



北京航空航天大学
B E I H A N G U N I V E R S I T Y

关于分羊问题的拓展与讨论

——第一次数学建模作业

2020 年 3 月 22 日

摘要：将 17 只羊分给三个儿子，邻居借一只羊，求分法的问题推广至任意多只羊和邻居借任意多只羊的一般性问题，并利用递归的思想将其解决。

关键词：分羊；递归

目录

一、 建立数学模型	4
1. 问题描述	4
2. 问题分析	4
3. 符号说明	5
4. 模型建立	5
二、 计算与分析	6
1. 三兄弟，邻居借一只羊：	7
2. 三兄弟，邻居借两只羊：	7
3. 四兄弟，邻居借一只羊：	8
4. 四兄弟，邻居借两只羊：	10
三、 存在的问题	13
五、 本次数学建模的收获与思考	13
七、 源代码	13

一、 建立数学模型

1. 问题描述

从前有个农民，他有17只羊。他要把羊分给三个儿子。

他说：大儿子分一半，二儿子分 $1/3$ ，小儿子分 $1/9$ ，但是不许把羊杀死或者卖掉。

请给出一个策略来分这些羊。

2. 问题分析

在本题目中，因为 17 和 2、3、9 互质，在不把羊杀死或卖掉的情况下没有办法直接按照要求来分的。下面有如下两种方法：

方法一、此时若假设存在一位好心的邻居带来一只羊给他们，那么羊就有18只了。这样，大儿子分得 $18 \times 1/2 = 9$ 只，二儿子分得 $18 \times 1/3 = 6$ 只，三儿子分得 $18 \times 1/9 = 2$ 只。三个人一共分去 17 只，剩余一只正好由邻居牵回去，由此就完成了分羊。

方法二、先从理论上分一只羊，那么根据老人的要求，分法如下：

表 1 三兄弟分一只羊

次数 \ 相关方	第一次分	第二次分剩余的 $1/18$	第二次分剩余的 $1/18^2$...
老大	$1/2$	$1/2 \times 1/18$	$1/2 \times 1/18^2$...
老二	$1/3$	$1/3 \times 1/18$	$1/3 \times 1/18^2$...
老三	$1/6$	$1/6 \times 1/18$	$1/6 \times 1/18^2$...
剩余	$1/18$	$1/18^2$	$1/18^3$...

假设分羊的过程中没有消耗，那么按照这个表格一直分下去，老大将分得一只羊的：

$$\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{18} + \frac{1}{18^2} + \frac{1}{18^3} + \cdots \right) = \frac{9}{17}$$

老二将分得一只羊的：

$$\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{18} + \frac{1}{18^2} + \frac{1}{18^3} + \cdots \right) = \frac{6}{17}$$

老三将分得一只羊的：

$$\frac{1}{6} \left(1 + \frac{1}{18} + \frac{1}{18^2} + \frac{1}{18^3} + \cdots \right) = \frac{2}{17}$$

故三兄弟将各分得 17 只羊的 9 只、6 只和 2 只。由此也完成了分羊的方法。

下面我们对问题进行一般化处理，假设农民有 n 只羊（未知），要分给 m 个儿子（给定），每个儿子分得的羊占总的 $\frac{1}{x_i} (i = 1, 2, 3 \dots m)$ (x_i 未知)，并且 $1 > \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2} > \cdots > \frac{1}{x_m}$ ，即 $1 < x_1 < x_2 < \cdots < x_m$ 。再牵来 p 只羊后（给定），羊就能够分配了。也就是说， $x_i (i = 1, 2, 3 \dots m)$ 都能整除 $n + p$ ， m 个儿子分过之后，还剩下正好 p 只羊。那么问题即为在给定儿子的数目 m 和邻居能借的羊的个数后，求出可能的分配方案。

3. 符号说明

表 2 符号说明

n	农民要分的羊的数目
m	农民的儿子数目
$\frac{1}{x_i} (i = 1, 2, 3 \dots m)$	每个儿子分得的比例
p	邻居前来的羊的数目

4. 模型建立

使用上面所述的方法一，我们来解这个一般问题。每个儿子分得的羊的个数分别为：

$$\frac{n + p}{x_i} (i = 1, 2, 3 \dots m)$$

所有的儿子一共分得的羊的个数为 n 只，即：

$$\frac{n + p}{x_1} + \frac{n + p}{x_2} + \frac{n + p}{x_3} + \cdots + \frac{n + p}{x_m} = n$$

等式两边同除以 $n + p$ 得：

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \cdots + \frac{1}{x_m} = \frac{n}{n + p} = 1 - \frac{p}{n + p}$$

移项得：

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \cdots + \frac{1}{x_m} + \sum_{i=1}^p \frac{1}{n+p} = 1$$

即等式左端一共有 $m + p$ 项分子为 1 的分式相加，我们可以将其看作 $m + p$ 个儿子。并且有： $1 < x_1 < x_2 < \cdots < x_m \leq n + p$ ， x_i 均为正整数。由此，我们可以通过以下算法将每种方案求出。

首先考虑 x_1 ，它是大于 1 的正整数，最小是 2，那么最大是多少呢？ x_1 越大， $\frac{1}{x_1}$ 越小，因为 $x_2, x_3 \dots x_m$ 都比 x_1 大，所以 $\frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_3}, \dots, \frac{1}{x_m}$ 都比 $\frac{1}{x_1}$ 小。不过他们又不能太小，否则加起来就凑不成 1 了。故如果将 $\frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_3}, \dots, \frac{1}{x_m}$ 以及 $n + p$ 均看成 x_1 的话，我们有：

$$\frac{m+p}{x_1} < 1$$

即 $x_1 > m + p$ 。

同理，我们求出来 x_1 后，用等式右边的 1 减去已经求得的 $\frac{1}{x_1}$ ，便得到：

$$\frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \cdots + \frac{1}{x_m} + \sum_{i=1}^p \frac{1}{n+p} = 1 - \frac{1}{x_1}$$

便转化为了与上面一样的问题，那么这个问题就可以用递归的方法逐步向下求解。

当求解到 x_m 时，等式左边就只剩下了 $\sum_{i=1}^p \frac{1}{n+p}$ ，可直接解出 n ，如果解出来的 n 不是正整数，或者说经验证 $n+p$ 不能被全部的 x_i 整除，则舍弃，否则就解出了一种方案，这种算法可一次性求出所有的方案。

二、计算与分析

根据上述的分析，我们构造算法如下：

1. 令 $equal = 1$ （等式右端的值）， $remain_num = m + p$ （表示等式左端还有几项分子为 1 的项）， $left = 1$ （ x_1 的左边界）， $result = []$ （存储所有的情况）， $problem = []$ （存储一种情况）
2. 如果 $remain_num$ 与 p 相等，转到 3，否则转到 4
3. $n = p / equal - p$ ，如果 n 是正整数并且对于所有在 $problem$ 中的值， $n + p$ 均能整除，那么 $result$ 中加入 $problem$ ，并且将 $problem$ 清空。否则，仅将 $problem$ 清空。返回。
4. 右边界 $right = (remain_num / equal).floor()$ （ $floor$ 函数表示向下取整）
5. 对于每个 i 从 $left$ 到 end ，执行：

```

index = m + p - remain_num;
problem[index] = i;
remain_num := remain_num - 1;
left = i;
equal := equal - 1 / i;
转 2

```

最终 result 中即为所有的可能情况。

下面利用该算法计算题目中的问题（下面列出的是算法的输出结果，前 m 列为各个儿子分的比例 x_i ，之后是总羊数，最后一列是 1.4 模型建立中的等式，最后一行输出方法的种类数）：

1. 三兄弟，邻居借一只羊：

x1	x2	x3	n	formula
2	3	7	41	$(41+1)/2 + (41+1)/3 + (41+1)/7 = 41$
2	3	8	23	$(23+1)/2 + (23+1)/3 + (23+1)/8 = 23$
2	3	9	17	$(17+1)/2 + (17+1)/3 + (17+1)/9 = 17$
2	3	12	11	$(11+1)/2 + (11+1)/3 + (11+1)/12 = 11$
2	4	5	19	$(19+1)/2 + (19+1)/4 + (19+1)/5 = 19$
2	4	6	11	$(11+1)/2 + (11+1)/4 + (11+1)/6 = 11$
2	4	8	7	$(7+1)/2 + (7+1)/4 + (7+1)/8 = 7$
total: 7				

2. 三兄弟，邻居借两只羊：

x1	x2	x3	n	formula
2	3	7	82	$(82+2)/2 + (82+2)/3 + (82+2)/7 = 82$
2	3	8	46	$(46+2)/2 + (46+2)/3 + (46+2)/8 = 46$
2	3	9	34	$(34+2)/2 + (34+2)/3 + (34+2)/9 = 34$
2	3	10	28	$(28+2)/2 + (28+2)/3 + (28+2)/10 = 28$
2	3	12	22	$(22+2)/2 + (22+2)/3 + (22+2)/12 = 22$
2	3	18	16	$(16+2)/2 + (16+2)/3 + (16+2)/18 = 16$
2	4	5	38	$(38+2)/2 + (38+2)/4 + (38+2)/5 = 38$

2	4	6	22	$(22+2)/2 + (22+2)/4 + (22+2)/6 = 22$
2	4	8	14	$(14+2)/2 + (14+2)/4 + (14+2)/8 = 14$
2	4	12	10	$(10+2)/2 + (10+2)/4 + (10+2)/12 = 10$
2	5	10	8	$(8+2)/2 + (8+2)/5 + (8+2)/10 = 8$
total: 11				

3. 四兄弟，邻居借一只羊：

x1	x2	x3	x4	n	formula
2	3	7	43	1805	$(1805+1)/2 + (1805+1)/3 + (1805+1)/7 + (1805+1)/43 = 1805$
2	3	7	44	923	$(923+1)/2 + (923+1)/3 + (923+1)/7 + (923+1)/44 = 923$
2	3	7	45	629	$(629+1)/2 + (629+1)/3 + (629+1)/7 + (629+1)/45 = 629$
2	3	7	48	335	$(335+1)/2 + (335+1)/3 + (335+1)/7 + (335+1)/48 = 335$
2	3	7	49	293	$(293+1)/2 + (293+1)/3 + (293+1)/7 + (293+1)/49 = 293$
2	3	7	56	167	$(167+1)/2 + (167+1)/3 + (167+1)/7 + (167+1)/56 = 167$
2	3	7	63	125	$(125+1)/2 + (125+1)/3 + (125+1)/7 + (125+1)/63 = 125$
2	3	7	84	83	$(83+1)/2 + (83+1)/3 + (83+1)/7 + (83+1)/84 = 83$
2	3	8	25	599	$(599+1)/2 + (599+1)/3 + (599+1)/8 + (599+1)/25 = 599$
2	3	8	26	311	$(311+1)/2 + (311+1)/3 + (311+1)/8 + (311+1)/26 = 311$
2	3	8	27	215	$(215+1)/2 + (215+1)/3 + (215+1)/8 + (215+1)/27 = 215$
2	3	8	28	167	$(167+1)/2 + (167+1)/3 + (167+1)/8 + (167+1)/28 = 167$
2	3	8	30	119	$(119+1)/2 + (119+1)/3 + (119+1)/8 + (119+1)/30 = 119$
2	3	8	32	95	$(95+1)/2 + (95+1)/3 + (95+1)/8 + (95+1)/32 = 95$
2	3	8	36	71	$(71+1)/2 + (71+1)/3 + (71+1)/8 + (71+1)/36 = 71$
2	3	8	48	47	$(47+1)/2 + (47+1)/3 + (47+1)/8 + (47+1)/48 = 47$
2	3	9	19	341	$(341+1)/2 + (341+1)/3 + (341+1)/9 + (341+1)/19 = 341$
2	3	9	20	179	$(179+1)/2 + (179+1)/3 + (179+1)/9 + (179+1)/20 = 179$
2	3	9	21	125	$(125+1)/2 + (125+1)/3 + (125+1)/9 + (125+1)/21 = 125$
2	3	9	24	71	$(71+1)/2 + (71+1)/3 + (71+1)/9 + (71+1)/24 = 71$
2	3	9	27	53	$(53+1)/2 + (53+1)/3 + (53+1)/9 + (53+1)/27 = 53$
2	3	9	36	35	$(35+1)/2 + (35+1)/3 + (35+1)/9 + (35+1)/36 = 35$

2	3	10	16	239	$(239+1)/2 + (239+1)/3 + (239+1)/10 + (239+1)/16 = 239$
2	3	10	18	89	$(89+1)/2 + (89+1)/3 + (89+1)/10 + (89+1)/18 = 89$
2	3	10	20	59	$(59+1)/2 + (59+1)/3 + (59+1)/10 + (59+1)/20 = 59$
2	3	10	30	29	$(29+1)/2 + (29+1)/3 + (29+1)/10 + (29+1)/30 = 29$
2	3	12	13	155	$(155+1)/2 + (155+1)/3 + (155+1)/12 + (155+1)/13 = 155$
2	3	12	14	83	$(83+1)/2 + (83+1)/3 + (83+1)/12 + (83+1)/14 = 83$
2	3	12	15	59	$(59+1)/2 + (59+1)/3 + (59+1)/12 + (59+1)/15 = 59$
2	3	12	16	47	$(47+1)/2 + (47+1)/3 + (47+1)/12 + (47+1)/16 = 47$
2	3	12	18	35	$(35+1)/2 + (35+1)/3 + (35+1)/12 + (35+1)/18 = 35$
2	3	12	24	23	$(23+1)/2 + (23+1)/3 + (23+1)/12 + (23+1)/24 = 23$
2	4	5	21	419	$(419+1)/2 + (419+1)/4 + (419+1)/5 + (419+1)/21 = 419$
2	4	5	22	219	$(219+1)/2 + (219+1)/4 + (219+1)/5 + (219+1)/22 = 219$
2	4	5	24	119	$(119+1)/2 + (119+1)/4 + (119+1)/5 + (119+1)/24 = 119$
2	4	5	25	99	$(99+1)/2 + (99+1)/4 + (99+1)/5 + (99+1)/25 = 99$
2	4	5	30	59	$(59+1)/2 + (59+1)/4 + (59+1)/5 + (59+1)/30 = 59$
2	4	5	40	39	$(39+1)/2 + (39+1)/4 + (39+1)/5 + (39+1)/40 = 39$
2	4	6	13	155	$(155+1)/2 + (155+1)/4 + (155+1)/6 + (155+1)/13 = 155$
2	4	6	14	83	$(83+1)/2 + (83+1)/4 + (83+1)/6 + (83+1)/14 = 83$
2	4	6	15	59	$(59+1)/2 + (59+1)/4 + (59+1)/6 + (59+1)/15 = 59$
2	4	6	16	47	$(47+1)/2 + (47+1)/4 + (47+1)/6 + (47+1)/16 = 47$
2	4	6	18	35	$(35+1)/2 + (35+1)/4 + (35+1)/6 + (35+1)/18 = 35$
2	4	6	24	23	$(23+1)/2 + (23+1)/4 + (23+1)/6 + (23+1)/24 = 23$
2	4	7	10	139	$(139+1)/2 + (139+1)/4 + (139+1)/7 + (139+1)/10 = 139$
2	4	7	14	27	$(27+1)/2 + (27+1)/4 + (27+1)/7 + (27+1)/14 = 27$
2	4	8	9	71	$(71+1)/2 + (71+1)/4 + (71+1)/8 + (71+1)/9 = 71$
2	4	8	10	39	$(39+1)/2 + (39+1)/4 + (39+1)/8 + (39+1)/10 = 39$
2	4	8	12	23	$(23+1)/2 + (23+1)/4 + (23+1)/8 + (23+1)/12 = 23$
2	4	8	16	15	$(15+1)/2 + (15+1)/4 + (15+1)/8 + (15+1)/16 = 15$
2	5	6	8	119	$(119+1)/2 + (119+1)/5 + (119+1)/6 + (119+1)/8 = 119$

2 5 6 10 29 $(29+1)/2 + (29+1)/5 + (29+1)/6 + (29+1)/10 = 29$

total: 52

4. 四兄弟，邻居借两只羊：

x1	x2	x3	x4	n	formula
2	3	7	43	3610	$(3610+2)/2 + (3610+2)/3 + (3610+2)/7 + (3610+2)/43 = 3610$
2	3	7	44	1846	$(1846+2)/2 + (1846+2)/3 + (1846+2)/7 + (1846+2)/44 = 1846$
2	3	7	45	1258	$(1258+2)/2 + (1258+2)/3 + (1258+2)/7 + (1258+2)/45 = 1258$
2	3	7	46	964	$(964+2)/2 + (964+2)/3 + (964+2)/7 + (964+2)/46 = 964$
2	3	7	48	670	$(670+2)/2 + (670+2)/3 + (670+2)/7 + (670+2)/48 = 670$
2	3	7	49	586	$(586+2)/2 + (586+2)/3 + (586+2)/7 + (586+2)/49 = 586$
2	3	7	54	376	$(376+2)/2 + (376+2)/3 + (376+2)/7 + (376+2)/54 = 376$
2	3	7	56	334	$(334+2)/2 + (334+2)/3 + (334+2)/7 + (334+2)/56 = 334$
2	3	7	63	250	$(250+2)/2 + (250+2)/3 + (250+2)/7 + (250+2)/63 = 250$
2	3	7	70	208	$(208+2)/2 + (208+2)/3 + (208+2)/7 + (208+2)/70 = 208$
2	3	7	84	166	$(166+2)/2 + (166+2)/3 + (166+2)/7 + (166+2)/84 = 166$
2	3	7	126	124	$(124+2)/2 + (124+2)/3 + (124+2)/7 + (124+2)/126 = 124$
2	3	8	25	1198	$(1198+2)/2 + (1198+2)/3 + (1198+2)/8 + (1198+2)/25 = 1198$
2	3	8	26	622	$(622+2)/2 + (622+2)/3 + (622+2)/8 + (622+2)/26 = 622$
2	3	8	27	430	$(430+2)/2 + (430+2)/3 + (430+2)/8 + (430+2)/27 = 430$
2	3	8	28	334	$(334+2)/2 + (334+2)/3 + (334+2)/8 + (334+2)/28 = 334$
2	3	8	30	238	$(238+2)/2 + (238+2)/3 + (238+2)/8 + (238+2)/30 = 238$
2	3	8	32	190	$(190+2)/2 + (190+2)/3 + (190+2)/8 + (190+2)/32 = 190$
2	3	8	36	142	$(142+2)/2 + (142+2)/3 + (142+2)/8 + (142+2)/36 = 142$
2	3	8	40	118	$(118+2)/2 + (118+2)/3 + (118+2)/8 + (118+2)/40 = 118$
2	3	8	48	94	$(94+2)/2 + (94+2)/3 + (94+2)/8 + (94+2)/48 = 94$
2	3	8	72	70	$(70+2)/2 + (70+2)/3 + (70+2)/8 + (70+2)/72 = 70$
2	3	9	19	682	$(682+2)/2 + (682+2)/3 + (682+2)/9 + (682+2)/19 = 682$
2	3	9	20	358	$(358+2)/2 + (358+2)/3 + (358+2)/9 + (358+2)/20 = 358$
2	3	9	21	250	$(250+2)/2 + (250+2)/3 + (250+2)/9 + (250+2)/21 = 250$

2	3	9	22	196	$(196+2)/2 + (196+2)/3 + (196+2)/9 + (196+2)/22 = 196$
2	3	9	24	142	$(142+2)/2 + (142+2)/3 + (142+2)/9 + (142+2)/24 = 142$
2	3	9	27	106	$(106+2)/2 + (106+2)/3 + (106+2)/9 + (106+2)/27 = 106$
2	3	9	30	88	$(88+2)/2 + (88+2)/3 + (88+2)/9 + (88+2)/30 = 88$
2	3	9	36	70	$(70+2)/2 + (70+2)/3 + (70+2)/9 + (70+2)/36 = 70$
2	3	9	54	52	$(52+2)/2 + (52+2)/3 + (52+2)/9 + (52+2)/54 = 52$
2	3	10	16	478	$(478+2)/2 + (478+2)/3 + (478+2)/10 + (478+2)/16 = 478$
2	3	10	18	178	$(178+2)/2 + (178+2)/3 + (178+2)/10 + (178+2)/18 = 178$
2	3	10	20	118	$(118+2)/2 + (118+2)/3 + (118+2)/10 + (118+2)/20 = 118$
2	3	10	30	58	$(58+2)/2 + (58+2)/3 + (58+2)/10 + (58+2)/30 = 58$
2	3	11	14	460	$(460+2)/2 + (460+2)/3 + (460+2)/11 + (460+2)/14 = 460$
2	3	11	22	64	$(64+2)/2 + (64+2)/3 + (64+2)/11 + (64+2)/22 = 64$
2	3	12	13	310	$(310+2)/2 + (310+2)/3 + (310+2)/12 + (310+2)/13 = 310$
2	3	12	14	166	$(166+2)/2 + (166+2)/3 + (166+2)/12 + (166+2)/14 = 166$
2	3	12	15	118	$(118+2)/2 + (118+2)/3 + (118+2)/12 + (118+2)/15 = 118$
2	3	12	16	94	$(94+2)/2 + (94+2)/3 + (94+2)/12 + (94+2)/16 = 94$
2	3	12	18	70	$(70+2)/2 + (70+2)/3 + (70+2)/12 + (70+2)/18 = 70$
2	3	12	20	58	$(58+2)/2 + (58+2)/3 + (58+2)/12 + (58+2)/20 = 58$
2	3	12	24	46	$(46+2)/2 + (46+2)/3 + (46+2)/12 + (46+2)/24 = 46$
2	3	12	36	34	$(34+2)/2 + (34+2)/3 + (34+2)/12 + (34+2)/36 = 34$
2	3	14	21	40	$(40+2)/2 + (40+2)/3 + (40+2)/14 + (40+2)/21 = 40$
2	3	15	30	28	$(28+2)/2 + (28+2)/3 + (28+2)/15 + (28+2)/30 = 28$
2	4	5	21	838	$(838+2)/2 + (838+2)/4 + (838+2)/5 + (838+2)/21 = 838$
2	4	5	22	438	$(438+2)/2 + (438+2)/4 + (438+2)/5 + (438+2)/22 = 438$
2	4	5	24	238	$(238+2)/2 + (238+2)/4 + (238+2)/5 + (238+2)/24 = 238$
2	4	5	25	198	$(198+2)/2 + (198+2)/4 + (198+2)/5 + (198+2)/25 = 198$
2	4	5	28	138	$(138+2)/2 + (138+2)/4 + (138+2)/5 + (138+2)/28 = 138$
2	4	5	30	118	$(118+2)/2 + (118+2)/4 + (118+2)/5 + (118+2)/30 = 118$
2	4	5	40	78	$(78+2)/2 + (78+2)/4 + (78+2)/5 + (78+2)/40 = 78$

2	4	5	60	58	$(58+2)/2 + (58+2)/4 + (58+2)/5 + (58+2)/60 = 58$
2	4	6	13	310	$(310+2)/2 + (310+2)/4 + (310+2)/6 + (310+2)/13 = 310$
2	4	6	14	166	$(166+2)/2 + (166+2)/4 + (166+2)/6 + (166+2)/14 = 166$
2	4	6	15	118	$(118+2)/2 + (118+2)/4 + (118+2)/6 + (118+2)/15 = 118$
2	4	6	16	94	$(94+2)/2 + (94+2)/4 + (94+2)/6 + (94+2)/16 = 94$
2	4	6	18	70	$(70+2)/2 + (70+2)/4 + (70+2)/6 + (70+2)/18 = 70$
2	4	6	20	58	$(58+2)/2 + (58+2)/4 + (58+2)/6 + (58+2)/20 = 58$
2	4	6	24	46	$(46+2)/2 + (46+2)/4 + (46+2)/6 + (46+2)/24 = 46$
2	4	6	36	34	$(34+2)/2 + (34+2)/4 + (34+2)/6 + (34+2)/36 = 34$
2	4	7	10	278	$(278+2)/2 + (278+2)/4 + (278+2)/7 + (278+2)/10 = 278$
2	4	7	12	82	$(82+2)/2 + (82+2)/4 + (82+2)/7 + (82+2)/12 = 82$
2	4	7	14	54	$(54+2)/2 + (54+2)/4 + (54+2)/7 + (54+2)/14 = 54$
2	4	7	28	26	$(26+2)/2 + (26+2)/4 + (26+2)/7 + (26+2)/28 = 26$
2	4	8	9	142	$(142+2)/2 + (142+2)/4 + (142+2)/8 + (142+2)/9 = 142$
2	4	8	10	78	$(78+2)/2 + (78+2)/4 + (78+2)/8 + (78+2)/10 = 78$
2	4	8	12	46	$(46+2)/2 + (46+2)/4 + (46+2)/8 + (46+2)/12 = 46$
2	4	8	16	30	$(30+2)/2 + (30+2)/4 + (30+2)/8 + (30+2)/16 = 30$
2	4	8	24	22	$(22+2)/2 + (22+2)/4 + (22+2)/8 + (22+2)/24 = 22$
2	4	9	12	34	$(34+2)/2 + (34+2)/4 + (34+2)/9 + (34+2)/12 = 34$
2	4	10	20	18	$(18+2)/2 + (18+2)/4 + (18+2)/10 + (18+2)/20 = 18$
2	5	6	8	238	$(238+2)/2 + (238+2)/5 + (238+2)/6 + (238+2)/8 = 238$
2	5	6	9	88	$(88+2)/2 + (88+2)/5 + (88+2)/6 + (88+2)/9 = 88$
2	5	6	10	58	$(58+2)/2 + (58+2)/5 + (58+2)/6 + (58+2)/10 = 58$
2	5	6	15	28	$(28+2)/2 + (28+2)/5 + (28+2)/6 + (28+2)/15 = 28$
3	4	6	12	10	$(10+2)/3 + (10+2)/4 + (10+2)/6 + (10+2)/12 = 10$

total: 79

上述算法用到的源代码由于涉及多个文件,不方便直接贴出,已上传至 github 仓库, 访问地址: <https://github.com/convivae/MathematicalModeling>, 可自行更改 main.cpp 中 SheepDistribution(2, 4) 的两个参数, 第一个参数是邻居

借的羊的数目，第二个参数是儿子的数目，运行即可查看结果。

三、存在的问题

我们如果仔细看一下题目以及我们的解法后会发现，请邻居这种解法是有问题的。农民的羊一共有 17 只，大儿子分得一半，那么大儿子应该分得的就应该是 $17/2$ 只，如果再加上约束不许杀掉或卖掉羊，那么该题就是无解的。

我们的解法看似没问题，实则存在严重的偷换概念。

一种理解是，每个儿子分得的羊的数量占比本来是“分得的羊占农夫所拥有的羊的比例”，该解法将其偷换成了“分得的羊占农夫和邻居一共的羊的比例”，这其实是违反了题意的。

另一种理解是， $1/2 + 1/3 + 1/9 = 17/18$ ，即还剩余 $1/18$ 的羊没有分完，若继续把这 $1/18$ 的羊按照 $1/2$ 、 $1/3$ 、 $1/9$ 来分下去，形成级数求和，则老大、老二、老三各分得 9 只、6 只和 2 只。但是我觉得这种理解也是不对的。因为题目中只规定了“大儿子分一半，二儿子分 $1/3$ ，小儿子分 $1/9$ ”，至于剩下的，并没有说明一定要分完。

综上所述，这道题可能的意思在于，一共需要把 17 只羊分完，并且规定儿子们分得的羊的比例必须是 9:6:2，求可能的分法。即把题目中的“一半”、“ $1/3$ ”、“ $1/2$ ”这种模糊的表述换成分得的比例为 9:6:2 这种相对准确的表述，这样不容易引起歧义。

五、本次数学建模的收获与思考

本次数学建模由分析老师讲解中课件的只有三个儿子，邻居借一只羊的方法，将其推广到了任意多个儿子和邻居借任意多只羊的一般问题，并利用编程的方法解决了该问题。

数学建模问题很多都来源于现实生活中的实际问题，这些问题我们在之前可能视而不见或是没有认真细致地去思考，而通过数学建模，将数学方法融入到现实生活中，则会让我们看问题更加的透彻，知根知底。

七、源代码

<https://github.com/convivae/MathematicalModeling>