

# Tiling with Dominoes

SPOJ: M3TILE solution explanation

<https://stackoverflow.com/questions/16388579/spoj-m3tile-solution-explanation#>

首先定义 $T(n)$ 为  $3 \times n$  的放置方案数， $P(n)$ 为  $3 \times n$ （缺少一个角）的放置方案（ $n \geq 4$ ）

**对于 $T(n)$ ，假设从左上角开始放置，可以分两种情况：**

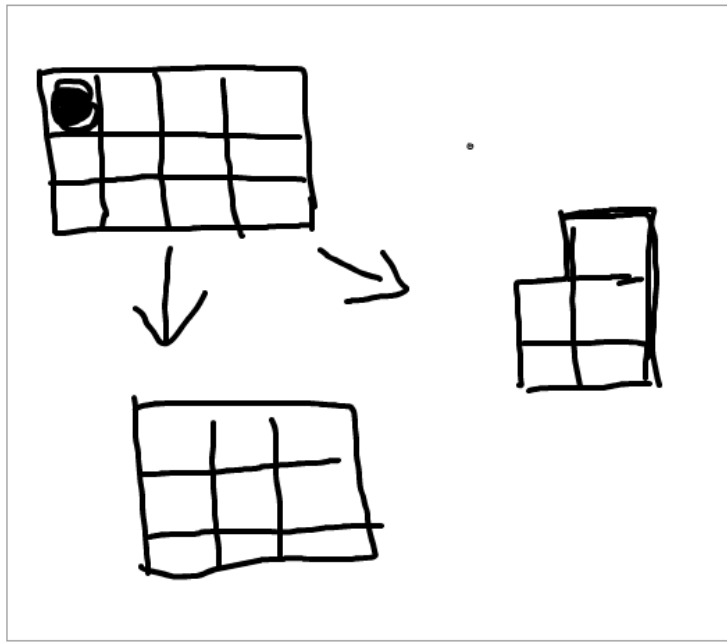
1. 左上角放了一个  $2 \times 1$  的，那么左下角必然放置一个  $1 \times 2$  的，那么问题转换求  $P(n-1)$
2. 左上角放了一个  $1 \times 2$  的，那么左下角又分为两种情况：
  1. 左下角放  $1 \times 2$  的，此时中间必然也放  $1 \times 2$  的，那么问题转为求  $T(n-2)$
  2. 左下角放  $2 \times 1$  的，那么问题又转换为求  $P(n-1)$

所以，有：

$$T(n) = 2 * P(n - 1) + T(n - 2) \quad (1)$$

接下来考虑  $P(n-1)$ （以  $3 \times 4$  为例子并假设左上角缺失）：

$P(n-1)$  有如下两种状态转移方案



所以，有：

$$P(n-1) = T(n-2) + p(n-3)$$

将上式带入 (1) 中，有：

$$T(n) = 3 * T(n-2) + P(n-3) \quad (2)$$

再令 (1) 中n为n-2，则有：

$$T(n-2) = 3 * P(n-2) + T(n-4)$$

将上式带入 (2) 中，得：

$$T(n) = 4 * T(n-2) - T(n-4)$$

```
#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;

// dp[i] 表示 3xi 的方案数
int waysOfDominoes(int n) {
    vector<int> dp(n + 1);
    dp[0] = 1, dp[1] = 0, dp[2] = 3, dp[3] = 0;
    for (int i = 4; i <= n; ++i)
```

```
        dp[i] = 4 * dp[i - 2] - dp[i - 4];
    return dp[n];
}

int main() {
    int n = 12;
    printf("%d\n", waysOfDominoes(n));
}
```