}{\partial\, y^2}\left(x^2-y^2-3xy\right)=\frac{\partial}{\partial\, y}\left(-3x-2y\right)=-2$
$\frac{\partial^2}{\partial\, x\partial\, y}\left(x^2-y^2-3xy\right)=\frac{\partial}{\partial\, y}\left(2x-3y\right)=-3$

$D\left(x,\ y\right)=2\left(-2\right)-\left(\left(-3\right)\right)^2=-13$

$D\left(x,\ y\right)=-13\,\text{en}\ \left(0,\ 0\right):\quad \text{Negativo}$
$D\left(x,\ y\right)<0,\ \text{Silla}\left(0,\ 0\right)$

3 Grafique todas las funciones del ejercicio anterior en el software de su preferencia. Luego compruebe que los resultados obtenidos son correctos:

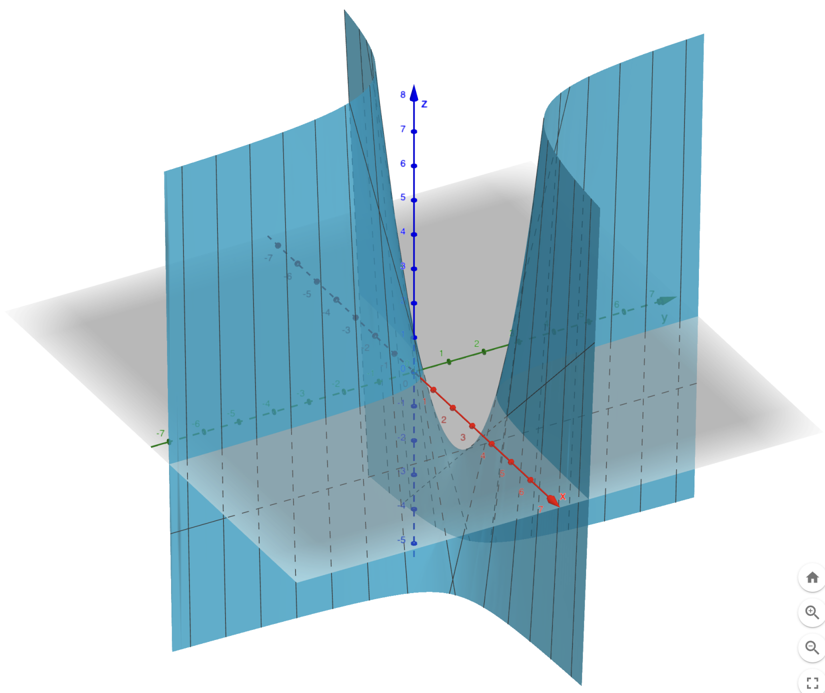


Figura 0.1: $F_{y,x}=-x^3+4xy-2y^2+1$ *Resultados coinciden*

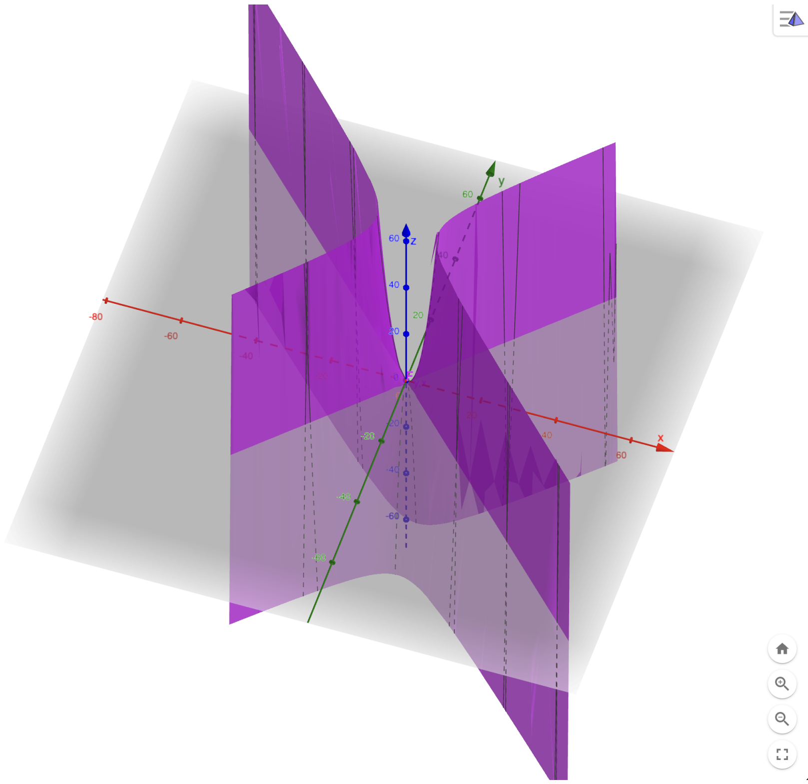


Figura 0.2: $F_{y,x} = x^2 - y^2 - x - y$ *Resultados coinciden*

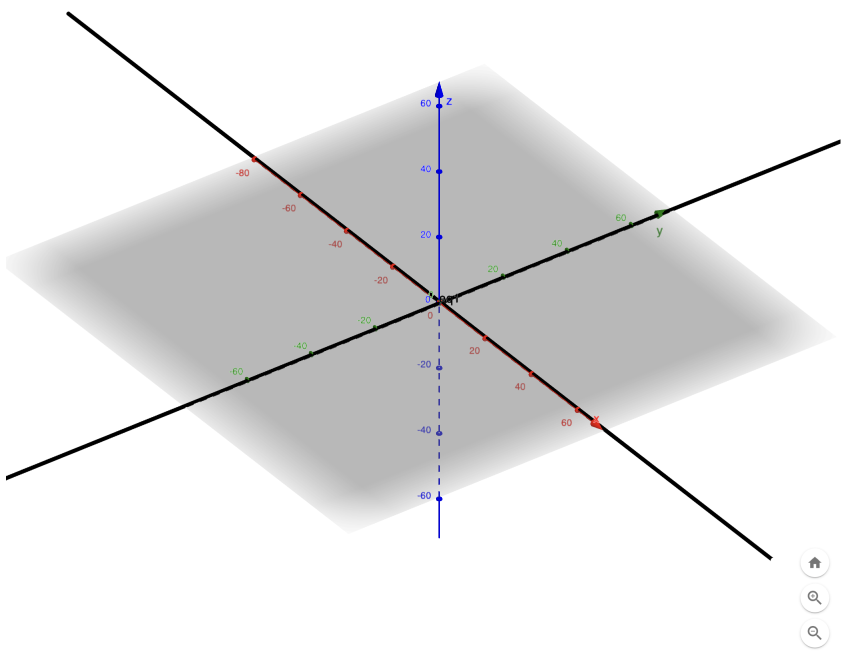


Figura 0.3: $F_{y,x} = x^2 - y^2 - 3xy$ *Resultados coinciden*

4 ¿Cómo se calcula el plano tangente a una superficie? Busque y copie su defi- nición. Luego copie un ejemplo del libro donde se calcule un plano tangente (sección 14,4 del libro). Por último, calcule y grafique el plano tangente a:

$z \; = \; 1 - \frac{x^2+4y}{10}$ *en el punto* $\left(1, \; 1, \; \frac{1}{2}\right)$

Para calcular el plano tangente a una superficie en un punto específico, primero necesitamos la ecuación de la superficie, que generalmente se da en la forma $F(x, y, z) = 0$ o explícitamente como $z = f(x, y)$, y el punto de tangencia $P(x_0, y_0, z_0)$. El proceso involucra los siguientes pasos:

1. Si la superficie está dada por $F(x, y, z) = 0$: Calculamos las derivadas parciales de F con respecto a x, y, y z en el punto dado. Estas derivadas parciales serán los coeficientes A, B, y C en la ecuación del plano tangente $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.

2. Si la superficie está dada explícitamente como $z = f(x, y)$: Calculamos las derivadas parciales de f con respecto a x y y en el punto (x_0, y_0). Estas derivadas parciales, denotadas como f_x y f_y, se utilizan para formular la ecuación del plano tangente, que es $z = z_0 + f_x(x - x_0) + f_y(y - y_0)$.

Observe la similitud entre las ecuaciones del plano tangente y de una recta tangente:

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

$\boxed{2}$ Suponga que las derivadas parciales de f son continuas. Una ecuación del plano tangente a la superficie $z = f(x, y)$ en el punto $P(x_0, y_0, z_0)$ es

$$z - z_0 = f_x(x_0, y_0)(x - x_0) + f_y(x_0, y_0)(y - y_0)$$

V EJEMPLO 1 Calcule el plano tangente al paraboloide elíptico $z = 2x^2 + y^2$ en el punto $(1, 1, 3)$.

SOLUCIÓN Sea $f(x, y) = 2x^2 + y^2$. Entonces

$$f_x(x, y) = 4x \qquad f_y(x, y) = 2y$$

$$f_x(1, 1) = 4 \qquad f_y(1, 1) = 2$$

Entonces $\boxed{2}$ da la ecuación del plano tangente en $(1, 1, 3)$ como

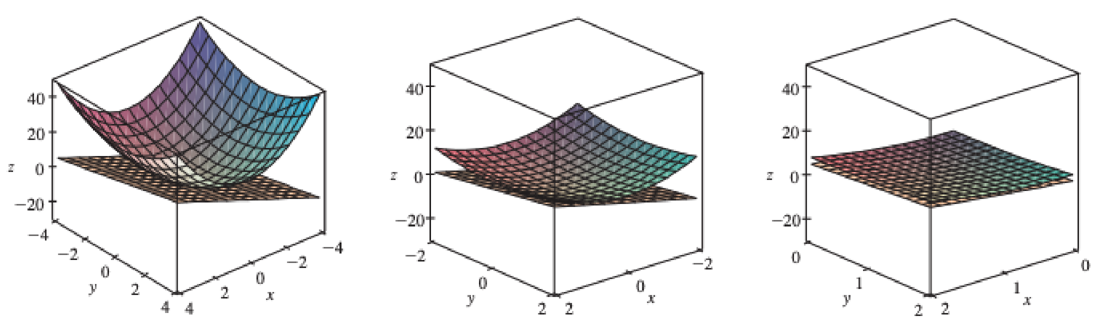
$$z - 3 = 4(x - 1) + 2(y - 1)$$

o bien,

$$z = 4x + 2y - 3$$

En la figura 2a) se ilustra el paraboloide elíptico y su plano tangente en $(1, 1, 3)$ determinado en el ejemplo 1. Los incisos b) y c) se acercan al punto $(1, 1, 3)$ restringiendo el dominio de la función $f(x, y) = 2x^2 + y^2$. Observe que a medida que se acerca, parece más plana la gráfica y más se asemeja a su plano tangente.

TEC En Visual 14.4 se pueden ver imágenes animadas de las figuras 2 y 3.



a) b) c)

FIGURA 2 El paraboloide elíptico $z = 2x^2 + y^2$ parece coincidir con su plano tangente a medida que se acerca a $(1, 1, 3)$.

$$z \ = \ 1 - \frac{x^2+4y}{10} \ en\ el\ punto \left(1,\ 1,\ \frac{1}{2}\right)$$

Derivadas Parciales

$$\frac{\partial}{\partial\, x}\left(1-\frac{x^2+4y}{10}\right) = \frac{\partial}{\partial\, x}\left(1\right) - \frac{\partial}{\partial\, x}\left(\frac{x^2+4y}{10}\right) = 0 - \frac{1}{10}\frac{\partial}{\partial\, x}\left(x^2+4y\right) = 0 - \frac{1}{10}\left(\frac{\partial}{\partial\, x}\left(x^2\right) + \frac{\partial}{\partial\, x}\left(4y\right)\right) =$$
$$0 - \frac{x}{5} = -\frac{x}{5}$$

$$\frac{\partial}{\partial\, y}\left(1-\frac{x^2+4y}{10}\right) = \frac{\partial}{\partial\, y}\left(1\right) - \frac{\partial}{\partial\, y}\left(\frac{x^2+4y}{10}\right) = 0- = \frac{1}{10}\frac{\partial}{\partial\, y}\left(x^2+4y\right) = 0 - \frac{1}{10}\left(0+4\right)$$
$$= \frac{1}{10}\left(0+4\right) = -\frac{2}{5}$$

Derivadas Parciales $(1, 1)$ para obtener las pendientes del plano tangente en las direcciones de x y y, respectivamente.

$$Para\ x = 1 \qquad f_x(1,1) = -\frac{1}{5}$$

$$Para\ y = 1 \qquad f_y(1,1) = -\frac{2}{5}$$

Ecuación del Plano Tangente

$$z - z_0 = f_x(x_0, y_0)(x - x_0) + f_y(x_0, y_0)(y - y_0)$$

Sustituyendo los valores de $f_x(1,1)$, $f_y(1,1)$, y el punto $(1, 1, \frac{1}{2})$, obtenemos:

$$z - \frac{1}{2} = -\frac{1}{5}(x-1) - \frac{2}{5}(y-1) =$$
$$z = -\frac{1}{5}x - \frac{2}{5}y + \frac{9}{10}$$

La ecuación del plano tangente a la superficie en el punto $(1, 1, \frac{1}{2})$ es:

$$z = -\frac{1}{5}x - \frac{2}{5}y + \frac{9}{10}$$

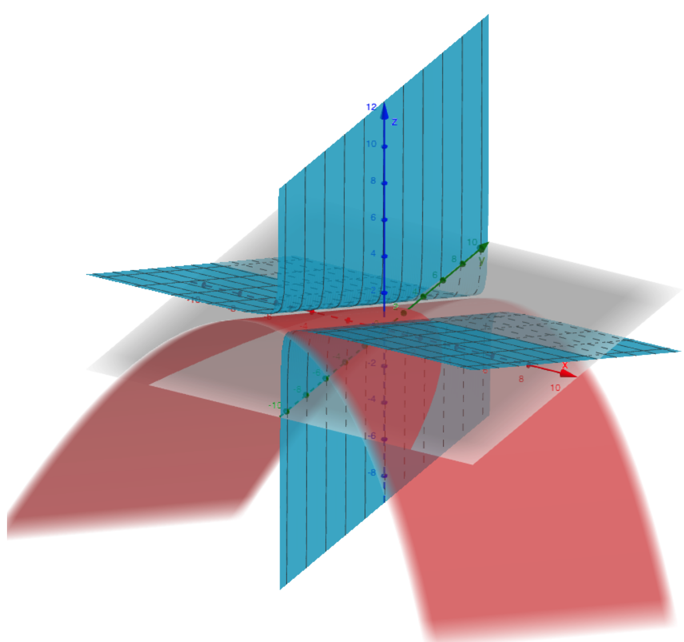


Figura 0.4: $z = -\frac{1}{5}x - \frac{2}{5}y + \frac{9}{10}$

5 a) Mediante derivación implícita calcule $\frac{\partial z}{\partial x}$ y $\frac{\partial z}{\partial y}$ para $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.

$x^2 + y^2 + z^2 - 9 = 0$
$\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2 + y^2 + z^2 - 9\right) = 2x + 0 + 0 - 0 = 2x$
$\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2 + y^2 + z^2 - 9\right) = 0 + 2y + 0 - 0 = 2y$
$\frac{\partial}{\partial z}\left(x^2 + y^2 + z^2 - 9\right) = 0 + 0 + 2z - 0 = 2z$

$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{F_x}{F_z} = -\frac{2x}{2z}$
$\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{F_y}{F_z} = -\frac{2y}{2z}$

b) Mediante derivación implícita calcule $\frac{dy}{dx}$ para $x^2 - xy + y^2 - x + y = 0$.

$\frac{d}{dy}\left(x^2 - xy + y^2 - x + y\right) = \frac{d}{dy}(0)$

$\frac{d}{dy}\left(x^2 - xy + y^2 - x + y\right) = \frac{d}{dy}\left(x^2\right) - \frac{d}{dy}(xy) + \frac{d}{dy}\left(y^2\right) - \frac{dx}{dy} + \frac{dy}{dy} =$
$2x\frac{dx}{dy} - \left(y\frac{dx}{dy} + x\right) + 2y - \frac{dx}{dy} + 1 = 2x\frac{dx}{dy} - y\frac{dx}{dy} - x + 2y - \frac{dx}{dy} + 1$

$\frac{d}{dy}(0) = 0$

$2x\frac{dx}{dy} - y\frac{dx}{dy} - x + 2y - \frac{dx}{dy} + 1 = 0$

$\frac{dx}{dy}$ como $x^{'}$
$2xx^{'} - yx^{'} - x + 2y - x^{'} + 1 = 0$
$2xx^{'} - yx^{'} - x^{'} = x - 2y - 1 = x^{'}\,(2x - y - 1) = x - 2y - 1$
$x^{'} = \frac{x-2y-1}{2x-y-1}$ v
R// $\frac{dx}{dy} = \frac{x-2y-1}{2x-y-1}$

6 Use la regla de la cadena para hallar $\frac{dw}{dt}$ si: $w = xy + xz + yz$ donde $x = t - 1$, $y = t^2 - 1$, $z = t$.

Dado que se tiene $w = xy + xz + yz$, y las expresiones de x, y, y z en términos de t son $x = t - 1$, $y = t^2 - 1$, y $z = t$, se procede a calcular $\frac{dw}{dt}$.

Las derivadas parciales de w son:
$\frac{\partial w}{\partial x} = y + z \qquad \frac{\partial w}{\partial y} = x + z \qquad \frac{\partial w}{\partial z} = x + y$

Las derivadas de x, y, y z respecto a t son:
$\frac{dx}{dt} = 1, \quad \frac{dy}{dt} = 2t, \quad \frac{dz}{dt} = 1$

regla cadena:

$$\frac{dw}{dt} = \frac{\partial w}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial w}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial w}{\partial z}\frac{dz}{dt}$$

$$\frac{dw}{dt} = (y + z)\cdot 1 + (x + z)\cdot 2t + (x + y)\cdot 1$$

$$R//: \frac{dw}{dt} = 6t^2 - 3$$