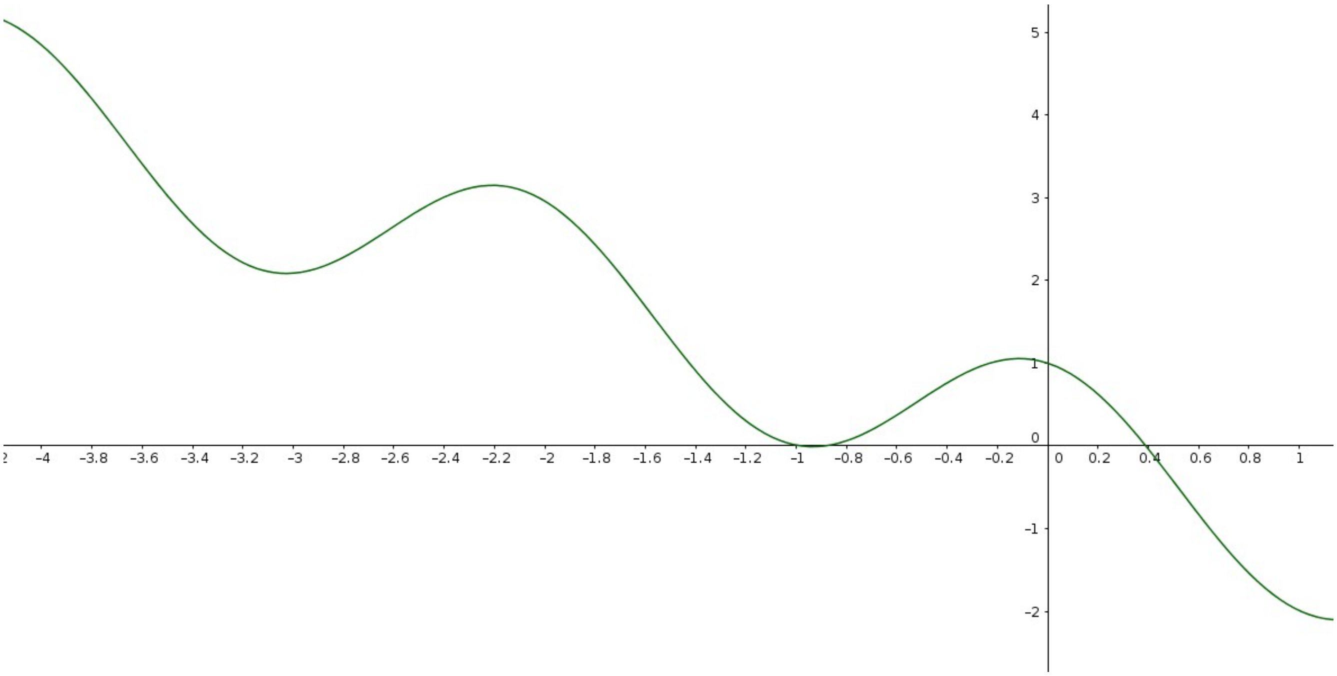
5. Encuentre la raíz de la siguiente función usando Newton-Raphson, con un error absoluto de 0.00001, explique qué ocurre y porqué, tomando en cuenta la cantidad de iteraciones y la raíz que encuentra el método:

$f(x) = \cos(3x) - x$

La función tiene la siguiente gráfica:



El método Newton-Raphson sigue la línea tangente creada por la derivada de la función en el punto x0, donde 'y' sea igual a 0 (en la recta tangente) y llega a una siguiente aproximación denominada x1. Para los siguientes casos se encuentra:

a) Usando x0 = 1 el método encuentra la raíz en x ≈ -0.887726 en 7 iteraciones. Debido a la pendiente de la función en el valor inicial x0 = 1, la recta creada por la línea tangente llega al valor de x para que y = 0 en x -0.398095. De ahí se repite el mismo procedimiento y se acerca cada vez más a la raíz mencionada.

b) Usando x0 = 0.9 el método encuentra la raíz en x ≈ 0.39004 en 5 iteraciones. La pendiente de la función en el valor inicial resulta en una x1 = 0.109482, desde donde la inclinación de la pendiente nos acerca más a la raíz en x = 0.39004.

c) Usando x0 = -1 el método encuentra la raíz en x ≈ -0.979367 en 4 iteraciones. El valor inicial ya está muy cercano a la raíz en x = -0.979367 y la pendiente nos dirige ya en esa dirección, por lo que no hay problema o saltos grandes entre cada iteración.

d) Usando x0 = -4 el método encuentra la raíz en x ≈ -0.887726 en 553 iteraciones. Como se puede observar en la gráfica, comenzando con este valor tan cercano a un punto de inflexión se tiene una pendiente con una inclinación pequeña, que lanza al método al valor de x = -2.14392 que se encuentra todavía más cercano a otro punto de inflexión con una pendiente todavía más pequeña. El método realiza este recorrido saltando de valores de x como -67162.3 o x = 22779.1 hasta que esto se comienza a disminuir y resulta en un punto donde la pendiente tiene mayor inclinación y encuentra finalmente la raíz en x ≈ -0.887726.