



**COPPE/UFRJ**

**OTIMIZAÇÃO DO PROJETO DA SUPERESTRUTURA DE PONTES  
PRÉ-FABRICADAS PELO MÉTODO DOS ALGORITMOS GENÉTICOS**

Carlos Frederico Macêdo Cortês

Tese de Doutorado apresentada ao Programa  
de Pós-graduação em Engenharia Civil,  
COPPE, da Universidade Federal do Rio de  
Janeiro, como parte dos requisitos  
necessários à obtenção do título de Doutor  
em Engenharia Civil.

Orientador: Ibrahim Abd El Malik Shehata

Rio de Janeiro  
Março de 2010

OTIMIZAÇÃO DO PROJETO DA SUPERESTRUTURA DE PONTES  
PRÉ-FABRICADAS PELO MÉTODO DOS ALGORITMOS GENÉTICOS

Carlos Frederico Macêdo Cortês

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Examinada por:

---

Prof. Ibrahim Abd El Malik Shehata, Ph.D.

---

Prof<sup>a</sup>. Lídia da Conceição Domingues Shehata, Ph.D.

---

Prof. Paulo Batista Gonçalves, D.Sc.

---

Prof<sup>a</sup>. Eliane Maria Lopes Carvalho, D.Sc.

---

Prof. José Márcio Fonseca Calixto, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL  
MARÇO DE 2010

Cortês, Carlos Frederico Macêdo.

Otimização do Projeto da Superestrutura de Pontes Pré-fabricadas pelo Método dos Algoritmos Genéticos / Carlos Frederico Macêdo Cortês – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2010.

XXV, 202 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Ibrahim Abd El Malik Shehata

Tese (doutorado) – UFRJ / COPPE / Programa de Engenharia Civil, 2010.

Referências Bibliográficas: p. 183-190.

1. Pontes. 2. Concreto pretendido. 3. Concreto Armado. 4. Algoritmos genéticos. 5. Estados limites. I. Shehata, Ibrahim Abd El Malik. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Título.

*À Wânia e Rafael.  
Cada gota de: sangue,  
suor e  
lágrima...  
...por vocês, tudo.*

## **Agradecimentos**

Ao meu pai, José Napion Cortês, que, além da dedicação, amizade, amor e carinho, aconselhou e incentivou meu ingresso na pós-graduação e profetizou a colheita dos frutos deste árduo trabalho.

À minha mãe, Maria Daluz Macêdo, que tem na simplicidade sua maior virtude e pelas suas incansáveis orações que tiveram a mim como objeto de suas súplicas.

A todos meus familiares, que sempre demonstraram carinho, atenção e reconheceram minha labuta e conquista.

Ao casal Jorge e Ana Rosa Ferreira, meus padrinhos de casamento, pelo conselho e incentivo ao meu ingresso no doutoramento.

Ao casal Shehata, meus orientadores, professores Ibrahim e Lídia. Diferentes personalidades que possuem em comum o entusiasmo pela propagação do saber. Vocês sabiam das minhas deficiências e dos meus percalços, mas acreditaram, incentivaram, fomentaram conhecimento e cobraram resultados constantemente. Sinto-me honrado por ter trabalhado com ele e agradeço todo o apoio maternal à ela.

À uma das pessoas mais importantes desta conquista, meu amigo e companheiro Ederli Marangon, pelo abrigo, convivência e paciência. Que Deus te abençoe e que seu sucesso seja avassalador como sua benevolência.

Ao meu grande amigo João de Almeida, pelo acolhimento, amizade, atenção e grande colaboração na fase final do meu doutorado.

Aos meus amigos, pessoas que me fizeram sentir-se bem e onde cada momento juntos sempre foram prazerosos, a quem desabafei e de quem ouvi palavras esperançosas. Meu eterno agradecimento a Carlos Rossigali e ao casal Adcleides e Helem Araújo.

Aos amigos que fiz aqui e já deixaram a COPPE: Anderson Gadéa, Cíntia Fontes, Emerson e Miriam Santos, Eugênia Fonseca, Euler Wagner, Guilherme Cordeiro, Maurício Dornellas, Miguel Pimenta e Tiago Limoeiro.

Aos amigos que fiz e que deixo na COPPE: Alex Neves, Janine Vieira, Juarez Franco, Marco Antônio, Margareth Magalhães, Reila Velasco e Vivian Balthar. Obrigado pelas momentos, gargalhadas, confidências, caronas...

Ao “trio ternura” da nossa secretaria, pelo importante apoio e pelo grande carinho que sempre tiveram por mim: Sandra Mendonça, Luzidelle Peixoto e Amanda Foligne.

Aos meus sogros Renan e Nenza Rocha, pelo suporte e infraestrutura cedida no início da minha jornada.

Aos professores do Laboratório de Estrutura, que me concederam um pouco do seu conhecimento sempre que precisei, em particular: Carlos Magluta, Eduardo Fairbain, Eduardo Miranda, Eliane Carvalho, Michèle Pfeil, Romildo Toledo e Ronaldo Battista.

Aos meus padrinhos, Carlos e Lúcia Barros, engenheiros civis que foram minha principal referência no momento de escolher minha profissão.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

**OTIMIZAÇÃO DO PROJETO DA SUPERESTRUTURA DE PONTES  
PRÉ-FABRICADAS PELO MÉTODO DOS ALGORITMOS GENÉTICOS**

Carlos Frederico Macêdo Cortês

Março/2010

Orientador: Ibrahim Abd El Malik Shehata

Programa: Engenharia Civil

O dimensionamento ótimo de pontes constituídas por longarinas pré-fabricadas em concreto protendido e tabuleiros pré-fabricados em concreto armado, através do Método dos Algoritmos Genéticos, é apresentado nesta tese. A opção por esse método de otimização deve-se à facilidade de trabalhar com um grande número de variáveis que ele propicia, sejam elas discretas ou contínuas, além dele apresentar uma solução ótima muito próxima à do ótimo global para problemas com número grande de restrições. Na modelagem utilizou-se como função-objetivo a minimização do custo dos componentes da estrutura, isto é, concreto, aço passivo e aço ativo, restringida por imposições da Norma Brasileira 6118:2003 (Projeto de Estruturas de Concreto – procedimento) quanto ao Estado Limite Último e ao Estado Limite de Serviço. A partir de uma geometria já conhecida, tais como largura do tabuleiro e vão da ponte, e de um conjunto de parâmetros de disponibilidade dos materiais, o processo de otimização visa achar valores ótimos para o número de longarinas e suas dimensões, a altura da laje do tabuleiro, o diâmetro e o número de cabos de protensão e barras de armadura passiva necessárias para armadura longitudinal e estribos das longarinas e armaduras principal e secundária da laje do tabuleiro, para que esses elementos estruturais resistam aos esforços solicitantes gerados pelo carregamento móvel e estático na ponte. Exemplos tendo como referência pontes construídas foram otimizados utilizando um programa desenvolvido em linguagem *Visual Basic*.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

**OPTIMIZATION OF SUPERSTRUCTURE DESIGN OF PRECAST BRIDGE  
USING THE GENETIC ALGORITHMS TECHNIQUE**

Carlos Frederico Macêdo Cortês

March/2010

Advisor: Ibrahim Abd El Malik Shehata

Department: Civil Engineering

The design optimization of bridge composed of precast prestressed concrete girders and precast reinforced concrete slab deck, using Genetic Algorithms technique, is presented herein. The choice of this technique is due to the ease of its application on problems with large number of variables, whether they are discrete or continuous, and due to its capacity to give solutions very close to the overall optimal one for problems with a high number of restrictions. The used objective function was based on cost minimization of the structural elements of the bridge (concrete, prestressed steel and ordinary reinforcing steel), and the design rules were according to Brazilian Standards NBR 6118:2003 (Procedure for the Design of Concrete Structures) for the ultimate limit state and the serviceability limit state. From the known general geometrical parameters of the bridge, such as deck width and bridge span, and a set of parameters of available materials, the optimization process, using the developed program in Visual Basic language, is triggered to find out the optimal solution which leads to the number of girders and its size, the slab thickness, the required diameter and number of prestressing strands and passive bars for the girders' longitudinal reinforcement and stirrups, the main and secondary reinforcement for deck slab. Examples of bench-mark bridges built were optimized using the developed program. Discussions of the obtained results and conclusions are, finally, given.

# **Índice Geral**

Agradecimentos .....	v
Índice Geral .....	ix
Índice de Figuras .....	xiii
Índice de Tabelas .....	xxiii
1. Introdução.....	1
1.1. Breve História da Otimização .....	1
1.2. A Otimização e a Engenharia Estrutural .....	2
1.3. Objetivos e Justificativas .....	5
1.4. Organização do Texto .....	7
2. Método dos Algoritmos Genéticos.....	8
2.1. Introdução.....	8
2.2. Terminologia .....	13
2.3. Descrição dos Operadores Usados nos Algoritmos Genéticos .....	14
2.3.1. Operadores de Seleção .....	14
2.3.2. Operadores de Cruzamento .....	20

2.3.3. Operadores de Mutação.....	23
2.3.4. Elitismo .....	24
2.3.5. Critérios de Parada .....	25
3. Algoritmos Genéticos Aplicados a Estruturas de Concreto .....	26
3.1. Aspectos Gerais da Otimização de Estruturas .....	26
3.2. Otimização de Vigas e Pilares de Concreto .....	28
3.3. Otimização de Lajes de Concreto .....	53
3.4. Otimização de Pontes de Concreto .....	60
3.5. Comentários Adicionais .....	68
4. Descrição e Representação do Problema.....	71
4.1. Introdução.....	71
4.2. O Programa-piloto.....	74
4.2.1. Descrição das Janelas do Programa-piloto.....	76
4.3. Variáveis de Projeto.....	83
4.3.1. Definição das Variáveis .....	83
4.3.2. Codificação e Decodificação das Variáveis .....	87
4.4. Função-objetivo .....	106
4.5. Restrições de Projeto .....	111
4.5.1. Combinações de ações e determinação dos esforços solicitantes ....	112
4.5.2. Cálculo do Momento Fletor Resistente da Seção da Longarina mais a Laje Colaborante (ELU) .....	122

4.5.3. Cálculo do Momento Fletor Resistente da Laje do Tabuleiro (ELU) .....	128
4.5.4. Cálculo do Esforço Cortante Resistente das Longarinas (ELU) .....	130
4.5.5. Verificações do Estado Limite de Serviço de Formação de Fissuras (ELS-F) .....	132
4.5.6. Verificações do Estado Limite de Serviço de Abertura de Fissuras (ELS-W).....	134
4.5.7. Verificações do Estado Limite de Serviço de Deformações Excessivas (ELS-DEF).....	135
4.5.8. Verificações do Estado Limite de Serviço de Descompressão (ELS-D) e Descompressão Parcial (ELS-Dp).....	136
4.5.9. Verificações do Estado Limite de Serviço de Compressão Excessiva (ELS-D) .....	137
4.6. Função-aptidão .....	138
5. Aplicações e Testes .....	141
5.1. Introdução.....	141
5.2. Aplicação 1.....	144
5.2.1. Descrição do Projeto de Referência .....	144
5.2.2. Testes Numéricos e Análise dos Resultados (Aplicação 1) .....	147
5.3. Aplicação 2.....	157
5.3.1. Descrição do Projeto de Referência .....	157
5.3.2. Testes Numéricos e Análise dos Resultados (Aplicação 2) .....	160
5.4. Aplicação 3.....	167

5.4.1. Descrição do Projeto de Referência .....	167
5.4.2. Testes Numéricos e Análise dos Resultados (Aplicação 3) .....	171
6. Conclusão .....	178
Referências Bibliográficas.....	183
A. Apêndice A.....	191
A.1. Aplicação 1 .....	191
A.2. Aplicação 2 .....	195
A.3. Aplicação 3 .....	199

# Índice de Figuras

<b>Figura 2.1</b> – Algoritmo genético básico. ....	11
<b>Figura 2.2</b> – Descrição gráfica dos elementos genéticos com codificação binária. ....	13
<b>Figura 2.3</b> – Exemplo de seleção pelo método da roleta. ....	16
<b>Figura 2.4</b> – Exemplo de seleção pelo método do ranqueamento. ....	20
<b>Figura 2.5</b> – Exemplo ilustrativo do operador de cruzamento de um ponto. ....	21
<b>Figura 2.6</b> – Exemplo ilustrativo do operador de cruzamento de dois pontos. ....	22
<b>Figura 2.7</b> – Exemplo ilustrativo do operador de cruzamento de n- pontos. ....	22
<b>Figura 2.8</b> – Exemplo ilustrativo do operador de cruzamento uniforme, onde dois pais geram um filho. ....	22
<b>Figura 2.9</b> – Exemplo ilustrativo do operador de cruzamento uniforme, onde dois pais geram dois filhos. ....	23
<b>Figura 2.10</b> – Desempenho comparativo entre o Algoritmo Genético com e sem elitismo, em duas execuções de programa. ....	24
<b>Figura 3.1</b> – Postes do tipo anelar estudados por Kocer e Arora (1996): (a) dimensões gerais; (b) detalhes ao longo do eixo longitudinal. ....	29

<b>Figura 3.2</b> – Seção transversal do poste estudado por Kocer e Arora (1996): (a) armadura; (b) posição das cordoalhas. ....	29
<b>Figura 3.3</b> – Carregamento dos postes de transmissão estudados por Kocer e Arora (1996): (a) devido aos condutores; (b) devido ao vento. ....	30
<b>Figura 3.4</b> – Seção transversal típica das vigas de concreto armado otimizada no trabalho de Coello <i>et al.</i> (1997). ....	31
<b>Figura 3.5</b> – Regiões com taxas de armadura diferentes em uma viga contínua (KOUMOUSIS e ARSENIS, 1998). ....	32
<b>Figura 3.6</b> – Camadas de armadura por seção considerada (KOUMOUSIS e ARSENIS, 1998). ....	33
<b>Figura 3.7</b> – Seção I considerada para viga da <b>Figura 3.8</b> (LEITE e TOPPING, 1998). ....	35
<b>Figura 3.8</b> – Carregamento e forma do cabo de protensão da viga estudada por Leite e Topping (1998). ....	35
<b>Figura 3.9</b> – Características da viga pretendida analisada por Cohn e Lounis (1994). ....	36
<b>Figura 3.10</b> – Resultados da disposição da armadura, segundo o método simplificado da Norma Britânica BS8110 (RAFIQ e SOUTHCOMBE, 1998; cotas em milímetros). ....	37
<b>Figura 3.11</b> – Resultados da disposição da armadura, segundo os Algoritmos Genéticos (RAFIQ e SOUTHCOMBE, 1998; cotas em milímetros). ....	37
<b>Figura 3.12</b> – Características principais dos dois pórticos analisados por Rajeev e Krishnamoorthy (1998). ....	39
<b>Figura 3.13</b> – Detalhamento possível previsto por Argolo (2000). ....	40
<b>Figura 3.14</b> – Detalhamento: (a) calculado através dos ábacos; (b) otimizado por Argolo (2000). ....	41
<b>Figura 3.15</b> – Detalhamento ótimo sugerido por (a) Chakrabarty (1992) e por (b) Argolo (2000). ....	42

<b>Figura 3.16</b> – Geometrias típicas de vigas e pilares de concreto armado estudos por Camp <i>et al.</i> (2003).....	42
<b>Figura 3.17</b> – Exemplo de pórtico com dois vão e seis pavimentos estudo por Camp <i>et al.</i> (2003): (a) geometria e carregamento; (b) grupos de pilares e vigas. ....	43
<b>Figura 3.18</b> – Restrições no número de barras em seções de vigas estudadas por Lee e Ahn (2003): (a) mínimo de quatro barras; (b) arranjo da armadura com o número máximo de barras; (c) exemplos de arranjos permitidos com duas camadas da armadura inferior.....	45
<b>Figura 3.19</b> – Restrições no número de barras em seções de pilares estudados por Lee e Ahn (2003): (a) mínimo de quatro barras; (b) número máximo de barras que satisfaz o espaçamento entre barras (S) e o cobrimento da armadura (c) (exemplo com agrupamento oposto de armadura).....	45
<b>Figura 3.20</b> – Detalhamento possível previsto por Bastos (2004). ....	47
<b>Figura 3.21</b> – Seções dimensionadas através de: (a) cálculo convencional; (b) calculo otimizado com seção fixada; (c) calculo otimizado com dimensões da seção variável (BASTOS, 2004) .....	47
<b>Figura 3.22</b> – Exemplo de detalhamento de armadura (GOVINDARAJ e RAMASAMI, 2005).....	48
<b>Figura 3.23</b> – Modelo típico de detalhamento de armadura (GOVINDARAJ e RAMASAMI, 2005). ....	49
<b>Figura 3.24</b> – Seções críticas consideradas para a armadura de cisalhamento (GOVINDARAJ e RAMASAMI, 2005). ....	49
<b>Figura 3.25</b> – Exemplo de pórtico com três vãos e três pavimentos estudo por Lee e Ahn (2003) e Kwak e Kim (2009). ....	52
<b>Figura 3.26</b> – Exemplo de pórtico com dois vãos e seis pavimentos, dividido em quatro grupos de pilares e dois grupos de vigas (KWAK e KIM, 2009). ....	52

<b>Figura 3.27</b> – Exemplo de pórtico com dois vãos e seis pavimentos, dividido em seis grupos de pilares e quatro grupos de vigas (KWAK e KIM, 2009).....	53
<b>Figura 3.28</b> – Estrutura de laje plana maciça estudada por Sahab <i>et al.</i> (2005a) .....	54
<b>Figura 3.29</b> – Variáveis de projeto para uma laje típica estudada por Sahab <i>et al.</i> (2005a).....	55
<b>Figura 3.30</b> – Analogia de grelhas adotado por Sahab <i>et al.</i> (2005a) para a análise estrutural do sistema de lajes maciças planas. ....	56
<b>Figura 3.31</b> – Laje com nervuras de concreto pré-fabricadas estudadas por Castilho <i>et al.</i> (2007): (a) componentes; (b) tipos de nervuras; (c) tipos de elementos de enchimento. ....	57
<b>Figura 3.32</b> – Laje nervurada pré-fabricada estudada por Castilho <i>et al.</i> (2007): (a) seção transversal da laje; (b) seção transversal da nervura. ....	58
<b>Figura 3.33</b> – Estrutura de ponte analisada por Lemonge (1999); cotas em metros. ....	60
<b>Figura 3.34</b> – Exemplo de ponte analisada por Olivieri (2004); cotas em centímetros. ....	65
<b>Figura 3.35</b> – Armadura ativa e passiva da ponte da <b>Figura 3.34</b> (OLIVIERI, 2004). ....	66
<b>Figura 3.36</b> – Influência da variação do preço do concreto no custo da superestrutura da ponte da <b>Figura 3.34</b> (OLIVIERI, 2004). ....	67
<b>Figura 3.37</b> – Influência da variação do preço do aço de protensão no custo da superestrutura da ponte da <b>Figura 3.34</b> (OLIVIERI, 2004). ....	67
<b>Figura 4.1</b> – Exemplos de vigas disponíveis no mercado (PREMAG Pré-fabricados Ltda.). ....	73
<b>Figura 4.2</b> – Exemplo de seção transversal de ponte. ....	74
<b>Figura 4.3</b> – Fluxograma do Algoritmo Genético do programa. ....	75

<b>Figura 4.4</b> – Fluxograma da sub-rotina para avaliação da população.....	76
<b>Figura 4.5</b> – Formulário de abertura do programa de otimização de pontes.....	77
<b>Figura 4.6</b> – Formulário para inserção do perfil geométrico do tabuleiro da ponte com o respectivo carregamento.....	78
<b>Figura 4.7</b> – Formulário de disponibilidades de perfis pré-fabricados comerciais.....	78
<b>Figura 4.8</b> – Formulário de parâmetros e disponibilidades dos materiais.....	79
<b>Figura 4.9</b> – Formulário de parâmetros para dimensionamento da laje do tabuleiro.....	80
<b>Figura 4.10</b> – Formulário de parâmetros para dimensionamento das longarinas.....	81
<b>Figura 4.11</b> – Formulário de parâmetros das ações na ponte.....	82
<b>Figura 4.12</b> – Formulário de parâmetros das ações na ponte para o cálculo simplificado.....	82
<b>Figura 4.13</b> – Formulário para os parâmetros do Algoritmo Genético.....	83
<b>Figura 4.14</b> – Formulário para o cálculo da taxa de mutação por fórmulas empíricas encontradas na literatura.....	83
<b>Figura 4.15</b> – Tratamento das variáveis associadas ao espaçamento entre os eixos das longarinas, no caso de ponte com número ímpar de longarinas.....	100
<b>Figura 4.16</b> – Tratamento das variáveis associadas ao espaçamento entre os eixos das longarinas, no caso de ponte com número par de longarinas....	100
<b>Figura 4.17</b> – Exemplo de cromossomos para problema com longarinas pré-fabricadas.....	105
<b>Figura 4.18</b> – Exemplo de cromossomos para problema com longarinas moldadas <i>in loco</i> .....	105

<b>Figura 4.19</b> – Reprodução do trem-tipo da figura 2 da NBR 7188:1984 (cotas em <i>mm</i> ).....	114
<b>Figura 4.20</b> – Trem-tipo posicionado totalmente à esquerda na faixa de rolamento; pior situação de carregamento para a longarina n° 1 (cotas em <i>mm</i> ).....	116
<b>Figura 4.21</b> – Carga de multidão na frente e atrás do trem-tipo que contribui para as piores solicitações na longarina n° 1.....	116
<b>Figura 4.22</b> – Carregamento na longarina n° 1 (cotas em <i>mm</i> ). .....	116
<b>Figura 4.23</b> – Situação que gera o maior momento fletor positivo no trecho entre as longarinas n° 1 e n° 2 (cotas em <i>mm</i> ).....	117
<b>Figura 4.24</b> – Situação que gera o maior momento fletor negativo no tabuleiro sobre a longarina n° 2 (cotas em <i>mm</i> ). .....	117
<b>Figura 4.25</b> – Pior situação de carregamento para longarina n° 2, com as rodas esquerdas do trem-tipo posicionadas sobre o eixo da longarina (cotas em <i>mm</i> ). .....	118
<b>Figura 4.26</b> – Carga de multidão à frente e atrás do trem-tipo que contribui para as maiores solicitações na longarina n° 2.....	118
<b>Figura 4.27</b> – Investigação do trecho do tabuleiro entre as longarinas n° 2 e n° 3: (a) com as rodas direitas posicionadas no meio do vão; (b) com a roda esquerda na mesma seção (cotas em <i>mm</i> ).....	119
<b>Figura 4.28</b> – Situação onde o eixo longitudinal do trem-tipo está posicionado sobre a longarina n° 3 (cotas em <i>mm</i> ). .....	120
<b>Figura 4.29</b> – Pior situação de carregamento para longarina n° 3, com as rodas direitas do trem-tipo sobre o eixo da longarina (cotas em <i>mm</i> ). .....	120
<b>Figura 4.30</b> – Carga de multidão na frente e atrás do trem-tipo que contribui para as maiores solicitações na longarina n° 3 (cotas em <i>mm</i> ). .....	121
<b>Figura 4.31</b> – Posição do trem-tipo e das cargas de multidão que geram o momento fletor máximo no meio do vão da longarina (cotas em <i>mm</i> ). .....	121

<b>Figura 4.32</b> – Posição do trem-tipo e das cargas de multidão que geram o esforço cortante máximo na longarina (cotas em <i>mm</i> ). ....	122
<b>Figura 4.33</b> – Posição do trem-tipo e das cargas de multidão que geram o maior valor do esforço cortante no meio do vão da longarina (cotas em <i>mm</i> ). ....	122
<b>Figura 4.34</b> – Análise da seção de concreto armado e protendido: (a) discretização; (b) deformada. ....	123
<b>Figura 4.35</b> – Relação constitutiva do concreto. ....	125
<b>Figura 4.36</b> – Relação constitutiva do aço para armadura passiva. ....	125
<b>Figura 4.37</b> – Relações constitutivas do aço para armadura ativa. ....	126
<b>Figura 4.38</b> – Diagrama de forças internas para verificação simplificada do momento fletor resistente. ....	129
<b>Figura 4.39</b> – Concreto de envolvimento da armadura. ....	134
<b>Figura 5.1</b> – Seção transversal da ponte da Aplicação 1 (cotas em milímetros). ....	145
<b>Figura 5.2</b> – Armadura de flexão executada nas longarinas da ponte (Aplicação 1; cotas em milímetros).....	146
<b>Figura 5.3</b> – Seção transversal da longarina: (a) no trecho intermediário do vão da ponte; (b) na região próxima aos apoios, com alma alargada (Aplicação 1; cotas em milímetros).....	146
<b>Figura 5.4</b> – Distribuição da armadura transversal em três trechos (Aplicação 1; dimensões em milímetros). ....	146
<b>Figura 5.5</b> – Armadura da laje do tabuleiro na direção principal adotada no projeto de referência (Aplicação 1; dimensões em milímetros).....	147
<b>Figura 5.6</b> – Armadura da laje do tabuleiro na direção secundária (Aplicação 1; dimensões em milímetros). ....	147
<b>Figura 5.7</b> – Gráfico com os resultados do conjunto de parâmetros 1.1 da <b>Tabela 5.2</b> . ....	149

<b>Figura 5.8</b> – Gráfico com os resultados do conjunto de parâmetros 1.2 da <b>Tabela 5.2</b> .....	151
<b>Figura 5.9</b> – Gráfico com os resultados do conjunto de parâmetros 1.3 da <b>Tabela 5.2</b> .....	152
<b>Figura 5.10</b> – Seção transversal otimizada da ponte da Aplicação 1, obtida através do conjunto de parâmetros 1.2 (cotas em milímetros).....	156
<b>Figura 5.11</b> – Armadura de flexão otimizada para as longarinas da ponte (Aplicação 1; cotas em milímetros). .....	156
<b>Figura 5.12</b> – Distribuição da armadura transversal otimizada em três trechos (Aplicação 1; cotas em milímetros). .....	156
<b>Figura 5.13</b> – Armadura otimizada da laje do tabuleiro na direção principal (Aplicação 1; cotas em milímetros). .....	157
<b>Figura 5.14</b> – Armadura otimizada da laje do tabuleiro na direção secundária (Aplicação 1; cotas em milímetros). .....	157
<b>Figura 5.15</b> – Seção transversal da ponte da Aplicação 2 (cotas em milímetros)....	158
<b>Figura 5.16</b> – Armadura de flexão executada nas longarinas da ponte (Aplicação 2; cotas em milímetros). .....	158
<b>Figura 5.17</b> – Distribuição da armadura transversal em cinco trechos (Aplicação 2; dimensões em milímetros).....	159
<b>Figura 5.18</b> – Armadura da laje do tabuleiro na direção principal adotada no projeto de referência (Aplicação 2; dimensões em milímetros).....	159
<b>Figura 5.19</b> – Armadura da laje do tabuleiro na direção secundária (Aplicação 2; dimensões em milímetros).....	159
<b>Figura 5.20</b> – Gráfico com os resultados do conjunto de parâmetros 2.1 da <b>Tabela 5.8</b> .....	161
<b>Figura 5.21</b> – Gráfico com os resultados do conjunto de parâmetros 2.3 da <b>Tabela 5.8</b> .....	163

<b>Figura 5.22</b> – Seção transversal otimizada da ponte da Aplicação 2, obtida através do conjunto de parâmetros 2.2 (cotas em milímetros).....	164
<b>Figura 5.23</b> – Armadura de flexão otimizada para as longarinas da ponte (Aplicação 2; cotas em milímetros). .....	164
<b>Figura 5.24</b> – Distribuição da armadura transversal otimizada em dois trechos (Aplicação 2; cotas em milímetros). .....	167
<b>Figura 5.25</b> – Armadura otimizada da laje do tabuleiro na direção principal (Aplicação 2; cotas em milímetros). .....	167
<b>Figura 5.26</b> – Armadura otimizada da laje do tabuleiro na direção secundária (Aplicação 2; cotas em milímetros). .....	167
<b>Figura 5.27</b> – Seção transversal da ponte da Aplicação 3 (cotas em milímetros).....	168
<b>Figura 5.28</b> – Armadura de flexão executada nas longarinas da ponte (Aplicação 3; cotas em milímetros). .....	169
<b>Figura 5.29</b> – Seção transversal da longarina: (a) no trecho intermediário do vão da ponte; (b) na região próxima aos apoios, com alma alargada (Aplicação 3; cotas em milímetros). .....	169
<b>Figura 5.30</b> – Distribuição da armadura transversal em três trechos (Aplicação 3)....	170
<b>Figura 5.31</b> – Armadura da laje do tabuleiro na direção principal adotada no projeto de referência (Aplicação 3). .....	170
<b>Figura 5.32</b> – Armadura da laje do tabuleiro na direção secundária (Aplicação 3). ...	170
<b>Figura 5.33</b> – Gráfico com os resultados do conjunto de parâmetros 3.1 da <b>Tabela 5.12</b> . .....	172
<b>Figura 5.34</b> – Seção transversal otimizada da ponte da Aplicação 3, obtida através do conjunto de parâmetros 3.2 (cotas em milímetros).....	174
<b>Figura 5.35</b> – Armadura de flexão otimizada para as longarinas da ponte (Aplicação 3; cotas em milímetros). .....	174
<b>Figura 5.36</b> – Distribuição da armadura transversal otimizada em três trechos (Aplicação 3; cotas em milímetros). .....	177

**Figura 5.37** – Armadura otimizada da laje do tabuleiro na direção principal  
(Aplicação 3; cotas em milímetros). ..... 177

**Figura 5.38** – Armadura otimizada da laje do tabuleiro na direção secundária  
(Aplicação 3; cotas em milímetros). ..... 177

# Índice de Tabelas

<b>Tabela 1.1</b> – Exemplo de alguns dos trabalhos mais recentes relacionados à otimização de estruturas metálicas utilizando Algoritmos Genéticos (AG) .....	4
<b>Tabela 2.1</b> – Vantagens e desvantagens do uso da otimização.....	9
<b>Tabela 2.2</b> – Exemplo de função-aptidão e probabilidade de seleção.....	15
<b>Tabela 2.3</b> – Exemplo de escolha dos $k = 3$ indivíduos para as disputas do torneio.....	17
<b>Tabela 2.4</b> – Exemplo do método de seleção por ranqueamento da população.....	19
<b>Tabela 3.1</b> – Alguns dos primeiros trabalhos relacionados à otimização estrutural.....	26
<b>Tabela 3.2</b> – Resultados da área da armadura (RAFIQ e SOUTHCOMBE, 1998).....	38
<b>Tabela 3.3</b> – Custos otimizados para as análises da <b>Figura 3.17</b> (CAMP <i>et al.</i> , 2003). .....	44
<b>Tabela 3.4</b> – Valores das variáveis e do custo da laje com 3,0m de vão estudada por Castilho <i>et al.</i> (2007).....	59
<b>Tabela 3.5</b> – Variáveis de projeto para a minimização da <i>compliance</i> (LEMONGE, 1999). .....	62
<b>Tabela 3.6</b> – Resumo das análises para a minimização da <i>compliance</i> (LEMONGE, 1999). .....	63

<b>Tabela 3.7</b> – Variáveis de projeto para a minimização da reação máxima (LEMONGE, 1999) .....	64
<b>Tabela 3.8</b> – Resumo das variáveis para a minimização da reação máxima (LEMONGE, 1999) .....	64
<b>Tabela 3.9</b> – Resumo dos resultados obtidos por Olivieri (2004) para a ponte da <b>Figura 3.34</b> . .....	66
<b>Tabela 4.1</b> – Exemplo de codificação e decodificação para variáveis dimensionais. ....	92
<b>Tabela 4.2</b> – Taxa de armadura mínima para cálculo da armadura secundária da laje do tabuleiro. ....	110
<b>Tabela 5.1</b> – Preços unitários dos materiais considerados nos testes.....	142
<b>Tabela 5.2</b> – Parâmetros adotados na análise numérica da ponte (Aplicação 1). ....	148
<b>Tabela 5.3</b> – Melhores valores alcançados pelo Algoritmo Genético com o conjunto de parâmetros 1.2. ....	150
<b>Tabela 5.4</b> – Melhores valores alcançados pelo Algoritmo Genético com o conjunto de parâmetros 1.3. ....	152
<b>Tabela 5.5</b> – Comparação entre o menor e maior valor “ótimo” alcançados em dez execuções do Algoritmo Genético com o conjunto de parâmetros 1.3. ....	153
<b>Tabela 5.6</b> – Resumo dos materiais dos melhores resultados obtidos pelas execuções feitas no Programa-piloto para Aplicação 1.....	154
<b>Tabela 5.7</b> – Resumo das solicitações das pontes dos melhores resultados obtidos pelas execuções feitas no Programa-piloto para Aplicação 1. ....	155
<b>Tabela 5.8</b> – Parâmetros adotados na análise numérica da ponte (Aplicação 2). ....	160
<b>Tabela 5.9</b> – Melhores valores alcançados pelo Algoritmo Genético com o conjunto de parâmetros 2.2. ....	162

<b>Tabela 5.10</b> – Resumo dos materiais dos melhores resultados obtidos pelas execuções feitas no Programa-piloto para Aplicação 2.....	165
<b>Tabela 5.11</b> – Resumo das solicitações das pontes dos melhores resultados obtidos pelas execuções feitas no Programa-piloto para Aplicação 2.....	166
<b>Tabela 5.12</b> – Parâmetros adotados na análise numérica da ponte (Aplicação 3). .....	171
<b>Tabela 5.13</b> – Melhores valores alcançados em dez execuções do Algoritmo Genético com o conjunto de parâmetros 3.2. ....	173
<b>Tabela 5.14</b> – Resumo dos materiais dos melhores resultados obtidos pelas execuções feitas no Programa-piloto para Aplicação 3.....	175
<b>Tabela 5.15</b> – Resumo das solicitações das pontes dos melhores resultados obtidos pelas execuções feitas no Programa-piloto para Aplicação 3.....	176

# **1. Introdução**

## **1.1. Breve História da Otimização**

Desde o princípio, a humanidade procura formas instintivas para obter o melhor resultado possível em qualquer de suas atividades cotidianas, como por exemplo, escolher entre várias possibilidades um trajeto mais rápido ou mais curto entre a casa e o trabalho. Para problemas mais complexos, a intuição foi deixada ao largo para privilegiar o uso de artifícios técnicos desenvolvidos para otimizar essas atividades.

Os procedimentos matemáticos para encontrar o mínimo ou o máximo de funções começaram a ser desenvolvidos em meados do século XIX pelo matemático francês Augustin-Louis Cauchy (1789-1857), mas a primeira técnica de otimização remonta ao alemão Johann Carl Friedrich Gauss (1777-1855) e é conhecida como *Steepest Descend*, baseada no gradiente das funções. Historicamente, a primeira técnica desenvolvida com a finalidade de encontrar a melhor solução para problemas mais complexos, com várias variáveis e restrições, foi a Programação Linear, proposta por George Bernard Dantzig (1914-2005) na década de 1940. Naquela época, o termo programação não se referia a computadores (apesar de que computadores hoje em dia são imprescindíveis e extensivamente usados para resolver problemas de otimização), mas ao uso do programa logístico por parte das Forças Armadas Norte-americanas durante a II Guerra Mundial. Iniciou-se, portanto, um filão científico para o desenvolvimento e larga aplicação, inclusive na

Engenharia Estrutural, de outras técnicas baseadas na Programação Matemática.

Surgiram nos anos 1950 os primeiros estudos com algoritmos heurísticos, com a finalidade de simular apenas fenômenos naturais. Entretanto, as principais técnicas probabilísticas só viriam a partir de 1975, quando John Henry Holland (1929- ) lançou o livro “*Adaptation in Natural and Artificial Systems*”, considerado a referência em Algoritmos Genéticos.

Em 1983, Kirkpatrick *et al.* introduziram o *Simulated Annealing*, técnica baseada na simulação do comportamento das moléculas durante o reconhecimento de metais. Este trabalho coincidiu com o aumento da capacidade de processamento de máquinas computadorizadas ocorrido nos anos 1980, o que contribuiu para que esse fosse o primeiro método de otimização heurística a se popularizar no meio científico.

Somente a partir dos anos 1990 é que os Algoritmos Genéticos voltaram à tona, devido às facilidades computacionais. Isso permitiu que este método se tornasse um dos mais difundidos nos dias de hoje.

Outras duas técnicas probabilísticas vieram mais tarde. Em 1995, Kennedy e Eberhart propuseram a técnica *Particle Swarm*, baseada no compartilhamento das informações entre indivíduos de uma população e, em 1996, Dorigo *et al.* propuseram um algoritmo chamado *Ant Colony*, baseado na observação de uma colônia de formigas na busca por alimentos. Por serem mais recentes, estes dois métodos ainda são pouco difundidos na otimização estrutural (LOESCH e HEIN, 2009).

## 1.2. A Otimização e a Engenharia Estrutural

Projetos com soluções otimizadas têm sempre atraído pesquisadores da área de Engenharia Estrutural. Poucos tópicos da Análise Estrutural têm

chamado tanta atenção quanto o da Otimização. Atualmente existem inúmeros estudos nesta área, quase sempre com o objetivo de desenvolver melhores métodos para representar de maneira eficiente o problema analisado. Os primeiros trabalhos estavam preocupados em buscar a melhor solução em função da característica mais relevante para o problema em questão (mais leve, mais econômico, etc.); depois, procurou-se desenvolver também mecanismos para acelerar essa busca.

Em um problema de Otimização Estrutural há a necessidade de identificar as variáveis envolvidas e seus limites de variação, bem como os parâmetros relevantes ao problema, de maneira a poder equacioná-las em relações matemáticas, com o objetivo de representar formalmente o problema e suas restrições, para então buscar sua solução. A solução do problema consiste, basicamente, em encontrar um ponto de máximo ou de mínimo de uma função-objetivo sujeita a algumas restrições.

Vários estudos têm sido realizados na área de Engenharia Estrutural, utilizando principalmente métodos convencionais de otimização, de natureza determinística, baseados em Programação Matemática. As pesquisas nesta área focalizam quase sempre a minimização do custo das estruturas associado aos materiais utilizados em sua confecção.

Somente a partir dos anos 1990 é que começaram a surgir trabalhos como o de Jenkins (1991 e 1992), que realizou otimização dimensional de treliças e pontes estaiadas utilizando a forma mais simples do método dos Algoritmos Genéticos. Logo em seguida, começaram a surgir trabalhos como o de Rajeev e Krishnamoorthy (1992), que investigaram também a importância dos parâmetros do Algoritmo Genético na convergência da solução ótima.

A maioria dos trabalhos é aplicada a estruturas metálicas, como, por exemplo, treliças, pontes estaiadas e pórticos. No caso de estruturas de concreto, geralmente, os problemas de otimização são tratados via técnicas convencionais de programação matemática. Quando comparado ao problema do projeto ótimo de estruturas de aço, o problema do projeto ótimo de

estruturas de concreto armado é mais complexo, uma vez que envolve um número maior de variáveis; se torna ainda mais complexo quando armadura de aço ativa é incluída na modelagem do problema. No caso de estruturas de aço, apenas um material é considerado (o aço) e o custo da estrutura é proporcional somente ao seu volume.

Com a finalidade de fornecer um contexto mais recente destas pesquisas, a **Tabela 1.1** identifica alguns trabalhos realizados na última década em otimização de custos de estruturas metálicas, usando o método dos Algoritmos Genéticos e as principais contribuições destes trabalhos.

**Tabela 1.1** – Exemplo de alguns dos trabalhos mais recentes relacionados à otimização de estruturas metálicas utilizando Algoritmos Genéticos (AG)

Autores	Elementos Estruturais	Principais Contribuições*
<b>Coello e Christiansen (2000)</b>	Treliças espaciais e pórticos planos.	Utilizaram um AG multi-objetivo.
<b>Deb e Gulati (2001)</b>	Treliças planas e espaciais.	Realizaram a otimização geométrica a partir de algumas condições de contorno fixas.
<b>Kaqamura et al. (2002)</b>	Treliças planas e espaciais.	Realizaram a otimização topológica com nós fixos.
<b>Guan et al. (2003)</b>	Pontes treliçadas e estaiadas.	Restringiram o problema à tensão, ao deslocamento nodal e à frequência natural.
<b>Lemonge e Barbosa (2004)</b>	Treliças planas e espaciais.	Criaram um esquema de penalidades variável que compara os resultados factíveis e infactíveis.
<b>Yun e Kim (2005)</b>	Pórticos com um ou dois tramos e dois ou três níveis.	Fizeram a análise inelástica de segunda-ordem da estrutura.
<b>Csébfalvi (2007)</b>	Pórticos de um nível com um ou dois tramos.	Considerou as propriedades semirrígidas dos nós.
<b>Hasançebi (2008)</b>	Torre (95 m e 940 barras) e ponte (20 tramos e 150 m).	Verificou o comportamento do AG para estruturas grandes, com diversas topologias.

\* Todos os trabalhos têm a seção transversal das barras como variável de otimização.

O Capítulo 3 traz o levantamento dos trabalhos de pesquisa envolvendo Algoritmos Genéticos e estruturas de concreto armado, focalizando os parâmetros genéticos adotados e os resultados obtidos, de

maneira a estabelecer o estado da arte na linha de pesquisa desta Tese. Buscou-se fazer uma análise objetiva e identificar a contribuição de cada um dos trabalhos para o estabelecimento dos Algoritmos Genéticos como uma técnica viável, eficiente e robusta de otimização.

### **1.3. Objetivos e Justificativas**

Este trabalho investiga a minimização do custo dos elementos da superestrutura de pontes em concreto armado e protendido, a partir de parâmetros iniciais geométricos de largura do tabuleiro e vão entre pilares, e do carregamento. O resultado fornece a geometria mais econômica da seção transversal da ponte, no que tange o número de longarinas pré-fabricadas e sua respectiva altura, o espaçamento entre as mesmas, a espessura da laje do tabuleiro, além das armaduras ativa e passiva. São determinadas as envoltórias das solicitações na superestrutura a partir de uma análise matricial das combinações de carregamento. Posteriormente, é feita a análise segundo o Estado Limite Último, associado à análise não linear das seções de concreto armado e protendido, e Estado Limite de Serviço, conforme normas de cálculo da ABNT, podendo ser facilmente estendida a outras normas de cálculo.

Propõe-se, para tanto, a utilização de uma técnica não convencional, baseada em métodos probabilísticos de Computação Evolutiva, para o tratamento do problema de otimização de custos: o método dos Algoritmos Genéticos. Investiga-se o uso desta técnica de otimização em superestruturas de pontes de concreto armado e protendido, focalizando principalmente a facilidade de representação do problema, a eficiência pela busca da solução ótima, suas vantagens e desvantagens, as limitações e o impacto da escolha da representação de dados e dos parâmetros genéticos na solução do problema.

Apesar do relativo sucesso na utilização dos métodos matemáticos de otimização na área de análise estrutural, tais técnicas têm algumas limitações.

Conforme Goldberg (1989) e Gen e Cheng (1997), os métodos matemáticos apresentam dificuldades na identificação de soluções ótimas globais, não tratam adequadamente problemas envolvendo variáveis contínuas e discretas simultaneamente, não são aplicáveis a problemas de otimização com múltiplos objetivos, não são indicados para programação em paralelo e não podem ser aplicados a alguns problemas de otimização estrutural, onde as funções-objetivo não são diferenciáveis. Nestes casos, é preciso lançar mão de estratégias de aproximação para discretizar variáveis contínuas e não considerar funções derivadas ao longo do processo de otimização, o que encarece o procedimento computacional.

Devido principalmente a essas limitações, as pesquisas têm se voltado para a identificação e desenvolvimento de métodos alternativos mais flexíveis, que possam alcançar os mesmos resultados obtidos pelos métodos convencionais. Os métodos heurísticos, como são chamados no meio científico, utilizam estratégias mais simples que permitem superar as limitações dos métodos determinísticos. Geralmente, encontram boas soluções para diversos problemas de otimização de um modo razoavelmente rápido e eficiente.

A opção pelo uso dos Algoritmos Genéticos neste trabalho, dentre os inúmeros métodos existentes na literatura, deve-se à sua eficiência, flexibilidade e facilidade de implementação. Os Algoritmos Genéticos são métodos de busca que não utilizam cálculos matemáticos complexos; a proposta de tal algoritmo partiu do princípio da seleção natural de indivíduos, onde o mais apto tende a sobreviver e se reproduzir, passando seu código genético para a próxima geração.

Tendo em vista tanto a relativa facilidade de implementação modularizada quanto alguns resultados promissores encontrados na literatura, pode-se dizer que o uso dos Algoritmos Genéticos no domínio da Engenharia Estrutural é uma excelente alternativa para a solução de problemas de otimização. Embora existam vários trabalhos que usam tal método, eles enfocam principalmente as estruturas de aço ou elementos individuais de concreto armado e protendido.

Entre aqueles relacionados às estruturas de concreto de pontes rodoviárias, se tem conhecimento apenas dos trabalhos de Lemonge (1999) e Olivieri (2003).

## **1.4. Organização do Texto**

No Capítulo 2 são apresentados e discutidos os fundamentos relativos aos Algoritmos Genéticos, abordados como técnica de otimização.

O Capítulo 3 traz uma revisão crítica de alguns dos principais trabalhos de pesquisa envolvendo Algoritmos Genéticos aplicados a estruturas de concreto, focalizando, principalmente, parâmetros genéticos adotados e resultados obtidos, de maneira a estabelecer o estado da arte nesta linha de pesquisa.

A modelagem numérica do problema de otimização da superestrutura de pontes é tratada no 4º capítulo. Neste, as descrição, representação e solução do problema de minimização são apresentadas, isto é, são descritos o algoritmo implementado, a forma de codificação das variáveis e a construção da função-objetivo penalizada.

O 5º capítulo apresenta aplicações do programa a estruturas de obras executadas pela PREMAG Ltda., uma das empresas brasileiras especializadas em projeto e construção de pontes pré-fabricadas, fazendo-se comparações entre as soluções otimizadas e executadas. Por fim, o Capítulo 6 traz as conclusões deste trabalho e propõe estudos futuros.

## **2. Método dos Algoritmos Genéticos**

### **2.1. Introdução**

Otimizar é projetar um sistema qualquer objetivando a melhor resposta sob determinados aspectos do problema. É encontrar as variáveis do sistema em estudo, de modo que o rendimento do sistema seja próximo do valor ótimo, baseado em um critério prévio de busca. A otimização visa determinar a melhor correlação entre as variáveis para atender os parâmetros e condições do projeto sem a necessidade de testar todas as possibilidades e, portanto, sem onerar o processo. Neste sentido, a otimização vem sendo aplicada aos diversos campos da engenharia, tais como: projetos de sistemas e componentes, planejamento, logística e análise de operações, formas e controles de sistemas dinâmicos e análise estrutural.

Dessa maneira, para cada problema definem-se as variáveis de projeto através da maximização ou minimização de uma ou mais funções-objetivo, em um contexto regido por uma ou mais restrições.

A busca do ótimo deve atender a uma característica muito importante para qualquer método de otimização: o equilíbrio entre eficiência e eficácia, de forma a garantir não só a correta solução do problema, mas também uma solução geral. Neste caso, um processo é dito eficiente quando ele atinge o seu objetivo com menor esforço computacional possível. A eficácia da busca pelo ótimo visa à generalidade e repetibilidade do método, isto é, não há necessidade de particularização ou alteração do processo de otimização para a resolução dos

mais diversos problemas, à custa de adaptações impostas ao processo de otimização inicialmente idealizado (SOUZA e MENDES Neto, 2001). Procura-se, portanto, um procedimento geral e flexível de otimização. Um processo com estas características é dito robusto.

Ferramentas computacionais de análise estática e dinâmica de estruturas, usando técnicas numéricas (elementos finitos, elementos de contorno, entre outras) contribuíram muito para o avanço dos projetos de Engenharia. Devido ao grande número de incógnitas com que essas ferramentas trabalham, não é possível contentar-se apenas com a análise através de processos de “tentativa e erro”. Para diminuir o esforço computacional nos procedimentos de programas computacionais de elementos finitos, os códigos comerciais foram equipados com otimizadores (*solvers*), conforme se verifica hoje em dia nos programas comerciais de grande desempenho, tais como o NASTRAN, ANSYS, GENESYS e SAP (SOUZA Jr, 2005).

Como se percebe, a otimização é uma das ferramentas mais importantes da atualidade, empregada na resolução dos mais variados problemas nas diversas áreas da Engenharia. De maneira geral, os métodos de otimização experimentam, em maior ou menor grau, dificuldades relacionadas à não convergência e à existência de mínimos locais da função-objetivo. A **Tabela 2.1** apresenta algumas vantagens e desvantagens do uso da otimização.

**Tabela 2.1** – Vantagens e desvantagens do uso da otimização.

Vantagens	Desvantagens
Redução de tempo e custo dedicado à elaboração de projetos;	Aumento do custo computacional;
Possibilidade de obtenção de estruturas mais baratas;	Uso de funções descontínuas (gradientes descontínuos) ou de lenta convergência;
Possibilidade de tratamento simultâneo de uma grande quantidade de variáveis e restrições de difícil visualização gráfica ou tabular.	Presença de muitos mínimos locais (o mínimo global raramente é obtido).

Para vencer as desvantagens no uso da otimização foram desenvolvidos diversos métodos de busca. A escolha de um ou outro método de busca deve estar estritamente relacionada com o problema a ser minimizado. Os métodos de otimização podem ser classificados de acordo com a formulação, isto é, da forma como abordam os problemas. Neste sentido, de acordo com Goldberg (1989), tem-se, fundamentalmente, a seguinte classificação desses métodos:

- Baseados em cálculo diferencial;
- Enumerativos;
- Aleatórios.

Os métodos baseados em cálculo são ainda classificados em dois subgrupos: métodos diretos e métodos indiretos. Nos métodos diretos, a busca pelo valor ótimo da função-objetivo é feita trabalhando-se diretamente com as restrições. Os métodos mais utilizados são: Método das Direções Viáveis, Método do Gradiente Generalizado e Método de Programação Linear Sequencial. Por outro lado, os métodos indiretos lidam com as restrições indiretamente, através de funções de penalização, onde ambas as funções, função-objetivo e restrições, são não lineares. Neste grupo, encontra-se o Método da Função de Penalidade Exterior, o Método da Função de Penalidade Interior e o Método dos Multiplicadores de Lagrange Aumentado.

Nos métodos enumerativos, a busca pelo valor ótimo se inicia em vários pontos do espaço de busca. A cada iteração determina-se o valor da função-objetivo em cada ponto, comparam-se estes valores com suas restrições e com os valores anteriores, podendo desta forma verificar se houve uma melhora ou não no processo. De acordo com Goldberg (1989), o grande problema é que o espaço de busca nos problemas de engenharia é geralmente muito grande, tornando o tempo computacional necessário altíssimo.

Os métodos de busca aleatórios tradicionais inicialmente tiveram aplicação bastante limitada devido ao alto custo computacional exigido em problemas com muitas variáveis de projeto. Contudo, durante as duas últimas décadas, surgiram diferentes técnicas relacionadas aos algoritmos

evolucionários, isto é, métodos de buscas estocásticos que imitam a evolução biológica natural. Dentre eles encontra-se o Método dos Algoritmos Genéticos (**Figura 2.1**), apresentado inicialmente por Holland (1975).

```
Seja P(t) a população de cromossomos na geração t:  
t ← 1  
Gerar a população inicial P(t)  
Avaliar P(t)  
Classificar P(t)  
Enquanto (o critério de parada não for satisfeito) faca  
    t ← t + 1  
    Aplicar operador de cruzamento  
    Aplicar operador de mutação  
    Avaliar nova população P(t)  
Fim do Enquanto
```

**Figura 2.1** – Algoritmo genético básico.

Diferente de outros métodos que partem de um ponto do espaço de busca para encontrar a solução ótima, os Algoritmos Genéticos operam em um conjunto de soluções, aplicando o princípio da sobrevivência dos indivíduos mais aptos para conduzir a uma solução cada vez melhor. Desta forma, geração após geração, um novo conjunto de indivíduos é criado pelo processo de seleção dos indivíduos progenitores, de acordo com o nível de aptidão associado ao problema. A procriação é feita entre os progenitores através de operadores extraídos da genética natural. Este processo leva à evolução de indivíduos que se adaptam melhor ao problema, tal como na adaptação natural. Os Algoritmos Genéticos modelam os processos naturais, através de operadores básicos aplicados aos indivíduos da população tais como a seleção dos melhores, o cruzamento entre eles e a mutação de genes (GOLDBERG, 1989).

O uso de Algoritmos Genéticos garante uma solução, na maioria das vezes, na vizinhança do ótimo global que satisfaz os critérios de parada do método. Além disto, são aplicados numa grande variedade de problemas, pois não impõem limitações que geralmente são encontradas nos métodos de busca diretos e indiretos (CASTILHO, 2003). Suas principais vantagens são:

- Trabalham sobre um conjunto de pontos do espaço de busca em vez de um único ponto;
- Podem trabalhar sobre uma codificação das variáveis de projeto, em vez de trabalhar com as próprias variáveis;
- Não exigem a continuidade e a diferenciabilidade da função-objetivo ou das restrições;
- São relativamente fáceis de serem implementados;
- São flexíveis para otimizar múltiplas funções-objetivo, mesmo que conflitantes;
- Usam regras probabilísticas de transição;
- São facilmente hibridizados com outras técnicas heurísticas.

Devido às suas características, os Algoritmos Genéticos demonstram ser muito mais robustos que os métodos tradicionais, sendo este o principal motivo do crescente emprego destes algoritmos no estudo de problemas de engenharia. Deve-se salientar, no entanto, que quando existe boa aproximação inicial, os métodos Matemáticos têm um custo computacional menor que as técnicas probabilísticas; daí surgirem adaptações onde primeiro se utiliza os métodos probabilísticos e, a partir dos seus resultados, se utiliza uma técnica de programação matemática para refinar o resultado e poder garantir o ótimo global (BARBOSA e LEMONGE, 2003).

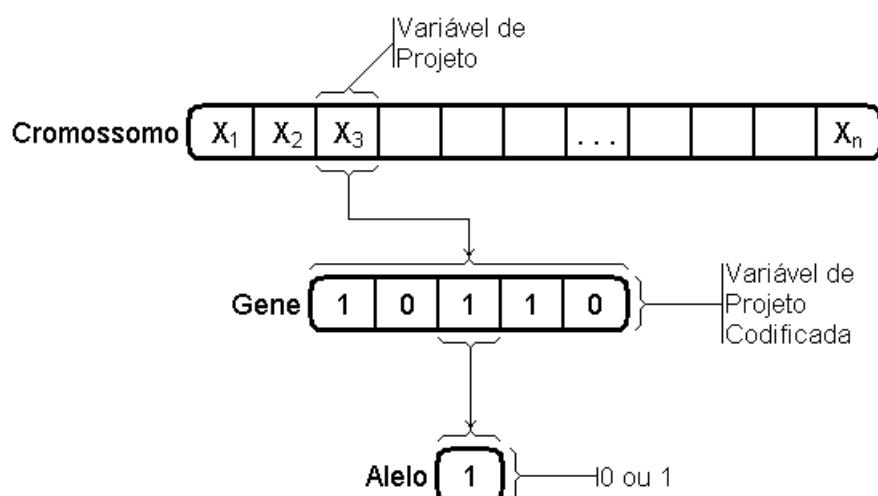
Dentro da realidade dos projetos de Engenharia, é extremamente importante a otimização de sistemas estruturais com o objetivo de buscar economia de material e padronização dos processos construtivos, gerando eficiência também no processo construtivo de pontes de concreto armado e protendido. Neste sentido, para uma real economia no projeto e execução da estrutura, deve-se buscar a eficiência do conjunto de parâmetros associados à estrutura. No caso de pontes como as testadas neste trabalho, seria: a melhor correlação entre as variáveis associadas à geometria (concreto e armadura), a melhor distribuição das solicitações (número de longarinas) e o conhecimento

de outras características intrínsecas ao processo produtivo<sup>1</sup> (administração, transporte, mão de obra, etc.).

## 2.2. Terminologia

Os Algoritmos Genéticos utilizam a mesma terminologia da genética natural. Todo organismo vivo é constituído de células, que por sua vez são constituídas de cromossomos. Cada cromossomo pode ser dividido em genes e servem de modelo para a construção de todo o organismo.

Nos Algoritmos Genéticos, a população é composta por um número fixo de *cromossomos* (indivíduos) e cada um dos elementos deste cromossomo é equivalente a um *gene*. Cada *gene* representa uma variável do problema. Numa cadeia binária, cada elemento de um gene é denominado *alelo* e pode assumir um valor qualquer (binário, decimal, hexadecimal, etc.); no caso da representação binária, o alelo pode assumir o valor 0 ou 1. A posição de um gene em um cromossomo, isto é, dentro de uma sequência, corresponde a um *lócus gênico*. A **Figura 2.2** ilustra o exposto acima.



**Figura 2.2** – Descrição gráfica dos elementos genéticos com codificação binária.

<sup>1</sup> Não contemplados neste trabalho.

## **2.3. Descrição dos Operadores Usados nos Algoritmos Genéticos**

Os operadores genéticos aplicados nos indivíduos já existentes têm o objetivo de reproduzir novos indivíduos, mantendo a diversidade da população, permitindo que o algoritmo explore outras regiões do espaço de busca.

Estes são procedimentos computacionais simples que transformam a população ao longo das iterações em busca da solução ótima do problema. Semelhante ao que acontece na evolução natural através dos mecanismos de adaptação e sobrevivência. A seguir são abordados os operadores genéticos usados na elaboração do programa computacional de otimização.

### **2.3.1. Operadores de Seleção**

O objetivo do operador de seleção é escolher aleatoriamente quais indivíduos que passarão para a próxima geração e serão usados na recombinação (ou cruzamento) e na mutação. Este operador leva em consideração o índice de aptidão do indivíduo ao problema. Dessa forma, os indivíduos mais aptos permanecem na população, a fim de gerar descendentes com índices de aptidão cada vez maiores, enquanto que os indivíduos menos aptos tendem a desaparecer.

O método de seleção a ser usado depende do problema a ser otimizado. Quanto mais rigoroso for o método, mais rapidamente os indivíduos com maior índice de adaptação dominarão toda a geração, reduzindo a diversidade necessária para a evolução dos indivíduos e, consequentemente, dificultando a exploração de outras regiões do espaço-solução. Por outro lado, um método pouco rigoroso tornará o processo de evolução mais lento.

O índice de aptidão está associado à probabilidade de reprodução de um individuo. Este índice depende do valor da função-objetivo para cada individuo

que compõe a população. A seguir são apresentados alguns métodos de seleção (GOLDBERG, 1989; LACERDA e CARVALHO, 1999).

### a) Seleção por Roleta

O algoritmo mais usado para seleção dos indivíduos é o método da roleta, que consiste em atribuir a cada indivíduo um número que representa a sua probabilidade de passar para a próxima geração. A probabilidade  $p_i$  de cada indivíduo  $i$  depende do índice de aptidão  $a_i$ , dado pela **Equação (2.1)**, que é determinado através do valor da função-objetivo  $f_i$  calculada para todos os indivíduos. O cálculo dessa probabilidade, segundo a **Equação (2.2)**, é feito de forma que a soma de todas as probabilidades seja igual a um, isto é, 100%.

$$a_i = \frac{F}{f_i} \quad \therefore \quad F = \sum_{i=1}^n f_i \quad (2.1)$$

$$p_i = \frac{a_i}{S} \quad \therefore \quad S = \sum_{i=1}^n a_i \quad (2.2)$$

A **Tabela 2.2** ilustra o valor da função-objetivo, do índice de aptidão e suas respectivas probabilidades para uma população de oito indivíduos. Nela percebe-se que o indivíduo melhor adaptado é o indivíduo  $I_1$  e o menos adaptado é o indivíduo  $I_2$ .

**Tabela 2.2** – Exemplo de função-aptidão e probabilidade de seleção.

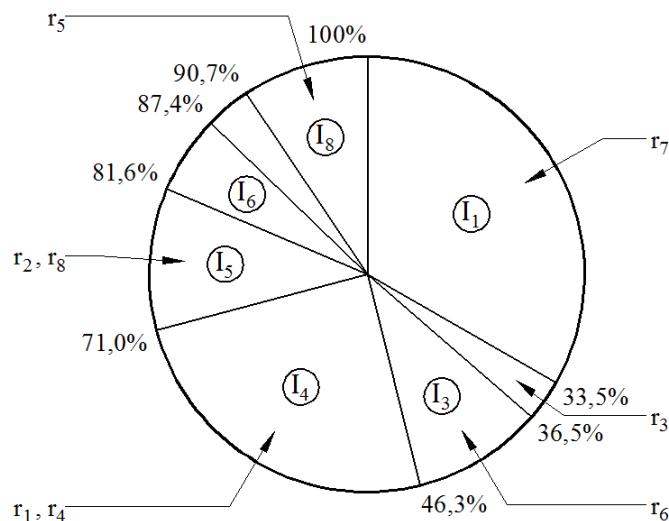
	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I_5$	$I_6$	$I_7$	$I_8$
<b>Função-objetivo (<math>f_i</math>)</b>	8,67	97,56	29,61	11,75	27,26	50,65	86,88	31,23
<b>Índice de aptidão (<math>a_i</math>)</b>	39,6	3,5	11,6	29,2	12,6	6,8	4,0	11,0
<b>Probabilidade de seleção (<math>p_i, \%</math>)</b>	33,5	3,0	9,8	24,7	10,7	5,7	3,3	9,3
<b>Probabilidade acumulada (<math>P_i, \%</math>)</b>	33,5	36,5	46,3	71,0	81,6	87,4	90,7	100

Em seguida são selecionados os indivíduos que irão contribuir para a próxima geração. Para isso, é gerada uma seqüência de  $n$  números aleatórios ( $r_i$ , compreendidos entre 0 e 1), sendo  $n$  igual à quantidade de indivíduos que compõem a população. Para cada número  $r_i$  é selecionado o indivíduo  $I_i$  que satisfaz a condição  $P_{i-1} < r_i \leq P_i$ . Esta técnica é análoga à rotação de uma roleta, com fatias proporcionais às probabilidades acumuladas.

Aplicando à **Tabela 2.2**, por exemplo, a sequência de números aleatórios uniformemente distribuídos (entre 0 e 1):

$r_1$	$r_2$	$r_3$	$r_4$	$r_5$	$r_6$	$r_7$	$r_8$
0,525	0,791	0,362	0,704	0,996	0,387	0,212	0,791

obtém-se apenas uma cópia dos indivíduos  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  e  $I_8$ , e duas cópias dos indivíduos  $I_4$  e  $I_5$ . Salienta-se que, como a geração é aleatória, o melhor indivíduo poderá nem ser relacionado para a próxima geração. A **Figura 2.3** mostra o resultado deste processo de seleção.



**Figura 2.3 – Exemplo de seleção pelo método da roleta.**

### b) Seleção por Torneio

Trata-se da forma mais simples de seleção. Para a formação da população intermediária de  $n$  indivíduos são realizadas  $n$  disputas a partir da escolha aleatória de  $k$  cromossomos da população; o indivíduo de melhor aptidão em cada disputa é selecionado. Normalmente utiliza-se  $k$  igual a dois ou três indivíduos.

Usando-se como exemplo os valores da função-objetivo da **Tabela 2.2**, escolhe-se os indivíduos para a disputa de forma que:

$$I_{j,i} = \text{Int}(n \cdot r_{j,i}) + 1 \quad \rightarrow \quad j = 1, \dots, k$$

onde  $\text{Int}$  é uma função que retorna o inteiro do número entre parêntesis e  $r_{j,i}$  é o número aleatório tal que  $0 \leq r_{j,i} < 1$ . A **Tabela 2.3** ilustra este método de seleção.

**Tabela 2.3** – Exemplo de escolha dos  $k = 3$  indivíduos para as disputas do torneio.

	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I_5$	$I_6$	$I_7$	$I_8$
<b>Função-objetivo (<math>f_i</math>)</b>	8,67	97,56	29,61	11,75	27,26	50,65	86,88	31,23
<b>Número aleatório <math>r_{1,i}</math></b>	0,840	0,642	0,820	0,380	0,043	0,086	0,016	0,377
<b>Indivíduo para <math>j = 1</math></b>	86,88	50,65	86,88	11,75	8,67	8,67	8,67	11,75
<b>Número aleatório <math>r_{2,i}</math></b>	0,741	0,765	0,514	0,838	0,479	0,810	0,192	0,880
<b>Indivíduo para <math>j = 2</math></b>	50,65	86,88	27,26	86,88	11,75	86,88	8,67	31,23
<b>Número aleatório <math>r_{3,i}</math></b>	0,510	0,850	0,517	0,622	0,901	0,582	0,951	0,222
<b>Indivíduo para <math>j = 3</math></b>	27,26	86,88	27,26	27,26	31,23	27,26	31,23	97,56

Em seguida, os indivíduos que irão contribuir para a próxima geração são escolhidos a partir de uma nova sequência  $r_i$  de  $n$  números aleatórios; para cada número é selecionado o indivíduo  $I_{j,i}$  associado à posição  $j$  que satisfaz a condição:

$$\frac{j-1}{k} \leq r_i < \frac{j}{k} \quad \rightarrow \quad j = 1, \dots, k$$

Aplicando à **Tabela 2.3**, por exemplo, a sequência de números aleatórios uniformemente distribuídos:

<b><math>r_1</math></b>	<b><math>r_2</math></b>	<b><math>r_3</math></b>	<b><math>r_4</math></b>	<b><math>r_5</math></b>	<b><math>r_6</math></b>	<b><math>r_7</math></b>	<b><math>r_8</math></b>
0,029	0,416	0,915	0,529	0,778	0,035	0,264	0,492

obtêm-se duas cópias dos indivíduos  $I_1$  e  $I_8$ , uma cópia do indivíduo  $I_5$  e três cópias do indivíduo  $I_7$ .

Analogamente à seleção pelo método da roleta, o melhor indivíduo poderá nem ser selecionado para população intermediária. Além disso, uma disputa pode envolver apenas o pior indivíduo, impedindo sua eliminação para a próxima geração. Uma variação desse método seria forçar que cada indivíduo participasse de pelo menos uma disputa, fazendo a pré-seleção aleatória com apenas dois cromossomos (no caso de  $k = 3$ ). Outra forma seria o uso de um mecanismo para evitar a repetição dos indivíduos em uma disputa; assim, as chances de eliminar os piores cromossomos seriam grandes.

### c) Seleção por Ranqueamento

Também chamado de Seleção por Classificação ou Ordenamento, esse método, apesar de requerer um maior tempo computacional, permite uma maior varredura no espaço de busca, evitando uma convergência prematura para um ótimo local e a dominância de um “superindivíduo”.

A princípio, ordenam-se crescentemente todos os  $n$  indivíduos de acordo com sua aptidão. Gera-se um ranque  $R_i$ , numerando de 1 (para o melhor indivíduo; por exemplo, o de menor valor, no caso de problema de minimização) até  $n$  (para o pior indivíduo). A seguir, é feito o mapeamento da população utilizando a equação:

$$M_i = \text{Min} + (\text{Max} - \text{Min}) \cdot \frac{R_i - 1}{n - 1}$$

onde:  $M_i$  → valor do mapeamento do indivíduo que se quer calcular na posição ordenada  $i$ ;  
 $Min$  → valor da aptidão do melhor indivíduo;  
 $Max$  → valor da aptidão do pior indivíduo.

A **Tabela 2.4** ilustra o valor da função-objetivo ordenada, seu *ranking* e o valor do mapeamento. A partir desta construção, aplica-se um dos dois outros métodos vistos anteriormente; por exemplo, no caso da opção pela seleção por roleta, determina-se, para o valor do mapeamento, a probabilidade de seleção e a probabilidade acumulada, a partir da **Equação (2.2)**.

**Tabela 2.4 – Exemplo do método de seleção por ranqueamento da população.**

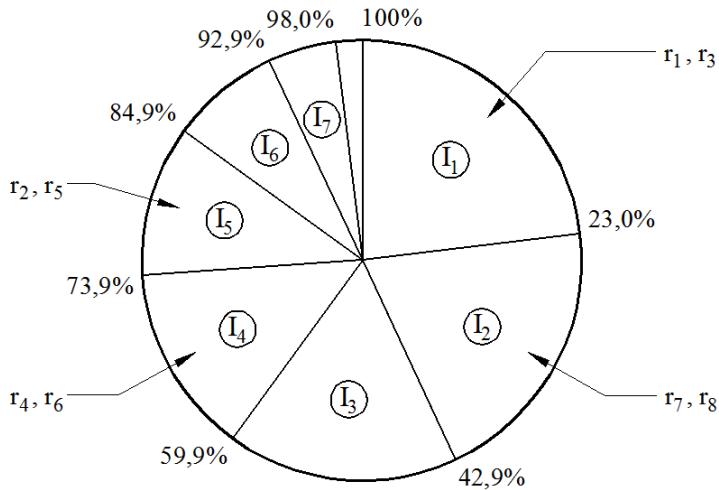
	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I_5$	$I_6$	$I_7$	$I_8$
<b>Função-objetivo (<math>f_i</math>) (posição original)</b>	8,67	97,56	29,61	11,75	27,26	50,65	86,88	31,23
<b>Função-objetivo (<math>f_i</math>) (posição ordenada)</b>	8,67	11,75	27,26	29,61	31,23	50,65	86,88	97,56
<b>Ranking (<math>R_i</math>)</b>	1	2	3	4	5	6	7	8
<b>Valor do mapeamento</b>	97,56	84,86	72,16	59,46	46,76	34,06	21,36	8,67
<b>Probabilidade de seleção (<math>p_i, \%</math>)</b>	22,96	19,97	16,98	13,99	11,01	8,02	5,03	2,04
<b>Probabilidade acumulada (<math>P_i, \%</math>)</b>	22,96	42,93	59,91	73,90	84,91	92,93	97,96	100,00

Considerando, por exemplo, a sequência de números aleatórios uniformemente distribuídos:

$r_1$	$r_2$	$r_3$	$r_4$	$r_5$	$r_6$	$r_7$	$r_8$
0,229	0,830	0,068	0,668	0,796	0,694	0,447	0,482

obtêm-se duas cópias dos indivíduos reordenados  $I_1$ ,  $I_3$ ,  $I_4$  e  $I_5$ .

Comparando esses resultados com os do método da roleta, observa-se um melhor aproveitamento dos melhores e o descarte dos piores indivíduos. A **Figura 2.4** mostra o resultado do processo de seleção aplicado aos indivíduos da **Tabela 2.4**.



**Figura 2.4** – Exemplo de seleção pelo método do ranqueamento.

### 2.3.2. Operadores de Cruzamento

O cruzamento é o processo pelo qual a combinação de partes de dois cromossomos gera um novo descendente. Em geral, este é o processo predominante que garante a diversidade da população.

A sua ocorrência é controlada pela *taxa de cruzamento*  $p_c$ , que exprime a possibilidade de cromossomo sofrer o processo. Uma taxa alta permite uma exploração maior no espaço de busca e reduz as chances de convergência para um ótimo local. Entretanto, se essa taxa for muito alta pode resultar na perda de tempo computacional devido à exploração de regiões não promissoras dentro do espaço de busca. Os trabalhos encontrados na literatura relatam que os melhores valores para as taxas de cruzamento variam entre 60 e 90% (CASTILHO *et al.*, 2001; LACERDA e CARVALHO, 1999).

O cruzamento é aplicado da seguinte forma: geram-se, para cada indivíduo da população, números aleatórios com valores reais entre 0 e 1, que

serão comparados com a taxa de cruzamento; caso o número seja menor ou igual à taxa, executa-se para aquele indivíduo um dos processos de cruzamento adotados. Os indivíduos escolhidos para o cruzamento são chamados de progenitores, enquanto que os resultantes são denominados de descendência.

Os operadores de cruzamento mais comuns são os de n-pontos e o uniforme.

### a) Cruzamento de N-pontos

O operador de cruzamento de um ponto ( $N = 1$ ), ilustrado na **Figura 2.5**, é aplicado a um par de cromossomos retirados da população intermediária. Cada um dos cromossomos pais tem sua cadeia de *bits* cortada em apenas uma posição aleatória entre o segundo e o penúltimo *bit*, produzindo duas “cabeças” e duas “caudas”. As caudas são trocadas, gerando assim dois novos cromossomos.

$\text{Pai}_1 \rightarrow$	0 1 0 1 1 0		0 0 1 1 1
$\text{Pai}_2 \rightarrow$	1 0 1 0 1 0		1 0 1 1 0
$\text{Filho}_1 \rightarrow$	0 1 0 1 1 0		1 0 1 1 0
$\text{Filho}_2 \rightarrow$	1 0 1 0 1 0		0 0 1 1 1

**Figura 2.5** – Exemplo ilustrativo do operador de cruzamento de um ponto.

Quando as cadeias cromossômicas são longas, pode-se lançar mão de mais de um ponto de corte no par de cromossomos pais. No caso do operador de dois pontos ( $N = 2$ ), estes são escolhidos aleatoriamente entre o segundo e o penúltimo *bit* da cadeia, dividindo o cromossomo em três partes; forma-se, portanto, os filhos após se proceder a troca da parte intermediária, conforme visto na **Figura 2.6**.

$$\begin{array}{l} \text{Pai}_1 \rightarrow 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1 \\ \text{Pai}_2 \rightarrow 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Filho}_1 \rightarrow 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1 \\ \text{Filho}_2 \rightarrow 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0 \end{array}$$

**Figura 2.6** – Exemplo ilustrativo do operador de cruzamento de dois pontos.

De modo análogo, a **Figura 2.7** resume o cruzamento de N-pontos, que gera (N+1) partes, onde os filhos, por exemplo, são formados pela troca entre os pais das partes pares contadas a partir da segunda parte.

$$\begin{array}{l} \text{Pai}_1 \rightarrow 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1 \\ \text{Pai}_2 \rightarrow 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1 \\ \text{Filho}_1 \rightarrow 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1 \\ \text{Filho}_2 \rightarrow 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1 \end{array}$$

**Figura 2.7** – Exemplo ilustrativo do operador de cruzamento de n-pontos.

### b) Cruzamento Uniforme

Para o cruzamento uniforme, apresentado na **Figura 2.8**, é gerada, para cada par de pais, uma máscara de *bits* aleatórios com o mesmo tamanho. Procede-se então uma comparação *bit a bit*: se o valor do *bit* da máscara for igual a 0, então o *bit* correspondente do pai<sub>1</sub> é copiado para o filho; caso contrário, o *bit* do pai<sub>2</sub> é copiado para o filho, na mesma posição. Neste procedimento, dois pais geram apenas um filho.

$$\begin{array}{c} \text{Máscara } 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1 \\ \hline \hline \text{Pai}_1 \rightarrow 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1 \\ \quad \downarrow \downarrow \quad \downarrow \downarrow \downarrow \\ \text{Filho}_1 \rightarrow 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0 \\ \quad \uparrow \uparrow \quad \uparrow \uparrow \quad \uparrow \uparrow \\ \text{Pai}_2 \rightarrow 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0 \end{array}$$

**Figura 2.8** – Exemplo ilustrativo do operador de cruzamento uniforme, onde dois pais geram um filho.

Uma variação do operador de cruzamento uniforme consiste em gerar dois descendentes a partir de dois pais, da seguinte maneira: comparando-se *bit* a *bit*, se o valor do *bit* da máscara for igual a 1, então o *bit* do  $pai_1$  troca de lugar com o *bit* do  $pai_2$ ; caso contrário, nenhuma operação é realizada. A **Figura 2.9** ilustra este procedimento.

Máscara	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1
Pai <sub>1</sub>	→	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1
Pai <sub>2</sub>	→	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
Filho <sub>1</sub>	→	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0
Filho <sub>2</sub>	→	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1

**Figura 2.9** – Exemplo ilustrativo do operador de cruzamento uniforme, onde dois pais geram dois filhos.

### 2.3.3. Operadores de Mutação

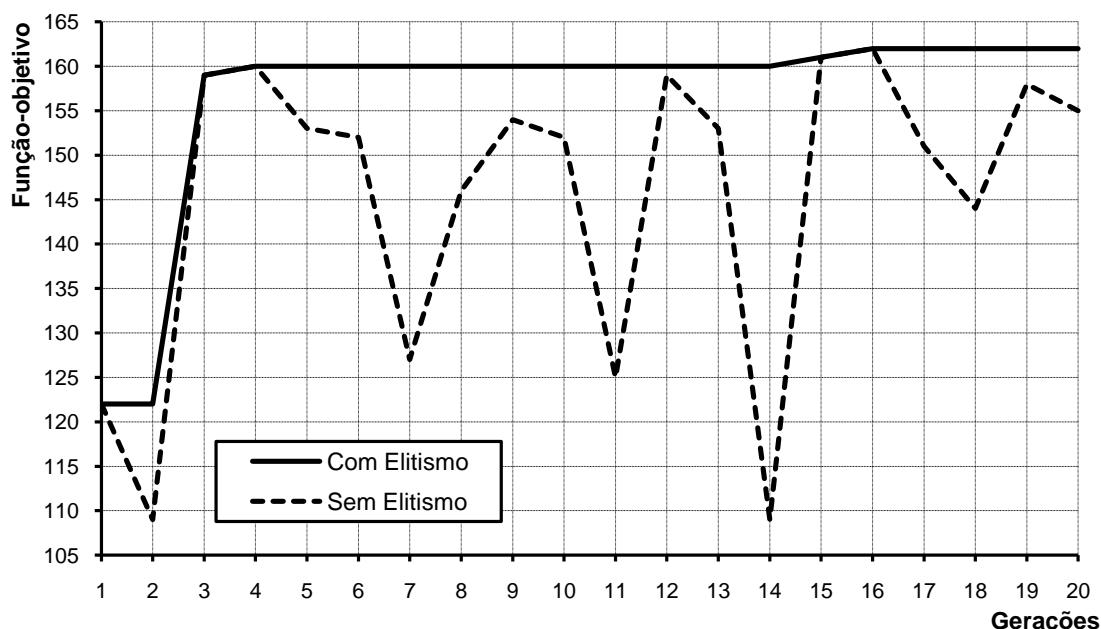
A mutação é obtida pela alteração aleatória de um gene de um lócus específico de um cromossomo, também escolhido aleatoriamente da população de filhos formada. Deve-se ressaltar que o lócus modificado deve receber apenas um dos genes alelos previamente estipulado para sua posição. O processo é controlado por um parâmetro fixo  $p_m$  de probabilidade de mutação, que deve ter um valor pequeno, entre 0,1% e 10%. Esta probabilidade refere-se ao total de *bits* da população que deverá sofrer mutação.

Além de permitir que o algoritmo faça buscas em diferentes regiões do espaço, o processo de mutação protege o algoritmo da perda de material genético potencialmente útil pela aplicação dos operadores de reprodução e recombinação.

### 2.3.4. Elitismo

De uma geração para outra pode ocorrer que indivíduos melhor adaptados sejam perdidos devido a modificações causadas por possível cruzamento ou mutação. Portanto, torna-se interessante aplicar uma estratégia chamada *Elitismo*, que é um operador genético que garante uma porção dos indivíduos melhor adaptados na próxima geração (De JONG, 1975).

A **Figura 2.10** mostra o desempenho do melhor cromossomo em cada geração, usando Algoritmo Genético com e sem elitismo. Observa-se que o elitismo garante uma convergência mais rápida para o problema.



**Figura 2.10** – Desempenho comparativo entre o Algoritmo Genético com e sem elitismo, em duas execuções de programa.

Alternativamente, pode-se utilizar também no processo de substituição uma forma de elitismo dado pela técnica chamada *steady state*. Consiste em substituir uma parte da população com pior aptidão pelos filhos da nova geração obtida dos operadores de cruzamento e mutação, preservando os pais que os geraram (BEASLEY, 1993).

### **2.3.5. Critérios de Parada**

Como critério de parada para os algoritmos genéticos, utiliza-se normalmente o número máximo de gerações, o tempo limite de processamento ou o critério da estagnação.

Neste último critério, o processamento pára quando não houver melhorias significativas em uma parte da população (os melhores indivíduos) depois de várias gerações consecutivas. Vale ressaltar que o número dos melhores indivíduos avaliados pelo critério da estagnação deve ser maior do que o número dos indivíduos preservados pelo elitismo (se este operador estiver ativo); caso contrário, o programa poderia se encerrar prematuramente. Outra forma de verificar a estagnação do processo é comparar os valores de um grupo de indivíduos após um número determinado de gerações.

### **3. Algoritmos Genéticos Aplicados a Estruturas de Concreto**

#### **3.1. Aspectos Gerais da Otimização de Estruturas**

Para dar uma noção geral do que foi feito na área de otimização de estruturas de concreto, a **Tabela 3.1** identifica alguns trabalhos em otimização de custos, usando métodos determinísticos, nas áreas de concreto armado e protendido, bem como apresenta as principais características destes trabalhos.

**Tabela 3.1** – Alguns dos primeiros trabalhos relacionados à otimização estrutural.

<b>Autores</b>	<b>Elementos Estruturais</b>	<b>Variáveis de Projeto</b>
<b>Prakash et al. (1988).</b>	Vigas de concreto armado.	Dimensões da seção transversal.
<b>Chakrabarty (1992).</b>	Vigas de concreto armado.	Dimensões da seção transversal e da armadura longitudinal.
<b>Lounis e Cohn (1993); Cohn e Lounis (1994).</b>	Produção e montagem de lajes e vigas I protendidas para pontes.	Comprimento e largura da superestrutura; Dimensões de vigas e lajes.
<b>Koskisto e Ellingwood (1997).</b>	Produção de lajes alveolares protendidas.	Área da armadura ativa, resistência do concreto e altura do painel.
<b>Hassanain e Loov (1999)</b>	Produção, transporte e montagem de vigas protendidas de seção I para pontes.	Força de protensão, excentricidade dos cabos, armaduras de flexão ativa e passiva, resistência do concreto e espessura do tabuleiro.

No Brasil, a utilização dos métodos convencionais de otimização é bastante difundida na análise estrutural, focalizando principalmente a minimização de custos, sendo os primeiros trabalhos da década de 1980. Entre outros, tem-se os trabalhos de Araújo (1980) e Sanabio (1984), que trataram da otimização estrutural de pórticos planos; Medrano (1994), que investigou a otimização do custo de vigas de concreto armado e a análise elastoplástica de sólidos e estruturas; Soares (1997), que desenvolveu uma formulação para a minimização do custo de uma seção transversal de uma viga através de um método de aproximações combinadas, usando como variáveis de projeto a altura da viga e as áreas de aço; Kripta (1998), que investigou o uso de técnicas de programação matemática para reduzir e uniformizar os esforços em grelhas, em função das condições de contorno de lajes em uma estrutura.

Entretanto, Goldberg (1989) concluiu que os métodos matemáticos apresentavam dificuldades na identificação de soluções ótimas globais no tratamento de variáveis contínuas e discretas e não eram adequados a problemas com funções não diferenciáveis. Devido a essas limitações, pesquisas na área de otimização se voltaram para a identificação de métodos alternativos mais flexíveis. Surgem então os métodos heurísticos, tais como os Algoritmos Genéticos, que utilizam estratégias mais simples e, geralmente, encontram boas soluções para diversos problemas de otimização de um modo razoavelmente rápido e eficiente.

Tendo em vista tanto a relativa facilidade de implementação modulada quanto alguns resultados promissores encontrados na literatura, pode-se adiantar que o uso dos Algoritmos Genéticos no domínio da Engenharia Estrutural parece ser uma alternativa viável para a solução de problemas de otimização. Embora existam muitos trabalhos que usam tal método, principalmente na produção de estruturas de aço, e outros poucos relacionados à produção de elementos estruturais pontuais de concreto armado e concreto protendido, não se tem ainda conhecimento de trabalhos na linha de pesquisa relacionada ao projeto de superestruturas de pontes rodoviárias em elementos pré-fabricados, exceção ao trabalho de Olivieri (2004), precursor desta tese.

A seguir é feito um resumo de trabalhos que foram realizados com aplicação do método dos Algoritmos Genéticos a elementos e estruturas de concreto armado e protendido. Buscou-se identificar as vantagens e desvantagens do uso desta técnica de otimização, facilidades e dificuldades na implementação computacional e na utilização em problemas práticos e focalizar o tipo de problema tratado, os parâmetros de manipulação de informações, as variáveis de projeto e as características da abordagem utilizada para sua solução.

### 3.2. Otimização de Vigas e Pilares de Concreto

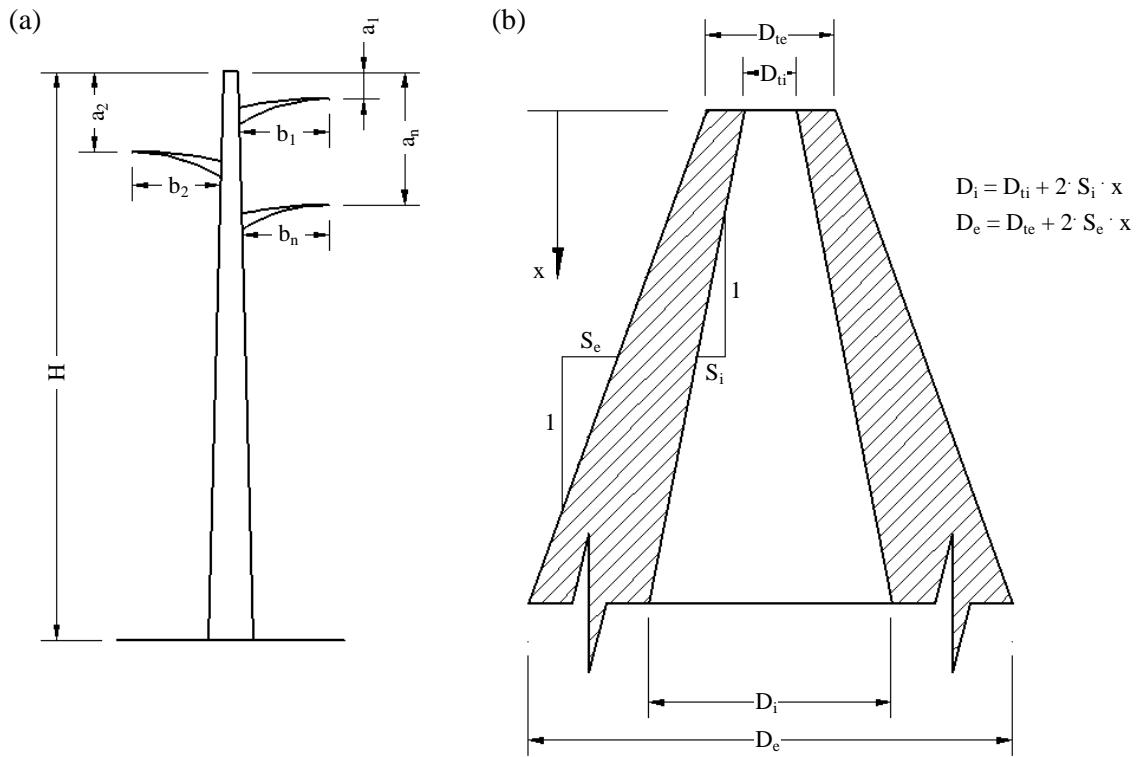
Kocer e Arora (1996) realizaram um dos primeiros trabalhos de otimização de estruturas de concreto protendido envolvendo técnicas determinísticas e heurísticas. Eles otimizaram postes de transmissão de energia elétrica, com seção transversal anelar e dimensões linearmente variáveis (**Figura 3.1**). A primeira etapa abrangeu uma aproximação feita através de um programa chamado IDESIGN (ARORA *et al.*, 1993), baseado em programação sequencial quadrática para variáveis contínuas e uma técnica chamada *Branch and Bound*<sup>2</sup> para tratar variáveis inteiras e discretas. Na segunda etapa, os autores utilizaram um Algoritmo Genético simples para discretizar as variáveis de projeto. Os parâmetros adotados nas duas técnicas de otimização não foram pormenorizados.

A função objetivo adotada foi o somatório do custo de cada material utilizado na confecção do poste: concreto, aço de protensão e aço para a espiral (estribos). As variáveis de projeto foram os diâmetros interno e externo do topo, os valores das tangentes das faces interna e externa, o número e a área da seção transversal das cordoalhas por trecho longitudinal do poste e o diâmetro da armadura da espiral (**Figura 3.2**). Foram fornecidos ao

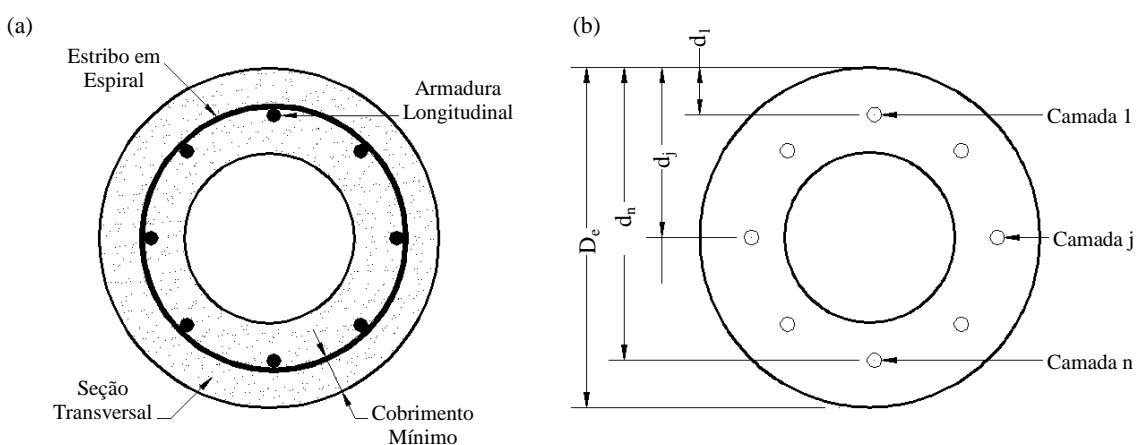
---

<sup>2</sup> Dividir e conquistar, em tradução livre. Técnica desenvolvida por Ailsa H. Land e Alison G. Doig, em 1960.

programa a altura do poste, a distância vertical entre os condutores de energia e a distância horizontal entre o eixo longitudinal e os condutores, além das propriedades dos materiais. Os postes analisados estavam sujeitos aos carregamentos vistos na **Figura 3.3**.

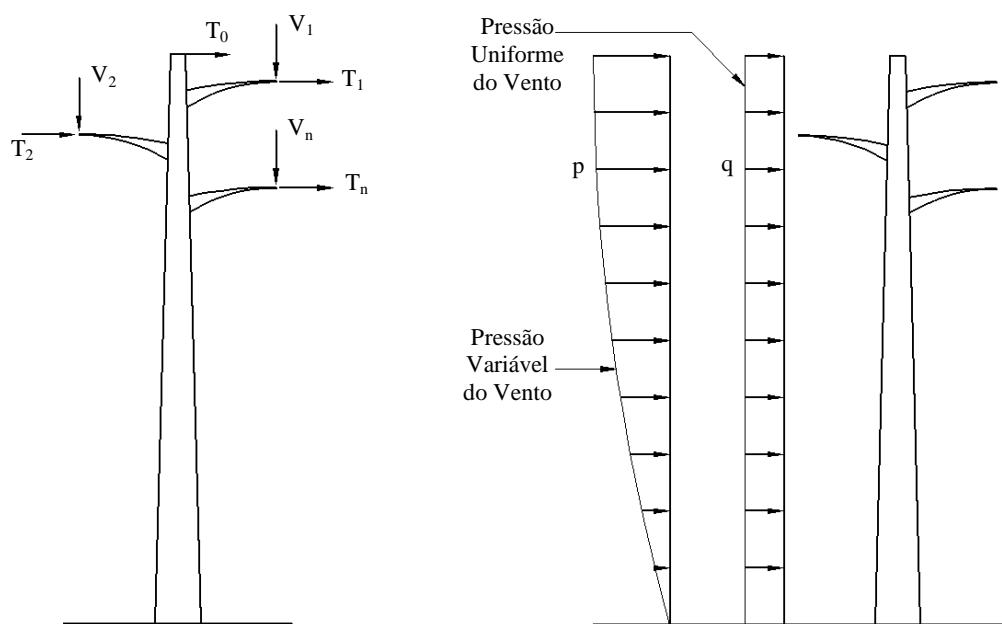


**Figura 3.1** – Postes do tipo anelar estudados por Kocer e Arora (1996): (a) dimensões gerais; (b) detalhes ao longo do eixo longitudinal.



**Figura 3.2** – Seção transversal do poste estudado por Kocer e Arora (1996): (a) armadura; (b) posição das cordoalhas.

Submetendo o problema às restrições das normas do PCI<sup>3</sup> e do ACI<sup>4</sup>, Kocer e Arora (1996) conseguiram, na etapa de otimização com programação matemática, 25% de redução do custo a partir de uma aproximação inicial dada pelo cálculo convencional da estrutura; para essa técnica, a maior violação não ultrapassou 1,7%. Posteriormente, aplicando o Algoritmo Genético ao mesmo problema, conseguiu-se 27% de economia, com maior violação inferior a 0,1%. No primeiro caso, utilizando um computador com processador de 80 MHz, o problema levou 8 horas para convergir, enquanto que com o algoritmo genético a solução ótima foi alcançada com menos de 5 minutos.



**Figura 3.3 – Carregamento dos postes de transmissão estudados por Kocer e Arora (1996): (a) devido aos condutores; (b) devido ao vento.**

Coello *et al.* (1997) analisaram vigas de concreto armado utilizando o método dos Algoritmos Genéticos para maximizar a função de aptidão ( $fa$ ), dada pela **Equação (3.1)**, restringidas pela equação de equilíbrio das forças normais à seção transversal (forças de compressão no concreto e tração na armadura), capacidade resistente à flexão e razão largura-altura da seção transversal da viga. As variáveis de projeto estão mostradas na **Figura 3.4** e

<sup>3</sup> PCI → Prestressed Concrete Institute.

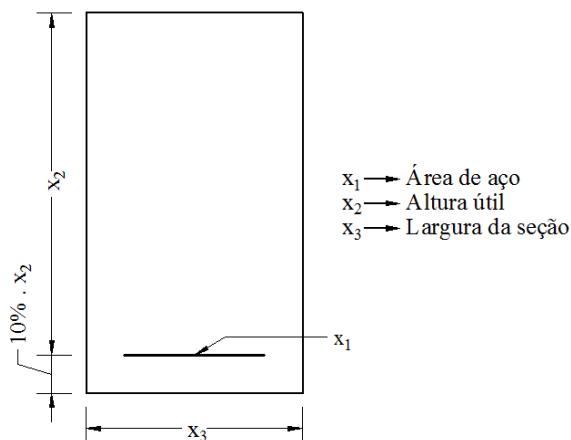
<sup>4</sup> ACI → American Concrete Institute

correspondem à altura e largura da seção transversal e à armadura longitudinal de tração.

$$fa = \begin{cases} \frac{1}{fo} & \rightarrow \text{ se } v = 0 \\ \frac{1}{fo \cdot (500 \cdot v + 1)} & \rightarrow \text{ se } v \neq 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

onde:  $v \rightarrow$  número de restrições violadas;

$fo \rightarrow$  função objetivo dada pelo custo dos materiais, incluindo os custos das formas.



**Figura 3.4 – Seção transversal típica das vigas de concreto armado otimizada no trabalho de Coello et al. (1997).**

Os autores usaram o Algoritmo Genético simples proposto por Goldberg (1989) e experimentaram diversos esquemas de representação: binário, código de Gray e real com ponto flutuante. Na codificação de Gray (MICHALEWICZ, 1992), a representação de dois valores consecutivos difere somente pela permuta de um *bit*, fazendo com que a mudança de uma unidade na variável corresponda apenas à troca de um *bit* na codificação.

Foi usado nos experimentos o operador de cruzamento com dois pontos e estratégia de seleção por torneio, para manipular 400 indivíduos<sup>5</sup> ao longo de 50 gerações. Para cada esquema de representação foram feitas 81 execuções, com as taxas de cruzamento e de mutação variando entre 10% e

---

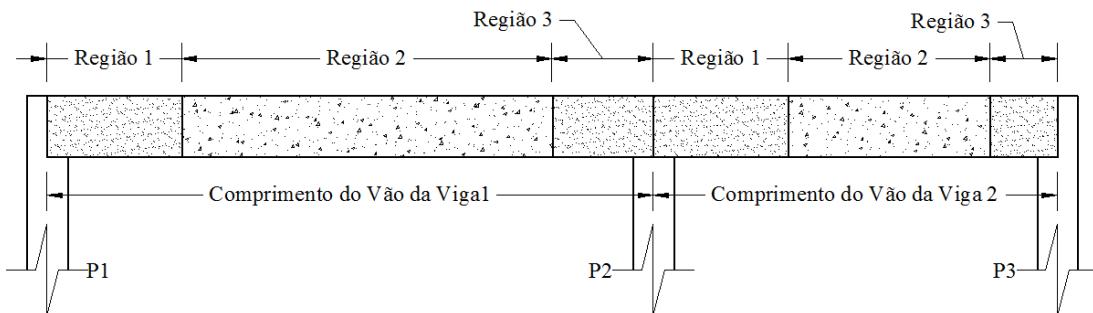
<sup>5</sup> Nos Algoritmos Genéticos aplicados a otimização estrutural, cada indivíduo representa um projeto do elemento ou sistema estrutural que se estuda.

90%, com incremento de 10%, sendo aproveitado apenas o melhor resultado para comparação com o de Chakrabarty (1992), que usou algoritmos de programação não linear em sua investigação. Os autores, no entanto, não apresentaram conclusões com relação ao comportamento, convergência ou calibragem de parâmetros do Algoritmo Genético com a aplicação da variação dessas taxas.

Para uma viga com largura fixa de 30 cm, os resultados foram praticamente os mesmos, sendo o melhor deles obtido pela representação real e o pior pelo código de Gray.

Para larguras de 20 cm e 62,5 cm, os resultados de Chakrabarty (1992) foram até 1% melhores. Entretanto, os resultados deste autor violaram a restrição da razão entre largura-altura da seção; além disso, o modelo proposto por Coello *et al.* (1997) é mais completo com relação ao número de restrições previstas em norma técnica.

A otimização da armadura de vigas ou pilares contínuos em edifícios de vários pavimentos, considerando três regiões de solicitação (duas próximas aos nós e uma central) por vão (horizontal ou vertical), conforme exemplifica a **Figura 3.5**, foi proposta por Koumousis e Arsenis (1998).



**Figura 3.5 – Regiões com taxas de armadura diferentes em uma viga contínua (KOUMOUSIS e ARSENIS, 1998).**

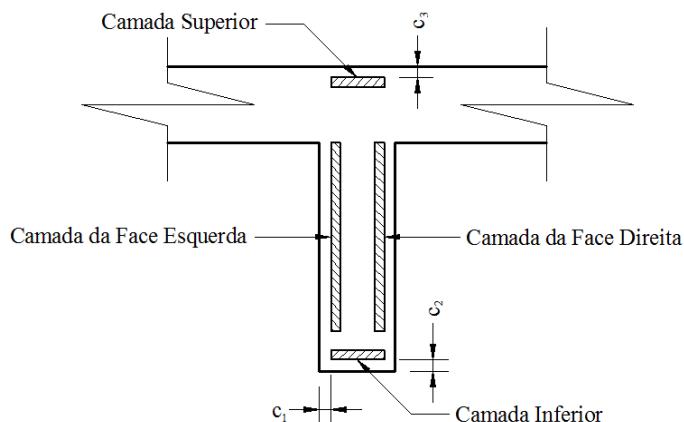
Eles substituíram a tradicional função objetivo baseada no peso ou no custo por uma combinação de funções ponderadas de critérios individuais restritivos proposta por PARETO (Vilfredo Pareto, 1848-1923) e dada pela **Equação (3.2)**, embora não tenham esclarecido o valor dos pesos  $w_j$  adotados.

$$p[f(x)] = \sum_{j=1}^m [w_j \cdot f_j(x)] \quad \therefore \quad \begin{cases} 0 \leq w_j \leq 1 \\ \sum_{j=1}^m w_j = 1 \end{cases} \quad (3.2)$$

onde:  $f_j(x) \rightarrow$  função dos critérios individuais (mínimo peso, máxima uniformidade das barras e menor número de barras).

Além disso, verificaram o comportamento do Algoritmo Genético através de 23 execuções do programa para uma variação dos parâmetros da taxa de cruzamento, de 30 a 60%, da taxa de mutação, de 0,1 a 8%, e do tamanho da população, de 10 a 100 indivíduos. Em todas as execuções foi utilizado o método da roleta ao longo de 300 gerações.

Para uma seção transversal definida e conhecidos os comprimentos dos vãos entre nós, Koumousis e Arsenis (1998) otimizaram o número e o diâmetro das barras, a partir de um conjunto de diâmetros disponíveis, para cada faixa da seção (camadas superior, inferior, da face esquerda e direita, mostradas na **Figura 3.6**), por região do vão e por vão da viga contínua, restringidos por limites de momento fletor e esforço cortante.



**Figura 3.6 – Camadas de armadura por seção considerada (KOUMOUSIS e ARSENIS, 1998).**

Além do critério da função peso, foram utilizados outros dois critérios: uniformidade das barras ( $U$ ), dado pela **Equação (3.3)**, e número mínimo de barras ( $NB$ ), expresso na **Equação (3.4)**. O primeiro critério é a característica de se ter barras de mesmo diâmetro entre regiões adjacentes e

entre vigas ou pilares adjacentes. Ambos os critérios estão associados à facilidade de confecção dos elementos (mão de obra, tempo para armar, etc.) e, indiretamente, ao controle de fissuração.

$$U = 100 - (N - 1) \cdot \left( \frac{100}{ND} \right) \quad (3.3)$$

$$NB = 100 \cdot \frac{C - Max}{Min - Max} \quad \therefore \quad \begin{cases} Max = \sum_{i=1}^K max(Nb_i) \\ Min = \sum_{i=1}^K min(Nb_i) \end{cases} \quad (3.4)$$

onde:  $N$  → número de diferentes diâmetros utilizados;

$ND$  → número total de diâmetros disponíveis;

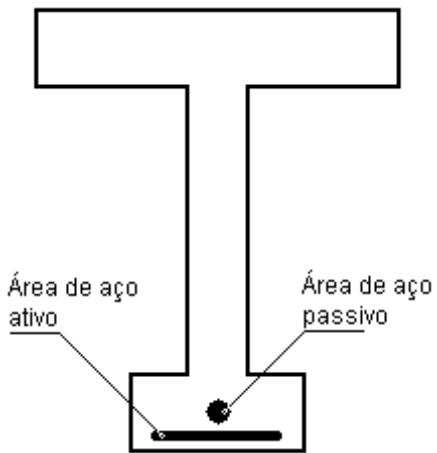
$C$  → número de barras em todas as regiões;

$K$  → número total de regiões;

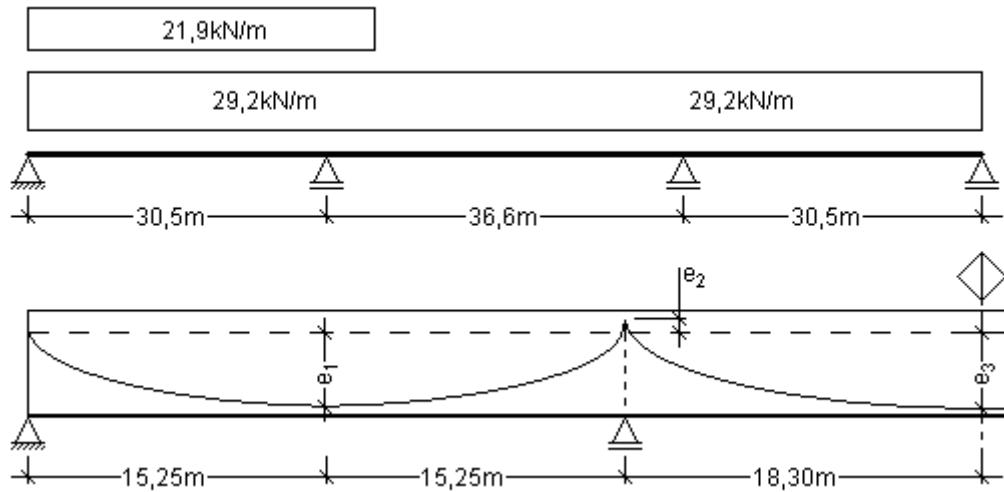
$Nb_i$  → número de barras na região  $i$ .

Com relação ao Algoritmo Genético, Koumousis e Arsenis (1998) concluíram que o tamanho da população e a probabilidade de mutação estão relacionados, isto é, populações grandes requerem taxas de mutação menores e taxas elevadas de mutação tendem a dificultar a convergência do problema.

Leite e Topping (1998) investigaram o problema de minimização do custo de material referente a viga de perfil “I” de concreto pretendido, caracterizada na **Figura 3.7**, usando Algoritmos Genéticos implementados com o sistema GEBENOPT — *GEnetic Based ENgineering OPTimization Tool*. Este mesmo problema foi investigado por Cohn e Lounis (1994) usando métodos convencionais. A **Figura 3.8** ilustra a viga testada em ambos os trabalhos.

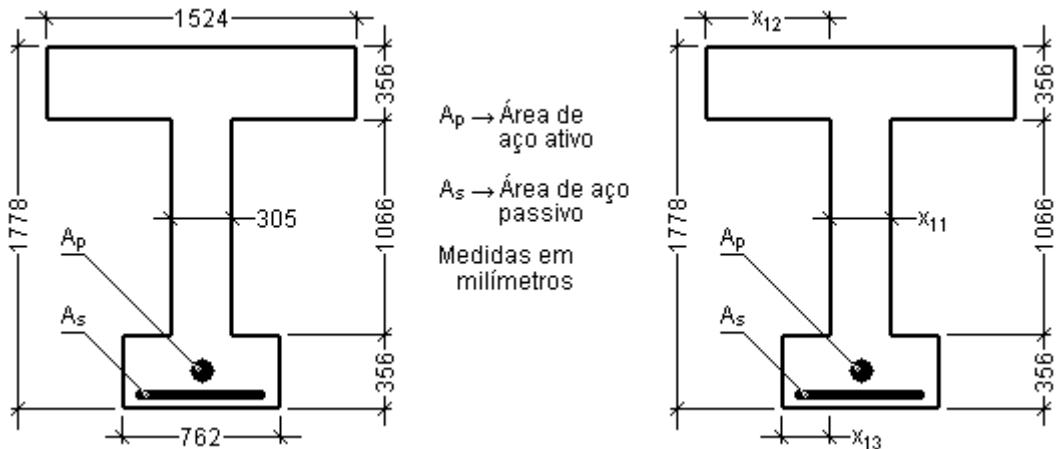


**Figura 3.7 – Seção I considerada para viga da Figura 3.8 (LEITE e TOPPING, 1998).**



**Figura 3.8 – Carregamento e forma do cabo de protensão da viga estudada por Leite e Topping (1998).**

Cohn e Lounis (1994) analisaram dois problemas de minimização relativos à viga I. Para o primeiro, mostrado na **Figura 3.9** (à esquerda), a seção transversal da viga foi definida e, para o segundo, as larguras do flange e da alma foram variáveis, enquanto que as alturas permaneceram constantes. Além dessas foram também consideradas como variáveis o fator de redução do momento, a área de armadura passiva, as excentricidades e a força de protensão. O objetivo do problema foi minimizar o custo de material da viga e Cohn e Lounis (1994) utilizaram o programa GAMS associado ao solver MINOS, que é baseado no algoritmo Lagrangeano.



**Figura 3.9 – Características da viga protendida analisada por Cohn e Lounis (1994).**

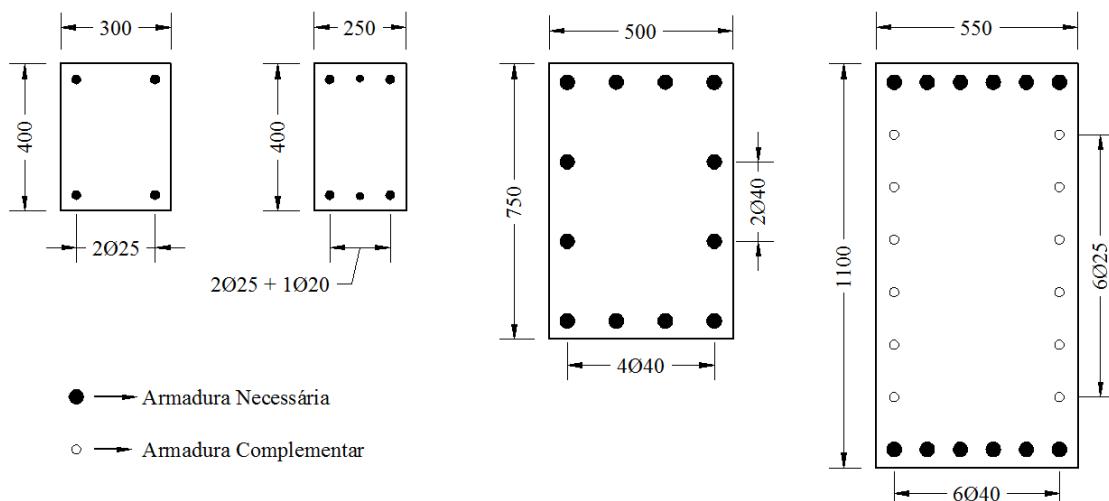
Com relação ao primeiro caso, os resultados do GEBENOPT ficaram 1% melhores quando comparados com os obtidos no pacote GAMES/MINOS. Já com relação ao segundo caso, as dimensões da largura e do flange foram diminuídas na solução encontrada pelo GEBENOPT, resultando uma economia de 11% com relação aos dados obtidos usando o GAMS/MINOS.

Rafiq e Southcombe (1998) avaliaram o projeto de quatro pilares de concreto armado, incluindo seu detalhamento. O problema foi equacionado como uma função multiobjetivo que trata da minimização da taxa armadura utilizada e da maximização da capacidade resistente à flexão composta obliqua das seções. Foi utilizada como referência a norma britânica (BS8110:1985) de dimensionamento.

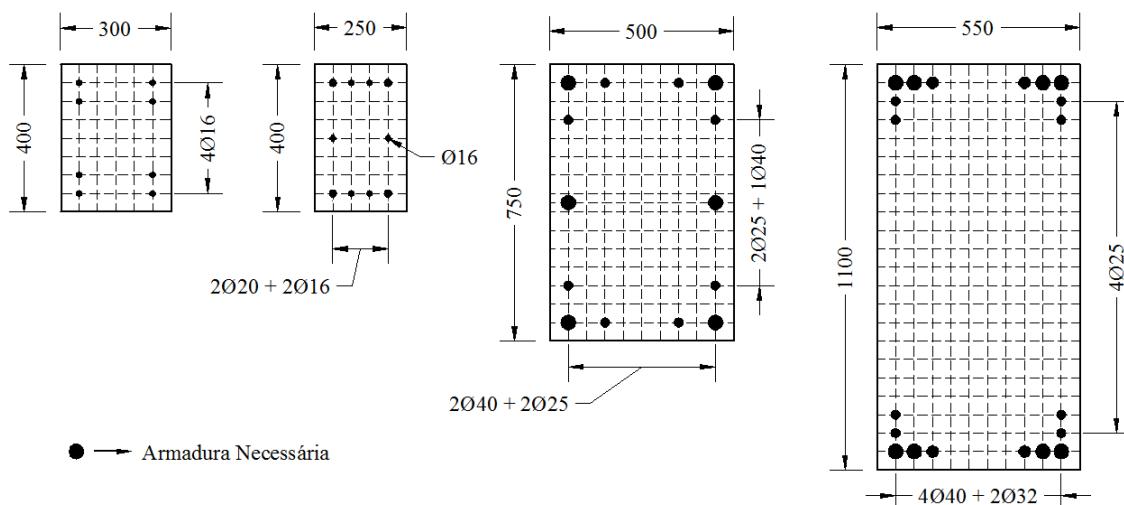
Para a solução deste problema via Algoritmo Genético, a representação de dados adotada foi a binária para variáveis discretas. O tamanho da população foi de 50 indivíduos e o critério de parada adotado foi de 50 gerações. Os autores não fornecem maiores detalhes sobre o Algoritmo Genético utilizado.

Os valores obtidos nos ensaios estão na **Tabela 3.2**. As posições das armaduras calculadas segundo a norma estão na **Figura 3.10** e as posições determinadas pelo Algoritmo Genético são vistas na **Figura 3.11**. Observa-se

que a disposição da armadura foi totalmente diferente daquela obtida pelo método simplificado da norma BS8110:1985. O Algoritmo Genético levou a uma maior economia de armadura, chegando a uma redução de até 18%. Entretanto, na **Figura 3.11**, vê-se a ausência da armadura distribuída no contorno (Pilar 4) e a não obediência à distância máxima entre barras (Pilar 3 e 4), fatores que devem ter contribuído para tal redução.



**Figura 3.10** – Resultados da disposição da armadura, segundo o método simplificado da Norma Britânica BS8110 (RAFIQ e SOUTHCOLBE, 1998; cotas em milímetros).



**Figura 3.11** – Resultados da disposição da armadura, segundo os Algoritmos Genéticos (RAFIQ e SOUTHCOLBE, 1998; cotas em milímetros).

**Tabela 3.2** – Resultados da área da armadura (RAFIQ e SOUTHCOMBE, 1998).

Pilar	BS8110 (mm <sup>2</sup> )	AG (mm <sup>2</sup> )	Diferença (%)
1	1964	1608	18,1
2	2592	2463	5,0
3	12566	11467	8,7
4	20970	17197	18,0

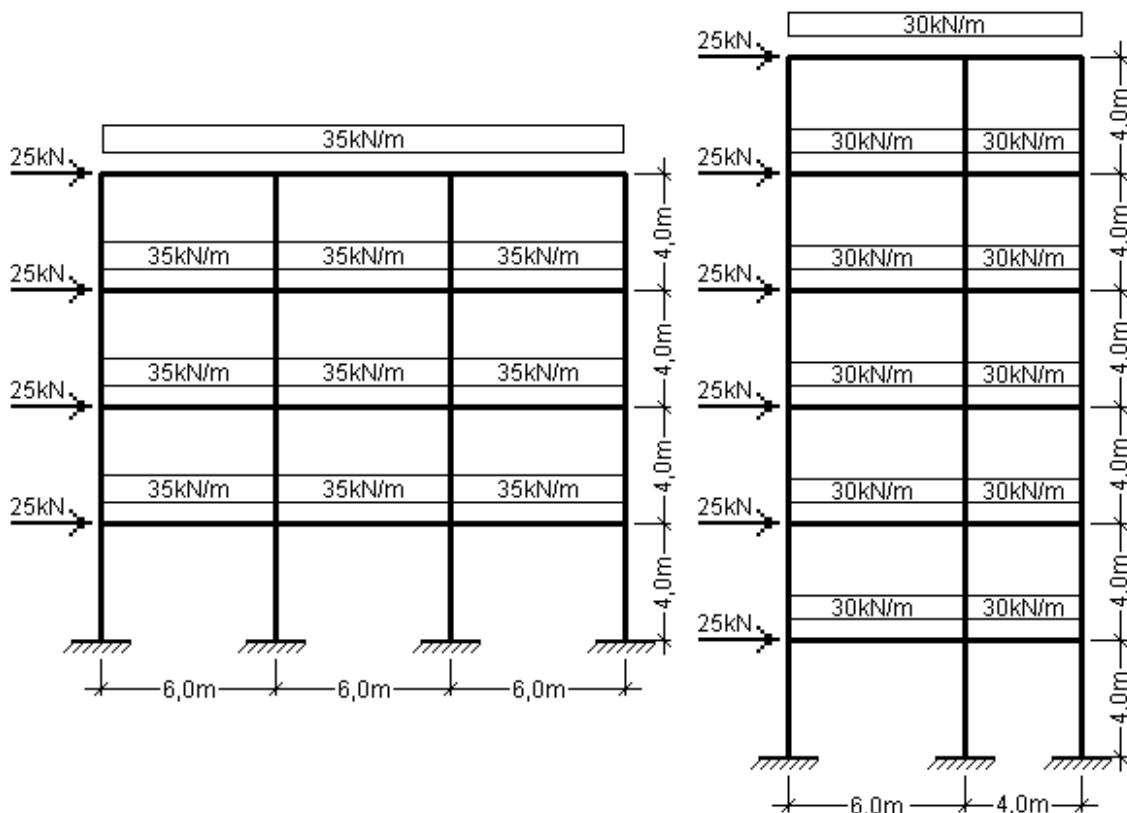
Rajeev e Krishnamoorthy (1998) analisaram pilares e vigas de um pórtico plano com o objetivo de minimizar o seu custo. As variáveis do problema foram as dimensões das seções transversais dos pilares e vigas e a disposição da armadura. Para isso, a estrutura foi dividida em grupos distintos de vigas e pilares, cada um com a mesma seção transversal e o mesmo carregamento.

Na busca da solução usando Algoritmo Genético, foi adotada a representação binária usando variáveis discretas. Na codificação, os autores adotaram para cada grupo de pilares quatro *bits*, que representam 14 possibilidades pré-definidas de arranjo das armaduras, e seis *bits* para uma das duas dimensões da seção transversal. Para os grupos de vigas, adotaram três *bits* para cada uma das dimensões da seção transversal; dois *bits* que representavam quatro possibilidades de arranjo das armaduras; e três *bits* para escolha da armadura adicional dentro de um conjunto de combinações em cada região de armadura.

Os exemplos foram executados com diversos tamanhos de população, modificados ao longo de 80 e 120 gerações com probabilidade de cruzamento de 80% e de mutação de 0,1%. Os autores nada comentaram sobre a estratégia de seleção usada.

Foi feita comparação com outro trabalho dos autores (KRISHNAMOORTHY e RAJEEV, 1989), onde os cálculos foram feitos em um programa chamado SUMT, baseado em um método convencional de busca

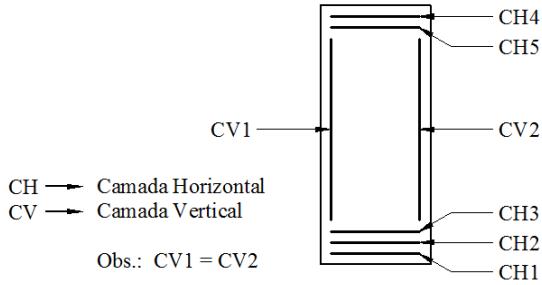
direta. Foram definidos dois tipos diferentes de problemas a fim de avaliar a aplicabilidade dos Algoritmos Genéticos, conforme mostra a **Figura 3.12**: o primeiro correspondia a um pórtico de quatro andares e possuía indivíduos com 204 bits de comprimento; e o segundo correspondia a um pórtico de seis andares cujos indivíduos possuíam 100 bits cada.



**Figura 3.12 –** Características principais dos dois pórticos analisados por Rajeev e Krishnamoorthy (1998).

Os resultados finais obtidos pelo Algoritmo Genético foram de 7% e 9% menores que os obtidos pelo SUMT, respectivamente para o pórtico de 4 e 6 andares.

O dimensionamento ótimo de seções retangulares de concreto armado submetidas à flexocompressão reta foi formulado por Argolo (2000). As variáveis de projeto foram as dimensões da seção transversal, o número de camadas de aço (**Figura 3.13**) e o número e diâmetro das barras de aço numa mesma camada.



**Figura 3.13 – Detalhamento possível previsto por Argolo (2000).**

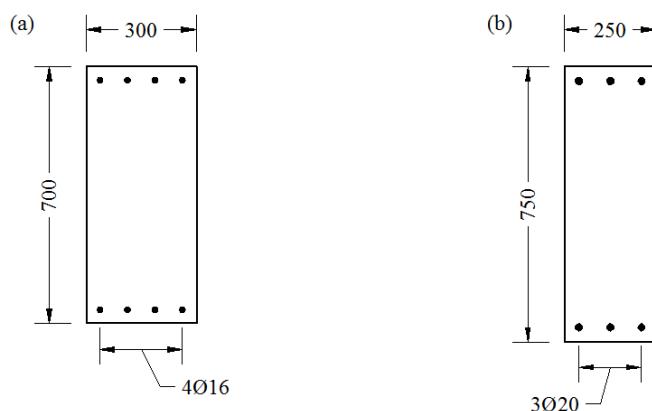
O objetivo foi minimizar o custo total dos materiais da seção, incluindo as formas. As restrições impostas foram relativas a critérios de resistência da seção transversal ao esforço normal e ao momento fletor, e relativas a exigências de norma técnica quanto aos limites inferior e superior para a taxa de armadura. Assim, a função de aptidão utilizada foi:

$$\begin{aligned}
 fa = & cf \cdot \left( C_s \cdot \gamma_s \cdot A_s + C_c \cdot A_c + C_f \cdot (b + 2 \cdot h) \right) + mf \cdot (M_R + N_R) + \\
 & R_1 \cdot \left( \frac{N_R}{N_S} - 1 \right)^2 + R_2 \cdot \left( \frac{M_R}{M_S} - 1 \right)^2 + \\
 & R_3 \cdot \left( \frac{A_s}{\rho_{max} \cdot A_c} - 1 \right)^2 + R_4 \cdot \left( \frac{A_s}{\rho_{min} \cdot A_c} - 1 \right)^2
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

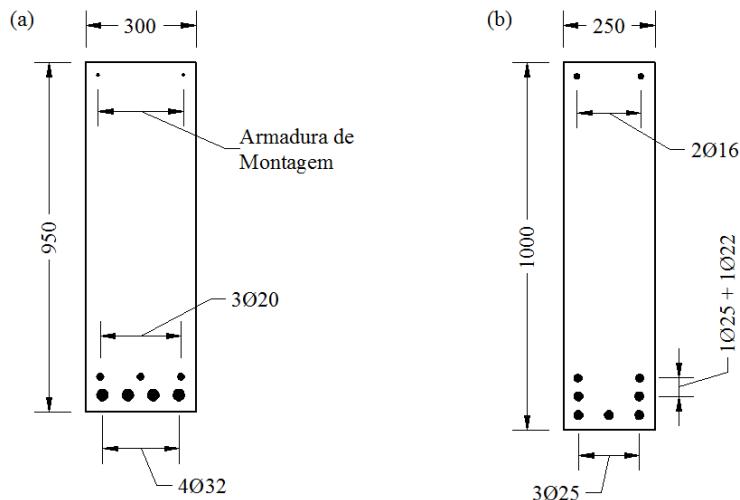
onde  $cf$  e  $mf$  eram parâmetros de ajuste para o custo e para o carregamento, respectivamente;  $R_i$  são os coeficientes de penalização, que só serão nulos se as respectivas restrições não forem violadas. Argolo (2000) executou seus exemplos com um valor elevado de  $mf$  até metade das gerações, a fim de garantir que a maior parte da população satisfizesse as condições dos estados limites últimos (restrições 1 e 2 da **Equação (3.5)**). Depois, reduzia-se  $mf$  e  $cf$  era aumentado linearmente até o fim da execução, fazendo com que as seções de menor custo tivessem mais chances de sobreviver. Observa-se que o uso dos parâmetros  $cf$  e  $mf$  torna a função aptidão variável, levando o problema a uma evolução mais lenta quanto ao número de avaliações e quanto à definição da ordem em que os objetivos são analisados, principalmente no caso de problemas com muitos objetivos.

Na codificação das variáveis, Argolo (2000) fixou o tamanho do cromossomo em 41 bits para qualquer exemplo estudado. Além das variáveis descritas, foi introduzido um *bit* para cada camada para representar se esta deveria ou não existir; observa-se, no entanto, a redundância desta representação, bastando o fato do número de barras da camada dado pelo Algoritmo Genético definir a existência da respectiva camada.

Todos os exemplos foram executados com um Algoritmo Genético simples, com 100 indivíduos manipulados ao longo de 80 gerações através de uma probabilidade de cruzamento de 80% e de uma taxa de mutação de 0,3%. No primeiro exemplo, os resultados foram comparados com os do dimensionamento convencional feito através dos ábacos de Montoya (1994). A partir de uma seção transversal fixa (300 mm x 700 mm) e com diversos pares N x M de solicitação, o programa de Argolo (2000) encontrou soluções até 26% mais barata do que as obtidas através do ábaco; com seção transversal também otimizada, chegou-se a custos até 30% menores (**Figura 3.14**). No segundo teste, os resultados foram comparados com os do trabalho de Chakrabarty (1992), que utilizou Programação Não Linear em sua busca pelo ótimo; os resultados do Algoritmo Genético foram 12% melhores (**Figura 3.15**).

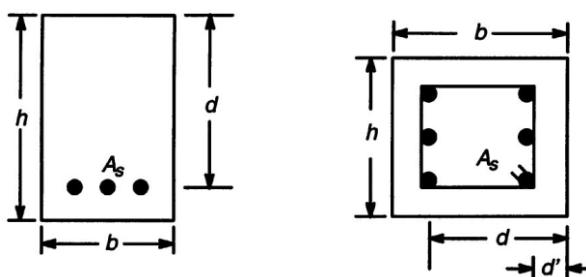


**Figura 3.14** – Detalhamento: (a) calculado através dos ábacos; (b) otimizado por Argolo (2000).



**Figura 3.15 – Detalhamento ótimo sugerido por (a) Chakrabarty (1992) e por (b) Argolo (2000).**

Camp *et al.* (2003) utilizaram o Algoritmo Genético para otimizar o custo dos materiais, incluindo o das formas, e da mão de obra para confecção de elementos lineares de concreto armado sujeitos às restrições e diretrizes da norma ACI 318-1999 quanto à resistência a flexão, esforço cortante e esbeltez e quanto às condições de serviço da estrutura. As variáveis de projeto foram as dimensões das seções transversais e a taxa de armadura para cada tipo de elemento, conforme visto na **Figura 3.16**.



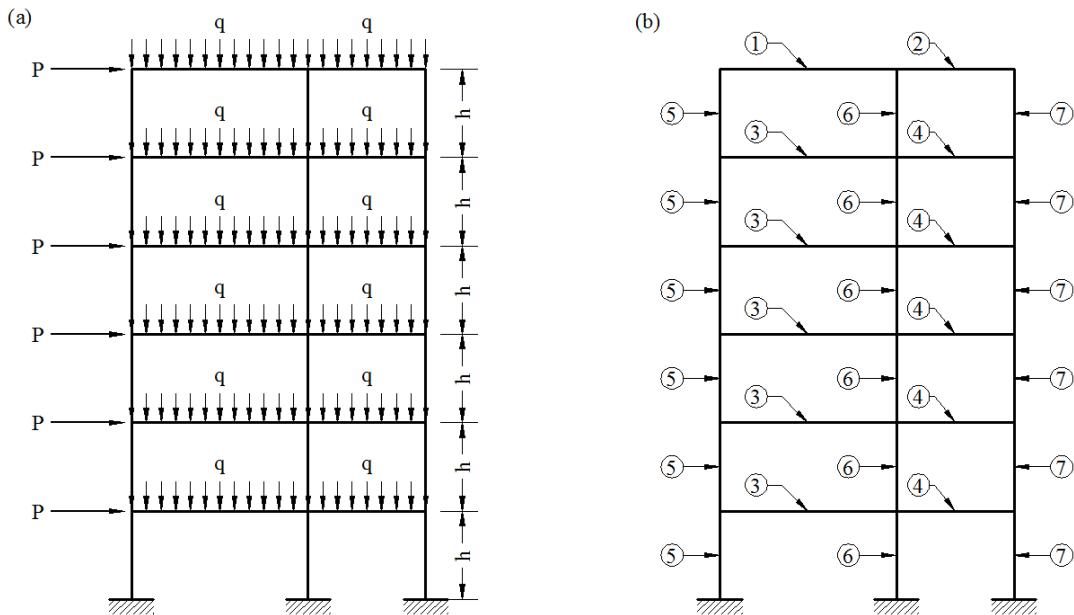
**Figura 3.16 – Geometrias típicas de vigas e pilares de concreto armado estudados por Camp *et al.* (2003).**

Propuseram um fator de penalização  $\Phi$  visto na **Equação (3.6)** e dado pelo produto de funções lineares ou quadráticas construídas conforme a restrição violada. Nesta equação,  $c_i$  é um fator que reflete o grau de violação da restrição  $i$ ;  $m_i$  é o grau de violação da restrição normalizado pelo ACI e  $k_i$  é um fator exponencial igual a 1 (linear), usado nas restrições do Estado Limite de Serviço, ou 2 (quadrático), utilizado nas restrições do Estado Limite

Último. Cada indivíduo tratado pelo Algoritmo Genético teve sua aptidão medida pelo produto do fator  $\Phi$  pelo custo de materiais e mão de obra.

$$\Phi = \prod_{i=1}^n (1 + c_i)^{k_i} \quad \therefore \quad c_i = \begin{cases} 0 & \rightarrow \text{ se } m_i \leq 0 \\ m_i & \rightarrow \text{ se } m_i > 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

A proposta foi testada com o exemplo visto na **Figura 3.17**, igual a um utilizado por Rajeev e Krishnamoorthy (1998). Em cada execução foi utilizada uma população com 100 indivíduos, manipulados ao longo de 100 gerações através de cruzamento uniforme com probabilidade de 50 a 70% e mutação com probabilidade de 0,1%. A diferença entre os resultados dos trabalhos ficou em pouco mais de 4%, conforme pode ser visto na **Tabela 3.3**.



**Figura 3.17 – Exemplo de pórtico com dois vão e seis pavimentos estudado por Camp *et al.* (2003): (a) geometria e carregamento; (b) grupos de pilares e vigas.**

Camp *et al.* (2003) esclareceram que parte desta diferença pode estar nos parâmetros normativos utilizados, uma vez que Rajeev e Krishnamoorthy (1998) utilizaram a norma indiana IS 456:1978. Além disso, esses autores utilizaram duas camadas de aço nas vigas, tanto na parte inferior quanto na superior, e incluíram limites para os comprimentos das barras em cada. Camp *et al.* (2003), no entanto, trabalharam com apenas uma camada para cada face,

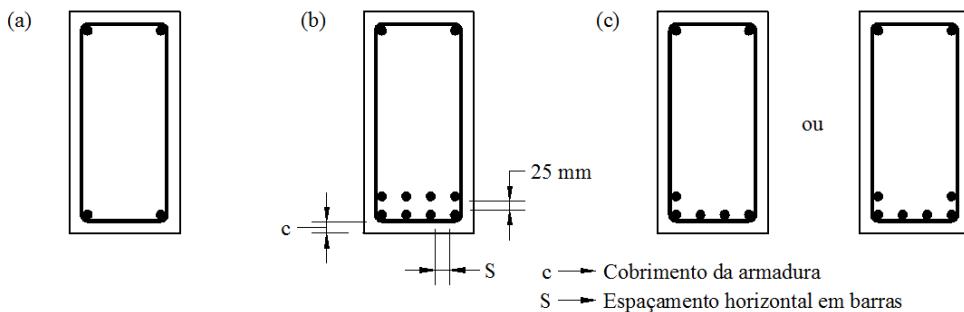
não limitaram o comprimento das barras e consideraram as barras contínuas entre vãos adjacentes.

**Tabela 3.3 – Custos otimizados para as análises da Figura 3.17 (CAMP et al., 2003).**

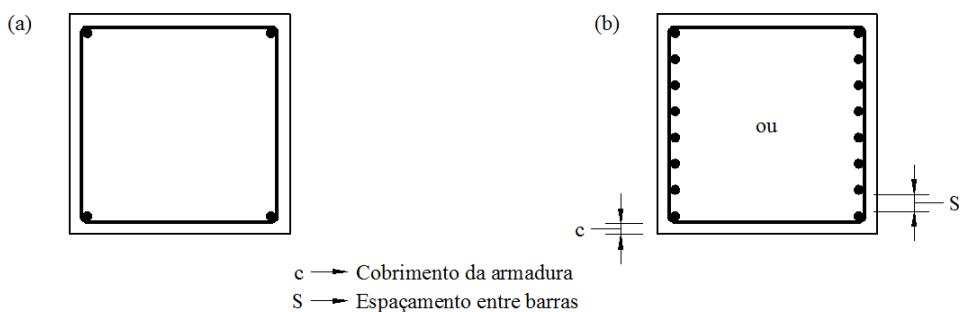
	Grupo de Vigas			Grupo de Pilares			
	1	2	3	4	5	6	7
Rajeev e Krishnamoorthy (1998)							
<b>b (mm)</b>	200	200	200	200	250	250	250
<b>h (mm)</b>	350	250	350	300	250	250	300
<b>A<sub>s,inf</sub> (mm<sup>2</sup>)*</b>	258	258	400	1000	2322	2322	2322
<b>A<sub>s,sup</sub> (mm<sup>2</sup>)*</b>	400	400	645	645			
<b>Custo (\$)</b>	26.052,00						
Camp et al. (2003)							
<b>b (mm)</b>	280	330	230	200	180	180	180
<b>h (mm)</b>	550	480	550	480	200	450	280
<b>A<sub>s,inf</sub> (mm<sup>2</sup>)*</b>	567	200	516	283	800	1550	516
<b>A<sub>s,sup</sub> (mm<sup>2</sup>)*</b>	1020	774	1000	400			
<b>Custo (\$)</b>	24.959,00						

\* Valores aproximados obtidos a partir da conversão de unidades em polegadas quadradas.

Lee e Ahn (2003) propuseram a otimização de elementos de pórticos planos, sujeitos a combinações de carregamentos verticais e horizontais, a partir de um conjunto pré-definido de seções de vigas e pilares armazenadas em dois bancos de dados. O banco de dados para as vigas era um conjunto de propriedades de seções candidatas, onde cada registro tinha as dimensões da seção transversal (altura e largura), o número de barras no topo e no fundo da seção e o valor da capacidade resistente à flexão (**Figura 3.18**). O banco de dados para os pilares consistia das informações das dimensões da seção, do número de barras simetricamente arranjadas (**Figura 3.19**) e de um subconjunto de pontos que representa o diagrama força normal – momento fletor (N x M) resistente da seção. Em ambos os casos, os diâmetros das barras foram pré-fixados.



**Figura 3.18** – Restrições no número de barras em seções de vigas estudadas por Lee e Ahn (2003): (a) mínimo de quatro barras; (b) arranjo da armadura com o número máximo de barras; (c) exemplos de arranjos permitidos com duas camadas da armadura inferior.



**Figura 3.19** – Restrições no número de barras em seções de pilares estudados por Lee e Ahn (2003): (a) mínimo de quatro barras; (b) número máximo de barras que satisfaz o espaçamento entre barras ( $S$ ) e o cobrimento da armadura ( $c$ ) (exemplo com agrupamento oposto de armadura).

O objetivo foi minimizar o custo com materiais (concreto, aço e formas), restringido apenas pela capacidade resistente à flexão das vigas e ao par força normal – momento fletor dos pilares. Nos exemplos testados por Lee e Ahn (2003) foram criados bancos de dados com até 8192 seções de vigas e 2048 seções de pilares candidatas; isso significa que cada grupo de elementos teria no máximo 13 *bits* representando as vigas e 11 *bits* representando os pilares.

Quanto aos parâmetros do Algoritmo Genético, Lee e Ahn (2003) utilizaram na maioria dos ensaios 500 indivíduos, manipulados ao longo das gerações com taxa de probabilidade de cruzamento de 80% e de mutação com taxas de 1% ou 5%. Os autores não apresentaram o número limite de gerações embora a maioria dos resultados obtidos tenha sido alcançado com, em média,

menos de 150 gerações, o que permite interpretar que se utilizou o elitismo da população entre gerações.

Os valores ótimos obtidos em cada teste foram comparados com os primeiros projetos tecnicamente viáveis fornecidos pelo próprio Algoritmo Genético nas primeiras gerações, conforme os limites das variáveis impostos e os bancos de dados utilizado; a diferença foi de cerca de 25%.

Lee e Ahn (2003) observaram ainda as tendências de convergência quando diferentes valores de parâmetros do Algoritmo Genético foram utilizados. Para os casos com probabilidade de mutação fixada, a taxa de convergência diminuiu e mostrou maior variação quando a probabilidade de mutação foi aumentada. A variação das taxas de probabilidade de cruzamento não influenciou significativamente na convergência da solução ótima.

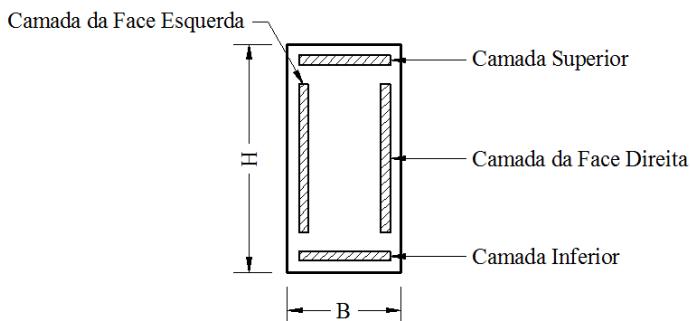
Bastos (2004) desenvolveu um programa para o cálculo otimizado de seções retangulares de concreto armado submetidas a esforços de flexocompressão oblíqua, dando continuidade ao trabalho de Argolo (2000). Para isso, na **Equação (3.5)** foi substituída a parcela relativa à restrição do momento fletor pelas parcelas:

$$R_2 \cdot \left( \frac{M_{xR}}{M_{xS}} - 1 \right)^2 + R_3 \cdot \left( \frac{M_{yR}}{M_{yS}} - 1 \right)^2 \quad (3.7)$$

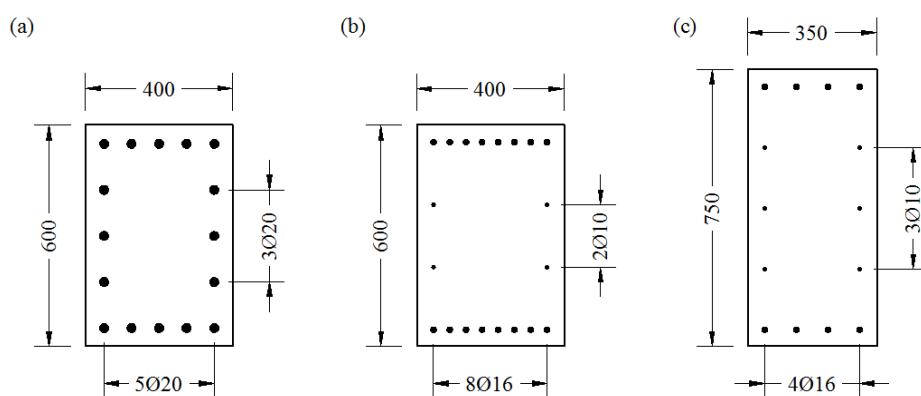
O detalhamento proposto por Argolo (**Figura 3.13**) foi simplificado em apenas quatro camadas de aço, sendo duas horizontais e duas verticais, conforme mostra a **Figura 3.20**, gerando indivíduos com apenas 26 bits. Além disso, Bastos (2004) utilizou 80 gerações para manipular 100 indivíduos com 80% de probabilidade de cruzamento e 0,3% de probabilidade de mutação.

Os resultados dos exemplos testados foram comparados com resultados obtidos para uma seção de 400 mm x 600 mm, calculada através dos ábacos de Montoya (1994). Mantendo fixa a seção utilizada no cálculo convencional, alcançou-se um resultado ótimo até 13% mais barato; com as

dimensões da seção liberadas para otimização, a redução chegou a 30% (**Figura 3.21**).



**Figura 3.20 – Detalhamento possível previsto por Bastos (2004).**

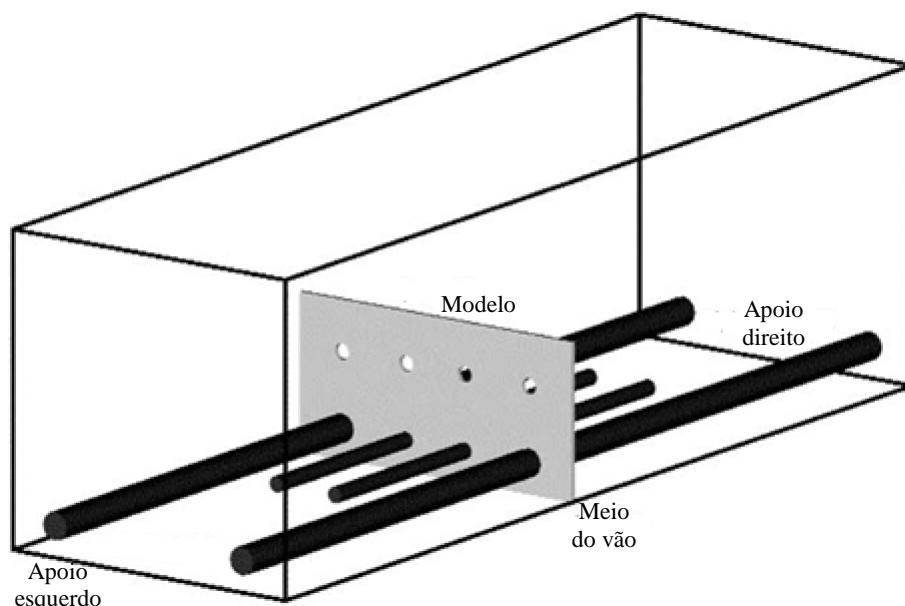


**Figura 3.21 – Seções dimensionadas através de: (a) cálculo convencional; (b) cálculo otimizado com seção fixada; (c) cálculo otimizado com dimensões da seção variável (BASTOS, 2004)**

Os resultados do Algoritmo Genético de Bastos (2004) foram alcançados com tempos entre 10 e 12 minutos, em um computador com processador de 1 GHz. Mesmo assim, concluiu-se que o Algoritmo Genético é uma técnica robusta, em virtude da redução de custo que propiciou, mesmo com o elevado custo computacional.

Govindaraj e Ramasamy (2005) otimizaram o dimensionamento e detalhamento da armadura em vigas contínuas de concreto. Apenas as dimensões da seção transversal e o modelo de detalhamento foram considerados como variáveis de projeto, reduzindo o tamanho do problema de otimização com a eliminação da busca por diâmetros, números de barras e camadas de alocação da armadura; além disso, nos problemas estudados, os autores consideraram a mesma largura da seção escolhida pelo Algoritmo

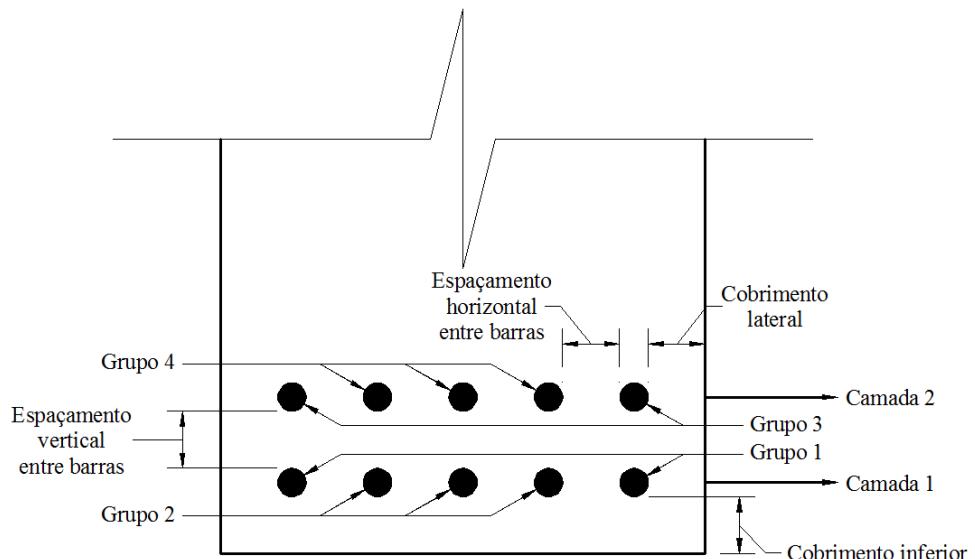
Genético para todos os vãos da viga. Os diâmetros das barras foram determinados para atender as solicitações das seções críticas de todos os vãos (região dos apoios e meio do vão das vigas) e detalhadas para atender às normas técnicas (IS:456, 2000) em função do modelo de detalhamento escolhido pelo Algoritmo Genético (**Figura 3.22**).



**Figura 3.22** – Exemplo de detalhamento de armadura (GOVINDARAJ e RAMASAMI, 2005).

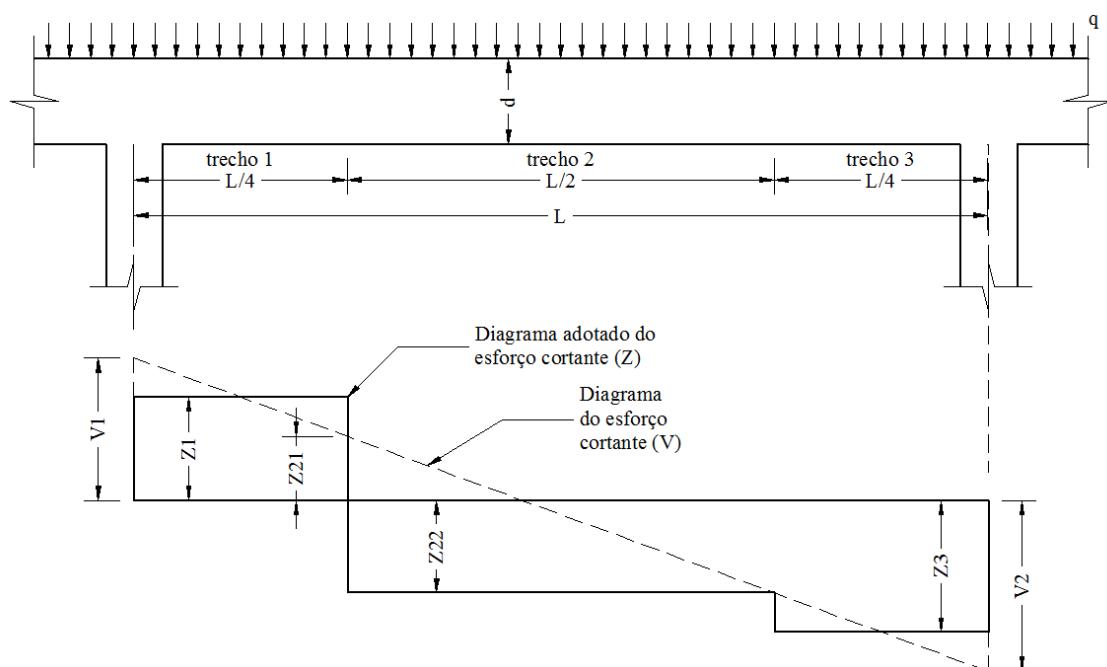
O modelo de detalhamento foi selecionado em um banco de dados; cada um possuía quatro grupos com no mínimo duas barras cada do mesmo diâmetro  $\phi$ , respeitados os espaçamentos verticais e horizontais entre as barras e os cobrimentos inferior e lateral da armadura, conforme mostra a **Figura 3.23**.

Para gerar as diversas possibilidades de modelos de detalhamento era necessário saber o número de camadas de barras de aço (no máximo duas), o número de barras por camada (no máximo cinco), os valores máximos e mínimos para o espaço livre entre barras adjacentes da mesma camada e a espessura do cobrimento lateral. Por exemplo, para um estudo com oito diâmetros de barra disponíveis, poderiam ser gerados até  $8^4 = 4096$  modelos possíveis.



**Figura 3.23 – Modelo típico de detalhamento de armadura (GOVINDARAJ e RAMASAMI, 2005).**

Após a escolha do arranjo da armadura de flexão, a armadura de cortante na forma de estribos verticais era fornecida para o maior valor de força cortante na envoltória dos diagramas referentes às diversas combinações de carregamento da estrutura, sendo considerados três trechos por vão, conforme mostra a **Figura 3.24**.



**Figura 3.24 – Seções críticas consideradas para a armadura de cisalhamento (GOVINDARAJ e RAMASAMI, 2005).**

A função objetivo utilizada por Govindaraj e Ramasamy (2005) foi aquela baseada no custo com mão de obra e materiais (concreto, armaduras de flexão e cisalhamento e formas) da viga. O problema foi restringido geometricamente pela razão altura-largura da viga (devendo ser maior que a unidade e menor que um limite máximo estipulado pela norma técnica adotada), pela taxa de armadura máxima, pela capacidade resistente da seção à flexão e do concreto à ruína por compressão diagonal e pelo limite da flecha da viga em serviço. A função aptidão foi construída a partir da penalização das restrições violadas  $G_i$ , conforme mostra a **Equação (3.8)**.

$$FA = FO \cdot \left( 1 + \sum_{i=1}^m P_i \right)^2 \quad (3.8)$$

$$\therefore P_i = \begin{cases} 0 & \rightarrow \text{ se } G_i \text{ não foi violada} \\ Abs(G_i) & \rightarrow \text{ se } G_i \text{ foi violada} \end{cases}$$

Para todos os exemplos, Govindaraj e Ramasamy (2005) utilizaram o Algoritmo Genético simples executado com no máximo 100 gerações, com dez indivíduos selecionados por torneio e cruzados com probabilidade de 100% e mutacionados com probabilidade de 0,5%. Outro critério de parada foi a permanência do melhor indivíduo por até seis gerações sem sofrer modificação, o que pode sugerir o uso do elitismo da população.

Os resultados de dois exemplos foram comparados com os do trabalho de Kanagasundaram e Karihaloo (1991), que utilizaram uma técnica de Programação Matemática Linear Sequencial e Programação Convexa. O primeiro exemplo foi uma viga simplesmente apoiada e o segundo uma viga contínua de três vãos de comprimentos iguais a 4,0, 5,0 e 7,0 m. Em ambos os casos foi fixada a largura da seção transversal e no segundo exemplo foi considerada a mesma altura para todos os vãos. Considerou-se, também, uma largura colaborante da mesa com 1500 mm e espessura de 120 mm.

Com isso, os indivíduos gerados possuíam apenas cinco *bits* de comprimento por vâo de viga. Para o primeiro exemplo, o ótimo foi obtido

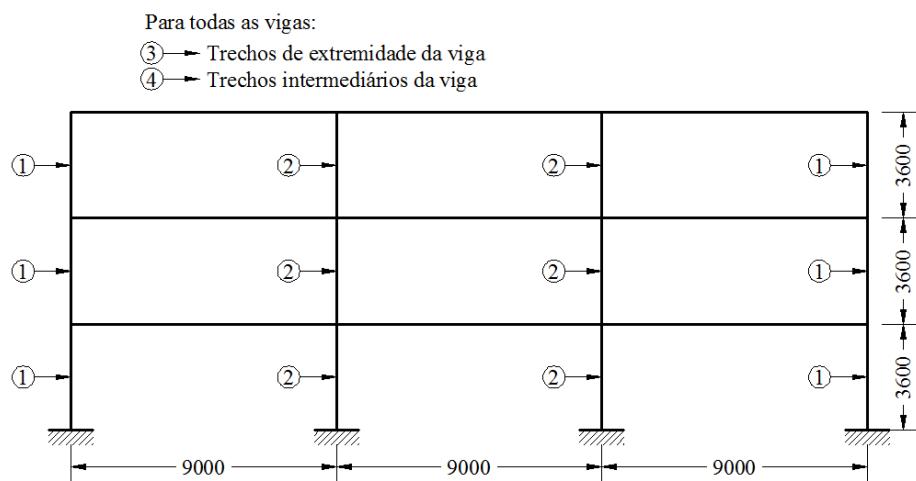
após a 19<sup>a</sup> geração, com um consumo de 36s em um computador com processador de 1.8GHz e uma redução de 11% com relação ao trabalho de referência. A viga contínua teve o ótimo alcançado na 22<sup>a</sup> geração, após 41s e com uma economia de 7%.

Kwak e Kim (2009) alegaram em seu trabalho que o método do Algoritmo Genético ocasionalmente perderia confiabilidade e estava associado a um custo computacional elevado. Então, para resolver pórticos planos de concreto armado, eles propuseram uma combinação do Algoritmo Genético com um método de busca direto em um banco de dados que armazenava dimensões de seções e alocações de armaduras para vigas e pilares, semelhante ao do estudo de Lee e Ahn (2003), com a inclusão de um método de programação não linear desenvolvido por Hook e Jeeves (1961) para o refino da solução contínua do Algoritmo Genético para posterior discretização com as informações dos bancos de dados. Além disso, diferentemente do trabalho de Lee e Ahn (2003), a análise estrutural não linear considerou a deformação plástica dos elementos e a redistribuição dos esforços na estrutura.

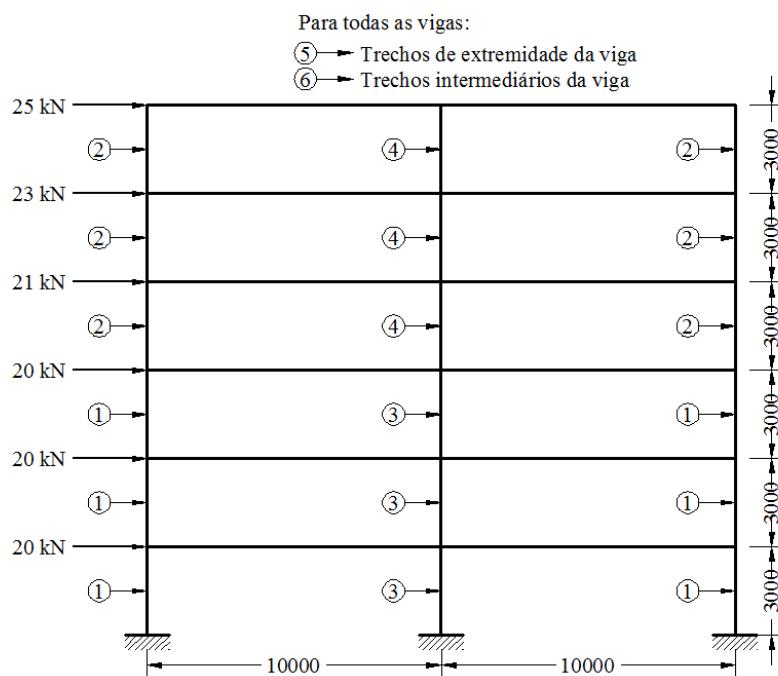
Dois problemas foram analisados com 50 indivíduos, manipulados ao longo de 50 gerações com taxa de cruzamento de 100% e de mutação de 1%, e banco de dados com 2451 pilares e 2239 vigas. O resultado do primeiro exemplo (um pórtico de três vãos com três andares, **Figura 3.25**), comparado com o da análise de Lee e Ahn (2003), mostrou uma economia de 16%. Kwak e Kim (2009) creditavam essa economia ao fato de seu programa buscar seções novas com capacidades mais próximas às solicitações das vigas e pilares, além de considerar a subdivisão da viga em três regiões de cálculo.

Em um exemplo com dois vãos e seis andares, Kwak e Kim (2009) analisaram a diferença entre o resultado ótimo de um teste feito considerando a análise linear da estrutura e de outro ensaio feito considerando a análise não linear com redistribuição de esforços. Foram considerados quatro grupos de pilares e dois grupos de vigas com as mesmas características geométricas

**(Figura 3.26).** Com a possibilidade de redistribuição dos esforços, a estrutura ficou 16,5% mais barata.



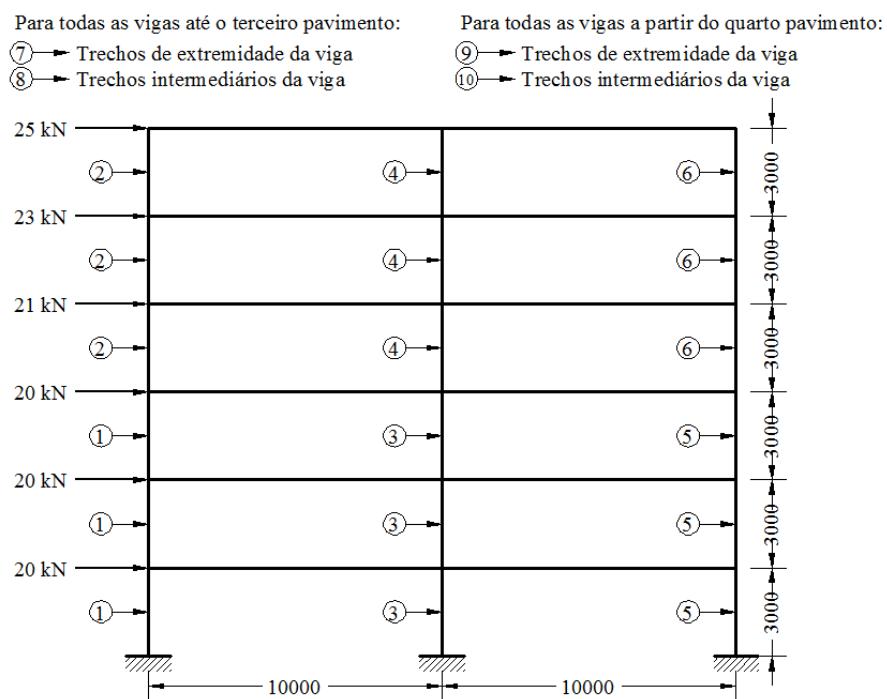
**Figura 3.25 – Exemplo de pórtico com três vãos e três pavimentos estudado por Lee e Ahn (2003) e Kwak e Kim (2009).**



**Figura 3.26 – Exemplo de pórtico com dois vãos e seis pavimentos, dividido em quatro grupos de pilares e dois grupos de vigas (KWAK e KIM, 2009).**

Depois, a estrutura da **Figura 3.26** foi melhor discretizada, desta vez com seis grupos de pilares e quatro grupos de vigas (**Figura 3.27**). Comparando as duas formas de análise estrutural, a não linear com redistribuição dos esforços permitiu uma redução de 11,5%.

Comparando os resultados das execuções das duas estruturas calculadas com análise linear, verificou-se que o pórtico de seis grupos de pilares foi 1% mais barato. Contudo, o ensaio com os dez grupos de elementos foi 3,6% mais caro do que o com seis grupos, quando feita a análise estrutural não linear. Os autores atribuíram isso ao fato de que a análise linear distribui os esforços no elemento em função da rigidez entre os elementos. No primeiro caso, supõe-se que cada elemento tenha infinita capacidade resistente e, não havendo redistribuição dos momentos, suportam individualmente toda carga neles aplicada.

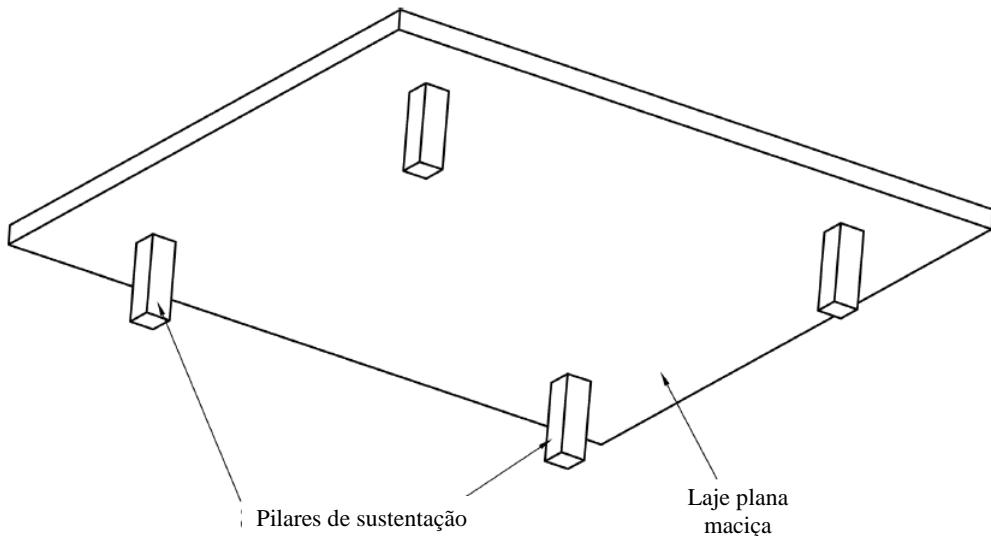


**Figura 3.27 – Exemplo de pórtico com dois vãos e seis pavimentos, dividido em seis grupos de pilares e quatro grupos de vigas (KWAK e KIM, 2009).**

### 3.3. Otimização de Lajes de Concreto

Sahab *et al.* (2005a) estudaram o custo para construção de uma estrutura composta por lajes maciças apoiadas diretamente sobre pilares (**Figura 3.28**). O custo a ser minimizado considerou a mão de obra e os

materiais (concreto, armadura e formas) necessários, inclusive para as fundações da estrutura. A partir de um número conhecido de andares e das dimensões da planta baixa, os autores buscaram o número de vãos nas direções longitudinais e transversais, a espessura de cada painel de laje e a quantidade e o diâmetro das barras de armadura das lajes (**Figura 3.29**).



**Figura 3.28** – Estrutura de laje plana maciça estudada por Sahab *et al.* (2005a).

A função objetivo era sujeita a restrições de momento fletor nas lajes e nos pilares, esforço normal nos pilares, limites para as taxas de armadura e dimensões dos elementos estruturais. Além disso, foi adotado um parâmetro de redistribuição dos momentos fletores das lajes a fim de evitar o uso de armadura de compressão. A aptidão de cada indivíduo foi dada pelo acréscimo a função custo de um somatório das funções de penalidade associadas a cada restrição, conforme a Equação (3.9):

$$FA(x) = r \cdot \sum_{i=1}^m \Phi_i(x) \quad \therefore \quad \Phi_i(x) = [\max(G_i(x), 0)]^n \quad (3.9)$$

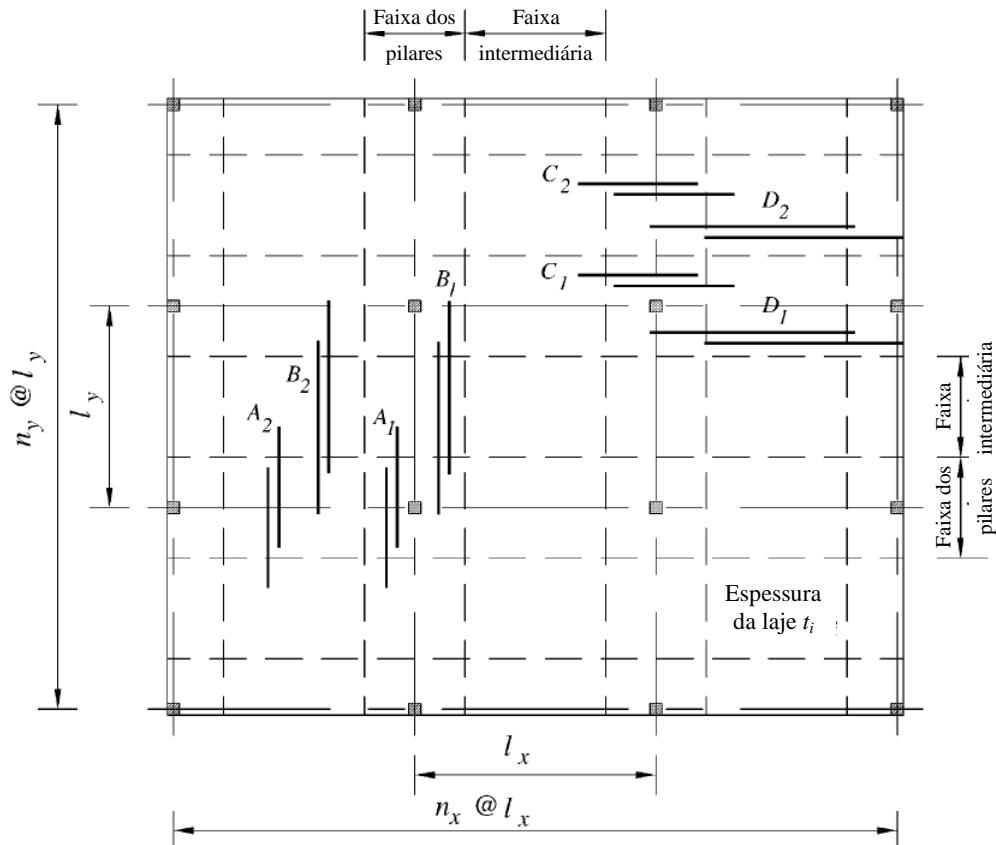
onde:  $r$  → multiplicador da penalidade;

$\Phi_i$  → valor de penalização da restrição;

$G_i$  → valor da função de restrição;

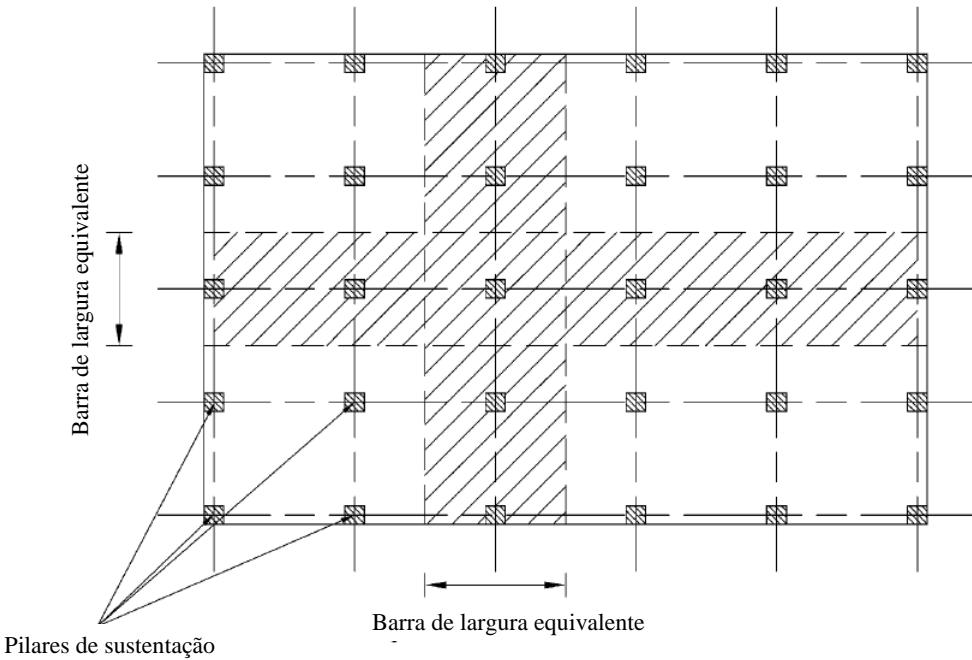
$m$  → número de restrições;

$n$  → índice de potenciação da função de penalidade, podendo ser 1, 2 ou 1/2.



**Figura 3.29 – Variáveis de projeto para uma laje típica estudada por Sahab et al. (2005a).**

A análise estrutural foi feita através do método de analogia de grelhas. Neste método, um sistema com disposição dos pilares segundo a **Figura 3.30** foi dividido em uma série de barras planas longitudinais e transversais, de forma que cada barra fosse constituída de uma linha de pilares e vigas chatas. As faixas de laje foram limitadas lateralmente por eixos que passam pelos pontos médios entre pilares adjacentes, na direção perpendicular. Em cada direção, as seções das barras equivalentes eram analisadas para a obtenção dos momentos fletores e dos esforços cortantes em diferentes trechos.



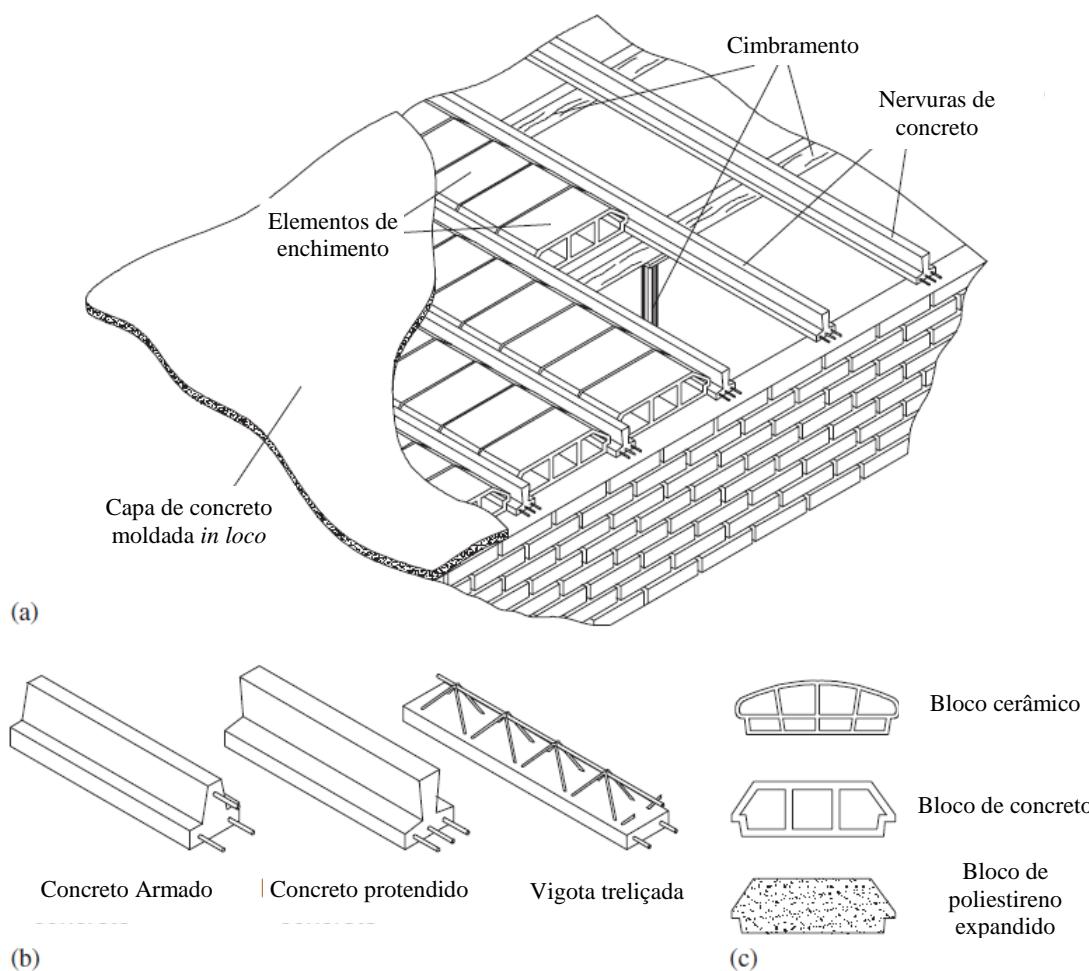
**Figura 3.30 –** Analogia de grelhas adotado por Sahab *et al.* (2005a) para a análise estrutural do sistema de lajes maciças planas.

Para a obtenção dos valores ótimos, Sahab *et al.* (2005a) implementaram um programa com duas modificações no Algoritmo Genético básico. Na primeira modificação, o Algoritmo Genético começava com a criação de um número grande de indivíduos aleatoriamente escolhidos dentro do espaço de busca; destes indivíduos, os melhores eram selecionados para a continuidade do processo. A segunda modificação limitava o número de cópias de cada grupo de indivíduos com a mesma aptidão; desta forma, o tamanho da população decrescia durante o processo, mas não menos que um limite mínimo permitível para o tamanho da população. As modificações promovidas são melhor explicadas em Sahab *et al.* (2005b).

Embora não tenham sido dados detalhes dos parâmetros usados nos Algoritmos Genéticos, Sahab *et al.* (2005a) compararam os resultados do Algoritmo Genético implementado com os de cálculos convencionais de três estruturas, sendo uma com um pavimento e planta de 20 m x 18 m, a segunda com quatro pavimentos e a mesma planta do primeiro exemplo, e a terceira com três pavimentos e 37,5 m x 37,5 m. A economia verificada foi de, respectivamente, 2,8%, 5,1% e 13%. Segundo os autores, quanto maior o número de elementos da estrutura, maior a redução do custo alcançado; essa

redução está associada à otimização do arranjo dos pilares na planta, uma vez que a laje representa a maior parte do custo da estrutura e a redução do seu vão implica em redução da espessura da laje e da taxa de armadura.

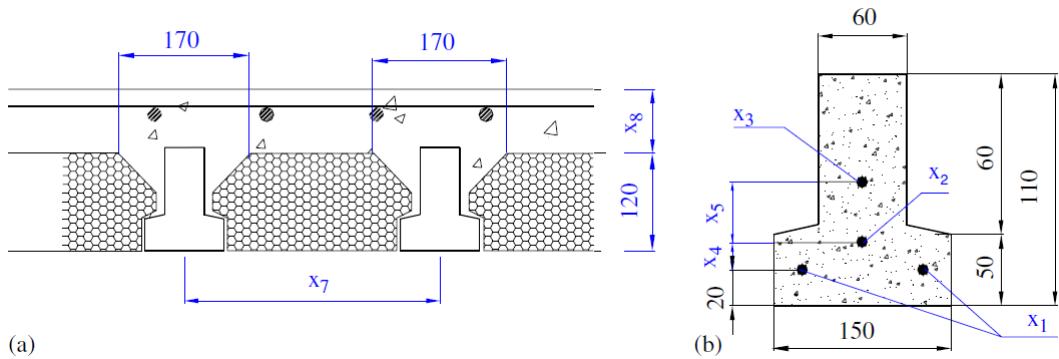
Castilho *et al.* (2007) usaram um Algoritmo Genético modificado como técnica de otimização dos custos de produção de lajes nervuradas pré-fabricadas em concreto protendido (**Figura 3.31**). A função objetivo considerou todos os custos que envolvem as etapas de produção, transporte e montagem das lajes, incluindo os materiais, mão de obra, equipamentos, administração, custos com terceirização e impostos.



**Figura 3.31 – Laje com nervuras de concreto pré-fabricadas estudadas por Castilho *et al.* (2007): (a) componentes; (b) tipos de nervuras; (c) tipos de elementos de enchimento.**

A geometria da nervura foi fixada, conforme mostra a **Figura 3.32**. Das variáveis de projeto envolvidas,  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$  representavam a quantidade de

barras de aço em cada um dos três níveis;  $x_4$  e  $x_5$  as distâncias entre o primeiro e segundo nível e entre o segundo e terceiro nível, respectivamente. A variável  $x_6$  representava a resistência à compressão do concreto moldado *in loco* da capa da laje (mesa colaborante da nervura) de espessura  $x_8$ . A distância entre os eixos das nervuras era representada por  $x_7$ . As variáveis foram restringidas por parâmetros limites.



**Figura 3.32 – Laje nervurada pré-fabricada estudada por Castilho *et al.* (2007): (a) seção transversal da laje; (b) seção transversal da nervura.**

A função objetivo foi restrinida segundo o estado limite último quanto à resistência à flexão, inclusive em situação de transporte, esforço cortante e cisalhamento na interface entre a nervura e a capa de concreto. Quanto ao estado limite de serviço, foram verificadas as tensões normais nas combinações de carga quase permanente e rara. Castilho *et al.* (2007) também consideraram o estado limite de compressão excessiva no momento da aplicação da protensão.

A função aptidão adotada foi a função objetivo acrescida de uma parcela de penalidade  $pen(x)$ , dada pela Equação (3.10).

$$pen(x) = r \cdot \sum_{i=1}^m \Phi_i(x) \quad \therefore \quad \Phi_i(x) = \begin{cases} 1 & \rightarrow \text{se } G_i(x) \text{ foi violada} \\ 0 & \rightarrow \text{caso contrario} \end{cases} \quad (3.10)$$

onde:  $r \rightarrow$  multiplicador da penalidade, igual a 1500;

$G_i \rightarrow$  valor da função de restrição;

Castilho *et al.* (2007) ensaiaram uma laje utilizando uma variação do Algoritmo Genético simples, baseado em execuções com cruzamentos de um, dois, três, quatro e cinco pontos, além do cruzamento uniforme e do cruzamento “variável a variável” em um ponto, a que chamou de MGA (*Modified Genetic Algorithm*), uma das diversas famílias de Algoritmos Genéticos melhor detalhada em Castilho (2003). Cada um desses algoritmos foi executado para uma população de 100 indivíduos ao longo de 1000 gerações, selecionados por ranqueamento da aptidão dos melhores indivíduos, com o elitismo do melhor deles a cada geração; as taxas de probabilidade de cruzamento e mutação foram de, respectivamente, 85% e 1%. Os resultados dos Algoritmos Genéticos foram comparados aos do sistema ALGENCAN (descrito em Andreani *et al.*, 2005), implementado com o método do Lagrangeano Aumentado.

**Tabela 3.4** – Valores das variáveis e do custo da laje com 3,0m de vão estudada por Castilho *et al.* (2007).

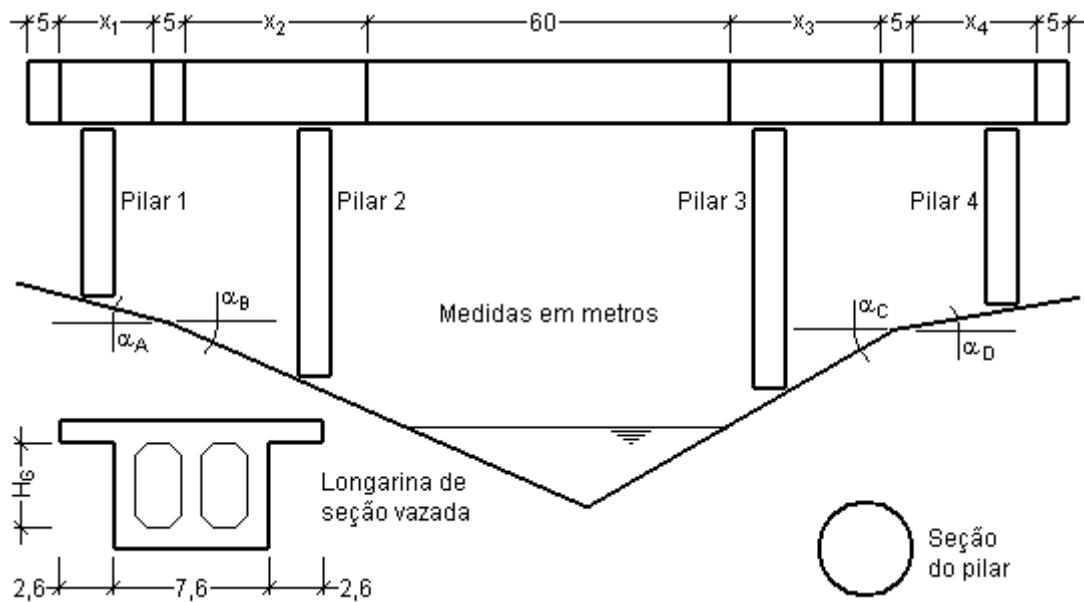
Função Objetivo (R\$/m <sup>2</sup> )	Variáveis de Projeto								
	x <sub>1</sub> (mm <sup>2</sup> )	x <sub>2</sub> (mm <sup>2</sup> )	x <sub>3</sub> (mm <sup>2</sup> )	x <sub>4</sub> (mm)	x <sub>5</sub> (mm)	x <sub>6</sub> (MPa)	x <sub>7</sub> (mm)	x <sub>8</sub> (mm)	
<b>MGA com diferentes operadores de cruzamento</b>									
Uniforme	27,48	40	10	0	59,3	0	15,0	499,8	40,0
1X	27,53	40	10	1	58,5	22,0	15,0	499,7	40,0
2X	27,54	40	10	1	57,8	22,9	15,0	499,8	40,0
3X	27,54	40	10	1	59,2	23,3	15,0	499,8	40,0
4X	27,52	40	10	1	57,9	21,3	15,0	500,0	40,0
5X	27,52	40	10	1	55,3	26,9	15,0	500,0	40,0
Var a Var	27,57	40	10	1	55,6	17,5	15,1	498,6	40,0
<b>ALGENCAN (ANDREANI <i>et al.</i>, 2005)</b>									
	27,47	40	10	0	40,0	0	15,0	500,0	40,0

Os resultados expressos na **Tabela 3.4** permitem concluir que o uso dos diferentes operadores de cruzamento levou a resultados similares, sendo o cruzamento uniforme aquele que conduziu ao melhor dos resultados, enquanto que o cruzamento variável a variável gerou o melhor valor otimizado,

refletindo uma diferença de apenas 0,3%. Castilho *et al.* (2007) comentaram que os resultados dos Algoritmos Genéticos mostrados na **Tabela 3.4** constituem as médias dos melhores resultados em várias execuções com cada tipo de operador de cruzamento. Além disso, os resultados do ALGENCAN foram ligeiramente inferiores e, como se baseia em Programação Matemática, dependiam imprescindivelmente dos valores iniciais dados. Para valores razoavelmente distantes do ótimo, o sistema ALGENCAN não convergia, reforçando a robustez dos Algoritmos Genéticos.

### 3.4. Otimização de Pontes de Concreto

Lemonge (1999) utilizou Algoritmos Genéticos na otimização de diversas estruturas, entre elas a da ponte da **Figura 3.33**. Foram analisados vários exemplos numéricos e comparados os resultados do Algoritmo Genético com os de métodos convencionais. O autor evidenciou a potencialidade do Algoritmo Genético, além de sua facilidade de implementação, para análise de diversos problemas de engenharia.



**Figura 3.33 – Estrutura de ponte analisada por Lemonge (1999); cotas em metros.**

A análise da ponte (**Figura 3.33**) considerou como variáveis as posições dos quatro pilares ( $x_1$  a  $x_4$ ), além de uma variável necessária para escolher a geometria da seção da longarina ( $x_5$ ). Neste trabalho, foram propostas duas possíveis funções objetivo: uma baseada no trabalho de deformação, dada pela **Equação (3.11)**, e outra de acordo com o valor máximo da reação de apoio da longarina nos pilares, expressa pela **Equação (3.12)**.

$$f_1(x) = \int_0^L q \cdot u \cdot dL \quad (3.11)$$

$$f_2(x) = \max\{r_1, r_2, r_3, r_4\} \quad (3.12)$$

onde:  $f_1(x)$  → função-objetivo definida como uma *compliance* (trabalho de deformação);

$f_2(x)$  → função-objetivo definida como o valor da maior reação de apoio;

$q$  → cargas externas aplicadas na estrutura ao longo do comprimento  $L$ ;

$u$  → deslocamento correspondente;

$r_1$  a  $r_4$  → reações de apoio de compressão nos pilares de 1 a 4.

Foram propostos quatro diferentes critérios para a definição do diâmetro de cada pilar. No primeiro critério, o diâmetro correspondia a uma escolha subjetiva do projetista. O segundo utilizou o coeficiente de flambagem  $\lambda$  (dado pela razão entre o comprimento de flambagem e o raio de giração da seção transversal) para cada pilar, onde quatro variáveis adicionais ( $x_6$ ,  $x_7$ ,  $x_8$  e  $x_9$ ) foram introduzidas, correspondendo aos coeficientes de flambagem dos pilares  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  e  $P_4$ , respectivamente. Outras duas opções foram consideradas para este critério: (a) impor que  $P_1$  e  $P_4$  são curtos ( $20 \leq \lambda_1, \lambda_4 \leq 40$ ) e (b) considerar que qualquer coeficiente de flambagem é válido no intervalo  $20 \leq \lambda_i \leq 200$ . O terceiro critério utilizou o maior coeficiente de flambagem obtido no segundo critério para todos os pilares, em ambas as opções consideradas. No quarto, o coeficiente de flambagem  $\lambda$  não

foi utilizado, mas calculado a partir de uma variável adicional,  $x_6$ , que representou um único valor de diâmetro para todos os pilares. Outros testes foram feitos baseados no segundo, terceiro e quarto critério, onde se multiplicaram as funções objetivos (**Equações (3.11) e (3.12)**) pelo volume total dos pilares (identificado com um “x” nas **Tabela 3.5 a Tabela 3.8**).

A **Tabela 3.5** mostra as variáveis de projeto obtidas na otimização da *compliance* e a **Tabela 3.6** mostra alguns dos resultados obtidos considerando-se a minimização da *compliance*.

Pode ser observado na **Tabela 3.6** que o critério 3b acarreta o mínimo valor da *compliance* com um maior volume de concreto ( $VC = 63305 \text{ m}^3$ ). Tal solução não é aceitável, pois gerou pilares com diâmetros excessivos; isso significa que não houve restrição no programa de Lemonge (1999) para desconsiderar esse excesso.

**Tabela 3.5 – Variáveis de projeto para a minimização da *compliance* (LEMONGE, 1999).**

Critério	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$
1	5,0	3,748	0,0	5,521	24,0	-	-	-	-
2a(x)	5,0	4,310	0,0	3,808	24,0	40,000	186,080	148,231	40,000
2a	5,0	4,066	0,0	5,654	24,0	20,000	40,000	40,000	20,000
2b(x)	5,0	5,397	0,0	5,419	24,0	115,718	200,000	200,000	148,973
2b	5,0	4,139	0,0	5,591	24,0	20,000	20,000	20,000	20,000
3a(x)	5,0	5,092	0,0	2,315	24,0	38,749	175,914	181,075	40,000
3a	5,0	4,066	0,0	5,630	24,0	32,532	40,000	190,928	24,125
3b(x)	5,0	5,250	0,0	5,450	24,0	110,968	200,000	192,258	146,686
3b	5,0	4,127	0,0	5,591	24,0	30,029	20,000	91,789	65,572
4(x)	5,0	4,115	0,0	5,505	24,0	2,400	-	-	-
4	5,0	4,139	0,0	5,591	24,0	20,000	-	-	-

O primeiro critério produziu o maior valor de *compliance* com o menor volume de concreto ( $VC = 3140 \text{ m}^3$ ). Entretanto, as melhores soluções foram aquelas obtidas pela minimização do produto da *compliance* pelo

volume dos pilares. Neste caso, o critério 4(x) corresponde a um volume de concreto  $VC = 2180 \text{ m}^3$  para pilares com um único diâmetro (igual a 2,4m), sendo então a melhor solução encontrada.

**Tabela 3.6** – Resumo das análises para a minimização da *compliance* (LEMONGE, 1999).

Critério	Diámetro dos Pilares (m)				$VP^1$	$VC^2$	$C^3$	$C \cdot VP^4$
	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$				
1	1,788	4,708	3,600	2,201	1611,5	3140,0	15,36	-
2a(x)	3,577	2,510	2,429	4,277	984,4	2518,0	-	21379
2a	7,155	11,718	9,000	8,823	11248,6	12780,0	10,86	-
2b(x)	1,236	2,299	1,800	1,180	398,6	1941,8	-	11875
2b	7,155	23,411	18,000	8,814	38707,4	40239,4	10,40	-
3a(x)	4,169	4,169	4,169	4,169	1930,5	3471,0	-	291717
3a	11,718	11,718	11,718	11,718	15477,4	17008,7	10,68	-
3b(x)	2,304	2,304	2,304	2,304	593,9	2135,8	-	14237
3b	23,415	23,415	23,415	23,415	61773,0	63305,0	10,29	-
4(x)	2,400	2,400	2,400	2,400	648,9	2180,0	-	14651
4	20,000	20,000	20,000	20,000	45065,7	46697,8	10,34	-

<sup>1</sup> Volume total de concreto dos pilares (em  $\text{m}^3$ ).

<sup>2</sup> Volume total de concreto da ponte (em  $\text{m}^3$ ).

<sup>3</sup> Valor da função objetivo dada pela energia de deformação (*compliance*).

<sup>4</sup> Valor do produto da *compliance* pelo volume total de concreto dos pilares.

A **Tabela 3.7** mostra as variáveis de projeto obtidas na otimização da reação máxima e a **Tabela 3.8** mostra alguns dos resultados obtidos considerando-se a minimização do valor da reação máxima.

Observa-se na **Tabela 3.8** que os valores das reações de apoio máximas são próximos (diferença de 0,4%). À exceção do critério 2b, a diferença máxima entre os volumes totais de concreto encontrados foi de 40%. Os critérios 3a, 3b e 4 definiram pilares com o mesmo diâmetro e com razoáveis valores para o projeto. O melhor resultado obtido das análises foi aquele usando o critério 4, com o menor volume de concreto  $VC = 2070,4\text{m}^3$  e pilares com diâmetro de 2,4m.

**Tabela 3.7** – Variáveis de projeto para a minimização da reação máxima (LEMONGE, 1999).

Critério	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$
1	5,0	0,000	0,000	0,0	28,0	-	-	-	-
2a(x)	0,0	13,419	1,197	0,0	28,0	40,000	200,000	200,00	40,000
2a	5,0	0,000	0,000	0,0	28,0	20,000	200,000	40,000	40,000
2b(x)	0,0	27,741	12,077	0,0	28,0	199,824	200,000	200,000	200,000
2b	5,0	0,000	0,000	0,0	28,0	20,000	200,000	20,000	200,000
3a(x)	0,0	29,060	7,390	0,0	28,0	189,619	200,000	200,000	193,314
3a	5,0	0,000	0,000	0,0	28,0	135,249	200,000	158,651	159,179
3b(x)	5,0	5,092	0,000	0,0	28,0	37,087	186,237	157,458	40,000
3b	5,0	0,000	0,000	0,0	28,0	39,374	178,104	152,766	40,000
4(x)	5,0	5,018	0,000	0,0	28,0	2,400	-	-	-
4	5,0	0,000	0,000	0,0	28,0	2,400	-	-	-

**Tabela 3.8** – Resumo das variáveis para a minimização da reação máxima (LEMONGE, 1999).

Critério	Diâmetro dos Pilares (m)				<b>VP</b>	<b>VC</b>	<b>R<sup>1</sup></b>	<b>R · VP<sup>2</sup></b>
	<b>P<sub>1</sub></b>	<b>P<sub>2</sub></b>	<b>P<sub>3</sub></b>	<b>P<sub>4</sub></b>				
1	1,786	4,960	3,600	2,000	1763,8	3182,7	12629	-
2a(x)	3,000	2,029	1,752	4,000	627,1	2157,5	-	930017
2a	3,000	1,929	1,640	4,000	584,9	2159,6	12585	-
2b(x)	0,600	1,549	1,317	0,830	132,1	1854,8	-	279039
2b	7,156	2,480	18,000	0,800	12479,8	13898,7	12570	-
3a(x)	1,505	1,505	1,505	1,505	196,0	1893,0	-	393541
3a	2,480	2,480	2,480	2,480	699,9	2118,8	12610	-
3b(x)	4,000	4,000	4,000	4,000	1767,0	3224,8	-	2283767
3b	4,000	4,000	4,000	4,000	1820,7	3239,6	12610	-
4(x)	2,400	2,400	2,400	2,400	636,4	2093,6	-	8215257
4	2,400	2,400	2,400	2,400	655,5	2074,4	12609	-

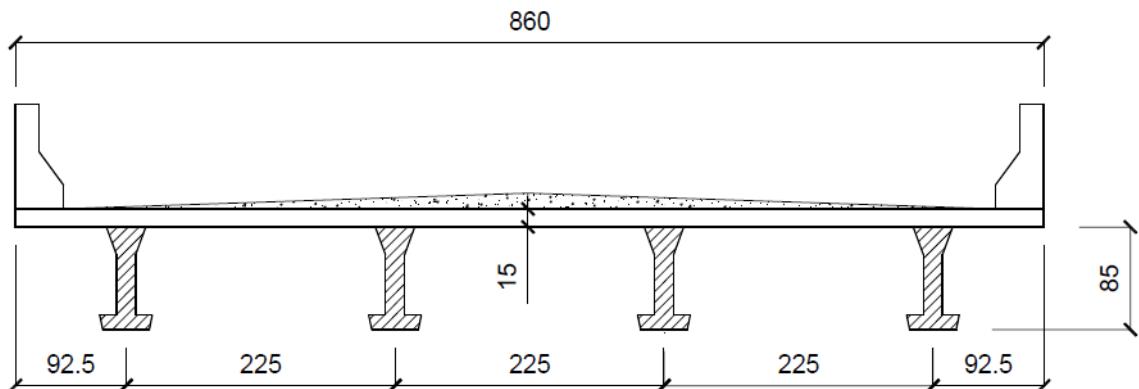
<sup>1</sup> Reação de apoio máxima (kN).

<sup>2</sup> Produto da reação de apoio máxima pelo volume total dos pilares.

Olivieri (2004) utilizou o método dos Algoritmos Genéticos para realizar o pré-dimensionamento ótimo da seção transversal da superestrutura de pontes rodoviárias, constituídas de perfis I pré-fabricados e protendidos. O objetivo foi minimizar o custo dos materiais (concreto e aço para armadura passiva e ativa) necessários para a produção dos perfis e do tabuleiro da ponte, restringido somente pelo momento fletor resistente.

As variáveis de projeto foram o número de longarinas, o número de camadas e de cordoalhas de protensão por longarina, a espessura do tabuleiro e o índice para escolha dos perfis, a partir de um banco de perfis disponíveis. A armadura passiva foi considerada apenas no tabuleiro, onde se adotou uma taxa de armadura de 1% para direção principal e 0,5% para a direção secundária, que são valores próximos aos utilizados na prática. A análise estrutural não foi realizada, sendo considerado apenas o momento solicitante total fornecido pelo usuário do programa proposto.

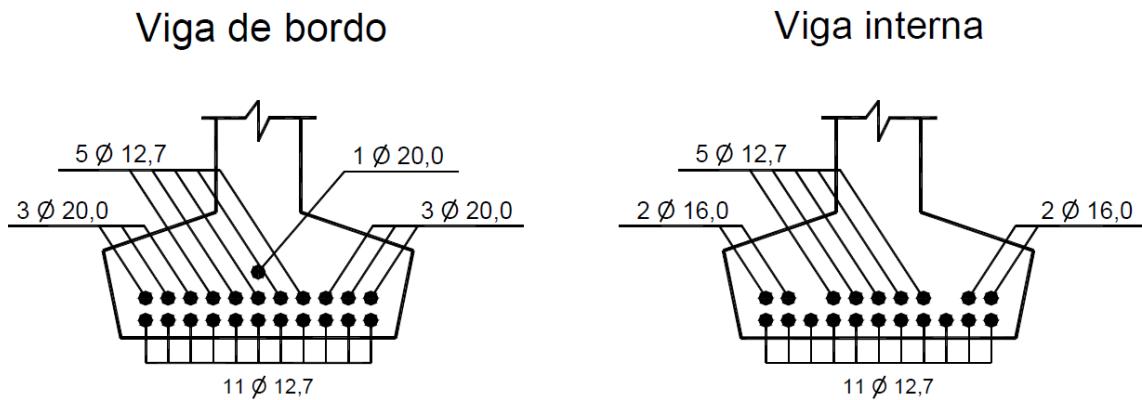
Os exemplos foram resolvidos com um Algoritmo Genético simples, executado com 25 gerações de 50 indivíduos, taxa de cruzamento de 70% e de mutação de 0,5% e seleção por torneio.



**Figura 3.34** – Exemplo de ponte analisada por Olivieri (2004); cotas em centímetros.

No exemplo mostrado na **Figura 3.34**, uma ponte de 17,7 m de comprimento, tabuleiro com 8,6 m e executada com armadura longitudinal de flexão ativa e passiva (**Figura 3.35**), o Algoritmo Genético proposto por Olivieri (2004) gerou uma economia de 13% com relação ao projeto de

referência, conforme mostra a **Tabela 3.9**, mantendo a espessura do tabuleiro com os mesmos 15 cm.



**Figura 3.35 – Armadura ativa e passiva da ponte da Figura 3.34 (OLIVIERI, 2004).**

**Tabela 3.9 – Resumo dos resultados obtidos por Olivieri (2004) para a ponte da Figura 3.34.**

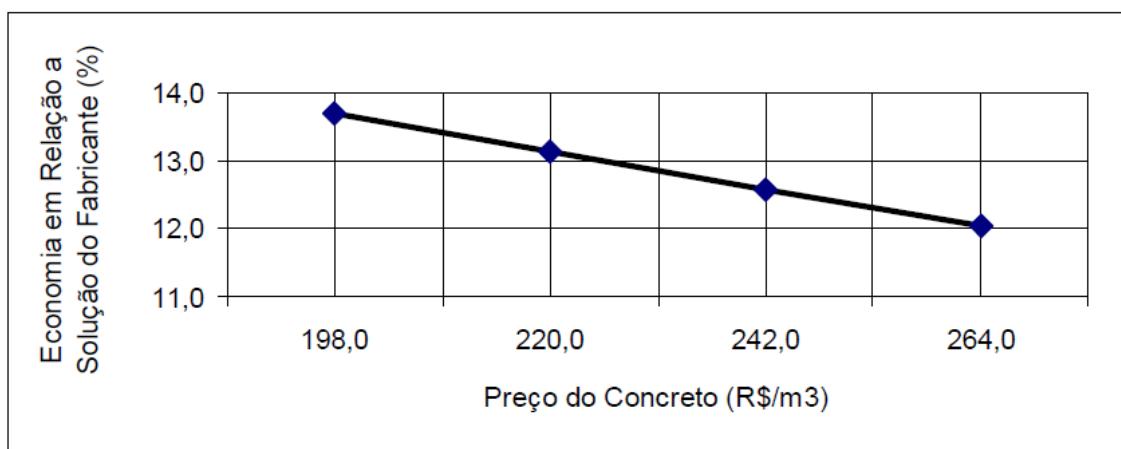
Tipo de solução	N <sub>vigas</sub>	Armadura		H <sub>viga</sub> (m)	M <sub>r</sub> (kN.m)	C. Final (R\$)	Economia (%)	ρ* (%)
		Ativa (N <sub>cord</sub> )	Passiva (N <sub>ferros</sub> )					
Fabricante	4	16	7Ø20 / 4Ø16	0,85	10.774	52.076	-	0,86
Mais econômica	4	11	-	1,60	10.962	45.239	13,13	0,40
Demais soluções obtidas pelo programa	4	10	-	1,90	11.789	45.758	12,13	0,32
	4	13	-	1,40	11.334	45.907	11,85	0,54
	4	15	-	1,20	11.219	46.812	10,11	0,70
	5	17	-	0,85	11.335	52.487	-0,79	0,91

\* Taxa de armadura de protensão para as vigas centrais e de bordo.

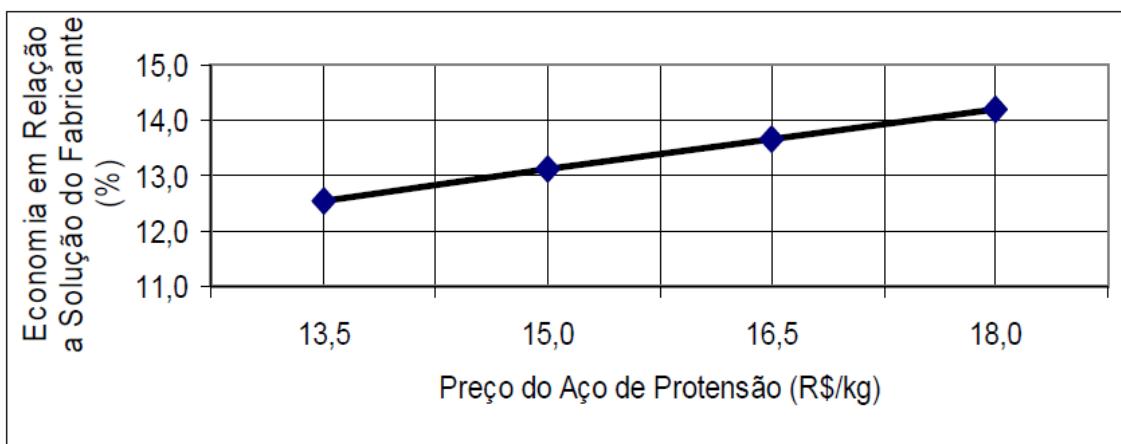
Observa-se, na última linha da **Tabela 3.9**, que o resultado fornecido pelo Algoritmo Genético mais próximo daquele do projeto de referência foi 0,79% mais caro. Isso se deve ao fato do fabricante ter utilizado uma alternativa mais flexível, uma vez que empregou uma armadura de flexão formada pela combinação de armadura ativa e passiva.

Olivieri (2004) promoveu também uma análise da sensibilidade dos custos com relação às variações dos preços do concreto e do aço de protensão. Conforme pode ser visto na **Figura 3.36**, mantendo-se o preço do aço fixo, um aumento de 20% no preço do concreto significa uma redução de apenas 1,1% entre a solução ótima e a solução do fabricante. Fixando-se o preço do

concreto, um aumento de 20% no preço do aço representa um aumento de 1,1% entre o valor ótimo e o valor de referência (**Figura 3.37**).



**Figura 3.36** – Influência da variação do preço do concreto no custo da superestrutura da ponte da **Figura 3.34** (OLIVIERI, 2004).



**Figura 3.37** – Influência da variação do preço do aço de protensão no custo da superestrutura da ponte da **Figura 3.34** (OLIVIERI, 2004).

Com relação à seção otimizada, Olivieri (2004) concluiu que as soluções mais econômicas são as de menor taxa de armadura, com valores em torno dos 0,4%, o que é explicado pela tendência do Algoritmo Genético escolher perfis de maior braço de alavancas e, necessariamente, maior área de concreto. A espessura do tabuleiro tende ao menor valor do intervalo fornecido ao programa; isso pode estar associado ao fato do programa não considerar a análise do tabuleiro.

### **3.5. Comentários Adicionais**

Os dados coletados na pesquisa bibliográfica realizada mostram que, na maioria dos casos, os Algoritmos Genéticos levaram a melhores resultados que os métodos convencionais utilizados. Vale notar que a maioria dos trabalhos adotou a representação binária, uma vez que cada conjunto de binários corresponde a variáveis discretas.

As análises com relação ao tamanho de população, ao tipo de representação, às várias técnicas de cruzamento e às funções de penalidades foram feitas por diversos autores e referentes a diversos problemas. Nota-se que tais parâmetros podem influenciar bastante o resultado final, seja na precisão do valor ótimo, seja na rapidez de convergência. Entretanto, a utilização de um mesmo conjunto de parâmetros do Algoritmo Genético não é válida para executar qualquer tipo de problema.

Com base no levantamento bibliográfico e investigação dos trabalhos disponíveis na literatura sobre Algoritmos Genéticos usados para a solução de problemas de engenharia estrutural, pode-se dizer que:

- A convergência é mais rápida para tamanhos maiores de população. Nesses casos, há um aumento relativo do custo computacional, uma vez que, para tamanhos pequenos de população, uma quantidade maior de gerações seria necessária para se atingir a convergência. Isso se agrava se o número de operações para o cálculo da função objetivo for elevado.
- Os operadores de cruzamento também influenciam o resultado final. Nota-se uma tendência dos resultados serem melhores para os cruzamentos com dois e três pontos. O cruzamento uniforme não se mostrou tão eficiente no caso da representação binária.
- O mecanismo *steady-state* e o uso do elitismo tendem a fornecer bons resultados; aliás, o elitismo praticamente se torna obrigatório na execução de um Algoritmo Genético uma vez que assegura a sobrevivência do melhor indivíduo ao longo das gerações.

Sobre o levantamento bibliográfico realizado, em termos genéricos, pode-se tecer os seguintes comentários:

- O mesmo problema é analisado por vários autores em várias publicações. Alguns sequer mencionam que o sistema foi investigado anteriormente. A única mudança que alguns autores contemplam é relacionada às condições de carregamento.
- Em muitos dos experimentos usando Algoritmos Genéticos há falta de informações com relação aos parâmetros genéticos básicos, tais como o tamanho da população envolvida, estratégias de cruzamento e seleção utilizadas, número de avaliações, etc.; os autores se limitaram a dizer que usaram os Algoritmos Genéticos. Isso torna mais difícil a reprodução dos testes para fins de comparação com novas técnicas e a reprodução dos algoritmos para testes com outros sistemas estruturais.
- Também se observou a falta de comparação dos custos computacionais nos trabalhos que testaram exemplos com Algoritmos Genéticos e com técnicas de Programação Matemática.
- Poucos trabalhos mostraram o número de execuções realizadas para o problema e apenas um artigo apresentou a média, o pior e o melhor valor obtido para a função objetivo. A maioria dos trabalhos levou a acreditar que apenas uma execução do Algoritmo Genético foi realizada para os exemplos citados, embora isso seja pouco provável.
- Os artigos investem bastante na descrição dos fundamentos do Algoritmo Genético e são bastante vagos quanto à aplicação ao problema em questão.
- A maioria dos experimentos descritos não explora os Algoritmos Genéticos em suas várias características e, quando muito, se limitam a experimentar uma ou duas modificações nos valores dos parâmetros.

Embora vários dos trabalhos examinados não tenham trazido informações completas sobre os experimentos, o que não permitiu um entendimento completo dos respectivos resultados, todos os trabalhos descritos neste capítulo contribuíram com informações importantes, tanto para a definição e norteamento de alguns experimentos quanto para o estabelecimento de outras linhas de pesquisa.

## **4. Descrição e Representação do Problema**

### **4.1. Introdução**

O problema de otimização proposto para esta tese é o da minimização dos custos com os materiais necessários para construção da superestrutura de pontes rodoviárias em concreto armado e protendido pré-tracionado, cujos elementos estruturais são pré-fabricados. O sistema estrutural proposto se constitui de longarinas biapoiadas, com seção transversal no formato de “I”, solidarizadas com o tabuleiro de rolamento constituído de painéis maciços em concreto armado. Para realizar a otimização, um Programa-piloto de computador foi desenvolvido e seu funcionamento é descrito ao longo deste capítulo.

A otimização do custo implica em determinar o número de longarinas e suas dimensões, bem como a espessura da laje do tabuleiro. Para cada longarina, é definido o número e o diâmetro dos cabos de protensão (armadura longitudinal ativa), o número e o diâmetro das barras de aço convencional (armadura longitudinal passiva), e o diâmetro e espaçamento dos estribos. Para o tabuleiro, são determinados o diâmetro e o espaçamento das barras da armadura principal. Além disso, pode ser definida a resistência característica do concreto das longarinas e da laje do tabuleiro. Existe ainda a possibilidade de determinação do espaçamento entre os eixos das longarinas.

O dimensionamento da estrutura se dá no estado limite último, segundo a NBR 6118:2003 e com particularidades da NBR 7187:2004. O

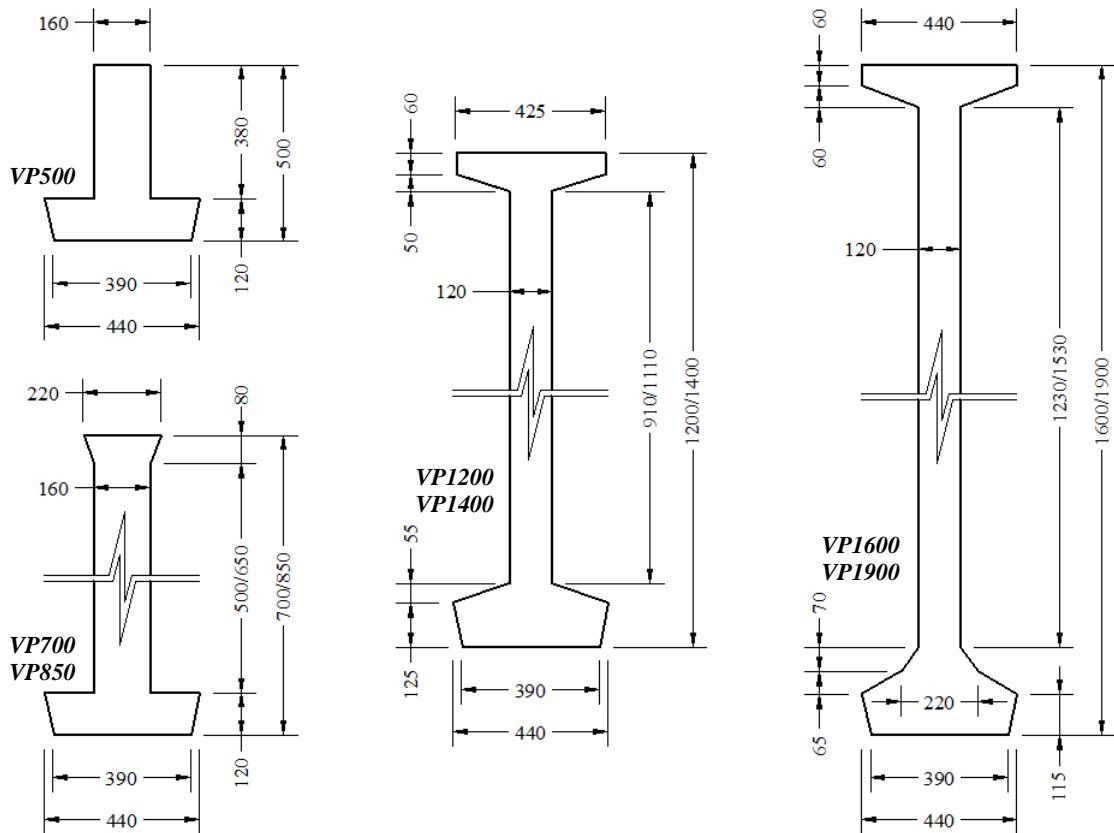
momento resistente é obtido através da análise não linear da seção transversal efetiva, constituída pela seção transversal da longarina, acrescida da parte colaborante da laje do tabuleiro. A superestrutura é verificada quanto aos Estados Limites de Serviço de formação e abertura de fissuras, deformação excessiva, descompressão total e parcial e compressão excessiva, conforme a mesma norma brasileira.

Os esforços internos (momentos fletores e esforços cortantes) e as deformações resultantes máximas são obtidos a partir da análise matricial da superestrutura pelo método dos deslocamentos. Para o estado limite último são consideradas as piores combinações do carregamento permanente com o carregamento variável estático e móvel, majorado pelos coeficientes de segurança e de impacto. Para o estado limite de serviço são realizadas as combinações frequentes, raras e quase permanentes, minoradas pelos fatores de redução pertinentes (MATTOS, 2001).

Em uma das opções de otimização, o dimensionamento é realizado com base em longarinas pré-fabricadas padronizadas por empresas fabricantes. Este sistema construtivo possui como atrativo adicional o fato de ter um processo de fabricação dos elementos já otimizado, além de permitir um processo de montagem das pontes mais rápido e simples, o que necessariamente gera um custo final de obra menor. A **Figura 4.1** apresenta algumas seções pré-fabricadas comuns no mercado.

Uma segunda opção de dimensionamento é realizada considerando-se a possibilidade de moldagem *in loco* das longarinas. Esta forma permite ao usuário variar a espessura da alma e a altura da viga. Além disso, é possível definir os limites inferiores e superiores de cada dimensão, bem como o incremento a considerar ao variá-la.

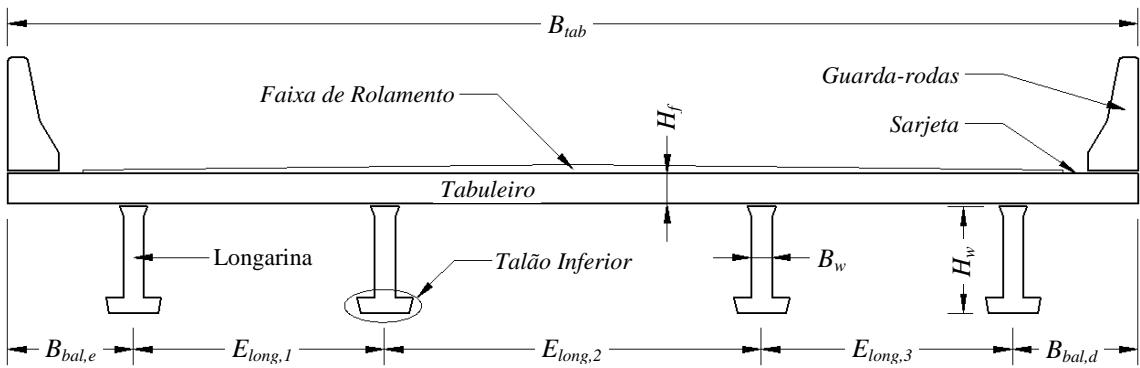
Em qualquer caso, o usuário pode estipular para a espessura da laje do tabuleiro o limite inferior, o superior e a variação entre esses limites.



**Figura 4.1 – Exemplos de vigas disponíveis no mercado (PREMAG Pré-fabricados Ltda.).**

Dependendo da altura da longarina, cada viga pré-fabricada pode ter uma ou duas camadas de aço de protensão; cada camada pode ter até 11 cordoalhas, sendo que a 1<sup>a</sup> camada tem no mínimo duas cordoalhas. De modo análogo, as longarinas moldadas *in loco* podem ter até três camadas de protensão e o número de cordoalhas por camada é calculado em função da largura do talão inferior da viga. Por sua vez, a geometria deste talão é determinada em função da altura da longarina e da espessura da alma. Esta limitação está associada a fatores construtivos para evitar um momento de protensão tal que leve à ruína da seção por esmagamento do concreto nas fibras inferiores ou por fissuração excessiva nas fibras superiores quando da protensão.

A **Figura 4.2** exibe uma seção transversal típica de uma ponte longitudinalmente reta, com vigas de perfil “I”.

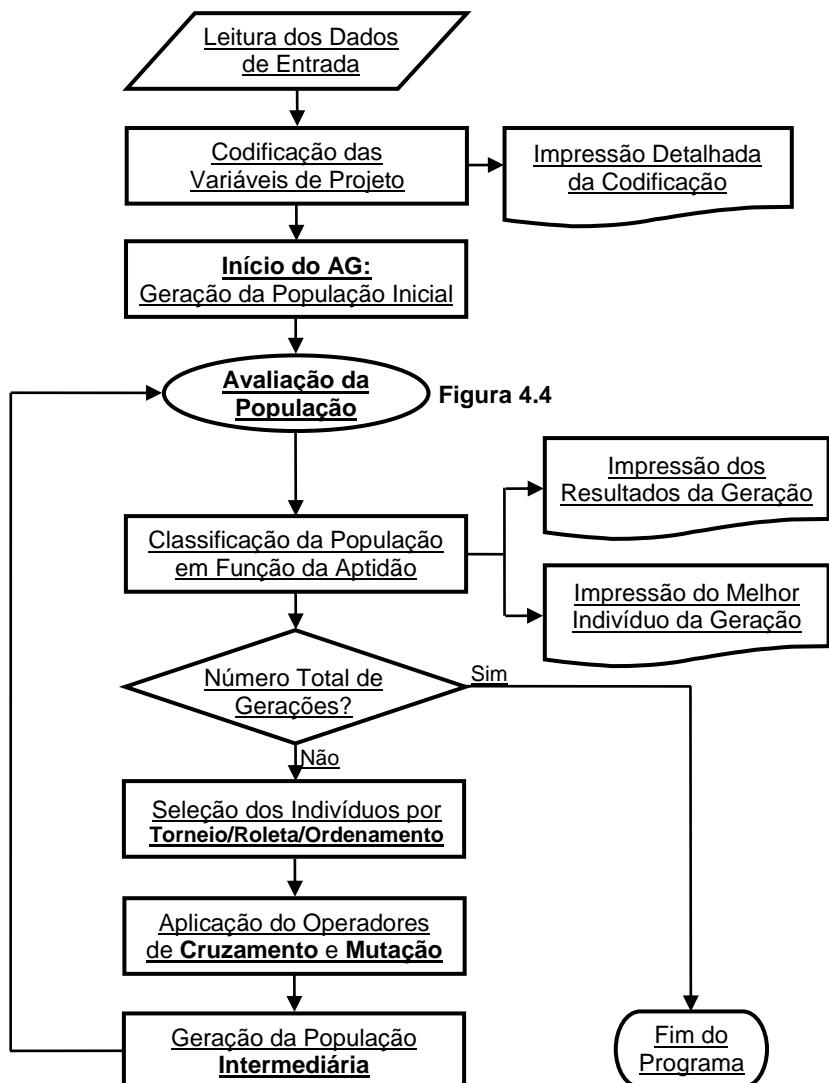


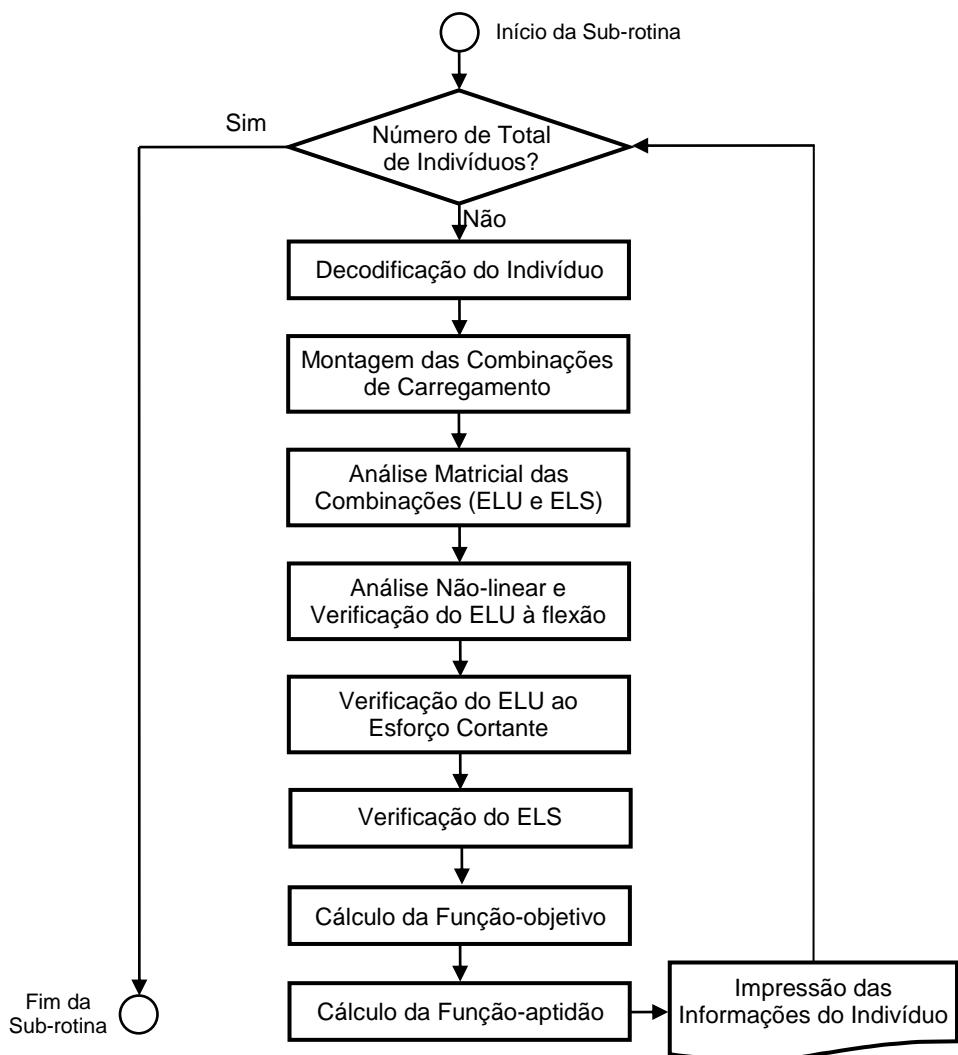
**Figura 4.2 – Exemplo de seção transversal de ponte.**

## 4.2. O Programa-piloto

O programa de otimização desenvolvido é baseado no fluxograma da **Figura 4.3**. A sub-rotina que calcula a aptidão dos indivíduos a cada geração está representada pelo fluxograma da **Figura 4.4**.

Todos os dados geométricos da estrutura, as opções de cálculo e de materiais, os parâmetros para os Algoritmos Genéticos e para o processo de otimização são fornecidos ao programa através de janelas apropriadas. Tais informações podem ser gravadas em arquivos de texto e podem ser utilizadas em outras execuções e testes comparativos com modificações nos parâmetros e nas opções. Além disso, mecanismos garantem a compatibilização das informações fomentadas pelo usuário, a fim de evitar erros antes mesmo do início do processo de otimização, tais como valores de limites inferiores maiores que valores de limites superiores, pelo menos uma opção de resistência de concreto, diâmetro de barra ou cordoalha, perfil de longarinas disponível, entre outros.

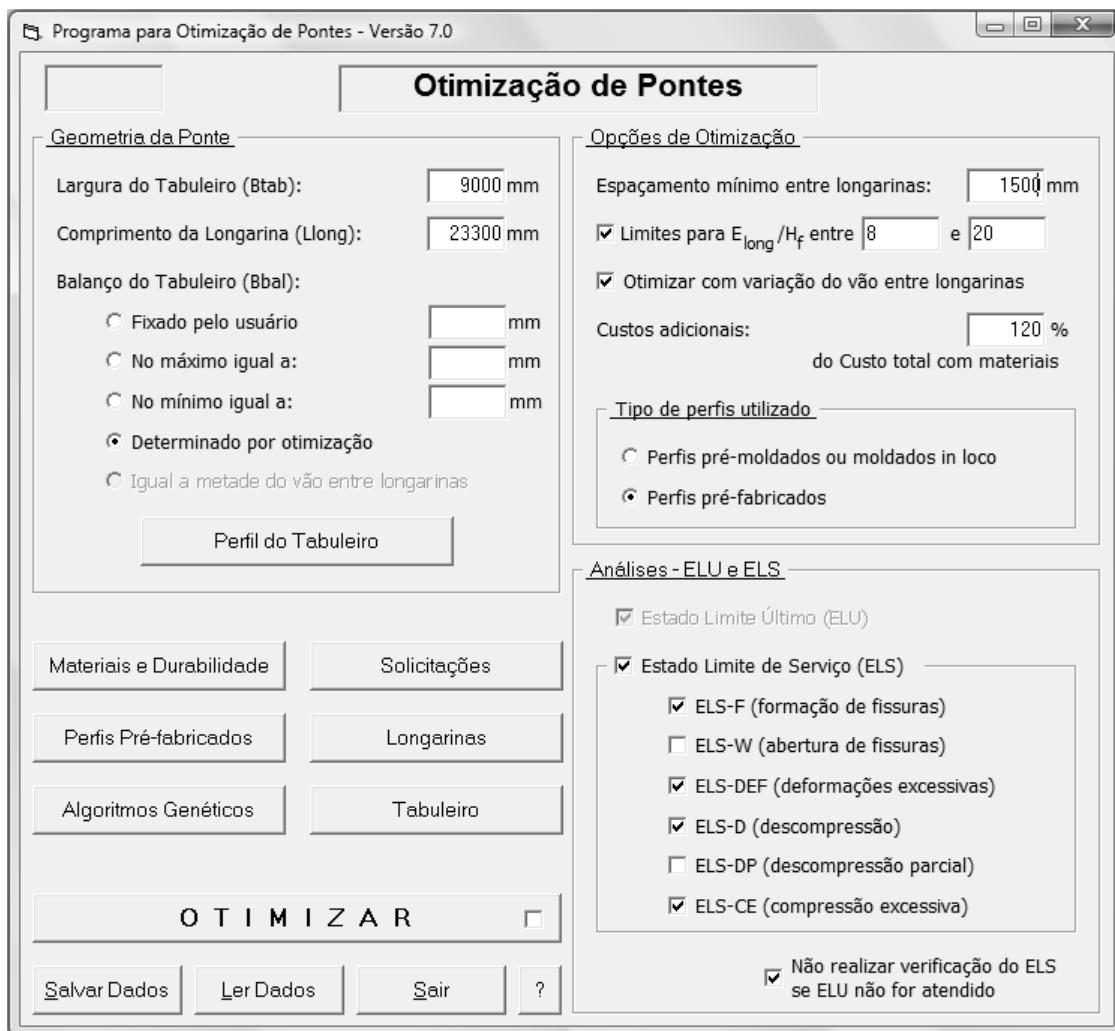




**Figura 4.4 – Fluxograma da sub-rotina para avaliação da população.**

#### 4.2.1. Descrição das Janelas do Programa-piloto

O formulário de abertura do Programa-piloto proposto é tal como na **Figura 4.5**. Nesta janela, permite-se ao usuário inserir diretamente os dados da geometria da ponte, definir algumas opções de otimização e análises no estado limite último e de serviço, salvar e ler os dados de entrada de todos os formulários, além de permitir o acesso a outras janelas do programa para informar a disponibilidade de materiais e perfis pré-fabricados, os parâmetros de durabilidade, dos coeficientes para combinação de solicitações, dimensionamento de longarinas e tabuleiro e do Algoritmo Genético.



**Figura 4.5 – Formulário de abertura do programa de otimização de pontes.**

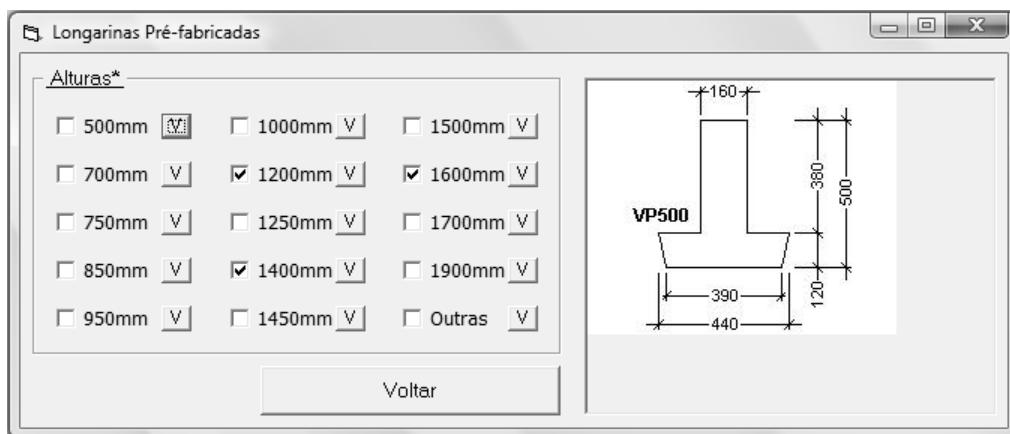
Dos dados da geometria da ponte, pode-se informar: a largura total do tabuleiro, o comprimento da longarina (vão entre pilares) e a forma como o comprimento do balanço será determinado (podendo ser um valor fixado pelo usuário, um valor limite máximo ou mínimo, determinado por otimização ou considerado como a metade do espaçamento entre os eixos das longarinas).

Existe ainda o acesso a uma janela (**Figura 4.6**) que permite ao usuário descrever a geometria da seção transversal da ponte com o respectivo carregamento predominante (permanente ou variável).

O programa trabalha com duas opções de longarinas: as pré-fabricadas e as moldadas *in loco*. Caso se opte pelo primeiro tipo, o programa habilita o botão “Perfis Pré-fabricados”, que leva a um formulário

(**Figura 4.7**) onde é permitido escolher um ou mais perfis disponíveis para o processo de otimização.

**Figura 4.6** – Formulário para inserção do perfil geométrico do tabuleiro da ponte com o respectivo carregamento.



**Figura 4.7** – Formulário de disponibilidades de perfis pré-fabricados comerciais.

Ainda na janela de abertura (**Figura 4.5**), o usuário pode interferir nas distâncias entre os eixos das longarinas ( $E_{long}$ ), limitando o espaçamento mínimo ou através de um intervalo para relação entre esse espaçamento e a espessura da laje. Existe também a opção por otimizar o problema com variação desta distância entre eixos.

O formulário da **Figura 4.8** permite a inclusão de dados e parâmetros associados à durabilidade, características e disponibilidade dos materiais empregados. Nesta janela, o usuário escolhe a classe de agressividade ambiental<sup>6</sup> a que estará sujeita a ponte, define os valores de abertura máxima

<sup>6</sup> Itens 6.4 e 7.4 da NBR 6118:2003.

de fissuras e cobrimento da armadura, as deformações limites para o aço e o concreto, a dimensão máxima do agregado graúdo e o módulo de elasticidade do concreto.

**Geral**

- Classe de agressividade : II - Moderada
- Preencher a partir da CAA
- Abertura máxima das fissuras: 0.2 mm
- Cobrimento nominal das longarinas: 35 mm
- Cobrimento nominal da laje: 35 mm
- Controle rigoroso das dimensões dos elementos
- Deformação limite do concreto ( $\varepsilon_c$ ): 3.5 %
- Deformação limite do aço ( $\varepsilon_{su}$ ): 10 %
- Dimensão do agregado graúdo: 19 mm
- Módulo de elasticidade do concreto: 25000 MPa

**Aço Ativo Disponível**

	Preço
<input type="checkbox"/> CP190 RB 9.5 mm	R\$ 15.00 /kg
<input checked="" type="checkbox"/> CP190 RB 12.7 mm	
<input type="checkbox"/> CP190 RB 15.2 mm	
<input type="checkbox"/> CP210 RB 9.5 mm	
<input type="checkbox"/> CP210 RB 12.7 mm	
<input type="checkbox"/> CP210 RB 15.2 mm	

Uso obrigatório de protensão

Resistência de Cálculo (Fpyd): 80 % da resistência a ruptura (Fptk)

Taxa de protensão inicial ( $\gamma_p$ ): 75 %

**Aço Passivo Disponível**

Long.	Tab.	Estr.	Preço
<input type="checkbox"/> CA60 5.0 mm			R\$ 6.00 /kg
<input checked="" type="checkbox"/> CA50 6.3 mm	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	R\$ 6.00 /kg
<input checked="" type="checkbox"/> CA50 8.0 mm	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	R\$ 6.00 /kg
<input checked="" type="checkbox"/> CA50 10.0 mm	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	R\$ 6.00 /kg
<input checked="" type="checkbox"/> CA50 12.5 mm	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	R\$ 6.00 /kg
<input checked="" type="checkbox"/> CA50 16.0 mm	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	R\$ 6.00 /kg
<input checked="" type="checkbox"/> CA50 20.0 mm	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	R\$ 6.00 /kg
<input checked="" type="checkbox"/> CA50 25.0 mm	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	R\$ 6.00 /kg

Coeficiente de segurança ( $\gamma_s$ ): 1.15

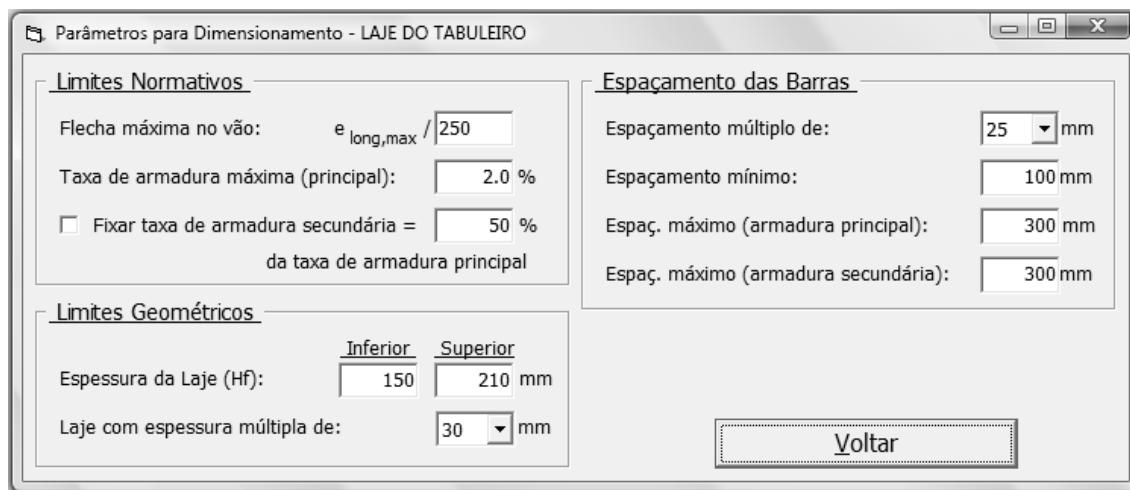
Usar mesmo Fck para longarina e tabuleiro

Voltar

**Figura 4.8 – Formulário de parâmetros e disponibilidades dos materiais.**

Três quadros da **Figura 4.8** possibilitam a escolha dos materiais que estarão disponíveis para o processo de otimização, como as classes de concreto para longarinas e tabuleiro, os diâmetros das cordoalhas para armadura ativa e barras da armadura passiva longitudinal e dos estribos das longarinas e da armadura principal do tabuleiro. Todas as opções escolhidas são acompanhadas de suas resistências características, preços comerciais (custo por metro cúbico, no caso do concreto, ou por quilograma, no caso do

aço) e coeficientes de segurança. No caso da protensão, o usuário deve incluir ainda a porcentagem da tensão inicial aplicada às cordoalhas (valores entre 60 e 80% da tensão de escoamento do aço para protensão, conforme sugerem as normas técnicas) e as perdas de protensão associadas ao atrito, à acomodação das ancoragens, ao equipamento de protensão (atuador hidráulico) e à fluência dos materiais.



**Figura 4.9** – Formulário de parâmetros para dimensionamento da laje do tabuleiro.

Dois botões do formulário de abertura (**Figura 4.5**) dão acesso aos formulários com os parâmetros para dimensionamento do tabuleiro (**Figura 4.9**) e das longarinas (**Figura 4.10**). No primeiro, o usuário pode inserir os dados referentes ao tabuleiro: limites normativos para a flecha máxima e taxa de armadura da seção (inferior e superior); limites para a espessura da laje, com o respectivo intervalo a considerar; a taxa de armadura secundária se ela for fixada como porcentagem da armadura principal; e o intervalo para o espaçamento entre as barras das armaduras principal e secundária.

Através do formulário da **Figura 4.10**, o usuário insere os limites normativos para a flecha e taxa de armadura de tração máxima; fixa a idade de início da protensão, quando se dará a desmoldagem e suspensão da ação do atuador hidráulico; define os parâmetros para armadura de pele, tais como o diâmetro mínimo, espaçamento máximo e taxa de armadura mínima; escolhe o

modelo de cálculo para os estribos (I ou II da NBR 6118:2003), bem como a inclinação da biela comprimida (para o modelo II), os espaçamentos máximo e mínimo e a maneira de variar esse espaçamento; além dos limites geométricos para a seção das longarinas com os respectivos intervalos, caso esteja habilitada a opção pelo uso de longarinas pré-moldadas ou moldadas *in loco*.

**Figura 4.10 – Formulário de parâmetros para dimensionamento das longarinas.**

As ações a considerar na ponte (classe de utilização rodoviária), os coeficientes de ponderação das ações para o estado limite último e os fatores de combinação para o estado limite de serviço devem ser inseridos no formulário da **Figura 4.11**, acionado pelo respectivo botão na janela principal. Este formulário também possibilita realizar um cálculo simplificado, com verificação das longarinas quanto ao momento fletor e esforço cortante segundo o estado limite último para valores solicitantes de esforços fornecidos pelo usuário (**Figura 4.12**).

**Solicitações**

- Definido pelo usuário - Cálculo Simplificado
  - Momento fletor solicitante máximo: 13800 kN.m
  - Esfôrço cortante solicitante máximo: 2200 kN
- Calculado conforme Classe de Utilização e Perfil de Carregamento
  - Classe 45

**Fatores de combinação - ELS**

$\psi_0 = 0.5$     $\psi_1 = 0.5$     $\psi_2 = 0.3$

**Coeficientes de Ponderação das Cargas - ELU**

Permanente - peso próprio:	1.3
Permanente - adicional:	1.4
Acidental - trem-tipo:	1.4
Acidental - multidão e passeio:	1.4

Considerar cargas acidentais atuando simultaneamente

**Perfil de Carregamento**   **Voltar**

**Figura 4.11** – Formulário de parâmetros das ações na ponte.

**Solicitações**

- Definido pelo usuário - Cálculo Simplificado
  - Momento fletor solicitante máximo: 13800 kN.m
  - Esfôrço cortante solicitante máximo: 2200 kN
- Calculado conforme Classe de Utilização e Perfil de Carregamento
  - Classe 45

**Voltar**

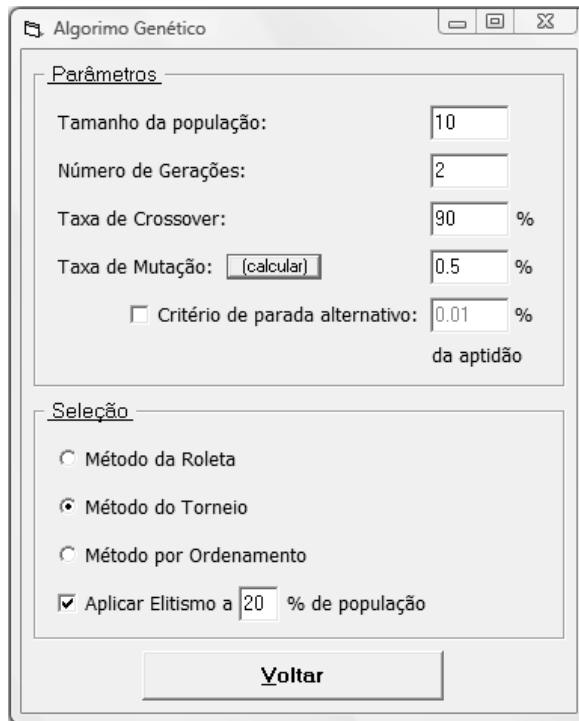
**Coeficientes de Ponderação das Cargas - ELU**

Permanente - peso próprio:	1.3
Permanente - adicional:	1.4
Acidental - trem-tipo:	1.4
Acidental - multidão e passeio:	1.4

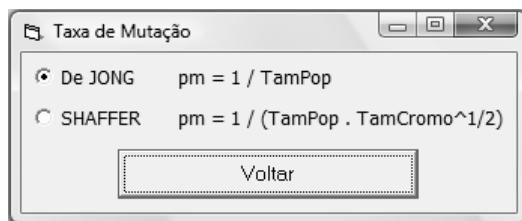
Considerar cargas acidentais atuando simultaneamente

**Figura 4.12** – Formulário de parâmetros das ações na ponte para o cálculo simplificado.

Por fim, os parâmetros do Algoritmo Genético são introduzidos no formulário da **Figura 4.13**. Nesta janela é inserido o tamanho da população, o número de gerações, as taxas de cruzamento (*crossover*) e mutação, o critério alternativo ao número de gerações para parada do processo e é possível optar pelo método de seleção dos indivíduos e uso ou não do elitismo de um percentual da população. Além disso, a taxa de mutação pode ser calculada automaticamente em função de duas fórmulas sugeridas na literatura, conforme mostra o formulário da **Figura 4.14**.



**Figura 4.13 – Formulário para os parâmetros do Algoritmo Genético.**



**Figura 4.14 – Formulário para o cálculo da taxa de mutação por fórmulas empíricas encontradas na literatura.**

## 4.3. Variáveis de Projeto

### 4.3.1. Definição das Variáveis

Uma vez inseridos os dados do problema, e feitas as verificações de compatibilidade iniciais, é dado início ao Método dos Algoritmos Genéticos.

Nesta proposta de automação, algumas variáveis de projeto são tratadas discretamente, outras tratadas como inteiros contínuos, e ainda, conforme a opção de otimização adotada pelo usuário (tipo de longarina, otimização com variação do espaçamento entre eixos de longarinas, intervalo entre limites inferior e superior, etc.), elas podem não receber tratamento.

As variáveis comuns a todas as opções de otimização são:

- Número de longarinas ( $N_{long}$ ), que é tratado como inteiro e varia entre duas unidades e um número máximo de longarinas, determinado em função da largura e espessura da laje do tabuleiro, largura do balanço e espaçamento mínimo entre longarinas (**Figura 4.5**).
- Espessura da laje ( $H_f$ ), que é tratada como número real em milímetros, e varia entre o limite inferior e o superior definidos no formulário da **Figura 4.9**, obedecendo ao intervalo pré-definido (por exemplo, intervalos a cada 10 ou 50 mm) (**Figura 4.9**).
- Índice de determinação do diâmetro da cordoalha de protensão ( $IndD_{Cord}$ ), que é tratado como número inteiro e varia entre 1 e o número de diâmetros disponíveis selecionados no formulário da **Figura 4.8**. Esta variável se associa à área da cordoalha escolhida.
- Índices de determinação dos diâmetros das barras para armadura passiva longitudinal de flexão ( $IndD_{Barra,long}$ ), armadura passiva principal da laje do tabuleiro ( $IndD_{Barra,tab}$ ) e armadura passiva dos estribos da longarina ( $IndD_{Barra,estr}$ ), que possuem, cada uma, a mesma forma de tratamento descrita no item anterior.
- Número de cordoalhas de protensão ( $N_{Cord}$ ), que é tratado como número inteiro e varia entre 2 e 11 (ou 22 cordoalhas), limite máximo este definido pelo número de camadas de protensão, associado à altura da longarina. Por questões construtivas, normalmente adota-se apenas uma camada de protensão para vigas com menos de 850 mm de altura da alma ( $H_w$ ).

- Número de barras de armadura passiva ( $N_{Barra,long}$ ), que é tratado como número inteiro e varia entre 0 ou 2 e um número máximo de barras, que pode chegar a 33 unidades e é determinado em função do tipo e altura da longarina e o valor do cobrimento da armadura; o limite inferior poderá ser 0 se houver armadura ativa selecionada, ou 2, caso contrário.
- Espaçamentos entre barras da armadura principal do tabuleiro ( $Gap_{tab}$ ) e entre barras dos estribos da longarina ( $Gap_{estr}$ ), que são tratados da mesma forma que a variável associada à espessura da laje ( $H_f$ ); os limites e intervalos de variação são arbitrados através dos formulários da **Figura 4.9** e da **Figura 4.10**, respectivamente.
- Índices de determinação da classe de concreto escolhida para longarinas ( $Indf_{ck,long}$ ) e laje do tabuleiro ( $Indf_{ck,tab}$ ), que são tratados como números inteiros e variam entre 1 e o respectivo número de classes de concreto disponíveis selecionados do formulário da **Figura 4.8**.

Além das citadas variáveis, caso o usuário opte por trabalhar com longarinas moldadas *in loco*, outras duas variáveis são consideradas: a largura ( $B_w$ ) e a altura ( $H_w$ ) da alma da viga T. Ambas são tratadas como números reais em milímetros, obedecem aos respectivos intervalos e variam entre os limites inferior e superior habilitados para alteração no formulário da **Figura 4.10**.

A opção por longarinas pré-fabricadas requer apenas mais uma variável:  $Ind_{Perfil}$ . Esta é tratada como número inteiro e varia entre um e o número de perfis disponíveis selecionados no formulário da **Figura 4.7**. Este índice está associado a um perfil comercial selecionado e retorna todas as informações deste, tais como  $B_w$  e  $H_w$ , necessárias aos cálculos e verificações da estrutura.

Existe ainda a opção do usuário otimizar o aproveitamento de cada conjunto formado pela longarina e sua mesa colaborante. Uma vez que o

carregamento principal é móvel e o estático não é uniforme (contribuições de guarda-corpo, guarda-rodas, canteiro e carga de passeio são diferentes), a execução da ponte com espaçamento igual entre longarinas implica em longarinas com solicitações díspares. Consequentemente, o uso comum de todas as longarinas com a maior taxa de armadura acarreta maior custo à ponte, e o uso de taxas de armadura variáveis aumenta o risco de erros no momento da confecção ou da montagem da ponte.

Portanto, caso opte-se pela investigação do problema com variação do espaçamento entre os eixos das longarinas, é necessário incluir um conjunto de variáveis chamadas  $E_{long,i}$ , onde o índice  $i$  será igual ao número de vãos entre longarinas ( $N_{long} - 1$ ), acrescido dos dois balanços laterais. Essas variáveis são tratadas como números reais em milímetros, obedecendo a seu valor conforme o intervalo definido na **Figura 4.10**. Os valores das distâncias entre longarinas são proporcionais ao valor decodificado e variam entre o espaçamento máximo e mínimo entre longarinas, calculados em função dos parâmetros dados na **Figura 4.5**.

Algumas destas variáveis poderão nem ser tratadas. Por exemplo, se o usuário definir um espaçamento entre longarinas tal que o número máximo de longarinas seja igual a dois,  $N_{long}$  não será considerada. Do mesmo modo, se nenhum diâmetro de cordoalha de protensão ou barra de armadura convencional for selecionado (**Figura 4.8**), as variáveis relativas também não serão tratadas. Ressalta-se que o programa dispõe de recursos de compatibilidade que impedem o avanço do processo caso nenhum diâmetro de aço seja selecionado como disponível. De modo análogo, caso seja selecionada apenas uma classe de concreto, ou definido que longarinas e tabuleiros serão fabricados com o mesmo material, ou ainda que apenas um perfil pré-fabricado será adotado, então  $Indf_{ck,long}$ ,  $Indf_{ck,tab}$  ou  $Ind_{Perfil}$  também não serão, respectivamente, processados.

Este procedimento chama-se de Restrições Funcionais às variáveis, pois elimina o tratamento desnecessário de variáveis que só assumirão um

valor, diminuindo o tamanho do indivíduo, acelerando a convergência da solução e reduzindo o custo computacional.

Todas as variáveis de projeto associadas à seleção de itens disponíveis ( $IndD_{Cord}$ ,  $IndD_{Barra,long}$ ,  $IndD_{Barra,tab}$ ,  $IndD_{Barra,estr}$ ,  $Indf_{ck,long}$ ,  $Indf_{ck,tab}$  e  $Ind_{Perfil}$ ) escolhem suas respectivas informações de uma lista gravada em variáveis auxiliares que guardam apenas as informações dos itens selecionados, descartando do processo as informações não interessantes. Assim, todos os indivíduos contribuem na busca da solução ótima, evitando que sejam condenados antes mesmo de serem processados.

#### 4.3.2. Codificação e Decodificação das Variáveis

Como já se sabe, o programa trata de dois tipos distintos de longarinas: pré-fabricadas ou moldadas *in loco*; independente disso, o espaçamento entre os eixos das longarinas pode ou não sofrer variações. Portanto, as escolhas e parâmetros fornecidos pelo usuário através das **Figura 4.5**, **Figura 4.7** a **Figura 4.9** influenciam o tamanho do cromossomo que será tratado no Algoritmo Genético. A partir dessas informações, é mostrado na sequência como se dá a codificação binária de cada variável do indivíduo e sua decodificação em valores imprescindíveis ao cálculo e verificação da superestrutura da ponte. Vale lembrar que a codificação das variáveis ocorre uma vez a cada execução do programa e que a decodificação acontece para cada indivíduo em todas as gerações.

A primeira variável a ser codificada é a espessura da laje do tabuleiro ( $H_f$ ) da ponte. De uma maneira geral, o número de bits  $Nbit$  desta variável pode ser dado pela Equação (4.1), cujos parâmetros são fornecidos pelo formulário da **Figura 4.9**. Portanto:

$$Nbit(H_f) = \text{Inteiro} \left( \frac{\log \left( \frac{H_{f,max} - H_{f,min}}{\text{Dim}_{Hf}} \right)}{\log(2)} \right) + 1 \quad (4.1)$$

onde:  $\text{Dim}_{Hf}$  → intervalo de variação da dimensão;  
 $H_{f,max}$  → limite superior da dimensão;  
 $H_{f,min}$  → limite inferior da dimensão.

A **Equação (4.2)** mostra a decodificação dos alelos relativos à espessura do tabuleiro.

$$H_f = H_{f,min} + \text{Dim}_{Hf} \cdot \text{Inteiro} \left( \frac{(H_{f,max} - H_{f,min}) \cdot \text{Conv}(Bits)}{(2^{Nbit(H_f)} - 1) \cdot \text{Dim}_{Hf}} \right) \quad (4.2)$$

onde:  $\text{Conv}(Bits)$  → função que converte o número binário do gene do indivíduo associado à variável para um número real inteiro.

Observa-se na **Equação (4.1)** que, se o intervalo de variação da dimensão  $\text{Dim}_{Hf}$  for pequeno, como por exemplo 1,0 mm, a variável terá uma quantidade de *bits* maior. Caso o usuário adote o limite superior igual ao limite inferior ( $H_{f,max} = H_{f,min}$ ), a dimensão será fixa ao longo do processo e a respectiva variável não será codificada, reduzindo o tamanho do cromossomo tratado. Esses valores limites também podem ser automaticamente ajustados para respeitar não somente os limites originalmente definidos pelo usuário, como também o intervalo de variação desta dimensão; as **Equações (4.3) e (4.4)** mostram como se dá o ajuste.

$$H_{f,min,ajustado} \leftarrow H_{f,min,usuário} + \text{Dim}_{Hf} - (H_{f,min,usuário} \bmod \text{Dim}_{Hf}) \quad (4.3)$$

$$H_{f,max,ajustado} \leftarrow H_{f,max,usuário} - (H_{f,max,usuário} \bmod \text{Dim}_{Hf}) \quad (4.4)$$

onde:  $\bmod$  → operador que retorna o resto da divisão.

A segunda variável a ser codificada é aquela associada ao número de longarinas. Assim, o número de *bits* para  $N_{long}$  é dado por:

$$N_{bit}(N_{long}) = \text{Inteiro} \left( \frac{\log(N_{long,max} - N_{long,min})}{\log(2)} + 1 \right) \quad (4.5)$$

onde  $N_{long,min}$  e  $N_{long,max}$  são os números mínimo e máximo de longarinas, calculados em função da largura dos balanços do tabuleiro e dos limites inferior e superior para a relação entre o espaçamento entre eixos da longarina e a espessura da laje do tabuleiro. Assim, o número mínimo de longarinas será o maior valor obtido entre as **Equações (4.6) a (4.8)**:

$$N_{long,min} = \text{Inteiro} \left( \frac{B_{tab} - 2 \cdot B_{bal}}{E_{long,max}} \right) + 1 \quad \rightarrow \quad \text{se } B_{bal} \text{ for definido} \quad (4.6)$$

$$N_{long,min} = \text{Inteiro} \left( \frac{B_{tab}}{E_{long,max}} \right) \quad \rightarrow \quad \text{se } B_{bal} \text{ indefinido} \quad (4.7)$$

$$N_{long,min} \geq 2 \quad (4.8)$$

onde:  $B_{tab}$  → largura do tabuleiro;  
 $B_{bal}$  → largura do balanço do tabuleiro;  
 $E_{long,max}$  → espaçamento máximo entre os eixos das longarinas.

O número máximo de longarinas será o menor valor entre:

$$N_{long,max} = \text{Inteiro} \left( \frac{B_{tab} - 2 \cdot B_{bal}}{E_{long,min}} \right) + 1 \quad \rightarrow \quad \text{se } B_{bal} \text{ definido} \quad (4.9)$$

ou

$$N_{long,max} = \text{Inteiro} \left( \frac{B_{tab}}{E_{long,min}} \right) \quad \rightarrow \quad \text{se } B_{bal} \text{ indefinido} \quad (4.10)$$

onde:  $E_{long,min}$  → espaçamento mínimo entre os eixos das longarinas.

Durante a rotina de codificação, os parâmetros  $E_{long,min}$  e  $E_{long,max}$  utilizados nas **Equações (4.6) a (4.10)** são estipulados utilizando os limites inferior ( $H_{f,min}$ ) e superior ( $H_{f,max}$ ) da espessura do tabuleiro definidos pelo

usuário no formulário da **Figura 4.9**, e respectivamente multiplicados pelos limites inferior e superior de um fator geométrico, chamados  $EH_{min}$  e  $EH_{max}$ , que representam a razão entre o espaçamento entre eixos das longarinas e a espessura da laje do tabuleiro e fornecidos ao programa através do formulário da **Figura 4.5**. As **Equações (4.11)** expressam essa passagem.

$$E_{long,min} = H_{f,min} \cdot EH_{min} \quad e \quad E_{long,max} = H_{f,max} \cdot EH_{max} \quad (4.11)$$

Na decodificação, o número de longarinas associado ao indivíduo é calculado a partir do respectivo gene conforme mostra a **Equação (4.12)**.

$$N_{long} = N_{long,min} + \text{Inteiro} \left( \frac{(N_{long,max} - N_{long,min}) \cdot \text{Conv}(Bits)}{2^{Nbit(N_{long})} - 1} \right) \quad (4.12)$$

Observa-se na **Equação (4.5)** que, se o usuário adotar parâmetros que tornem  $N_{long,max} = N_{long,min}$ , a variável associada ao número de longarinas não será codificada e o problema terá número de longarinas constante. Outro detalhe importante é que, durante a decodificação, os valores de  $N_{long,max}$  e  $N_{long,min}$  utilizados na **Equação (4.12)** e calculados com as **Equações (4.6) a (4.10)** deverão ser corrigidos a partir do valor decodificado de  $H_f$  aplicado às **Equações (4.11)**.

As duas próximas variáveis serão decodificadas se o usuário optar por usar longarinas moldadas *in loco*. Elas são a largura ( $B_w$ ) e a altura da alma ( $H_w$ ) das longarinas da ponte. Ambas têm peculiaridades e formulação para codificação e decodificação semelhantes à utilizada para  $H_f$  (**Equações (4.1) a (4.4)**), mudando apenas os parâmetros relativos aos limites inferiores e superiores, e ao fator de intervalo de variação das dimensões, fornecidos ao programa através do formulário da **Figura 4.10**. As **Equações (4.13) e (4.14)** ilustram a codificação e as **Equações (4.15) e (4.16)** a decodificação.

$$Nbit(B_w) = \text{Inteiro} \left( \frac{\log \left( \frac{B_{w,max} - B_{w,min}}{\text{Dim}_{Bw}} \right)}{\log(2)} \right) + 1 \quad (4.13)$$

$$Nbit(H_w) = \text{Inteiro} \left( \frac{\log \left( \frac{H_{w,max} - H_{w,min}}{Dim_{Bw}} \right)}{\log(2)} \right) + 1 \quad (4.14)$$

onde:  $Dim_{Bw}$  e  $Dim_{Hw}$  → intervalos de variação das dimensões;  
 $B_{w,max}$  e  $H_{w,max}$  → limites superiores das dimensões;  
 $B_{w,min}$  e  $H_{w,min}$  → limites inferiores das dimensões.

$$B_w = B_{w,min} + Dim_{Bw} \cdot \text{Inteiro} \left( \frac{(B_{w,max} - B_{w,min}) \cdot Conv(Bits)}{(2^{Nbit(B_w)} - 1) \cdot Dim_{Bw}} \right) \quad (4.15)$$

$$H_w = H_{w,min} + Dim_{Hw} \cdot \text{Inteiro} \left( \frac{(H_{w,max} - H_{w,min}) \cdot Conv(Bits)}{(2^{Nbit(H_w)} - 1) \cdot Dim_{Hw}} \right) \quad (4.16)$$

Antes da codificação, os valores limites para  $B_w$  e  $H_w$  são automaticamente ajustados para respeitar os limites originalmente definidos pelo usuário e o intervalo de variação desta dimensão através das **Equações (4.17) a (4.20)**.

$$B_{w,min,ajustado} \leftarrow B_{w,min,usuário} + Dim_{Bw} - (B_{w,min,usuário} \bmod Dim_{Bw}) \quad (4.17)$$

$$B_{w,max,ajustado} \leftarrow B_{w,max,usuário} - (B_{w,max,usuário} \bmod Dim_{Bw}) \quad (4.18)$$

$$H_{w,min,ajustado} \leftarrow H_{w,min,usuário} + Dim_{Hw} - (H_{w,min,usuário} \bmod Dim_{Hw}) \quad (4.19)$$

$$H_{w,max,ajustado} \leftarrow H_{w,max,usuário} - (H_{w,max,usuário} \bmod Dim_{Hw}) \quad (4.20)$$

A **Tabela 4.1** mostra um exemplo de codificação e decodificação, a partir dos dados exibidos nas **Figura 4.10** e **Figura 4.9**.

**Tabela 4.1** – Exemplo de codificação e decodificação para variáveis dimensionais.

<b>Variável</b>	<b>Codificação</b>				<b>Decodificação</b>	
	<b>Dim (mm)</b>	<b>Min (mm)</b>	<b>Max (mm)</b>	<b>Nbit</b>	<b>Exemplo de Alelo</b>	<b>Dimensão (mm)</b>
<b>Largura da Alma (<math>B_w</math>)</b>	10	200	500	5	“10011”	380
<b>Altura da Alma (<math>H_w</math>)</b>	100	500	1000	3	“011”	700
<b>Espessura da Mesa (<math>H_f</math>)</b>	30	150	210	2	“11”	210

Caso o usuário opte por utilizar longarinas pré-fabricadas, as variáveis  $B_w$  e  $H_w$  serão obtidas diretamente das propriedades geométricas do perfil escolhido de uma lista de perfis disponíveis selecionados pelo usuário através do formulário da **Figura 4.7**. O número de perfis selecionados,  $N_{perfil,sel}$ , é codificado através da **Equação (4.21)** e o índice que escolherá o perfil,  $Ind_{perfil}$ , é obtido da decodificação expressa pela **Equação (4.22)**.

$$Nbit(Ind_{perfil}) = \text{Inteiro}\left(\frac{\log(N_{perfil,sel} - 1)}{\log(2)}\right) + 1 \quad (4.21)$$

$$Ind_{perfil} = \text{Inteiro}\left(\frac{(N_{perfil,sel} - 1) \cdot Conv(Bits)}{(2^{Nbit(Ind_{perfil})} - 1)}\right) + 1 \quad (4.22)$$

O número de perfis pré-fabricados disponíveis para o processo de otimização é 14, conforme mostra a **Figura 4.7**, com alturas, em milímetros, de: 500, 700, 750, 850, 950, 1000, 1200, 1250, 1400, 1450, 1500, 1600, 1700 e 1900; outros perfis poderão ser editados com informações de subáreas notáveis e suas respectivas dimensões (base superior, base inferior e altura de cada subárea). Assim, caso não haja nenhum perfil adicionado à lista original, esta variável poderá ter até quatro bits. Observa-se que a seleção de menos de duas opções não codificará esta variável.

Por exemplo, o formulário da **Figura 4.7** mostra três perfis selecionados: 1200, 1400 e 1600 mm. De acordo com a **Equação (4.21)**, pode-se verificar que dois *bits* representam todas as possibilidades de escolha desta variável; supondo que o alelo seja igual a “10”, a **Equação (4.22)** retorna  $Ind_{Perfil} = 2$ , conduzindo ao processamento da solução as informações do perfil pré-moldado VP1400 (**Figura 4.1**), com  $B_w = 120$  mm e  $H_w = 1400$  mm.

O próximo conjunto de variáveis refere-se aos índices para escolha do diâmetro da cordoalha de protensão ( $IndD_{Cord}$ ) e para os diâmetros das barras de aço para armadura passiva longitudinal de flexão ( $IndD_{Barra,long}$ ), estribos das longarinas ( $IndD_{Barra,estr}$ ) e armadura principal de flexão da laje do tabuleiro ( $IndD_{Barra,tab}$ ). As características físicas, geométricas e econômicas de cada armadura são obtidas de uma lista de diâmetros disponíveis, selecionados pelo usuário através do formulário da **Figura 4.8**. Essas quatro variáveis têm formulação para codificação e decodificação semelhantes às das **Equações (4.21) e (4.22)**; portanto, o número de *bits* de cada uma pode ser dado por:

$$Nbit(IndD_{Cord}) = \text{Inteiro} \left( \frac{\log(ND_{Cord,sel})}{\log(2)} \right) + 1 \quad (4.23)$$

$$Nbit(IndD_{Barra,long}) = \text{Inteiro} \left( \frac{\log(ND_{Barra,long,sel})}{\log(2)} \right) + 1 \quad (4.24)$$

$$Nbit(IndD_{Barra,estr}) = \text{Inteiro} \left( \frac{\log(ND_{Barra,estr,sel}) - 1}{\log(2)} \right) + 1 \quad (4.25)$$

$$Nbit(IndD_{Barra,tab}) = \text{Inteiro} \left( \frac{\log(ND_{Barra,tab,sel}) - 1}{\log(2)} \right) + 1 \quad (4.26)$$

onde  $ND_{Cord,sel}$ ,  $ND_{Barra,long,sel}$ ,  $ND_{Barra,estr,sel}$  e  $ND_{Barra,tab,sel}$  são o número de diâmetros selecionados para compor a lista de cada diâmetro de armadura.

Observa-se nas **Equações (4.23) e (4.24)** que o argumento da função logarítmica no numerador é o número de diâmetros selecionados para a armadura longitudinal de flexão ativa e passiva, respectivamente, sem o decréscimo de uma unidade. Isso foi assim colocado para cogitar que uma das duas armaduras, representadas por  $IndD_{Cord}$  e  $IndD_{Barra,long}$ , possa não ser considerada no cálculo. Portanto, se a protensão for obrigatória (**Figura 4.8**) ou se não houver nenhum diâmetro selecionado para a armadura passiva longitudinal, as decodificações são expressas pelas **Equações (4.27) e (4.28)**; caso a protensão possa ser dispensada, o uso da armadura passiva será obrigatório e as decodificações serão dadas pelas **Equações (4.29) e (4.30)**.

$$IndD_{Cord} = \text{Inteiro} \left( \frac{(ND_{Cord,sel} - 1) \cdot Conv(Bits)}{(2^{Nbit(IndD_{Cord})} - 1)} \right) + 1 \quad (4.27)$$

$$IndD_{Barra,long} = \text{Inteiro} \left( \frac{(ND_{Barra,long,sel}) \cdot Conv(Bits)}{(2^{Nbit(IndD_{Barra,long})} - 1)} \right) \quad (4.28)$$

$$IndD_{Cord} = \text{Inteiro} \left( \frac{(ND_{Cord,sel}) \cdot Conv(Bits)}{(2^{Nbit(IndD_{Cord})} - 1)} \right) \quad (4.29)$$

$$IndD_{Barra,long} = \text{Inteiro} \left( \frac{(ND_{Barra,long,sel} - 1) \cdot Conv(Bits)}{(2^{Nbit(IndD_{Barra,long})} - 1)} \right) + 1 \quad (4.30)$$

As **Equações (4.31) a (4.32)** generalizam a decodificação dos alelos relativos a  $IndD_{Barra,estr}$  e  $IndD_{Barra,tab}$ , respectivamente.

$$IndD_{Barra,estr} = \text{Inteiro} \left( \frac{(ND_{Barra,estr,sel} - 1) \cdot Conv(Bits)}{(2^{Nbit(IndD_{Barra,estr})} - 1)} \right) + 1 \quad (4.31)$$

$$IndD_{Barra,tab} = \text{Inteiro} \left( \frac{(ND_{Barra,tab,sel} - 1) \cdot Conv(Bits)}{(2^{Nbit(IndD_{Barra,tab})} - 1)} \right) + 1 \quad (4.32)$$

Conforme pode ser visto no formulário da **Figura 4.8**, são seis os diâmetros disponíveis para armadura ativa, a saber: 9,5; 12,5 e 15,2 mm, para cada uma das classes CP190 e CP210; portanto, esta variável poderá ter até três *bits*. Para o número de diâmetros disponíveis para armadura passiva existem oito opções: 5,0; 6,3; 8,0; 10,0; 12,5; 16,0; 20,0 e 25,0 mm; portanto, três *bits* seria o máximo que esta variável poderia ter. Observa-se que a seleção de menos de duas opções, em qualquer um dos tipos de aço, permite a não codificação da respectiva variável.

Pelo exemplo visto na **Figura 4.8**, verifica-se que a variável associada à escolha do diâmetro para armadura ativa não será codificada, pois apenas um diâmetro foi selecionado. A variável associada à escolha do diâmetro da armadura passiva longitudinal requer três *bits* para sua representação. Quanto ao diâmetro da armadura passiva principal da laje do tabuleiro e dos estribos das longarinas, serão necessários dois *bits* para representar a variável de escolha.

Os próximos dois alelos do cromossomo representam o par de variáveis que permite determinar o número de cordoalhas e o número de barras longitudinais. Concomitante à escolha dos diâmetros, a codificação ou não destas variáveis está associada a pelo menos uma seleção nos quadros da **Figura 4.8**.

O número de cordoalhas de protensão  $N_{Cord}$  está limitado entre 2 e 22, sendo, portanto, cinco *bits* necessários à sua representação. Quanto ao número de barras de aço para armadura passiva longitudinal  $N_{Barra,long}$ , a codificação se dá também com cinco *bits*, limitando em até 30 barras o número destes elementos na seção. A decodificação do número de cordoalhas de protensão e do número de barras longitudinais da armadura passiva é dada pelas **Equações (4.33) e (4.34)**.

$$N_{Cord} = N_{Cord,min} + \text{Inteiro} \left( \frac{(N_{Cord,max} - N_{Cord,min}) \cdot Conv(Bits)}{(2^5 - 1)} \right) \quad (4.33)$$

$$N_{Barra,long} = N_{Barra,long,min} + \text{Inteiro} \left( \frac{(N_{Barra,long,max} - N_{Barra,long,min}) \cdot Conv(Bits)}{(2^5 - 1)} \right) \quad (4.34)$$

- onde:  $N_{Cord,min}$  → número mínimo de cordoalhas de protensão (igual a zero, se a armadura ativa não for obrigatória, ou igual a dois, caso contrário);
- $N_{Cord,max}$  → número máximo de cordoalhas de protensão (igual a 11 para  $H_w \leq 850$  mm e igual a 22 para as demais alturas);
- $N_{Barra,long,min}$  → número mínimo de barras longitudinais (igual a zero, se  $N_{Cord} \geq 2$ , ou igual a dois, caso contrário);
- $N_{Barra,long,max}$  → número máximo de barras longitudinais; esse limite está condicionado à capacidade e ao arranjo da armadura<sup>7</sup> no talão inferior da longarina escolhida.

A título de exemplo, seja “01010” o alelo para determinação do número de cordoalhas, “10101” o alelo para a armadura passiva longitudinal e altura da alma 700 mm da **Tabela 4.1**. De acordo com a **Equação (4.33)** e com os parâmetros da **Figura 4.8**, quatro seriam as cordoalhas da seção; da **Equação (4.34)**, considerando 0 o número mínimo de barras e dada a capacidade da seção da longarina pré-fabricada VP700 (**Figura 4.1**) de, no máximo, 18 barras (duas faixas de onze alocações cada, reduzidas das já definidas quatro posições para cordoalhas), determina-se  $N_{Barra,long} = 12$ .

Na sequência, são codificadas as variáveis que determinam o espaçamento entre as barras da armadura principal da laje do tabuleiro,  $Gap_{tab}$ , e o espaçamento entre as barras dos estribos das longarinas,  $Gap_{estr}$ . Ambas têm observações e formulação para codificação e decodificação semelhantes às utilizadas para a variável  $H_f$  (**Equações (4.1) e (4.2)**), mudando apenas os

---

<sup>7</sup> Uma rotina verifica o número de alocações possíveis deixadas pela armadura ativa, de modo que o cobrimento e o espaçamento entre as barras sejam respeitados (**Figura 4.8**).

parâmetros relativos aos limites inferiores e superiores, bem como o fator de variação do intervalo destas distâncias, fornecidos pelos formulários das **Figura 4.10** e **Figura 4.9**, respectivamente. O número de *bits* para os dois espaçamentos são:

$$Nbit(Gap_{tab}) = \text{Inteiro} \left( \frac{\log \left( \frac{Gap_{tab,max} - Gap_{tab,min}}{Dim_{Gap,tab}} \right)}{\log(2)} \right) + 1 \quad (4.35)$$

$$Nbit(Gap_{estr}) = \text{Inteiro} \left( \frac{\log \left( \frac{Gap_{estr,max} - Gap_{estr,min}}{Dim_{Gap,estr}} \right)}{\log(2)} \right) + 1 \quad (4.36)$$

onde:  $Dim_{Gap,tab}$  e  $Dim_{Gap,estr}$  → intervalos de variação das distâncias entre barras;

$Gap_{tab,max}$  e  $Gap_{estr,max}$  → limites superiores das distâncias;

$Gap_{tab,min}$  e  $Gap_{estr,min}$  → limites inferiores das distâncias.

As **Equações (4.37) e (4.38)** mostram a decodificação dos alelos:

$$Gap_{tab} = Gap_{tab,min} + Dim_{Gap,tab} \cdot \text{Inteiro} \left( \frac{(Gap_{tab,max} - Gap_{tab,min}) \cdot Conv(Bits)}{(2^{Nbit(Gap_{tab})} - 1) \cdot Dim_{Gap,tab}} \right) \quad (4.37)$$

$$Gap_{estr} = Gap_{estr,min} + Dim_{Gap,estr} \cdot \text{Inteiro} \left( \frac{(Gap_{estr,max} - Gap_{estr,min}) \cdot Conv(Bits)}{(2^{Nbit(Gap_{estr})} - 1) \cdot Dim_{Gap,estr}} \right) \quad (4.38)$$

Assim como ocorre para  $H_f$ , pode ser necessário ajustar os limites inferiores e superiores definidos pelos usuários para compatibilizá-los com o fator de intervalo de variação destas distâncias; as **Equações (4.39) a (4.42)** mostram como se dá o ajuste.

$$Gap_{tab,min,ajustado} \leftarrow Gap_{tab,min,usu\acute{a}rio} + Dim_{Gap,tab} - (Gap_{tab,min,usu\acute{a}rio} \bmod Dim_{Gap,tab}) \quad (4.39)$$

$$\begin{aligned} Gap_{tab,max,ajustado} \\ \leftarrow Gap_{tab,max,usu\acute{a}rio} + Dim_{Gap,tab} - (Gap_{tab,max,usu\acute{a}rio} \bmod Dim_{Gap,tab}) \end{aligned} \quad (4.40)$$

$$\begin{aligned} Gap_{estr,min,ajustado} \\ \leftarrow Gap_{estr,min,usu\acute{a}rio} + Dim_{Gap,estr} - (Gap_{estr,min,usu\acute{a}rio} \bmod Dim_{Gap,estr}) \end{aligned} \quad (4.41)$$

$$\begin{aligned} Gap_{estr,max,ajustado} \\ \leftarrow Gap_{estr,max,usu\acute{a}rio} + Dim_{Gap,estr} \\ - (Gap_{estr,max,usu\acute{a}rio} \bmod Dim_{Gap,estr}) \end{aligned} \quad (4.42)$$

As duas últimas variáveis comuns a todas as opções de análise e otimização são as que determinam o índice de escolha para o  $f_{ck}$  do concreto utilizado na confecção das longarinas ( $Indf_{ck,long}$ ) e do tabuleiro ( $Indf_{ck,tab}$ ), acompanhadas do respectivo preço por metro cúbico. Estas variáveis têm formulações para codificação e decodificação semelhantes às **Equações (4.21) e (4.22)**, respectivamente, bastando apenas substituir o fator  $N_{perfil,sel}$  pelo número de classes de concreto selecionadas para cada elemento. O número de classes de concretos selecionados para longarinas e tabuleiro,  $Nf_{ck,long,sel}$  e  $Nf_{ck,tab,sel}$ , são codificados através das **Equações (4.43) e (4.44)** e os índices que escolherão as respectivas classes,  $Indf_{ck,long}$  e  $Indf_{ck,tab}$ , são obtidos das decodificações expressas pelas **Equações (4.45) e (4.46)**.

$$Nbit(Indf_{ck,long}) = Inteiro\left(\frac{\log(Nf_{ck,long,sel} - 1)}{\log(2)}\right) + 1 \quad (4.43)$$

$$Nbit(Indf_{ck,tab}) = Inteiro\left(\frac{\log(Nf_{ck,tab,sel} - 1)}{\log(2)}\right) + 1 \quad (4.44)$$

$$Indf_{ck,long} = \text{Inteiro} \left( \frac{(Nf_{ck,long,sel} - 1) \cdot Conv(Bits)}{(2^{Nbit(Indf_{ck,long})} - 1)} \right) + 1 \quad (4.45)$$

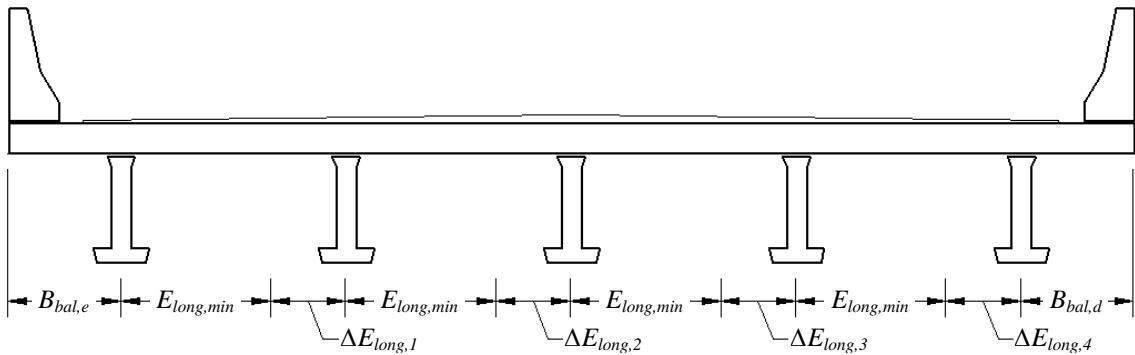
$$Indf_{ck,tab} = \text{Inteiro} \left( \frac{(Nf_{ck,tab,sel} - 1) \cdot Conv(Bits)}{(2^{Nbit(Indf_{ck,tab})} - 1)} \right) + 1 \quad (4.46)$$

Ressalta-se que o número de classes de concreto disponível para o processo de otimização é seis: C25, C30, C35, C40, C45 e C50; portanto, esta variável poderá ter até três *bits*. Observa-se que a seleção de menos de duas opções não codificará esta variável. Existe ainda a opção de impor que longarinas e tabuleiros sejam fabricados com o mesmo concreto; neste caso, a variável  $Indf_{ck,tab}$  não será codificada.

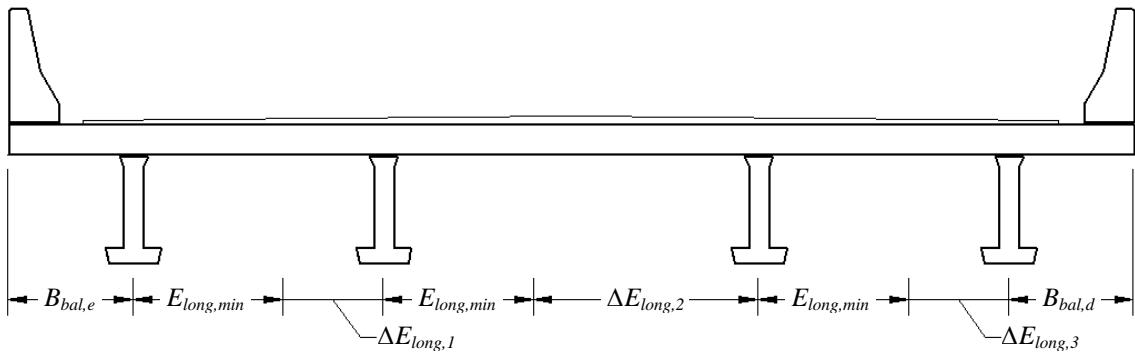
Pelo exemplo visto na **Figura 4.8**, verifica-se que apenas dois *bits* representam a variável de escolha e que a variável associada ao tabuleiro não precisará ser codificada. Na decodificação, o fator  $Conv(Bits)$  nas **Equações (4.45) e (4.46)** pode assumir os seguintes valores: 0, 1, 2 ou 3. Se for igual a 0 ou a 1, então a classe C40 e respectivo custo por metro cúbico serão selecionados para continuar o processo; se for igual a 2, as informações que seguirão serão a do concreto C45; se igual a 3, o Algoritmo Genético processará a classe C50.

O conjunto de variáveis descritas a seguir só será considerado caso o usuário opte por otimizar a ponte conciliando o custo da superestrutura com o melhor aproveitamento da resistência das longarinas. Os parâmetros para essa opção são definidos na **Figura 4.5**, concomitantemente com imposições construtivas dos balanços ou do próprio espaçamento entre longarinas. Uma vez que o carregamento é móvel ou a seção transversal da ponte pode ser assimétrica, o cálculo da solicitação de cada conjunto formado pela longarina mais a largura colaborante da laje de tabuleiro só terá valores próximos se a variação do espaçamento entre eixos for levada em consideração.

A **Figura 4.15** e a **Figura 4.16** exemplificam o caso mais geral de como essas variáveis são tratadas. A parcela  $E_{long,min}$  é fixa e definida de acordo com a Equação (4.11); na codificação é utilizado o valor de  $H_{f,min}$  e na decodificação o valor de  $H_f$ . Se a largura do balanço não for fixada, surgem as variáveis de projeto  $B_{bal,e}$  e  $B_{bal,d}$ . Para o exemplo da **Figura 4.15**, se a seção for simétrica, as variáveis  $\Delta E_{long,3}$  e  $\Delta E_{long,4}$  não são codificadas, pois receberão os valores de  $\Delta E_{long,2}$  e  $\Delta E_{long,1}$ , respectivamente, em decorrência de suas decodificações. No caso de haver simetria numa ponte como a da **Figura 4.16**, apenas  $\Delta E_{long,3}$  não seria codificada, assumindo o valor de  $\Delta E_{long,1}$  para a análise e verificação da estrutura.



**Figura 4.15** – Tratamento das variáveis associadas ao espaçamento entre os eixos das longarinas, no caso de ponte com número ímpar de longarinas.



**Figura 4.16** – Tratamento das variáveis associadas ao espaçamento entre os eixos das longarinas, no caso de ponte com número par de longarinas.

A primeira etapa dessa codificação é determinar o número máximo de variáveis a serem codificadas,  $NVar_{Elong,max}$ . Esse número é definido em função da paridade do número máximo de longarinas, calculado segundo as

**Equações (4.9) a (4.11)**, da simetria da seção transversal e da característica dos balanços do tabuleiro. Assim,  $NVar_{Elong,max}$  é dado por uma das seguintes equações, conforme a situação. Se a seção transversal do tabuleiro for simétrica, a **Equação (4.47)** é utilizada para  $N_{long,max}$  par e  $B_{bal}$  definida, e a **Equação (4.48)** é aplicada se  $N_{long,max}$  for ímpar; caso  $B_{bal}$  não seja definida, utiliza-se a **Equação (4.49)** ou a **Equação (4.50)** para  $N_{long,max}$  par ou ímpar, respectivamente. Se a seção transversal for assimétrica e  $B_{bal}$  não definida, aplica-se a **Equação (4.51)**.

$$NVar_{Elong,max} = \frac{N_{long,max}}{2} \quad (4.47)$$

$$NVar_{Elong,max} = \frac{(N_{long,max} - 1)}{2} \quad (4.48)$$

$$NVar_{Elong,max} = \frac{N_{long,max}}{2} + 1 \quad (4.49)$$

$$NVar_{Elong,max} = \frac{(N_{long,max} - 1)}{2} + 1 \quad (4.50)$$

$$NVar_{Elong,max} = N_{long,max} + 1 \quad (4.51)$$

Observa-se que para a situação de espaçamento entre eixos iguais e largura dos balanços definidos, ou largura dos balanços igual à metade do espaçamento entre eixos de longarinas, não haverá variáveis a serem codificadas.

O próximo passo é estimar qual seria o maior valor possível para o somatório das parcelas  $\Delta E_{long,i}$  (**Figura 4.15** e **Figura 4.16**). Esse valor é dado por:

$$\Sigma \Delta E_{long} = B_{tab} - 2 * B_{bal} - E_{long,min} \cdot (N_{long,min} - 1) \quad (4.52)$$

onde a parcela  $B_{bal}$  será igual a zero se opção da largura do balanço for um valor máximo definido pelo usuário ou otimizado pelo Algoritmo Genético. A parcela  $N_{long,min}$  é definida pelas **Equações (4.6) a (4.8)**.

Finalmente, tem-se a codificação das variáveis. O número de *bits* para cada variável é dado pela **Equação (4.53)**.

$$Nbit(E_{long})_j = \text{Inteiro} \left( \frac{\log \left( \frac{\Sigma \Delta E_{long} - \Sigma \Delta E_{long} \bmod \text{Dim}_{Elong}}{\text{Dim}_{Elong}} \right)}{\log(2)} \right) + 1 \quad \therefore \quad j = 1 \quad (4.53)$$

$\rightarrow Nvar_{Elong,max}$

onde:  $\text{Dim}_{Elong} \rightarrow$  intervalos de variação das distâncias entre eixos das longarinas.

Observa-se que o programa acrescenta ao cromossomo  $(Nbit(E_{long}) \cdot NVar_{Elong,max})$  *bits*, mas na decodificação só são utilizados os alelos necessários aos espaçamentos definidos por  $N_{long}$ , segundo a **Equação (4.12)**. Portanto, antes da decodificação, o primeiro passo é definir o número de variáveis necessárias, dadas pelas **Equações (4.54) a (4.58)**, bastando substituir o fator  $N_{long,max}$ , expresso nas **Equações (4.47) a (4.51)**, por  $N_{long}$ . Assim, se a seção transversal do tabuleiro é simétrica, a **Equação (4.54)** é utilizada para  $N_{long}$  par e  $B_{bal}$  definida, e a **Equação (4.55)** é aplicada se  $N_{long}$  for ímpar; caso  $B_{bal}$  não seja definida, utiliza-se a **Equação (4.56)** ou a **Equação (4.57)**, para  $N_{long}$  par ou ímpar, respectivamente. Se a seção transversal é assimétrica e  $B_{bal}$  não definida, aplica-se a **Equação (4.58)**.

$$NVar_{Elong} = \frac{N_{long}}{2} \quad (4.54)$$

$$NVar_{Elong} = \frac{(N_{long} - 1)}{2} \quad (4.55)$$

$$NVar_{Elong} = \frac{N_{long}}{2} + 1 \quad (4.56)$$

$$NVar_{Elong} = \frac{(N_{long} - 1)}{2} + 1 \quad (4.57)$$

$$NVar_{Elong} = N_{long} + 1 \quad (4.58)$$

Em seguida, convertem-se todos os  $NVar_{Elong}$  alelos binários, com seus  $Nbit(E_{long})$  bits, para o respectivo número real inteiro e somam-se esses valores:

$$\Sigma Conv(bits) = \sum_{i=1}^{NVar_{Elong}} Conv(bits)_i \quad (4.59)$$

Depois se determina o somatório das parcelas  $\Delta E_{long,i}$  (**Figura 4.15** e **Figura 4.16**), proporcional ao fator de intervalo destas dimensões,  $Dim_{Elong}$ , semelhante ao expresso na **Equação (4.52)**. Esse valor é dado por:

$$\Sigma \Delta E_{long} = \frac{(B_{tab} - 2 * B_{bal} - E_{long,min} \cdot (N_{long} - 1))}{Dim_{Elong}} \quad (4.60)$$

onde a parcela  $B_{bal}$  só não é nula para o caso desta dimensão ser fixada pelo usuário, e a parcela  $N_{long}$  calculada pela **Equação (4.12)**.

A decodificação das variáveis associadas à largura dos balanços e às distâncias entre eixos das longarinas se dá por proporção entre os valores convertidos de cada alelo e o somatório das parcelas  $\Delta E_{long,i}$ ,  $B_{bal,e}$  e  $B_{bal,d}$ . Assim:

$$B_{bal,e} = Arredondar \left( \frac{Conv(Bits)_1 \cdot \Sigma \Delta E_{long}}{\Sigma Conv(bits)} \right) \cdot Dim_{Elong} \quad (4.61)$$

$$B_{bal,d} = Arredondar \left( \frac{Conv(Bits)_n \cdot \Sigma \Delta E_{long}}{\Sigma Conv(Bits)} \right) \cdot Dim_{Elong} \quad (4.62)$$

$\therefore n = Nvar_{Elong}$

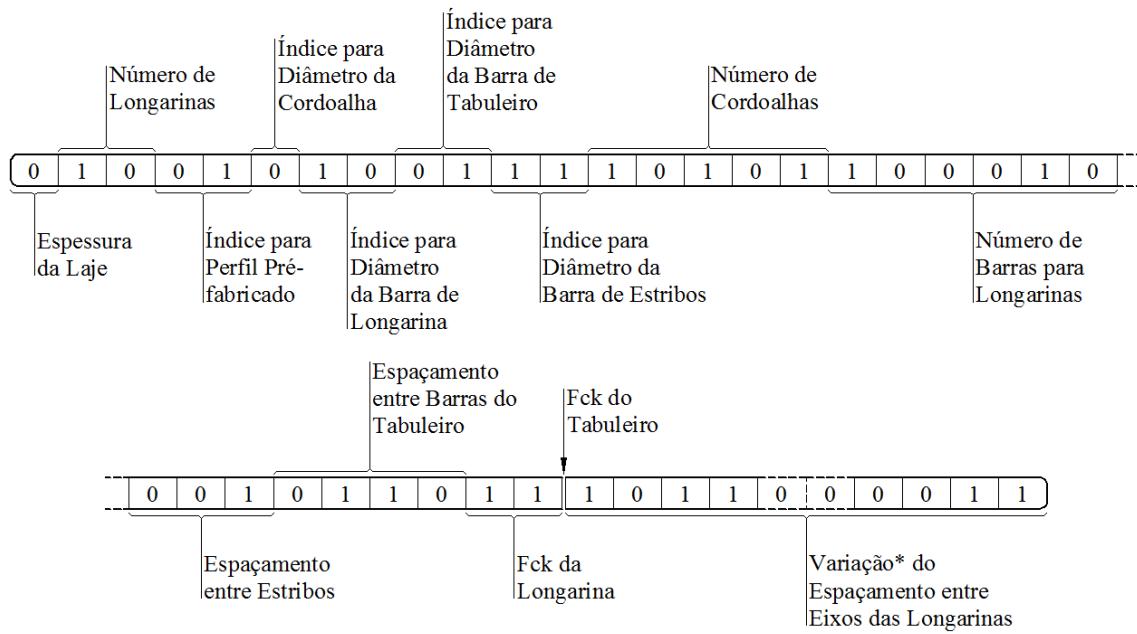
$$E_{long,i} = Arredondar \left( \frac{Conv(Bits)_i \cdot \Sigma \Delta E_{long}}{\Sigma Conv(Bits)} \right) \cdot Dim_{Elong} + E_{long,min} \quad (4.63)$$

$\therefore i = 2 \rightarrow Nvar_{Elong} - 1$

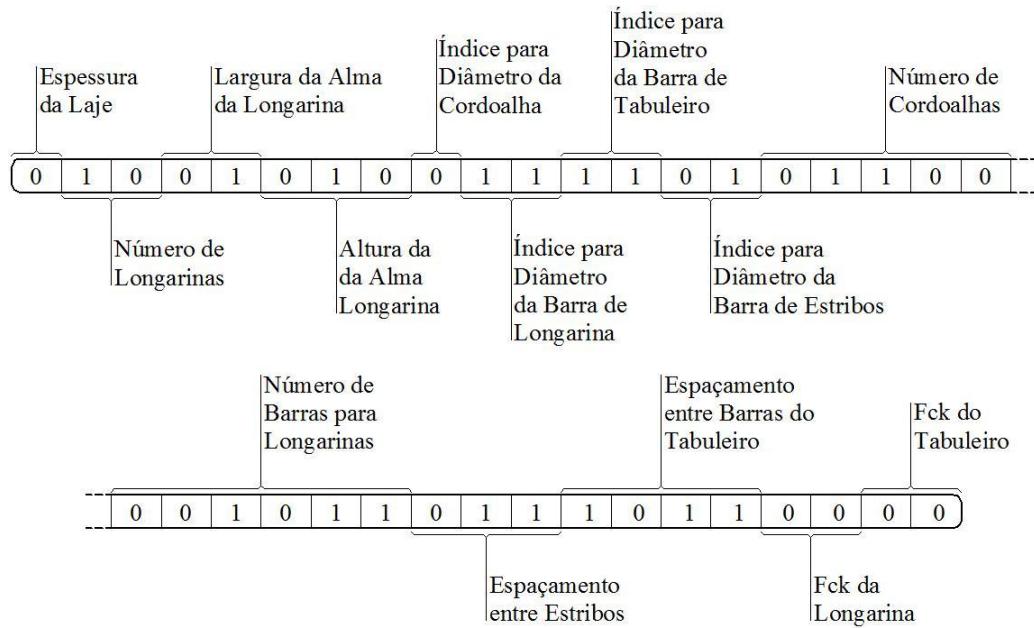
A rotina de decodificação possui alguns mecanismos para evitar que o indivíduo seja malformado antes de iniciar o procedimento de verificação da estrutura no ELU e ELS. Por exemplo, se o usuário estipular um valor máximo ou mínimo para a largura do balanço (**Figura 4.5**) e os respectivos valores da decodificação não respeitarem esses limites,  $B_{bal,e}$  e  $B_{bal,d}$  assumirão os valores limites e os espaçamentos entre eixos das longarina serão recalculados conforme a **Equação (4.63)**, recalculando os fatores  $\sum \Delta E_{long}$  (**Equação (4.60)**) e  $\sum Conv(Bits)$  (**Equação (4.59)**), retirando destes as contribuições relativas às dimensões dos balanços.

A **Figura 4.17** mostra um exemplo do tamanho do cromossomo do indivíduo montado conforme as informações vistas anteriormente (**Figura 4.5** a **Figura 4.11**). Observa-se que o alelo para o  $f_{ck,tab}$  não foi considerado pelo fato desta variável assumir o valor de  $f_{ck,long}$ . Os últimos alelos deste cromossomo (indicado na figura por asterisco), de comprimento  $Nbit(E_{long}) \cdot NVar_{Elong,max}$ , estão associados aos espaçamentos entre eixos das longarinas; para este exemplo,  $Nbit(E_{long}) = 10$ .

A **Figura 4.18** exemplifica um cromossomo para ponte com longarinas moldadas *in loco*; o quarto e o quinto alelo foram dimensionados conforme os parâmetros da **Figura 4.10**. Neste exemplo, pressupõe-se que o valor do  $f_{ck}$  do tabuleiro possa ser diferente do  $f_{ck}$  da longarina; além disso, o espaçamento entre os eixos das longarinas serão iguais e a largura dos balanços será a metade deste valor.



**Figura 4.17 – Exemplo de cromossomos para problema com longarinas pré-fabricadas.**



**Figura 4.18 – Exemplo de cromossomos para problema com longarinas moldadas *in loco*.**

#### 4.4. Função-objetivo

A otimização da seção transversal da ponte requer que a soma dos custos referentes ao volume de concreto das longarinas e do tabuleiro, à massa de aço das armaduras ativa e passiva das vigas e da laje seja a menor possível, desde que sejam atendidas algumas restrições funcionais, bem como os critérios dos Estados Limites Últimos e dos Estados Limites de Serviços, segundo a Norma Brasileira 6118:2003.

A função a ser minimizada é definida pela **Equação (4.64)**:

$$C_{total} = C_c + C_p + C_s \quad (4.64)$$

onde:  $C_{total}$  → custo total da obra;

$C_c$  → custo do concreto;

$C_p$  → custo do aço para armadura ativa;

$C_s$  → custo do aço para armadura passiva.

A primeira parcela representa o custo do concreto das vigas para todo o trecho da ponte em estudo, localizado entre os dois suportes (pilares), acrescido do custo do concreto da respectiva laje do tabuleiro. Esse custo é dado pela **Equação (4.65)**:

$$C_c = (A_{long} \cdot N_{long} \cdot \$_{c,long} + B_{tab} \cdot H_f \cdot \$_{c,tab}) \cdot L_{long} \quad (4.65)$$

onde:  $A_{long}$  → área da seção transversal da longarina (sem a mesa colaborante);

$N_{long}$  → número de longarinas;

$\$_{c,long}$  → custo por metro cúbico do concreto das longarinas;

$B_{tab}$  → largura do tabuleiro;

$H_f$  → espessura da laje do tabuleiro;

$\$_{c,tab}$  → custo por metro cúbico do concreto da laje do tabuleiro;

$L_{long}$  → comprimento da longarina (distância entre os apoios da ponte).

A segunda parcela da **Equação (4.64)** representa o custo da armadura de protensão reta colocada nas longarinas, cujo valor é dado pela **Equação (4.66)**:

$$C_p = N_{long} \cdot N_{cord} \cdot A_{cord} \cdot L_{long} \cdot \gamma_s \cdot \$_p \quad (4.66)$$

onde:  $N_{cord}$  → número de cordoalhas por longarina;

$A_{cord}$  → área da seção transversal da cordoalha escolhida pelo índice  $IndD_{cord}$ ;

$\gamma_s$  → massa específica do aço de protensão, igual a  $7850 \text{ kg/m}^3$ ;

$\$_p$  → custo por quilograma da cordoalha de protensão escolhida.

A última parcela da **Equação (4.64)** representa o custo do aço usado na armadura passiva dos elementos estruturais em questão. Esse custo, dado pela **Equação (4.67)**, envolve a armadura longitudinal (**Equação (4.68)**), a armadura dos estribos (**Equação (4.69)**) e a armadura de pele (**Equação (4.70)**) da longarina e as armaduras principal e secundária da laje do tabuleiro (**Equação (4.71)**):

$$C_s = C_{s,long} + C_{s,estr} + C_{s,pele} + C_{s,tab} \quad (4.67)$$

$$C_{s,long} = N_{long} \cdot N_{barra,long} \cdot A_{barra,long} \cdot L_{long} \cdot \gamma_s \cdot \$_{s,long} \quad (4.68)$$

$$C_{s,estr} = N_{long} \cdot \frac{L_{long}}{Gap_{estr}} \cdot A_{barra,estr} \cdot \left( 2 \cdot (B_w + H_w + H_f) \right) \cdot \gamma_s \cdot \$_{s,estr} \quad (4.69)$$

$$C_{s,pele} = N_{long} \cdot N_{barra,pele} \cdot A_{barra,pele} \cdot L_{long} \cdot \gamma_s \cdot \$_{s,pele} \quad (4.70)$$

$$C_{s,tab} = \left( \frac{L_{long}}{Gap_{tab}} \cdot B_{tab} + \frac{B_{tab}}{Gap_{tab2}} \cdot L_{long} \right) \cdot A_{barra,tab} \cdot \gamma_s \cdot \$_{s,tab} \quad (4.71)$$

onde:  $N_{barra,long}$  → número de barras da armadura longitudinal de flexão;

- $A_{barra,long}$  → área da seção transversal da barra da armadura longitudinal escolhida por  $IndD_{barra,long}$ ;  
 $\$_{s,long}$  → custo por quilograma da barra da armadura longitudinal;  
 $Gap_{estr}$  → espaçamento entre estribos das longarinas;  
 $A_{barra,estr}$  → área da seção transversal da barra dos estribos escolhida por  $IndD_{barra,estr}$ ;  
 $B_w$  e  $H_w$  → largura da alma e altura da longarina;  
 $\$_{s,estr}$  → custo por quilograma da barra dos estribos;  
 $N_{barra,pele}$  → número de barras da armadura de pele das longarinas;  
 $A_{barra,pele}$  → área da seção transversal da barra da armadura de pele;  
 $\$_{s,pele}$  → custo por quilograma da barra da armadura de pele;  
 $Gap_{tab}$  → espaçamento entre barras da armadura principal do tabuleiro;  
 $Gap_{tab2}$  → espaçamento entre barras da armadura secundária do tabuleiro;  
 $A_{barra,tab}$  → área da seção transversal da barra do tabuleiro escolhida por  $IndD_{barra,tab}$ ;  
 $\$_{s,tab}$  → custo por quilograma da barra da armadura do tabuleiro.

Normalmente, é necessário alargar a alma da longarina, bem como aumentar a taxa de armadura dos estribos na região da longarina mais próxima dos apoios, onde o esforço cortante atinge seu maior valor.

O aumento da espessura da alma visa ter-se tensão de compressão diagonal no concreto menor que a limite, o que pode não ocorrer adotando-se  $B_w$ ; portanto, a **Equação (4.65)** deverá ser acrescida do custo relativo a esta diferença de volume de concreto na alma da longarina. Neste caso, o Programa-piloto calcula o maior esforço cortante resistido pela longarina com largura  $B_w$  e determina em que seção esse valor máximo ocorre; desta seção até a do apoio, utiliza-se a largura  $B_{w2} (> B_w)$ , determinada em função do valor do esforço cortante no apoio e aumentada, se necessário, para satisfazer o fator de variação da dimensão  $Dim_{Bw}$ . Assim, o custo do concreto expresso na **Equação (4.65)** será acrescido do valor da **Equação (4.72)**.

$$\Delta C_c = N_{long} \cdot (B_{w2} - B_w) \cdot H_{Bw} \cdot (2 \cdot L_{Bw2}) \cdot \$_{c,long} \quad (4.72)$$

onde:  $H_{Bw}$  → altura da subárea da seção transversal da longarina onde a largura é igual a  $B_w$ ;

$L_{Bw2}$  → comprimento da longarina onde ocorre o aumento da largura da alma para  $B_{w2}$ .

Para resistir ao esforço cortante ao longo da longarina pode ser necessário variar a taxa de armadura dos estribos. O Algoritmo Genético fornece a área da seção transversal do estribo  $A_{barra,estr}$ , determinada através da variável  $IndD_{barra,estr}$ , e o espaçamento  $Gap_{estr}$  na região do meio do vão da longarina; para este trecho, utiliza-se  $2 \cdot A_{barra,estr}$  para o mesmo espaçamento  $Gap_{estr}$ . O Programa-piloto calcula o maior esforço cortante resistido por essa armadura e a seção onde esse valor máximo ocorre; a distância desta seção até a seção do meio do vão da longarina pode ser reduzida para satisfazer o fator de variação da dimensão  $Dim_{Gap,estr}$ . A partir deste trecho, se necessário, o Programa-piloto sucessivamente dobra, triplica e até quadruplica a taxa de armadura, determinando-se os trechos resistidos por essas taxas. O comprimento mínimo de cada trecho é definido pelo usuário através do formulário da **Figura 4.10**. A multiplicação da taxa de armadura original se dá dobrando os estribos (dois estribos juntos) e/ou reduzindo o espaçamento à metade. A **Equação (4.73)** substitui a **Equação (4.69)**, caso haja variação na taxa de armadura de estribos ao longo do vão da longarina.

$$C_{s,estr} = N_{long} \cdot \gamma_s \cdot \$_{s,estr} \cdot \sum_{i=1}^n \rho_{estr,i} \cdot L_{estr,i} \cdot (B_{w,i} + H_w + H_f) \quad (4.73)$$

$$\therefore \rho_{estr,i} = \frac{2 \cdot A_{barra,estr,i}}{Gap_{estr,i}}$$

onde:  $\rho_{estr,i}$  → taxa geométrica de armadura de estribos no trecho  $i$ ;

$L_{estr,i}$  → comprimento do trecho da longarina com taxa  $\rho_{estr,i}$ ;

$B_{w,i}$  → largura da alma da longarina no trecho  $i$ ;

$n$  → número de trechos da longarina com taxa geométrica de armadura de estribos constante.

A armadura de pele, cujo custo é expresso pela **Equação (4.70)**, é determinada conforme o item 17.3.5.2.3 da NBR 6118:2003, adotando-se o menor diâmetro disponibilizado pelo usuário através do formulário da **Figura 4.8**, tal que o espaçamento entre as barras seja igual a 20 cm e a taxa de armadura para cada uma das faces seja maior ou igual a 0,1% de  $B_w \cdot H_w$ . A armadura de pele só é adotada para longarinas cuja altura da subárea associada à largura  $B_w$  é maior ou igual a 60 cm.

A taxa de armadura secundária da laje do tabuleiro pode ser definida pelo usuário ou calculada segundo o item 19.3.3.2 e a tabela 19.1 da NBR 6118:2003. Através do formulário da **Figura 4.9**, o usuário pode determinar que a taxa de armadura secundária seja uma porcentagem da taxa de armadura principal; neste caso, o Programa-piloto escolhe o menor diâmetro de barra disponibilizado no formulário da **Figura 4.8** e verifica a taxa de armadura secundária, desde que o espaçamento máximo entre as barras não seja ultrapassado.

Se a armadura secundária for calculada segundo a Norma Brasileira, a sua taxa será o maior valor entre:

$$\rho_{tab2} \geq \begin{cases} 0,2 \cdot \frac{A_{barra,tab}}{Gap_{tab} \cdot H_f} \\ \frac{90}{1000 \cdot H_f} \quad \rightarrow \quad \text{neste caso, } H_f \text{ em mm} \\ 0,5 \cdot \rho_{min} \end{cases} \quad (4.74)$$

onde:  $\rho_{min}$  → taxa de armadura mínima conforme a tabela 17.3 da NBR 6118:2003, reproduzida na **Tabela 4.2**.

**Tabela 4.2 – Taxa de armadura mínima para cálculo da armadura secundária da laje do tabuleiro.**

$f_{ck,tab}$	20	25	30	35	40	45	50
$\rho_{min}$ (%)	0,15	0,15	0,173	0,201	0,23	0,259	0,288

## 4.5. Restrições de Projeto

No **Item 4.3** foram apresentadas restrições de caráter funcional, aplicadas aos valores na entrada de dados ou durante o processo de codificação e decodificação de algumas variáveis de projeto, de tal sorte que estas forneçam ao Algoritmo Genético somente valores compatíveis.

Além disso, a função-objetivo dada pela **Equação (4.64)** é submetida também a diversas restrições de cálculo e verificações da estrutura. Nesta etapa, dois grupos de verificações são realizados: um de acordo com o estado limite último e outro com o estado limite de serviço, ambos conforme a Norma Brasileira NBR 6118:2003. A violação destas restrições resultará em penalizações à função-objetivo, gerando assim a função-aptidão, de grande importância a método dos Algoritmos Genéticos para seleção dos melhores indivíduos no processo de otimização (**Capítulo 3**).

Através do formulário da **Figura 4.5**, o usuário pode optar ou não pelas análises do estado limite de serviço e até omiti-las, caso as verificações pelo estado limite último não sejam atendidas; no entanto, este último critério é obrigatório para a verificação das longarinas, tanto quanto ao momento fletor como ao esforço cortante.

O primeiro grupo de verificações realizadas pelo programa é relativo à resistência aos esforços solicitantes oriundos do carregamento permanente (peso próprio, guarda-corpo, guarda-rodas e revestimento) e variável (passeio, multidão e trem-tipo) ao qual a ponte estará submetida. O momento fletor e o esforço cortante são obtidos através de uma rotina de Análise Matricial de Estruturas, conforme o Método dos Deslocamentos (GERE e WEAVER, 1989), onde são fornecidas as combinações ponderadas destes carregamentos, o módulo de elasticidade secante do concreto da longarina e o momento de inércia da seção homogeneizada, formada pela longarina acrescida da largura colaborante da laje.

Neste grupo, primeiramente se verifica a resistência da seção transversal ao momento fletor máximo solicitante da estrutura. Em seguida, verifica-se a resistência da longarina ao esforço cortante máximo solicitante. Nesta última etapa, o Programa-piloto calcula automaticamente, se necessário, o alargamento da alma da longarina e o aumento da taxa de armadura do estribo, dentro dos limites geométricos da longarina (seção transversal e comprimento longitudinal), na tentativa de se evitar a penalização da função-objetivo sob este aspecto; o acréscimo de material para esta modificação está expresso nas **Equações (4.72) e (4.73)**. A última rotina deste grupo de verificações investiga a resistência da laje do tabuleiro quanto ao momento fletor.

No segundo grupo de verificações, regidas pelo estado limite de serviço, são investigadas a formação (ELS-F) e a abertura (ELS-W) de fissuras, as deformações excessivas (ELS-Def) do conjunto longarina e mesa colaborante, a descompressão total (ELS-D) e parcial (ELS-Dp) e a compressão excessiva (ELS-CE) causada pela protensão.

A seguir, cada etapa de cálculo e verificação é melhor detalhada.

#### **4.5.1. Combinações de ações e determinação dos esforços solicitantes**

Para realizar as etapas de cálculo e verificação propostas, o Programa-piloto monta a estrutura da ponte com os valores das variáveis mostradas no **Item 4.3** e fornecidos pelo Algoritmo Genético (**Figura 4.3** e **Figura 4.4**). Depois são feitas as combinações do estado limite último (**Equação (4.75)**) e do estado limite de serviço (**Equações (4.76) a (4.78)**), a partir das informações do formulário da **Figura 4.6**.

$$F_{d,ult} = \sum \gamma_g \cdot F_{g,i} + \gamma_q \cdot \left( F_{q1} + \sum_{j=2}^n \psi_0 \cdot F_{q,j} \right) \quad (4.75)$$

$$F_{d,serv} = \sum F_{g,i} + \sum \psi_2 \cdot F_{q,j} \rightarrow \text{Combinação Quase Permanente} \quad (4.76)$$

$$F_{d,serv} = \sum F_{g,i} + \psi_1 \cdot F_{q,1} + \sum_{j=2}^n \psi_2 \cdot F_{q,j} \rightarrow \text{Combinação Frequente} \quad (4.77)$$

$$F_{d,serv} = \sum F_{g,i} + F_{q,1} + \sum_{j=2}^n \psi_1 \cdot F_{q,j} \rightarrow \text{Combinação Rara} \quad (4.78)$$

onde:  $F_{d,ult}$  → combinação de carregamento para análise no estado limite último;

$\gamma_g$  → coeficiente de ponderação para ações permanentes;

$F_{g,i}$  → ações permanentes características (peso próprio, guardarodas, etc.);

$\gamma_q$  → coeficiente de ponderação para ações variáveis;

$F_{q,1}$  → ação variável característica principal (trem-tipo);

$\psi_0$  → fator de redução para combinação no estado limite último;

$F_{q,j}$  → demais ações variáveis (multidão, passeio, etc.);

$F_{d,serv}$  → combinações de carregamento para análise no estado limite de serviço;

$\psi_1$  → fator de redução para combinação frequente no estado limite de serviço;

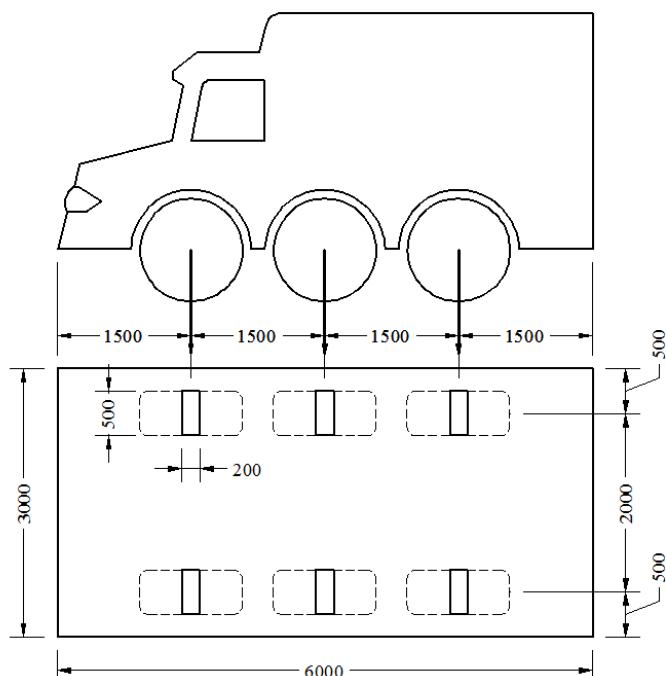
$\psi_2$  → fator de redução para combinação quase permanente no estado limite de serviço.

As ações características expressas nas **Equações (4.75) a (4.78)**, associadas aos carregamentos móveis de trem-tipo e de multidão, conforme a NBR 7188:1984, devem ser ainda majoradas pelo coeficiente de impacto  $\varphi$  que simula os efeitos dinâmicos destas cargas. Este coeficiente é dado por:

$$\varphi \geq \begin{cases} 1,4 - 0,007 \cdot L_{long} \\ 1,0 \end{cases} \quad (4.79)$$

onde:  $L_{long} \rightarrow$  comprimento da longarina, dado em metros.

O trem-tipo da NBR 7188:1984 é um veículo de seis rodas que ocupa uma área de  $18 \text{ m}^2$  ( $3 \text{ m} \times 6 \text{ m}$ ). Em torno deste veículo, apenas na faixa de rolamento, está presente a carga de multidão, igual a  $5 \text{ kN/m}^2$ . As classes de carregamento mais comuns e tratadas pelo Programa-piloto são as classes 30 e 45, com veículos 300 e 450 kN, respectivamente. A **Figura 4.19** representa as demais características geométricas do trem-tipo.



**Figura 4.19** – Reprodução do trem-tipo da figura 2 da NBR 7188:1984 (cotas em mm).

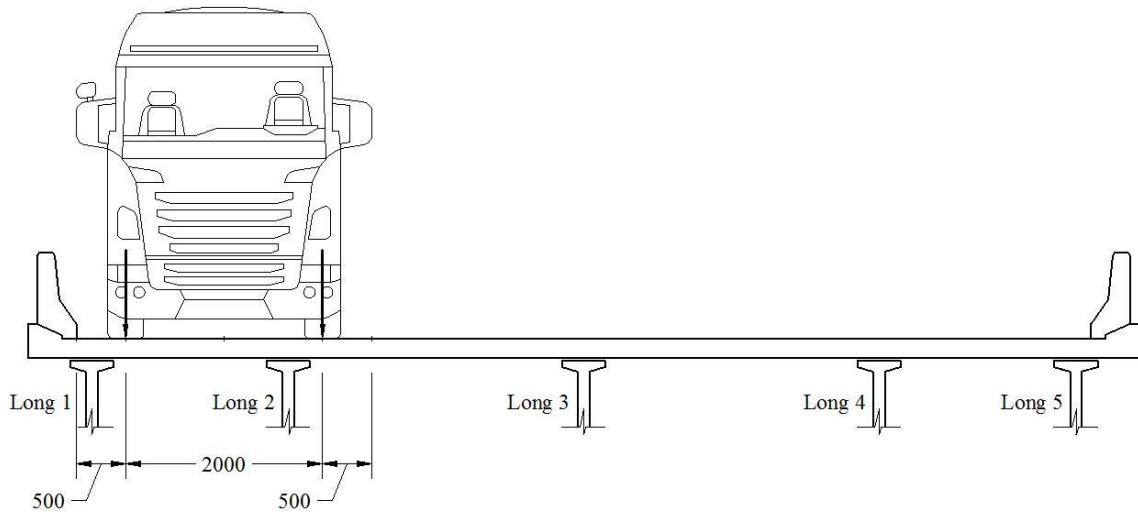
A próxima etapa é determinar os maiores esforços em cada elemento da superestrutura da ponte, causados por cada combinação de carregamento. Uma vez que o carregamento principal é móvel, a determinação destes esforços consiste em realizar a análise matricial diversas vezes conforme o posicionamento do trem-tipo em diferentes posições da faixa de rolamento. Essas posições são: o trem-tipo totalmente à esquerda da faixa de rolamento; trem-tipo com as rodas direitas no meio de cada vão entre eixos das longarinas; idem para as rodas esquerdas; trem-tipo com as rodas direitas

sobre o eixo de cada longarina; o mesmo para as rodas esquerdas; e o eixo longitudinal do trem-tipo posicionado sobre o eixo de cada longarina.

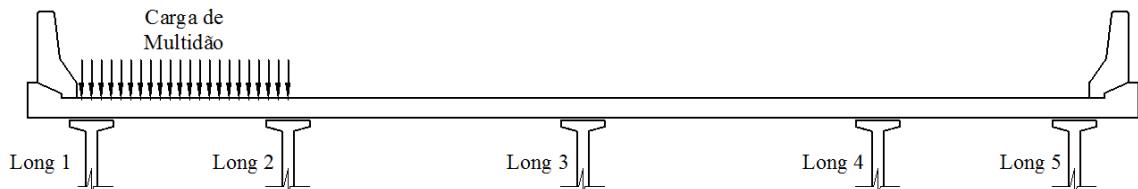
Estas combinações permitem determinar os maiores valores de momento fletor positivo na laje do tabuleiro em cada trecho entre os eixos das longarinas, os maiores valores de momento fletor negativo na laje do tabuleiro sobre cada apoio de longarina e o momento fletor e o esforço cortante para o conjunto formado pela longarina e a largura colaborante do tabuleiro. Os carregamentos de multidão e passeio público que aliviam cada elemento estrutural investigado são automaticamente desprezados.

As **Figura 4.20** a **Figura 4.33** mostram como o Programa-piloto caracteriza os carregamentos. Cada trecho de tabuleiro entre eixos de longarinas adjacentes e cada longarina são carregados com a pior situação e a investigação das partes ocorre da esquerda para direita. Apenas os maiores valores de esforços solicitantes correspondentes a cada carregamento considerado são mantidos na memória para posterior utilização nas verificações dos Estados Limites Último e de Serviço.

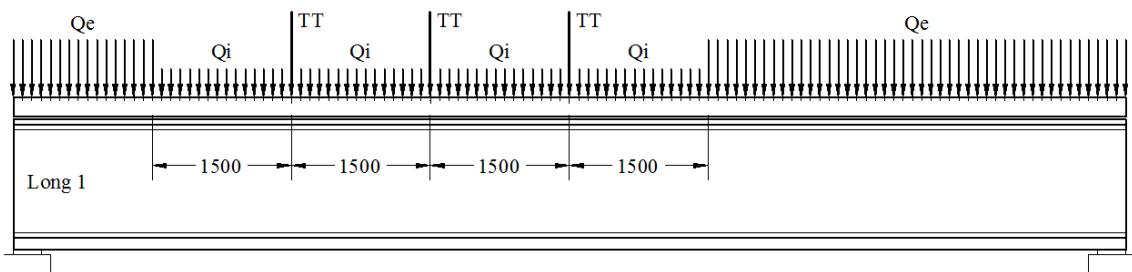
As posições do trem-tipo e da carga de multidão vistas nas **Figura 4.20** e **Figura 4.21** geram as maiores solicitações para a longarina nº 1 (bordo à esquerda). A análise matricial destas duas situações fornece as reações do tabuleiro na longarina nº 1 que vão compor o carregamento visto na **Figura 4.22**, onde  $TT$  é a carga concentrada oriunda apenas das cargas concentradas do trem-tipo,  $Qe$  é a carga distribuída oriunda da carga de multidão à frente e atrás do trem-tipo, acrescida do peso-próprio do tabuleiro e outros elementos permanentes (no exemplo, o guarda-rodas) e  $Qi$  é a carga distribuída referente apenas pelo peso-próprio da superestrutura, exceto das longarinas.



**Figura 4.20 – Trem-tipo posicionado totalmente à esquerda na faixa de rolamento; pior situação de carregamento<sup>8</sup> para a longarina n° 1 (cotas em mm).**



**Figura 4.21 – Carga de multidão na frente e atrás do trem-tipo que contribui para as piores solicitações na longarina n° 1.**



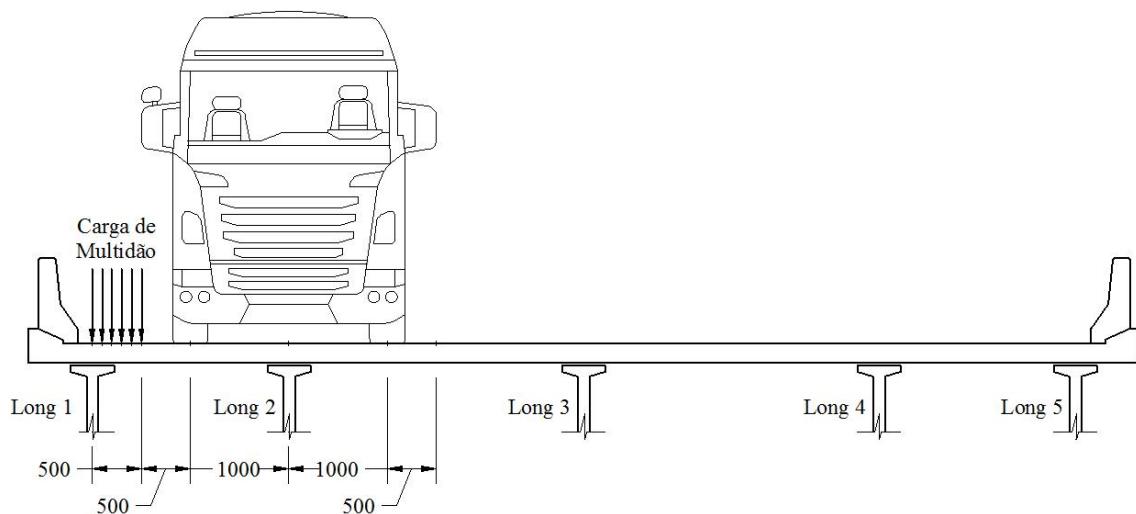
**Figura 4.22 – Carregamento na longarina n° 1 (cotas em mm).**

A situação vista na **Figura 4.23**, com as rodas esquerdas do trem-tipo posicionadas no meio do vão entre as longarinas n° 1 e n° 2 e com a carga de multidão atuando entre o trem-tipo e a longarina n° 1, gera o maior momento fletor positivo neste trecho do tabuleiro. Observe-se que, embora seja premissa do Programa-piloto investigar também esse trecho com as rodas direitas sobre a mesma seção, isso não é feito, uma vez que a distância entre a

---

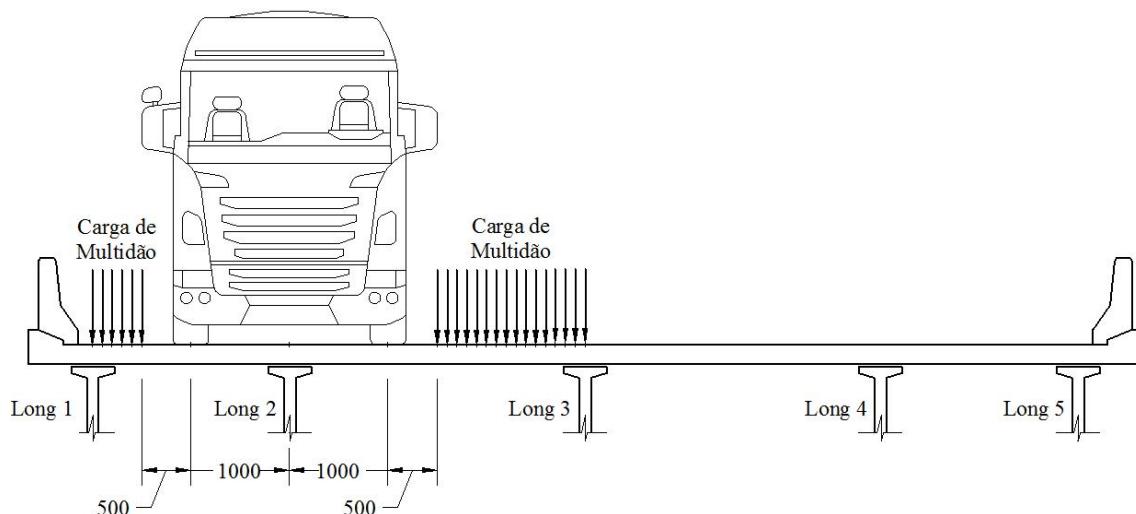
<sup>8</sup> Para este exemplo de seção transversal da ponte.

seção considerada e o bordo esquerdo da faixa de rolamento é inferior a 2500 mm.



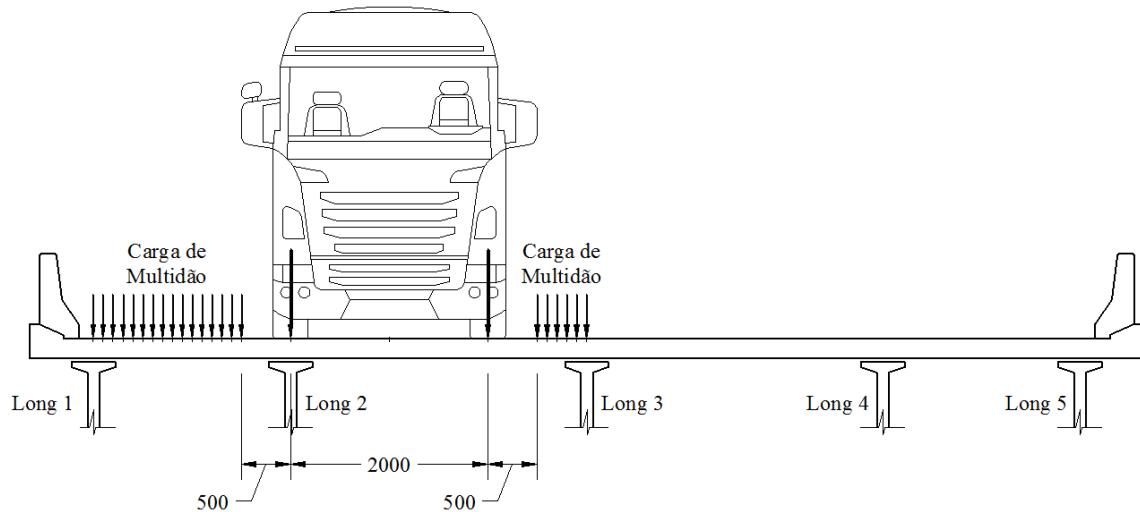
**Figura 4.23** – Situação que gera o maior momento fletor positivo no trecho entre as longarinas nº 1 e nº 2 (cotas em mm).

A situação vista na **Figura 4.24** gera o maior momento fletor negativo no tabuleiro sobre a longarina nº 2. Neste caso, o eixo longitudinal do trem-tipo coincide com o eixo longitudinal da longarina nº 2. Outra diferença em relação ao carregamento da **Figura 4.23** é a inclusão da carga de multidão entre o trem-tipo e a longarina nº 3.

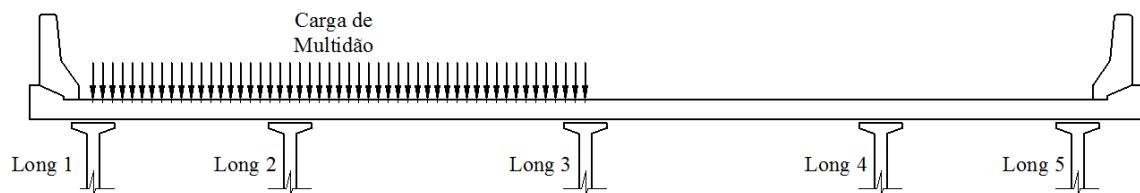


**Figura 4.24** – Situação que gera o maior momento fletor negativo no tabuleiro sobre a longarina nº 2 (cotas em mm).

As **Figura 4.25** e **Figura 4.26** mostram os carregamentos que acarretam as maiores solicitações na longarina nº 2. Os valores das reações do tabuleiro na longarina nº 2 vão compor o carregamento desta longarina de modo análogo ao descrito para a **Figura 4.22**; entretanto, o carregamento distribuído  $Q_i$  inclui a contribuição da carga de multidão que atua na região do trem-tipo.



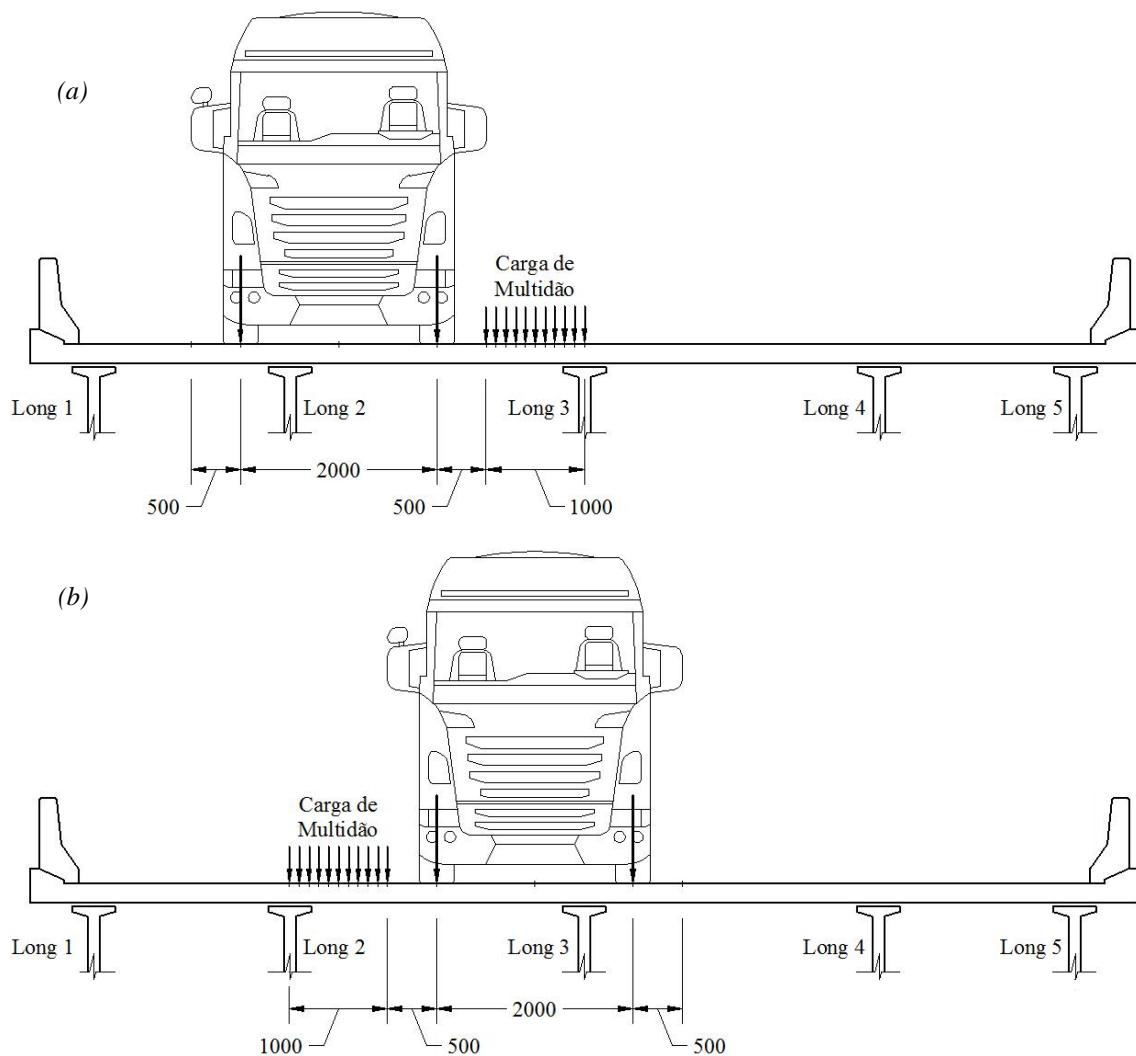
**Figura 4.25** – Pior situação de carregamento para longarina nº 2, com as rodas esquerdas do trem-tipo posicionadas sobre o eixo da longarina (cotas em mm).



**Figura 4.26** – Carga de multidão à frente e atrás do trem-tipo que contribui para as maiores solicitações na longarina nº 2.

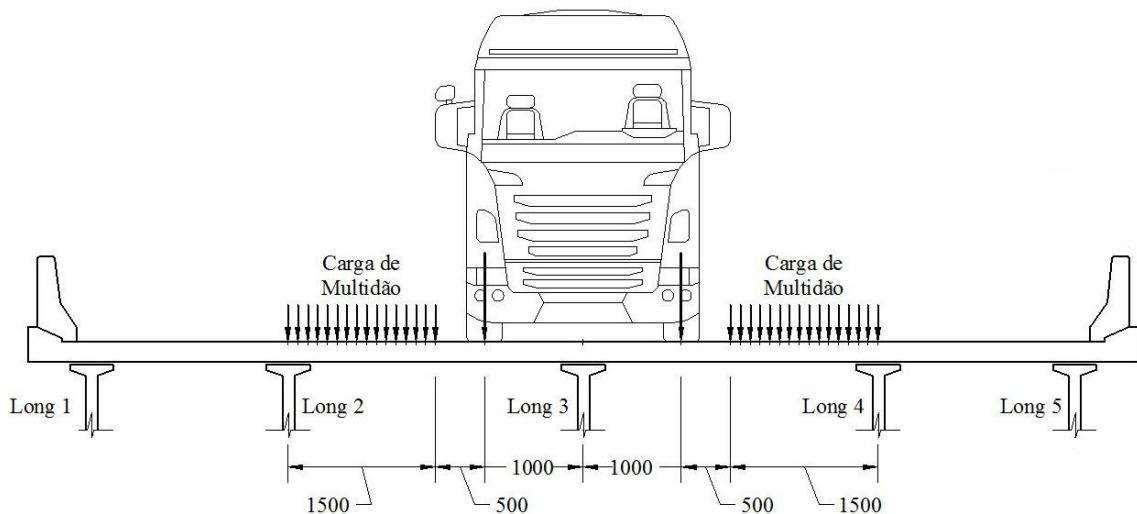
Assim como observado para a investigação do momento fletor positivo no trecho do tabuleiro entre as longarinas nº 1 e nº 2 (**Figura 4.23**), o Programa-piloto automaticamente dispensa a investigação do carregamento na longarina nº 2 com o trem-tipo posicionado com as rodas direitas sobre o eixo longitudinal desta, caso a distância até o bordo esquerdo da faixa de rolamento seja menor que 2500 mm.

Ao contrário do que ocorre para o trecho entre as longarinas nº 1 e nº 2 (**Figura 4.23**), a determinação do maior momento fletor positivo para o trecho entre as longarinas nº 2 e nº 3 é obtida a partir da investigação do trem-tipo posicionado à esquerda e à direita do meio do vão deste trecho, conforme mostra a **Figura 4.27 (a e b)**.



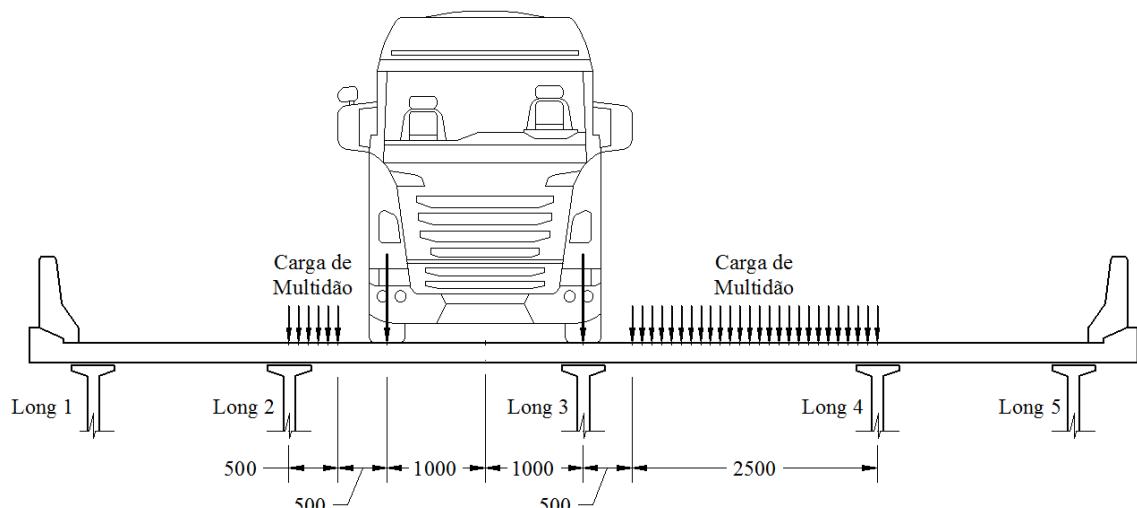
**Figura 4.27 –** Investigação do trecho do tabuleiro entre as longarinas nº 2 e nº 3: (a) com as rodas direitas posicionadas no meio do vão; (b) com a roda esquerda na mesma seção (cotas em mm).

De modo análogo ao visto na **Figura 4.24**, a **Figura 4.28** mostra o carregamento do tabuleiro que gera o maior momento fletor negativo sobre a longarina nº 3.



**Figura 4.28** – Situação onde o eixo longitudinal do trem-tipo está posicionado sobre a longarina nº 3 (cotas em mm).

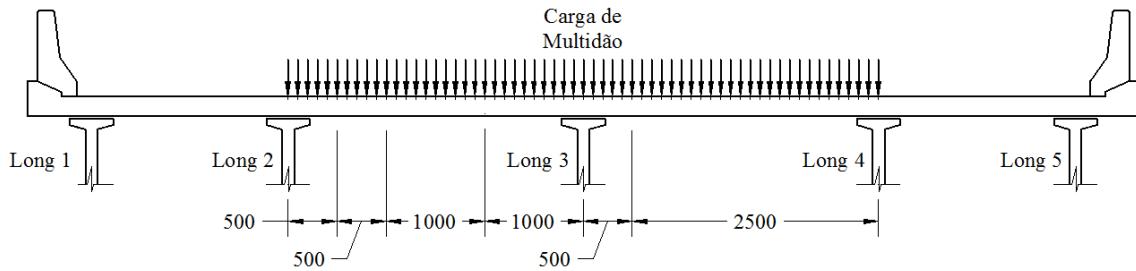
Nas **Figura 4.29** e **Figura 4.30** tem-se o carregamento que leva às maiores solicitações para a longarina nº 3, cujas reações do tabuleiro vão compor o carregamento desta longarina.



**Figura 4.29** – Pior situação de carregamento para longarina nº 3, com as rodas direitas<sup>9</sup> do trem-tipo sobre o eixo da longarina (cotas em mm).

---

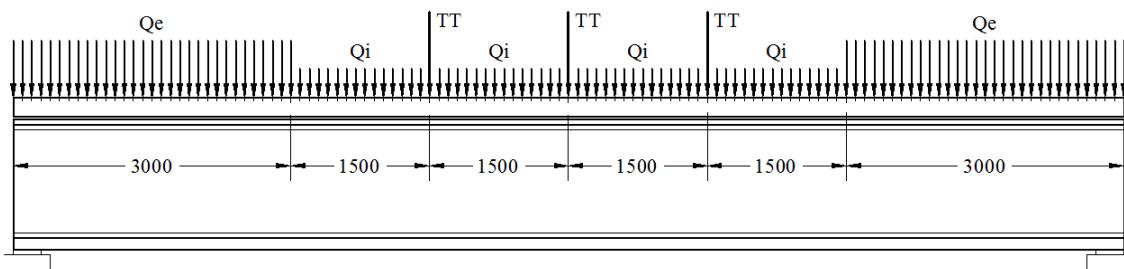
<sup>9</sup> Pelo fato da seção da ponte deste exemplo ser simétrica, dispensa-se a investigação com o trem-tipo à esquerda.



**Figura 4.30 – Carga de multidão na frente e atrás do trem-tipo que contribui para as maiores solicitações na longarina n° 3 (cotas em mm).**

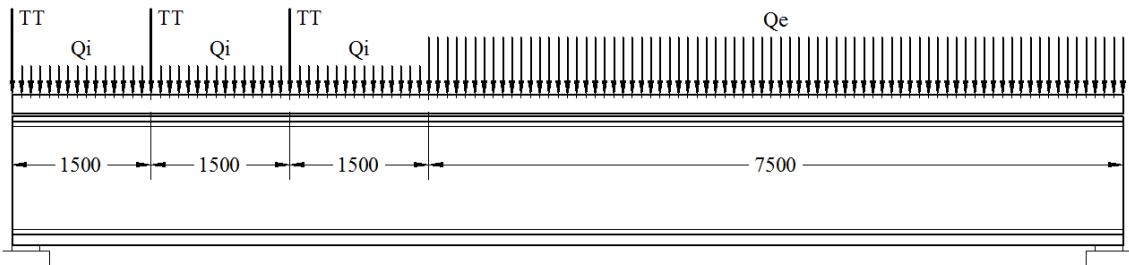
Caso a seção transversal da ponte fosse assimétrica, seria necessário investigar as solicitações da longarina n° 3 com o trem-tipo posicionado com as rodas esquerdas sobre o eixo desta longarina. Além disso, os esforços nas demais longarinas e trechos entre longarinas também teriam que ser determinados.

Após determinar as reações do tabuleiro nas longarinas, nas respectivas situações críticas, determina-se o momento fletor máximo (no meio do vão da longarina), o esforço cortante máximo no apoio e esforço cortante máximo no meio do vão da viga. A **Figura 4.31** mostra o carregamento considerado pelo Programa-piloto para calcular o momento fletor máximo da longarina, com o trem-tipo posicionado no meio do seu vão.



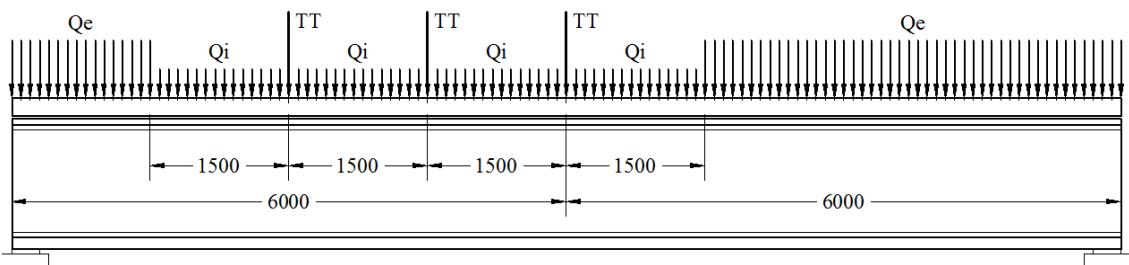
**Figura 4.31 – Posição do trem-tipo e das cargas de multidão que geram o momento fletor máximo no meio do vão da longarina (cotas em mm).**

A **Figura 4.32** mostra o carregamento considerado para calcular o esforço cortante máximo, que ocorre no apoio no instante em que o terceiro eixo do trem-tipo está no início da ponte.



**Figura 4.32** – Posição do trem-tipo e das cargas de multidão que geram o esforço cortante máximo na longarina (cotas em mm).

A **Figura 4.33** mostra o carregamento para o cálculo do esforço cortante máximo na seção do meio do vão da longarina, que ocorre quando o eixo dianteiro (ou traseiro) do trem-tipo está posicionado sobre essa seção.



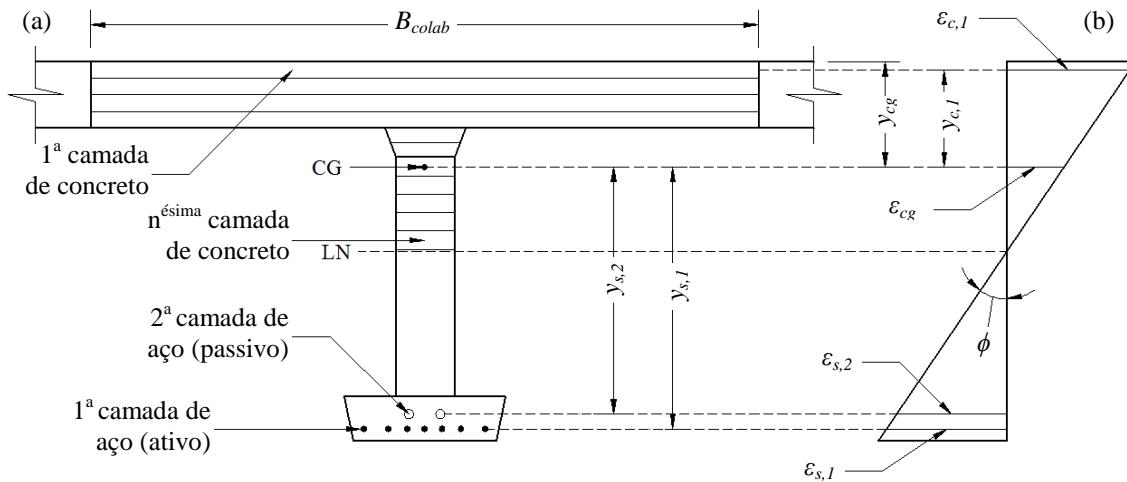
**Figura 4.33** – Posição do trem-tipo e das cargas de multidão que geram o maior valor do esforço cortante no meio do vão da longarina (cotas em mm).

#### 4.5.2. Cálculo do Momento Fletor Resistente da Seção da Longarina mais a Laje Colaborante (ELU)

Para o estudo da capacidade resistente da seção submetida a solicitações normais, admite-se a igualdade de deformações entre a armadura e o concreto que a envolve (aderência perfeita entre esses materiais); despreza-se a resistência à tração do concreto; consideram-se os materiais plastificados; e admite-se que as seções se mantêm planas após a deformação.

O momento fletor resistente da seção transversal de cada longarina e sua respectiva mesa colaborante é obtido através da análise considerando a não linearidade física do comportamento dos materiais, discretizando-a em

camadas de concreto e aço e fazendo o somatório da contribuição de cada camada de material para a resistência à flexão (**Figura 4.34**).



**Figura 4.34** – Análise da seção de concreto armado e protendido: (a) discretização; (b) deformada.

Uma vez que as seções permanecem planas após a deformação, as deformações específicas de cada camada de concreto  $\varepsilon_{c,i}$ , aço passivo  $\varemathbb{e}_{s,j}$  e aço ativo  $\varemathbb{e}_{sp,k}$  podem ser escritas como:

$$\varepsilon_{c,i} = \varepsilon_{cg} - \phi \cdot y_{c,i} \quad (4.80)$$

$$\varepsilon_{s,j} = \varepsilon_{cg} - \phi \cdot y_{s,j} \quad (4.81)$$

$$\varepsilon_{sp,k} = \varepsilon_{cg} - \phi \cdot y_{sp,k} \quad (4.82)$$

onde:  $y_{c,i} \rightarrow$  distância da  $i$ -ésima camada de concreto ao centroide da seção;  
 $i$  varia de 1 até a número de camadas sob compressão;  
 $y_{s,j} \rightarrow$  distância da  $j$ -ésima camada de aço de armadura longitudinal passiva ao centroide da seção;  $j$  varia de 1 até o número de camadas de aço passivo;

$y_{sp,k}$  → distância da  $k$ -ésima camada de aço de armadura longitudinal ativa ao centroide da seção;  $k$  varia de 1 até o número de camadas de cordoalhas de protensão;

$\phi$  → rotação por unidade de comprimento do eixo longitudinal da longarina, convencionada como positiva no sentido anti-horário (**Figura 4.34**);

$\varepsilon_{cg}$  → deformação específica no nível do centroide da seção.

O cálculo da rotação  $\phi$  e da deformação específica no nível do centroide  $\varepsilon_{cg}$  é regido pelos limites de deformação do concreto  $\varepsilon_{cu}$  na face superior da seção e do aço  $\varepsilon_{su}$ , respectivamente iguais a 3,5‰ e 10‰, segundo a NBR 6118:2003. Inicialmente, procede-se o cálculo com o limite do concreto (**Equação (4.83)**) e verifica-se se a deformação específica do aço  $\varepsilon_s$  da 1ª camada (a mais afastada do centroide da seção) não ultrapassa seu limite.

$$\phi = -\frac{\varepsilon_{cu}}{x_{LN}} \rightarrow \varepsilon_{cg} = \varepsilon_{cu} + \phi \cdot y_{cg} \quad (4.83)$$

$$\varepsilon_s = -\phi \cdot (d - x_{LN}) \quad \therefore \quad \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su} \quad (4.84)$$

onde:  $x_{LN}$  → altura da linha neutra da seção, medida a partir da face superior da longarina;

$y_{cg}$  → distância do centroide à face superior da longarina;

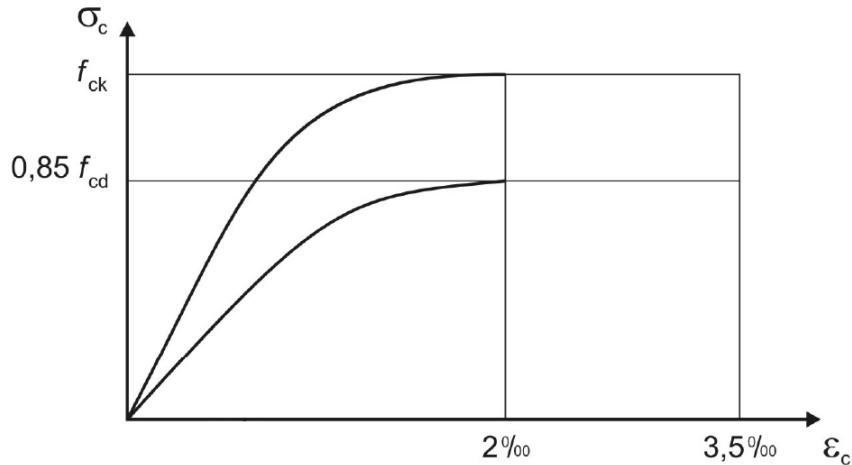
$d$  → altura útil da seção.

Caso a restrição da **Equação (4.84)** não seja atendida, determina-se a rotação  $\phi$  e a deformação específica no nível do centroide  $\varepsilon_{cg}$  a partir do limite de deformação do aço  $\varepsilon_{su}$  da 1ª camada, conforme mostra a **Equação (4.85)**.

$$\phi = -\frac{\varepsilon_{su}}{d - x_{LN}} \rightarrow \varepsilon_{cg} = \phi \cdot (y_{cg} - x_{LN}) \quad (4.85)$$

De posse das deformações específicas de cada camada (seja concreto, seja aço), busca-se nas relações constitutivas de cada material a respectiva

tensão normal. O Programa-piloto adota a curva parábola-retângulo da NBR 6118:2003 (**Figura 4.35**), onde a tensão normal na camada  $i$  é dada pelas **Equações (4.86)**.

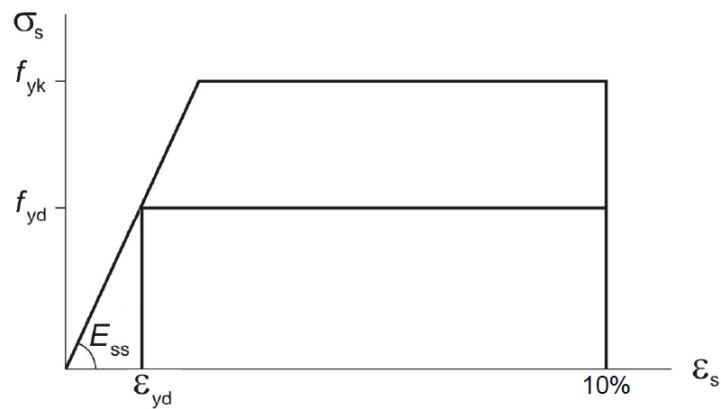


**Figura 4.35** – Relação constitutiva do concreto.

$$\sigma_{c,i} = \begin{cases} 0,85 \cdot f_{cd,i} \cdot \frac{\varepsilon_{c,i}}{2\%} \cdot \left(2 - \frac{\varepsilon_{c,i}}{2\%}\right) & \rightarrow \varepsilon_{c,i} \leq 2\% \\ 0,85 \cdot f_{cd,i} & \rightarrow 2\% \leq \varepsilon_{c,i} \leq 3,5\% \end{cases} \quad (4.86)$$

onde:  $f_{cd,i}$  → resistência de cálculo do concreto da  $i$ -ésima camada de concreto<sup>10</sup>.

Para o aço de armadura passiva, utiliza-se a curva bilinear da norma brasileira para relacionar tensões e deformações, conforme mostra a **Figura 4.36**. A tensão normal na camada  $j$  é dada pela **Equação (4.87)**.



**Figura 4.36** – Relação constitutiva do aço para armadura passiva.

<sup>10</sup> Lembrando que o concreto do tabuleiro pode ser diferente do concreto das longarinas.

$$\sigma_{sj} = \begin{cases} \varepsilon_{sj} \cdot E_s & \rightarrow \quad \varepsilon_{sj} \leq \varepsilon_y = \frac{f_{yd}}{E_s} \\ f_{yd} & \rightarrow \quad \varepsilon_y \leq \varepsilon_{sj} \leq \varepsilon_{su} \end{cases} \quad (4.87)$$

onde:  $f_{yd}$  → tensão de escoamento de cálculo do aço da armadura passiva;

$\varepsilon_y$  → deformação específica de início de escoamento do aço;

$\varepsilon_{su}$  → deformação específica limite do aço (igual a 10%).

$E_s$  → módulo de elasticidade longitudinal na fase elástica, igual a 210000 MPa.

Para o aço de armadura ativa, utiliza-se a curva bilinear dada pela NBR 6118:2003, mostrada na **Figura 4.37**. Uma vez que uma protensão inicial é dada às cordoalhas, apenas parte da curva é utilizada na análise não linear da seção; a nova origem está no ponto  $(f_{pyd0}, \varepsilon_{sp0})$ , cujas coordenadas são dadas pelas **Equações (4.88)**.

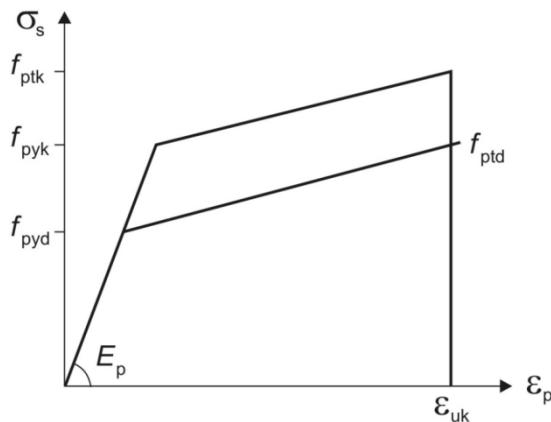
$$f_{pyd0} = f_{pyd} \cdot \gamma_p \quad e \quad \varepsilon_{sp0} = \frac{f_{pyd0}}{200000} \quad (4.88)$$

onde:  $f_{pyd0}$  → tensão inicial aplicada às cordoalhas;

$f_{pyd}$  → resistência de escoamento de cálculo do aço da armadura ativa;

$\gamma_p$  → taxa de protensão inicial;

$\varepsilon_{sp0}$  → deformação específica da cordoalha quando da aplicação da tensão inicial.



**Figura 4.37 – Relações constitutivas do aço para armadura ativa.**

Assim, a tensão normal na camada de protensão  $k$  é dada pelas **Equações (4.89)**.

$$\sigma_{sp,k} = \begin{cases} (\varepsilon_{sp,k} + \varepsilon_{sp,0}) \cdot E_{sp} & \rightarrow \varepsilon_{sp,k} + \varepsilon_{sp,0} \leq \varepsilon_{py} \\ f_{pyd} + (f_{ptd} - f_{pyd}) \cdot \left( \frac{(\varepsilon_{sp,k} + \varepsilon_{sp,0}) - \varepsilon_{py}}{\varepsilon_{spu} - \varepsilon_{py}} \right) & \rightarrow \varepsilon_y \leq \varepsilon_{sj} \leq \varepsilon_{su} \end{cases} \quad (4.89)$$

onde:  $f_{pyd}$  → tensão de escoamento de cálculo do aço da armadura ativa;

$\varepsilon_{py}$  → deformação específica de início de escoamento do aço;

$\varepsilon_{spu}$  → deformação específica de limite de ruptura do aço (igual a 10%).

$E_{sp}$  → módulo de elasticidade longitudinal na fase elástica, igual a 200000 MPa.

De maneira geral, as equações de equilíbrio de uma seção submetida à flexo-compressão reta são dadas pelas seguintes integrais:

$$N = \int \sigma \cdot dA = \int_{A_c} \sigma_c \cdot dA_c + \int_{A_s} \sigma_s \cdot dA_s + \int_{A_{sp}} \sigma_{sp} \cdot dA_{sp} \quad (4.90)$$

$$M = \int \sigma \cdot y \cdot dA = \int_{A_c} \sigma_c \cdot y_c \cdot dA_c + \int_{A_s} \sigma_s \cdot y_s \cdot dA_s + \int_{A_{sp}} \sigma_{sp} \cdot y_{sp} \cdot dA_{sp} \quad (4.91)$$

onde:  $\sigma_c$ ,  $\sigma_s$ ,  $\sigma_{sp}$  → tensão no nível do centroide da área infinitesimal de cada material;

$y_c$ ,  $y_s$ ,  $y_{sp}$  → distância do centroide da área infinitesimal de cada material ao centróide da seção;

$A_c$  → área da seção de concreto sob compressão;

$A_s$  → área da seção de aço passivo;

$A_{sp}$  → área da seção de aço de protensão.

As integrais das **Equações (4.90) e (4.91)** são colocadas na forma de somatório, como segue.

$$N = \sum_i^{NCam_c} \sigma_{c,i} \cdot \Delta A_{c,i} + \sum_j^{NCam_s} \sigma_{s,j} \cdot \Delta A_{s,j} + \sum_k^{NCam_{sp}} \sigma_{sp,k} \cdot \Delta A_{sp,k} \quad (4.92)$$

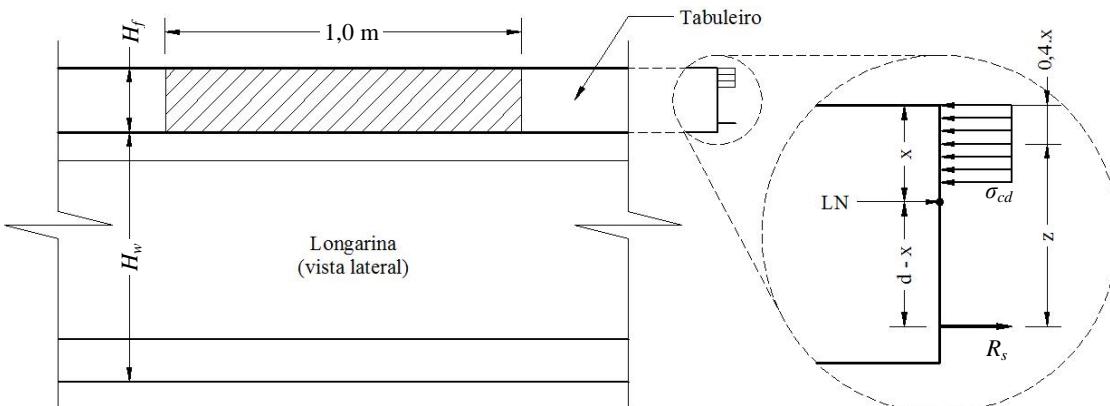
$$M = \sum_i^{NCam_c} \sigma_{c,i} \cdot y_{c,i} \cdot \Delta A_{c,i} + \sum_j^{NCam_s} \sigma_{s,j} \cdot y_{s,j} \cdot \Delta A_{s,j} + \sum_k^{NCam_{sp}} \sigma_{sp,k} \cdot y_{sp,k} \cdot \Delta A_{sp,k} \quad (4.93)$$

O processo é iniciado supondo que a linha neutra esteja posicionada a meia altura da seção; repete-se a rotina até que a resultante das tensões normais à seção se aproximem de zero, incluindo as oriundas de protensão. O momento fletor resultante deste processo interativo é o momento fletor resistente  $M_{Rd,long}$  que será posteriormente comparado ao momento fletor solicitante.

#### 4.5.3. Cálculo do Momento Fletor Resistente da Laje do Tabuleiro (ELU)

Os painéis de laje pré-fabricados são dimensionados segundo a direção ortogonal ao eixo longitudinal da ponte. Essa armadura principal é verificada para uma faixa unitária de comprimento do tabuleiro.

A partir dos valores fornecidos pelo Algoritmo Genético da espessura da laje  $H_f$  (**Equação (4.2)**), do diâmetro da barra  $A_{s,tab}$  da armadura principal escolhido por  $IndD_{barra,tab}$  (**Equação (4.32)**) entre as opções disponíveis, do espaçamento entre essa barras  $Gap_{tab}$ , (**Equação (4.37)**) e da resistência característica  $f_{ck,tab}$  do concreto da laje, dado pela variável  $Indf_{ck,tab}$  (**Equação (4.45)**), determina-se a resistência do tabuleiro ao momento fletor (positivo ou negativo) calculado de acordo com as combinações mostradas no **Item 4.5.1.**



onde:  
 $x \rightarrow$  altura da linha neutra;  
 $z \rightarrow$  braço de alavancagem entre as forças resultantes de tração e compressão;  
 $\sigma_{cd} \rightarrow$  tensão de compressão do concreto (retângulo com  $0,8 \cdot x$  de altura).  
 $R_s \rightarrow$  força resultante de tração ( $= A_{s,tab} \cdot f_{yd}$ ).

**Figura 4.38** – Diagrama de forças internas para verificação simplificada do momento fletor resistente.

Pelo fato da altura da seção em análise ser pequena, optou-se por substituir o diagrama parábola-retângulo (**Figura 4.35**) por um diagrama retangular com altura igual a 80% da altura da linha neutra. Com essa simplificação (**Figura 4.38**), inicialmente calcula-se a altura relativa da linha neutra  $\xi$  para a geometria dada, conforme a **Equação (4.94)**. Em seguida, determina-se o momento relativo resistente  $\mu$  (**Equação (4.95)**) e depois, o momento resistente propriamente dito (**Equação (4.96)**).

$$\xi = \frac{A_{s,tab} \cdot f_{yd}}{0,8 \cdot d \cdot 0,85 \cdot f_{cd,tab}} \quad (4.94)$$

$$\mu = 1 - \left( 1 - \frac{\xi}{1,25} \right)^2 \quad (4.95)$$

$$M_{Rd,tab} = \mu \cdot d^2 \cdot (0,85 \cdot f_{cd,tab}) \quad (4.96)$$

onde:  
 $f_{yd} \rightarrow$  resistência de cálculo do aço associado a  $A_{s,tab}$ ;  
 $d \rightarrow$  altura útil da seção do tabuleiro;  
 $f_{cd,tab} \rightarrow$  resistência de cálculo do concreto do tabuleiro.

#### 4.5.4. Cálculo do Esforço Cortante Resistente das Longarinas (ELU)

O Programa-piloto permite ao usuário determinar o esforço cortante resistente através dos dois modelos de cálculo previstos na NBR 6118:2003. Em qualquer modelo, o esforço cortante resistente será o menor valor entre o referente à capacidade resistente da diagonal de concreto comprimida,  $V_{Rd2}$ , e a capacidade resistente relacionada à ruína por tração  $V_{Rd3}$ , dada pela soma de duas parcelas:  $V_c$  e  $V_{sw}$ .

A partir dos valores fornecidos pelo Algoritmo Genético da largura da alma  $B_w$  e altura da longarina  $H_w$ , obtidos indiretamente através de  $Ind_{perfil}$  (**Equação (4.22)**); da área da seção transversal da barra  $A_{s,estr}$  dos estribos escolhida por  $IndD_{barra,estr}$  (**Equação (4.31)**) entre as opções disponíveis; do espaçamento entre os esses estribos  $Gap_{estr}$  (**Equação (4.38)**); da resistência característica  $f_{ck,long}$  do concreto da longarina, dado pela variável  $Indf_{ck,long}$  (**Equação (4.45)**), determina-se a resistência da longarina ao esforço cortante.

O modelo I admite que as diagonais comprimidas estejam a  $\theta = 45^\circ$  em relação ao eixo longitudinal e que a parcela  $V_c$  é constante. O ângulo de inclinação dos estribos  $\alpha$ , por questões construtivas, é considerado igual a  $90^\circ$ . As **Equações (4.97) a (4.100)** permitem fazer essas verificações.

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck,long}}{250}\right) \cdot f_{cd,long} \cdot B_w \cdot d \quad (4.97)$$

$$V_c = \begin{cases} V_{c0} & \rightarrow \text{na flexão simples} \\ V_{c0} \cdot \left(1 + \frac{M_0}{M_{Sd,max}}\right) \leq 2 \cdot V_{c0} & \rightarrow \text{na flexocompressão} \end{cases} \quad (4.98)$$

$$\therefore \begin{cases} V_{c0} = 0,6 \cdot \left( \frac{f_{ctk,long}}{\gamma_c} \right) \cdot B_w \cdot d \\ f_{ctk,long} = 0,7 \cdot f_{ctm,long} \end{cases} \rightarrow f_{ctm,long} = 0,3 \cdot (f_{ck,long})^{2/3} \quad (4.99)$$

$$V_{sw} = \frac{2 \cdot A_{s,estr}}{Gap_{estr}} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \quad (4.100)$$

onde:  $f_{ck,long}$  → resistência característica do concreto da longarina, dada em MPa;

$f_{cd,long}$  → resistência de cálculo do concreto da longarina, dado por  $f_{ck,long}$  minorada pelo coeficiente de segurança do concreto  $\gamma_c$ ;

$d$  → altura útil da seção da longarina;

$M_0$  → valor de momento fletor que anula a tensão normal de compressão na borda inferior (tracionada pelo momento fletor solicitante máximo), causado apenas pelas forças normais de protensão  $N_p$  minoradas por  $\gamma_p = 0,9$  (conforme o item 17.4.2.2b, da NBR 6118:2003) (**Equação (4.101)**).

$$\sigma_p = \frac{\gamma_p \cdot N_p}{A_{long}} = \frac{M_0 \cdot y_t}{I_{long}} \rightarrow M_0 = \frac{\gamma_p \cdot N_p \cdot I_{long}}{A_{long} \cdot y_t} \quad (4.101)$$

onde:  $\sigma_p$  → tensão de compressão causada por  $N_p$ ;

$A_{long}$  → área da seção transversal da longarina;

$I_{long}$  → momento de inércia da seção bruta da longarina em relação ao eixo que passa no centroide desta seção;

$y_t$  → distância entre o bordo inferior e o eixo que passa no centroide da seção da longarina.

$M_{sd,max}$  → momento fletor solicitante máximo de cálculo.

$f_{ctk,long}$  → resistência característica inferior à tração do concreto da longarina, igual a 70% da resistência característica média  $f_{ctm,long}$  (**Equação (4.99)**);

$f_{ywd}$  → resistência de cálculo do aço dos estribos, dada por  $f_{yk}$  do aço do estribo minorado pelo coeficiente de segurança  $\gamma_s$ .

No modelo II, admite-se que a inclinação das diagonais comprimidas em relação ao eixo longitudinal possa variar entre  $30^\circ$  e  $45^\circ$  e que a parcela  $V_c$  sofra uma redução como aumento do esforço cortante solicitante  $V_{Sd}$ . As **Equações (4.102) a (4.105)** permitem fazer essas verificações.

$$V_{Rd2} = 0,54 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck, long}}{250}\right) \cdot f_{cd, long} \cdot B_w \cdot d \cdot \sin^2 \theta \cdot \cot \theta \quad (4.102)$$

$$V_c = \begin{cases} V_{c1} & \rightarrow \text{na flexão simples} \\ V_{c1} \cdot \left(1 + \frac{M_0}{M_{Sd, max}}\right) \leq 2 \cdot V_{c1} & \rightarrow \text{na flexocompressão} \end{cases} \quad (4.103)$$

$$\therefore V_{c1} = \begin{cases} V_{c0} & \rightarrow V_{Sd} \leq V_{c0} \\ V_{c0} \cdot \left(\frac{V_{Rd2} - V_{Sd}}{V_{Rd2} - V_{c0}}\right) & \rightarrow V_{c0} < V_{Sd} \leq V_{Rd2} \end{cases} \quad (4.104)$$

$$V_{sw} = \frac{A_{sw}}{\text{Gap}_{estr}} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta \quad (4.105)$$

#### 4.5.5. Verificações do Estado Limite de Serviço de Formação de Fissuras (ELS-F)

Quando em serviço, a formação de fissuras ocorre quando a tensão de tração máxima na seção transversal atinge a resistência à tração na flexão  $f_{ct,f, long}$  do concreto da longarina, dada pela **Equação (4.106)**.

$$f_{ct,f, long} = \frac{3}{7} \cdot (f_{ck, long})^{\frac{2}{3}} \quad (4.106)$$

Caso haja protensão total ( $N_{cord} \neq 0$  e  $N_{barra, long} = 0$ ), nenhuma formação de fissuras será permitida, independentemente da classe de agressividade ambiental a que a ponte será sujeita. Para a protensão parcial

( $N_{cord} \neq 0$  e  $N_{barra,long} \neq 0$ ), apenas as estruturas construídas em zonas com agressividade fraca (classe I) permitem a formação de fissuras. Para qualquer outra classe de agressividade ambiental, a NBR 6118:2003 não permite a formação de fissuras.

Para estruturas não protendidas ( $N_{cord} = 0$  e  $N_{barra,long} \neq 0$ ), a formação de fissuras é permitida e o estado limite de serviço a ser verificado é o de abertura de fissuras (ELS-W, **Item 4.5.6**).

Caso a formação de fissuras seja permitida, o Programa-piloto utiliza o momento fletor solicitante obtido da combinação frequente de carregamento para as estruturas construídas sob as classes de agressividade I e II (de fraca a moderada). Para as classes III e IV (forte e muito forte), utilizam-se as combinações raras para a obtenção dos momentos fletores atuantes. A **Equação (4.107)** mostra o procedimento de cálculo.

$$\sigma_{ct,long} = \frac{(M_{prot} - M_{Sd}) \cdot y_t}{I_{eq}} \quad (4.107)$$

onde:  $M_{prot}$  → momento de protensão, minorado pelo coeficiente de segurança  $\gamma_{sp}$ ;

$M_{Sd}$  → momento fletor máximo solicitante, conforme a combinação de estado limite de serviço e a classe de agressividade ambiental.

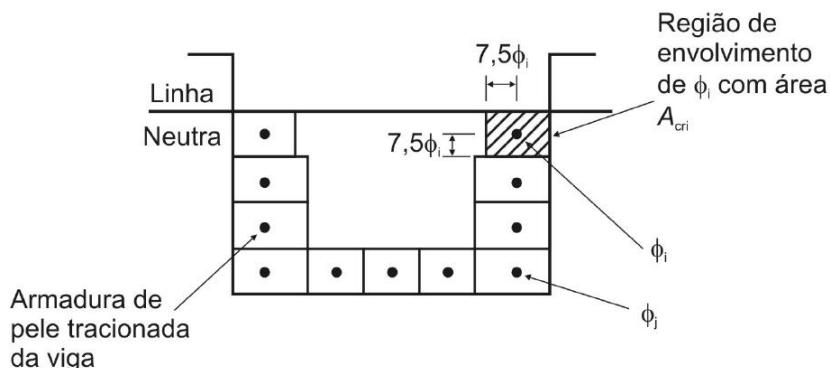
$y_t$  → distância entre o eixo que passa pelo centróide da seção (longarina mais laje colaborante) e o bordo inferior ;

$I_{eq}$  → momento de inércia equivalente da seção homogeneizada formada pela longarina mais a laje colaborante, em relação ao eixo que passa no centroide da seção, calculado em função do módulo de elasticidade do concreto da longarina.

#### 4.5.6. Verificações do Estado Limite de Serviço de Abertura de Fissuras (ELS-W)

Quando a formação de fissuras é permitida, o estado limite de abertura de fissuras é atingido quando esta atinge o valor máximo especificado, conforme a classe de agressividade ambiental.

Para pontes construídas em zonas de agressividade fraca (classe I) e parcialmente protendidas, a abertura de fissuras  $W_k$  não deve ultrapassar 0,2 mm. Para pontes com longarinas sem protensão ( $N_{cord} \neq 0$ ) construídas em áreas sujeitas a agressividade fraca (classe I), a abertura de fissura não deve ser maior que 0,4 mm; para zonas com agressividade ambiental entre moderada e forte (classes II e III), a abertura deve ser menor ou igual a 0,3 mm; e para zonas muito agressivas (classe IV – agressividade muito forte), a abertura da fissura não deve ultrapassar 0,2 mm.



**Figura 4.39** – Concreto de envolvimento da armadura.

Independentemente da classe de agressividade ambiental, a abertura da fissura é calculada para combinação frequente de carregamento. Adota-se para a verificação o maior valor calculado pela formulação da **Equação (4.108)**. De acordo com a norma brasileira, a **Equação (4.108)** deveria ser aplicada a todas as regiões em torno das barras sujeitas a tração (**Figura 4.39**); entretanto o Programa-piloto investiga apenas a região em torno da barra mais tracionada e em torno da barra de maior diâmetro, desde que não coincidentes, uma vez que isto é suficiente para cobrir todas as possibilidades.

$$W_k \leq \begin{cases} \frac{\phi}{12,5 \cdot \eta} \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot \left( \frac{3 \cdot \sigma_s}{f_{ctm,long}} \right) \\ \frac{\phi}{12,5 \cdot \eta} \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot \left( \frac{4}{\rho_{rel}} + 45 \right) \end{cases} \quad (4.108)$$

onde:  $\phi$  → diâmetro da barra ou cordoalha investigada;  
 $\eta$  → coeficiente de conformação superficial da barra ou cordoalha considerada; assume valor igual a 1,4 para barras com  $\phi \leq 5 \text{ mm}$  e 2,25 para os demais diâmetros; para cordoalhas,  $\eta = 1,2$ .  
 $\sigma_s$  → tensão de tração no nível do centróide da seção da armadura considerada, calculada no estádio II;  
 $E_s$  → módulo de elasticidade longitudinal do aço da armadura considerada;  
 $\rho_{rel}$  → taxa geométrica da armadura passiva ou ativa em relação à área de envolvimento, dada por  $(15 \cdot \phi)^2$ .

#### 4.5.7. Verificações do Estado Limite de Serviço de Deformações Excessivas (ELS-DEF)

O estado limite de deformações excessivas é atingido quando a flecha máxima atinge o limite estabelecido para a utilização normal. Para essa verificação, adota-se o valor máximo de  $\delta_{QP,max}$  que ocorre na seção (longarina mais laje colaborante) de maior solicitação com a combinação quase permanente de carregamento (seção do meio do vão da longarina), deduzida a flecha decorrente da protensão  $\delta_p$ , dada pela **Equação (4.109)**.

$$\delta_p = \frac{M_{prot} \cdot L_{long}^2}{8 \cdot E_{cs,long} \cdot I_{eq}} \quad \therefore \quad E_{cs,long} = 0,85 \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck,long}} \quad (4.109)$$

onde:  $M_{prot}$  → momento de cálculo de protensão;  
 $E_{cs,long}$  → módulo de elasticidade secante do concreto da longarina.

Caso não se permita fissuração na longarina, a flecha máxima devido ao carregamento quase permanente,  $\delta_{QP,max}$ , é obtida diretamente da análise

matricial do conjunto longarina e laje colaborante. Para vigas fissuráveis (sob classe de agressividade ambiental I e com protensão parcial), utiliza-se a análise matricial para identificar a seção da longarina onde ocorre o momento de fissuração  $M_{fiss}$ , dado pelo valor do momento fletor sob combinação quase permanente de carregamento, deduzido do momento de protensão  $M_{prot}$ . Desta seção até o apoio, utiliza-se o módulo de elasticidade do concreto da longarina e o momento de inércia equivalente  $I_{eq}$ . No trecho intermediário, substitui-se o  $I_{eq}$  pelo momento de inércia do Estádio II,  $I_{II}$ . Recalcula-se a flecha máxima na seção fissurada no meio do vão da longarina,  $\delta_{QP,max}$ . A flecha resultante será  $\delta_{QP,max}$  deduzida da decorrente da protensão  $\delta_p$ , calculada pela **Equação (4.109)**.

#### **4.5.8. Verificações do Estado Limite de Serviço de Descompressão (ELS-D) e Descompressão Parcial (ELS-Dp)**

Quando a longarina é protendida, é necessário verificar o estado limite de descompressão. Se a estrutura estiver submetida à classe de agressividade moderada (classe II), a verificação é feita com a estrutura sob combinação quase permanente de carregamento; se estiver sujeita a classes de agressividade fortes (classes III e IV), a verificação considera a combinação frequente de carregamento.

O estado limite de descompressão (ELS-D) se caracteriza quando pelo menos um ponto da seção transversal tem tensão normal nula, estando os demais pontos sob compressão. Entretanto, o projetista pode substituir esta verificação pelo estado limite de descompressão parcial (ELS-Dp), onde se garante compressão na região das cordoalhas até uma distância de 25 mm da face das cordoalhas. Na prática, essa verificação só se aplica a estruturas com cobrimento de armadura maior que 25 mm, uma vez que as camadas de aço mais afastadas normalmente são as de protensão.

A **Equação (4.107)** permite calcular a tensão a uma distância  $y_t$  do eixo que passa pelo centroide da seção investigada (longarina mais laje colaborante). Para o estado limite de descompressão,  $y_t$  é a distância até a face inferior da longarina, ou, no caso do estado limite de descompressão parcial, é a distância até a fibra a  $(25 + \phi/2) \text{ mm}$  da camada de protensão mais afastada.

#### **4.5.9. Verificações do Estado Limite de Serviço de Compressão Excessiva (ELS-D)**

No caso de longarinas protendidas, verifica-se a resistência à compressão do concreto na ocasião da aplicação da protensão. Quando da execução das longarinas pré-tracionadas, a aplicação da protensão se dá, para efeitos estruturais, antes dos 28 dias, idade de referência para a resistência do concreto. A resistência à compressão do concreto  $f_{cdj}$ , aos  $j$  dias, é dada pela **Equação (4.110)**.

$$f_{cdj} = \frac{f_{ck,long}}{\gamma_c} \cdot e^{s \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{28}{j}}\right)} \quad (4.110)$$

onde:  $s \rightarrow$  parâmetro associado ao cimento, igual a 0,20 para o CP V – ARI<sup>11</sup>, conforme o item 12.3.3, da NBR 6118:2003.

A tensão no bordo inferior da longarina sob protensão  $\sigma_{c,inf}$ , dada pela **Equação (4.111)**, deve ser menor ou igual ao valor de  $f_{cdj}$ .

$$\sigma_{c,inf} = \frac{\gamma_p \cdot M_{prot} \cdot y_c}{I_{0,long}} \quad (4.111)$$

onde:  $M_{prot} \rightarrow$  momento de protensão, calculado em função do centroide da longarina;  
 $\gamma_p \rightarrow$  fator de ponderação da protensão, igual a 1,10.

---

<sup>11</sup> Cimento de alta resistência inicial, comumente utilizado na indústria de pré-fabricados.

$y_c$  → distância entre o eixo que passa pelo centróide da longarina e o bordo inferior ;

$I_{0, long}$  → momento de inércia bruto da seção transversal da longarina, em relação ao eixo que passa pelo seu centróide.

## 4.6. Função-aptidão

Construída a partir da função-objetivo e das restrições penalizadas, a função-aptidão é a formulação final para a resolução do problema. Esta função dá um valor a cada indivíduo da população, permitindo posterior classificação e construção da população para a próxima geração (vide Capítulo 2). Desta forma, a função-aptidão  $FA$  implementada no programa é definida pela Equação (4.112).

$$FA = C_{total} \cdot \sum F_{pen} \quad (4.112)$$

onde:  $C_{total}$  → função-objetivo representada pelo custo total, mostrado na

**Equação (4.64);**

$F_{pen}$  → funções de penalização para restrições.

A proposta deste trabalho para aptidão é penalizar os indivíduos da população em todas as etapas de verificação, selecionadas pelo usuário através do formulário da **Figura 4.5**.

A **Equação (4.113)** mostra a função de penalização para o momento fletor das longarinas. Caso o momento resistente seja menor que o solicitante, na longarina mais crítica, a penalização será maior, aumentando significativamente o valor da aptidão; caso contrário, a penalização terá um valor menor, aumentando sutilmente a aptidão do indivíduo. Isto permite acelerar a convergência, uma vez que beneficia os indivíduos que não tenham uma discrepância entre as resistências e solicitações, supondo, por exemplo, que um determinado indivíduo possua uma seção com momento fletor resistente muito maior que o solicitante.

$$F_{pen} = \begin{cases} \left(1 - \log\left(\frac{M_R}{M_S}\right)\right) \cdot 10 & \rightarrow \text{ se } M_R < M_S \\ 1 + \log\left(\frac{M_R}{M_S}\right) & \rightarrow \text{ se } M_R \geq M_S \end{cases} \quad (4.113)$$

onde:  $\log()$  → função logarítmica natural.

A **Equação (4.113)** também é utilizada como penalização dos momentos fletores positivos (seções médias dos trechos entre as longarinas) e negativos (seções alinhadas com os eixos das longarinas) da laje do tabuleiro.

A penalização do esforço cortante é aplicada às duas etapas de verificação deste esforço: resistência à compressão diagonal do concreto ( $V_{Rd2}$ ) e à tração pelos estribos ( $V_{Rd3}$ ). No primeiro caso (**Equação (4.114)**), compara-se o esforço cortante solicitante na seção do apoio com o esforço resistente  $V_{Rd2}$ , já considerando o alargamento da alma, se computado pelo programa. A **Equação (4.115)** compara o esforço cortante solicitante com o esforço cortante resistente  $V_{Rd3}$  também na seção dos apoios, desde que o número máximo de trechos não exceda quatro, nem que o comprimento mínimo de cada trecho seja inferior ao definido na **Figura 4.10**; caso estes critérios não sejam atendidos,  $F_{pen} = 20$ . Se  $V_{Rd} \geq V_{Sd}$ , então  $F_{pen} = 0$ .

$$F_{pen} = \left(1 - \log\left(\frac{V_{Rd2}}{V_{Sd}}\right)\right) \cdot 10 \quad \rightarrow \quad \text{se } V_{Rd2} < V_{Sd} \quad (4.114)$$

$$F_{pen} = \left(1 - \log\left(\frac{V_{Rd3}}{V_{Sd}}\right)\right) \cdot 10 \quad \rightarrow \quad \text{se } V_{Rd3} < V_{Sd} \quad (4.115)$$

Os estados limites de serviço são penalizados apenas se não forem respeitados; se as verificações forem aprovadas,  $F_{pen} = 0$ . Para o caso da formação de fissura ser proibida,  $F_{pen} = 10$  se houver tração no bordo inferior da longarina, isto é,  $\sigma_{ct,long} < 0$  (**Equação (4.107)**). Se a fissuração for permitida, a abertura de fissura  $W_k$ , calculada pelas **Equações (4.108)**, é

comparada com o valor limite ( $W_{k,max}$ ) dado pela NBR 6118:2003 e penalizada pela **Equação (4.116)**.

$$F_{pen} = \left( 1 - \log \left( \frac{W_{k,max}}{W_k} \right) \right) \cdot 10 \quad \rightarrow \quad \text{se } W_{k,max} < W_k \quad (4.116)$$

No estado limite de deformações excessivas, a função de penalização, dada pela **Equação (4.117)**, é obtida da comparação entre a flecha máxima  $\delta_{max}$  definida pelo usuário através do formulário da **Figura 4.10** e a flecha resultante do carregamento quase permanente  $\delta_{QP,max}$  e do momento de protensão  $\delta_{prot}$ .

$$F_{pen} = \left( 1 - \log \left( \frac{\delta_{max}}{\text{Abs}(\delta_{QP,max} - \delta_{prot})} \right) \right) \cdot 10 \quad (4.117)$$

$$\rightarrow \quad \text{se } \delta_{max} < \text{Abs}(\delta_{QP,max} - \delta_{prot})$$

O estado limite de descompressão e o de descompressão parcial é penalizado, respectivamente, com  $F_{pen} = 10$  se a verificação não for aceita. Para a compressão excessiva, a **Equação (4.118)** penaliza a função objetivo quando a tensão resistente do concreto no ato da protensão,  $f_{cdj}$  (**Equação (4.110)**), for menor que a tensão de compressão no bordo inferior da longarina devido à protensão,  $\sigma_{c,inf}$  (**Equação (4.111)**).

$$F_{pen} = \left( 1 - \log \left( \frac{f_{cdj}}{\sigma_{c,inf}} \right) \right) \cdot 10 \quad \rightarrow \quad \text{se } f_{cdj} < \sigma_{c,inf} \quad (4.118)$$

## 5. Aplicações e Testes

### 5.1. Introdução

Para demonstrar a eficiência do programa-piloto implementado e apresentado nesta tese, foram realizadas três análises numéricas com exemplos de pontes rodoviárias que foram construídas por empresas fabricantes de elementos pré-fabricados pretendidos. A primeira e a segunda aplicação são de pontes com seção transversal e carregamentos simétricos; a principal diferença entre esses dois casos é que o segundo exemplo possui o tabuleiro mais largo. Com isso se procurou avaliar o comportamento do Algoritmo Genético, principalmente quanto à escolha do número e da altura das longarinas. A terceira aplicação é de uma ponte com seção transversal assimétrica, onde se investigou a robustez do Algoritmo Genético no tratamento das variáveis de projeto associadas aos espaçamentos entre os eixos das longarinas.

Para as três aplicações se calculou inicialmente o custo com materiais de cada uma das pontes como executadas, a partir de levantamentos quantitativos dos três projetos cedidos, apresentados no **Apêndice A**. Tomaram-se como dados o volume de concreto das longarinas e da laje do tabuleiro, a massa das armaduras longitudinais ativas e passivas, bem como a massa da armadura transversal das longarinas e a massa da armadura passiva nas direções principal e secundária da laje. Adotaram-se como preços unitários do concreto e do aço para armadura ativa e passiva, tanto para as estruturas

construídas como nos testes numéricos, os valores dados na **Tabela 5.1**, obtidos a partir de consultas a fornecedores desses materiais.

**Tabela 5.1 – Preços unitários dos materiais considerados nos testes.**

Item	Preço unitário
Concreto $f_{ck} = 35 \text{ MPa}$	R\$ 280,00/m <sup>3</sup>
Concreto $f_{ck} = 40 \text{ MPa}$	R\$ 330,00/m <sup>3</sup>
Concreto $f_{ck} = 45 \text{ MPa}$	R\$ 390,00/m <sup>3</sup>
Concreto $f_{ck} = 50 \text{ MPa}$	R\$ 450,00/m <sup>3</sup>
Aço CP190 $\phi 12,7 \text{ mm}$	R\$ 16,50/kg
Aço CP190 $\phi 15,2 \text{ mm}$	R\$ 15,00/kg
Aço CA50 $\phi 6,3 \text{ mm}$	R\$ 10,60/kg
Aço CA50 $\phi 8,0 \text{ mm}$	R\$ 9,60/kg
Aço CA50 $\phi 10,0 \text{ mm}$	R\$ 8,80/kg
Aço CA50 $\phi 12,5 \text{ mm}$	R\$ 8,00/kg
Aço CA50 $\phi 16,0 \text{ mm}$	R\$ 7,20/kg
Aço CA50 $\phi 20,0 \text{ mm}$	R\$ 6,60/kg
Aço CA50 $\phi 25,0 \text{ mm}$	R\$ 6,00/kg
Aço CA50 $\phi 32,0 \text{ mm}$	R\$ 6,00/kg

As longarinas e lajes de tabuleiro foram confeccionadas em concreto com  $f_{ck}$  de 40 MPa. Todas as vigas foram construídas com armadura de flexão constituída por cordoalhas CP190-RB com diâmetro de 12,7 mm e, conforme o exemplo, barras de aço CA50 com diâmetro de 25,0 mm e/ou de 32,0 mm. A armadura longitudinal foi posta com cobrimento mínimo de 30 mm e espaçamento mínimo horizontal e vertical de 20 mm entre as barras e cordoalhas. Os estribos tinham espaçamento de 150 mm e 300 mm e a armadura dos tabuleiros espaçamento entre 100 mm e 300 mm. As barras dos estribos e da armadura do tabuleiro nas direções principal e secundária eram de aço CA50, com diâmetros entre 6,3 e 16,0 mm. Outras particularidades dos projetos são mostradas na descrição das aplicações a seguir.

Para cada um dos exemplos de pontes analisados, foram preparados conjuntos de parâmetros que serviram como dados de entrada do Programa-piloto. O primeiro deles forneceu ao programa os mesmos dados utilizados no

projeto de referência, isto é, fixou a altura do perfil da longarina, a espessura do tabuleiro e a classe de concreto utilizada para longarinas e tabuleiro, além de utilizar o mesmo diâmetro para cordoalha e barras de aço para cada finalidade de armadura nas pontes que foram executadas. O segundo conjunto de parâmetros aumentou o espaço de busca pelo ótimo dado ao Algoritmo Genético, considerando maior possibilidade de escolha da altura das longarinas e espessura da laje, maior número de classes de concreto e mais opções de diâmetros disponíveis de cordoalhas e barras. O segundo conjunto de parâmetros foi analisado novamente com as disponibilidades um pouco mais restritas e definidas a partir dos resultados anteriores, a fim de verificar a sensibilidade dos parâmetros do projeto e a acomodação dos valores das variáveis na aceleração da convergência para um valor ótimo ainda mais próximo do ótimo global absoluto.

Cada conjunto de parâmetros sofreu 10 execuções, a fim de apresentar aquela execução que retornou o melhor indivíduo de todos, bem como todas as demais opções mais baratas para cada altura de longarina disponível. Tal manobra serviu para forçar a busca de outras soluções ótimas alternativas e para subsidiar comparações do comportamento do Algoritmo Genético. Inicialmente, todas as execuções foram feitas com 100 indivíduos<sup>12</sup>, manipulados ao longo de 100 gerações, com probabilidade de cruzamento de 80% e de mutação de 1%. Ressalta-se que os indivíduos penalizados em qualquer uma das etapas de verificação foram obrigatoriamente submetidos ao cruzamento de um ponto, isto é,  $p_c = 100\%$ , de forma a descartar definitivamente os projetos de ponte tecnicamente infactíveis<sup>13</sup>. Após ordenados crescentemente, os indivíduos foram selecionados para a geração seguinte através do método do torneio de três indivíduos, aumentando assim a probabilidade dos melhores sobreviverem. O elitismo da população foi desabilitado, uma vez que o Programa-piloto conta com um mecanismo que salva, ordena e atualiza os melhores indivíduos ao longo de todas as gerações.

---

<sup>12</sup> Cada indivíduo representa um projeto de pontes a ser avaliado pelas restrições.

<sup>13</sup> Projetos infactíveis são aqueles que violaram qualquer restrição do projeto.

Os testes foram feitos em computadores com processador de 2.0 GHz e memória *cache* (SRAM) de 2 MB, com velocidade igual à do processador, e memória RAM de 4 GB, suficientes para não influenciar o tempo de execução. Foi a capacidade da memória *cache* que determinou a escolha do número de indivíduos da população, a partir do número de variáveis e matrizes locais e globais utilizadas no Programa-piloto e do número de *bytes* de memória que ocupam segundo as demandas do Visual Basic.

Das opções de disponibilidade de materiais dada pelo Programa-piloto, para o segundo conjunto de parâmetros, optou-se apenas pelos perfis pré-fabricados VP850, VP1200, VP1400, VP1600 e VP1900 (fabricados pela empresa cedente dos projetos aqui apresentados). A laje do tabuleiro poderia assumir espessuras de 150 mm, 180 mm e 210 mm. Poder-se-ia escolher entre as classes de concreto C35, C40, C45 e C50, e ainda entre diâmetros de 12,5 mm e 15,2 mm para as cordoalhas de protensão. A armadura passiva longitudinal de flexão contou com as opções de diâmetro de aço CA50 entre 12,5 mm e 32,0 mm; os estribos poderiam ter diâmetros entre 6,3 mm e 12,5 mm; e a laje do tabuleiro poderia ser armada com barras de diâmetros entre 8,0 mm e 16,0 mm. A disponibilidade de material acima se baseou nas opções mais comuns utilizadas na prática.

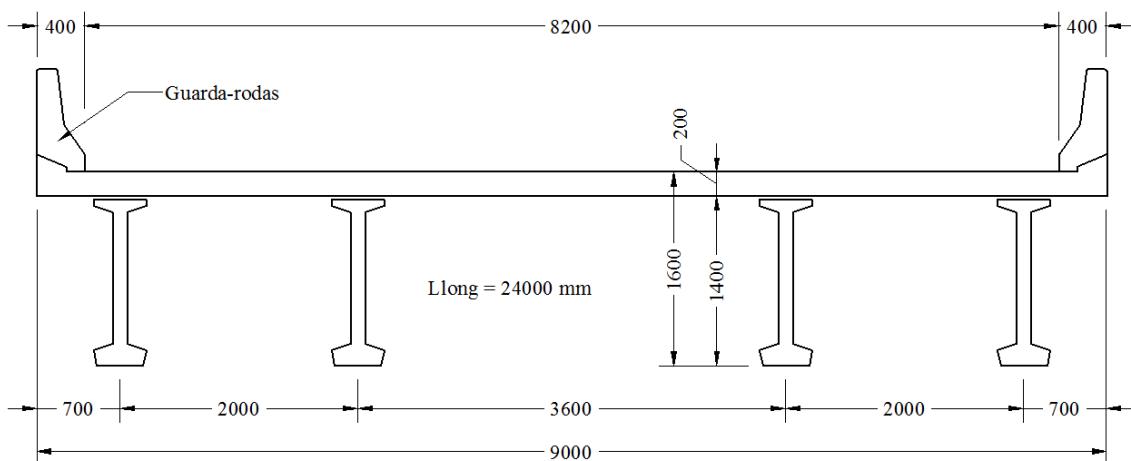
Todas as aplicações testadas foram pontes executadas para classe de utilização rodoviária de 45 toneladas, conforme a Norma Brasileira 7187:1987.

## **5.2. Aplicação 1**

### **5.2.1. Descrição do Projeto de Referência**

A primeira aplicação feita refere-se a uma ponte de seção transversal e carregamentos simétricos, que foi executada com 24,00 m de comprimento e

9,00 m de largura. A laje do tabuleiro foi construída com 200 mm de espessura, utilizando um sistema de pré-laje de 100 mm, e balanços laterais com 700 mm de largura, apoiada em quatro longarinas pré-fabricadas com 1400 mm de altura, conforme mostra a **Figura 5.1**. Para esta estrutura, tem-se o custo de R\$ 98.341,63 com os materiais necessários para sua execução (vide **Apêndice A**).



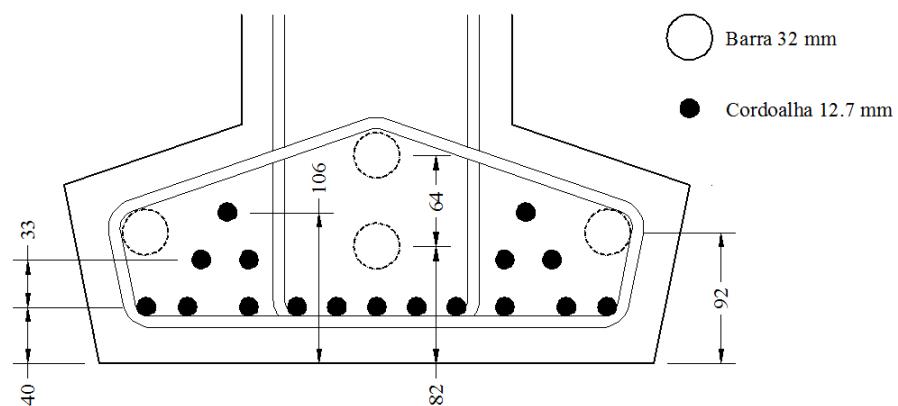
**Figura 5.1** – Seção transversal da ponte da Aplicação 1 (cotas em milímetros).

Na montagem do carregamento, consideraram-se faixas de 1,0 m de largura do tabuleiro no sentido longitudinal do fluxo de veículos, onde os guarda-rodas contribuíram com uma carga permanente distribuída de 15 kN/m, além da carga de multidão e carga móvel do trem-tipo previsto pela NBR 7188:1984.

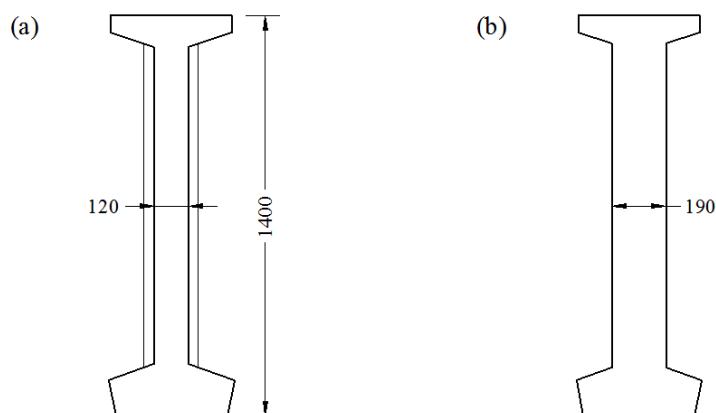
Para esta obra, a solução adotada para a armadura de flexão longitudinal foi a mesma para todas as longarinas, sendo composta por armadura passiva com quatro barras de 32 mm de diâmetro, além da armadura de protensão com 17 cordoalhas de 12,7 mm de diâmetro. A **Figura 5.2** ilustra a distribuição desta armadura.

A espessura da alma das longarinas do projeto de referência necessitou ser alargada de 120 mm para 190 mm (**Figura 5.3b**), em um trecho de 4050 mm de comprimento, conforme visto na **Figura 5.4**, para resistir aos esforços cortantes na região dos apoios. Essa figura ainda mostra como foi feita a

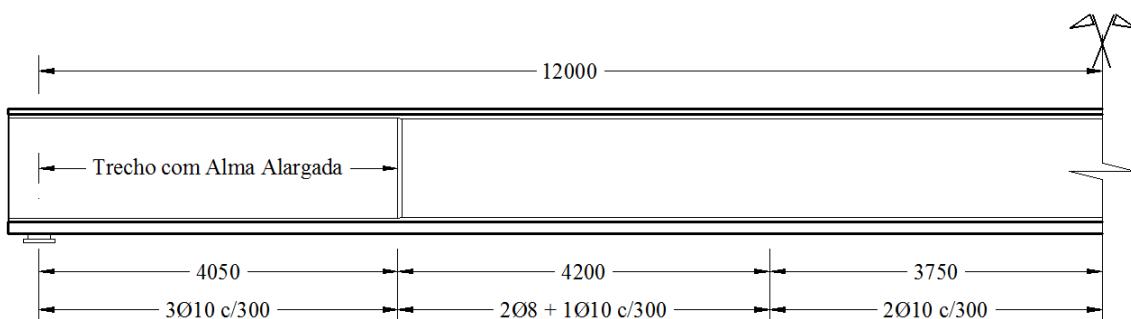
distribuição da armadura dos estribos em três trechos com taxas geométricas distintas.



**Figura 5.2 – Armadura de flexão executada nas longarinas da ponte (Aplicação 1; cotas em milímetros).**

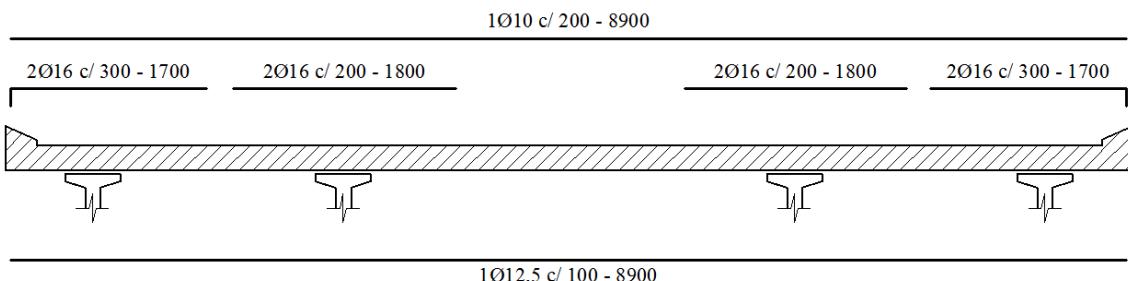


**Figura 5.3 – Seção transversal da longarina: (a) no trecho intermediário do vão da ponte; (b) na região próxima aos apoios, com alma alargada (Aplicação 1; cotas em milímetros).**

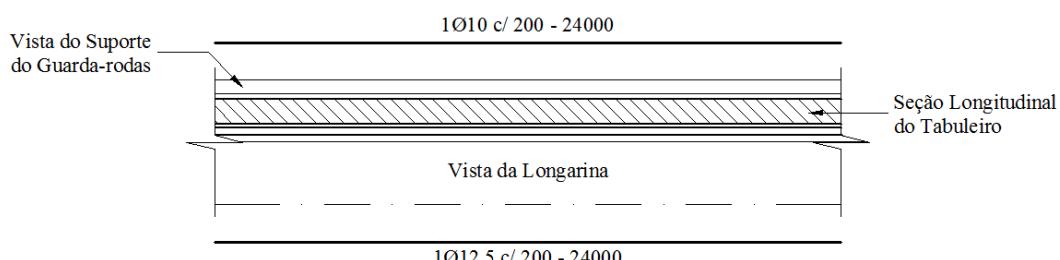


**Figura 5.4 – Distribuição da armadura transversal em três trechos (Aplicação 1; dimensões em milímetros).**

A distribuição da armadura da laje do tabuleiro na direção principal adotada no projeto de referência é mostrada na **Figura 5.5**. A armadura na direção secundária pode ser vista na **Figura 5.6**.



**Figura 5.5** – Armadura da laje do tabuleiro na direção principal adotada no projeto de referência (Aplicação 1; dimensões em milímetros).



**Figura 5.6** – Armadura da laje do tabuleiro na direção secundária (Aplicação 1; dimensões em milímetros).

### 5.2.2. Testes Numéricos e Análise dos Resultados (Aplicação 1)

A **Tabela 5.2** apresenta os parâmetros utilizados nos processamentos.

Para o **conjunto de parâmetros 1.1** foram realizadas cinco execuções, das quais o melhor valor foi R\$ 90.690,47, 8% menor que o custo da ponte do projeto que foi executado. Essa diferença pode ser explicada em parte pela relação entre os preços do aço e do concreto na composição dos preços na época em que o projeto foi elaborado.

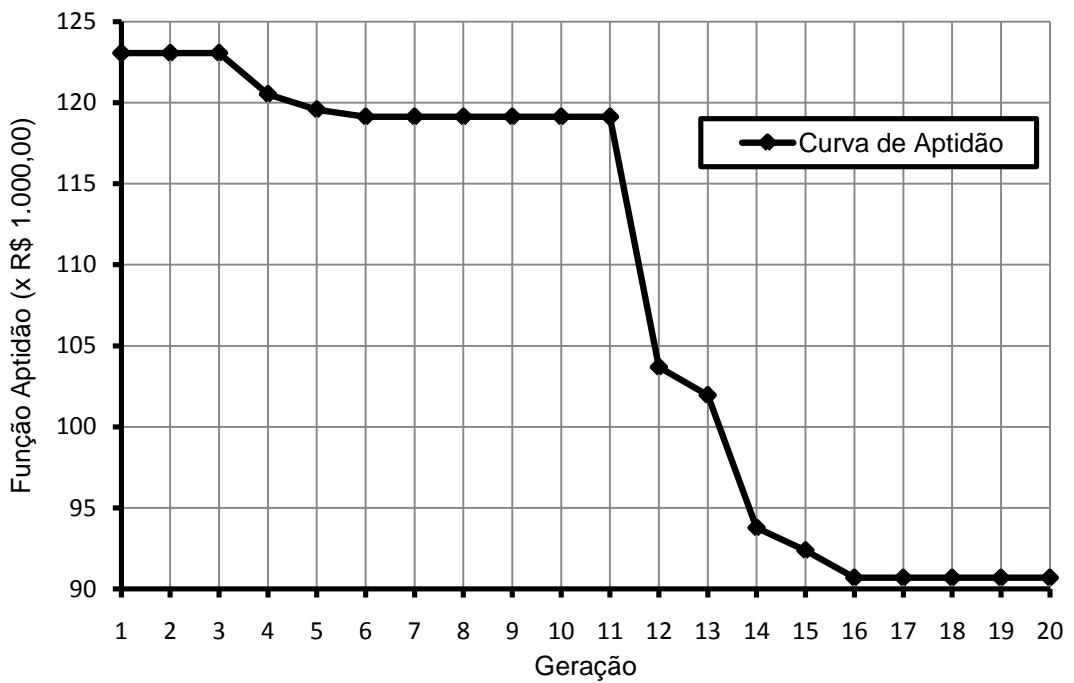
A evolução dos melhores indivíduos ao longo das gerações na execução do Programa-piloto que forneceu o melhor valor pode ser visualizada na **Figura 5.7**. Observa-se que desde a primeira geração o Algoritmo Genético

tem sua população inicial tecnicamente factível, o que não é uma regra geral. Como o problema era relativamente simples, isto é, com poucas variáveis envolvidas, o Programa-piloto atingiu o resultado ótimo na 16<sup>a</sup> geração.

**Tabela 5.2 – Parâmetros adotados na análise numérica da ponte (Aplicação 1).**

Descrição	Conjunto de Parâmetros		
	1.1	1.2	1.3
Largura do balanço	Fixo em 700 mm	Mínimo de 500 mm	Determinado por otimização
Espaçamento entre longarinas ( $E_{long}$ )	Variável (mínimo de 2000 mm) <sup>14</sup>	Variável (mínimo de 1500 mm)	Variável (mínimo de 1500 mm)
Intervalo para espessura da laje (mm)	100	30	30
Intervalo para espaçamento entre barras da laje (mm)	100	50	50
Intervalo para espaçamento entre estribos (mm)	—	100	100
Intervalo para espaçamento entre longarinas (mm)	100	50	50
Limites para espessura da laje (mm)	Fixo (igual a 200 mm)	150 a 210	150 a 210
Limites para espaçamento da armadura principal da laje (mm)	100 a 300	100 a 300	100 a 300
Limites para espaçamento da armadura secundária da laje (mm)	100 a 200	100 a 300	100 a 300
Limites para espaçamento entre estribos (mm)	Fixo (igual a 300 mm)	100 a 300	100 a 300
Disponibilidade de perfis pré-fabricados (altura em mm)	1400	1200, 1400, 1600 e 1900	1200, 1400, 1600 e 1900
Disponibilidade de $f_{ck}$ do concreto (MPa)	40	35 e 40	35, 40 e 45
Disponibilidade de aço CA50 para armadura longitudinal (mm)	32	20, 25 e 32	—
Disponibilidade de aço CA50 para armadura dos estribos (mm)	8 e 10	6,3; 8 e 10	6,3; 8 e 10
Disponibilidade de aço CA50 para armadura do tabuleiro (mm)	10; 12,5 e 16	8; 10; 12,5 e 16	8; 10; 12,5 e 16
Disponibilidade de aço CP190-RB (mm)	12,7	12,7 e 15,2	12,7 e 15,2

<sup>14</sup> Esse parâmetro obriga o Algoritmo Genético a trabalhar com quatro longarinas.



**Figura 5.7** – Gráfico com os resultados do conjunto de parâmetros 1.1 da **Tabela 5.2**.

Sendo os parâmetros desta execução os mais próximos da estrutura que foi construída, os indivíduos processados pelo Algoritmo Genético possuíam apenas 25 bits, dos quais seis bits representaram a variável associada ao espaçamento entre os eixos das longarinas mais externas. Devido aos parâmetros que fixavam a largura do balanço em 700 mm e o espaçamento mínimo limitado a 2000 mm, além da simetria da seção transversal da ponte, o Algoritmo Genético só poderia trabalhar com três ou quatro longarinas. O tempo de processamento foi em torno de 6 minutos por execução.

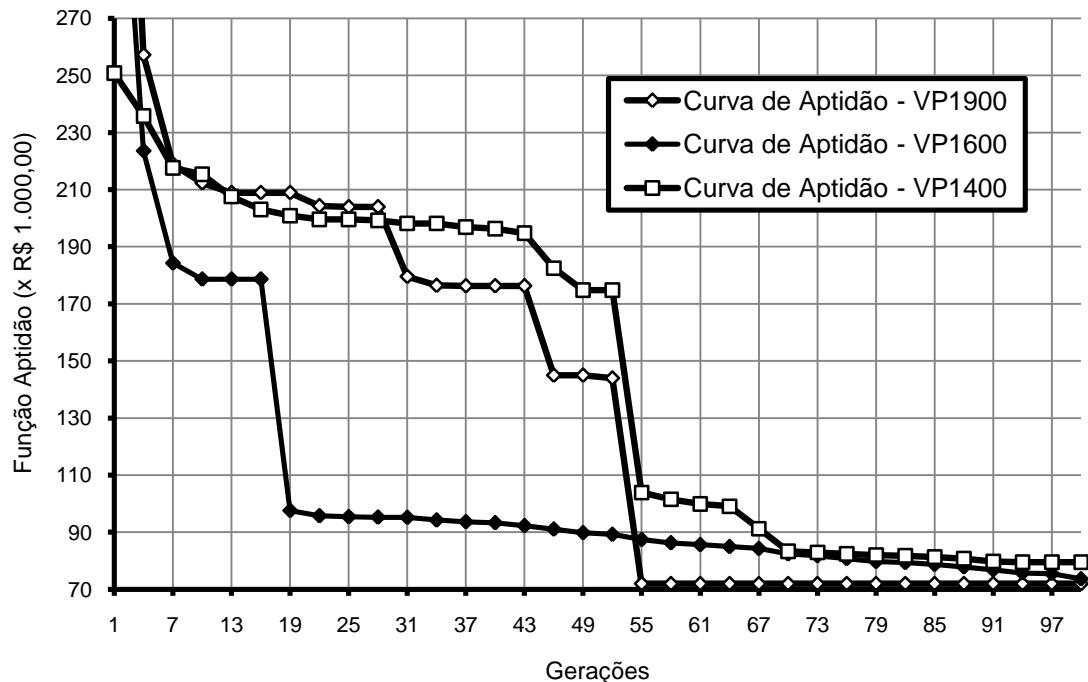
Os testes com o **conjunto de parâmetros 1.2** permitiram verificar o comportamento da solução com a inclusão de outras classes de concreto, diâmetros de aço de protensão e de barras para armadura passiva, além da liberação das dimensões da laje do tabuleiro e dos espaçamentos entre barras. Optou-se também por considerar a variação da largura do balanço e do espaçamento entre os eixos das longarinas, todos definidos pelo respectivo limite mínimo imposto na entrada de dados do Programa-piloto.

Os indivíduos processados pelo Algoritmo Genético com o **conjunto de parâmetros 1.2** possuíam 56 *bits* de comprimento, dos quais 24 *bits* representavam três variáveis associadas ao espaçamento entre longarinas. Com essas características, o tempo de processamento foi inferior a 6 minutos. Após dez execuções do programa, os melhores resultados foram os mostrados na **Tabela 5.3**, em função da altura da longarina. Observa-se que o Programa-piloto apresenta os valores ótimos de três das quatro opções de alturas de longarinas disponíveis, o que permite escolher aquela que atenda alguma imposição construtiva da ponte, tal como a altura do gabarito. Por exemplo, a opção pela longarina de 1400 mm de altura implicará em um aumento do custo de 10% com relação ao melhor resultado.

**Tabela 5.3 – Melhores valores alcançados pelo Algoritmo Genético com o conjunto de parâmetros 1.2.**

Número de longarinas	Altura das Longarinas (mm)	Espessura do Tabuleiro (mm)	Valor (R\$)
4	1900	210	71.980,56
5	1600	180	73.657,87
5	1400	180	79.538,80

A evolução dos melhores indivíduos ao longo das gerações nas execuções do Programa-piloto que forneceu o melhor valor para cada altura pode ser visualizada na **Figura 5.8**. Observa-se que pelo fato do Algoritmo Genético manipular suas gerações aleatoriamente, não existe um padrão de convergência. Por exemplo, a curva de aptidão da longarina de 1900 mm de altura teve uma convergência abrupta e na 55<sup>a</sup> geração atingiu seu valor ótimo. Já para a viga de 1600 mm de altura, a convergência foi gradual a partir da 19<sup>a</sup> geração até atingir seu valor ótimo na penúltima geração. Outro fator importante é que, com o conjunto de parâmetros fornecidos, nenhum projeto com longarinas de 1200 mm de altura atingiu um valor factível. Além disso, ao contrário do que ocorreu com o conjunto de parâmetros 1.1, o número maior de variáveis envolvidas fez com que o Algoritmo Genético tivesse como melhores resultados nas primeiras gerações indivíduos infactíveis.



**Figura 5.8** – Gráfico com os resultados do conjunto de parâmetros 1.2 da **Tabela 5.2**.

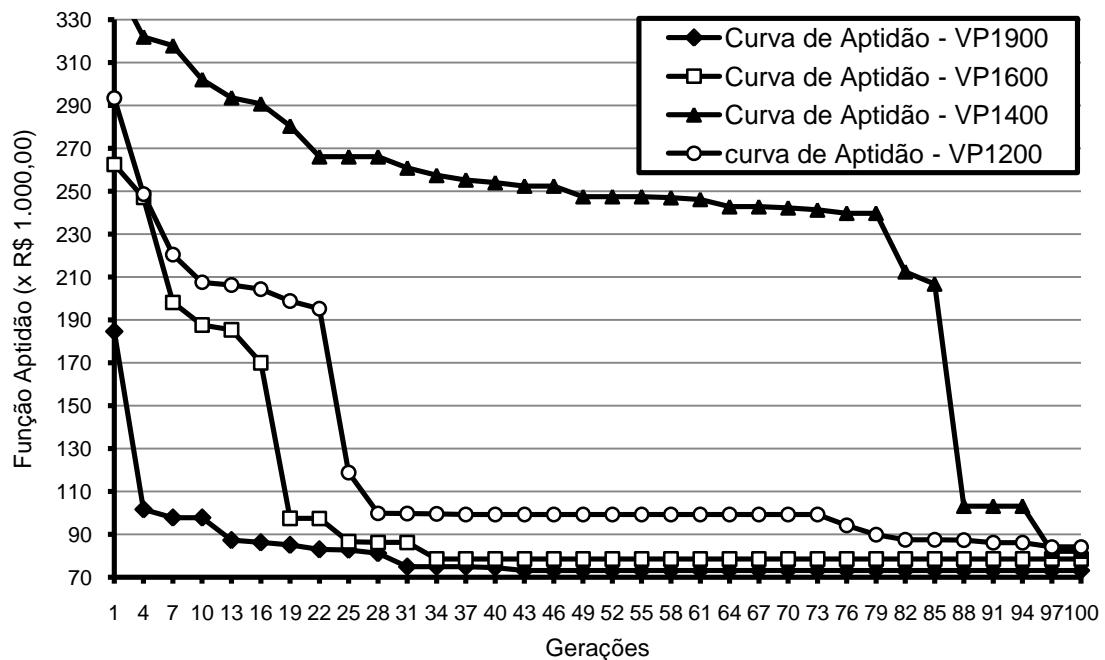
O conjunto de parâmetros 1.3 retirou do conjunto 1.2 a disponibilidade das barras para armadura longitudinal passiva, possibilitando verificar se há reduções dos custos com o melhor aproveitamento da protensão. Para esse teste, a verificação do momento resultante na fase de transporte das longarinas foi desabilitada. Neste caso, supõe-se, por exemplo, que o excesso de protensão causado pelas cordoalhas aderentes seja combatido pelo uso de uma armadura de protensão pós-tracionada colocada no talão superior das longarinas e retirada após a montagem da ponte.

Para esse conjunto de parâmetros, os indivíduos foram representados por 55 bits de comprimento, dos quais 32 bits representaram três variáveis associadas aos vão entre eixos das longarinas e uma variável associada ao comprimento dos balanços. Após dez execuções do programa, com um tempo médio de 6 minutos cada, adquiriram-se os melhores resultados, vistos na **Tabela 5.4**.

Com a indisponibilidade de armadura longitudinal passiva, os resultados foram até 6% piores do que os alcançados pelo conjunto de parâmetros 1.2.

**Tabela 5.4 – Melhores valores alcançados pelo Algoritmo Genético com o conjunto de parâmetros 1.3.**

Número de longarinas	Altura das Longarinas (mm)	Espessura do Tabuleiro (mm)	Valor (R\$)
5	1900	180	73.134,08
5	1600	210	78.529,80
5	1400	180	82.173,99
4	1200	210	84.148,87



**Figura 5.9 – Gráfico com os resultados do conjunto de parâmetros 1.3 da Tabela 5.2.**

O gráfico da **Figura 5.9** mostra a evolução da aptidão dos indivíduos relativos a cada altura de longarina disponível. Observa-se que os melhores resultados para as longarinas com 1600 mm e 1900 mm de altura foram atingidos com menos de 40 gerações; os demais só foram alcançadas no final do processo. Outro detalhe é que todos os resultados para as longarinas de

1400 mm de altura anteriores à 80<sup>a</sup> geração foram infactíveis, havendo uma rápida convergência no final do processo.

Na **Tabela 5.4**, verifica-se que a diferença entre os custos das pontes com longarinas de 1900 mm e de 1200 mm de altura foi de 15%. A título de comparação, a **Tabela 5.5** mostra os maiores valores “ótimos” obtidos entre os resultados das dez execuções para cada altura de longarina disponível e número de longarinas igual a quatro. Observa-se nos resultados dessas tabelas que o parâmetro associado à altura da longarina é predominante na escolha da solução ótima e que a diferença máxima de 4% no custo da ponte, para longarinas de 1900 mm de altura, demonstra a robustez do Algoritmo Genético como técnica de otimização. Outro fato que reforça esta conclusão é que o resultado ótimo para a longarina de 1200 mm de altura se repetiu em duas execuções distintas, embora isso não assegure que esse seja o valor ótimo absoluto para esta altura de longarina.

**Tabela 5.5 –** Comparação entre o menor e maior valor “ótimo” alcançados em dez execuções do Algoritmo Genético com o conjunto de parâmetros 1.3.

Número de longarinas	Altura das Longarinas (mm)	Espessura do Tabuleiro (mm)	Valor (R\$)	Diferença com relação aos valores da <b>Tabela 5.4</b>
4	1900	180	76.083,45	4,03%
4	1600	210	83.134,77	5,86%
4	1400	210	88.120,72	7,23%

A **Tabela 5.6** mostra o resumo dos materiais necessários à construção das pontes de menor custo apresentadas anteriormente, em função das alturas de longarinas disponíveis. A **Tabela 5.7** mostra os valores das solicitações e deslocamentos nodais das análises matriciais das mesmas pontes.

**Tabela 5.6** – Resumo dos materiais dos melhores resultados obtidos pelas execuções feitas no Programa-piloto para Aplicação 1.

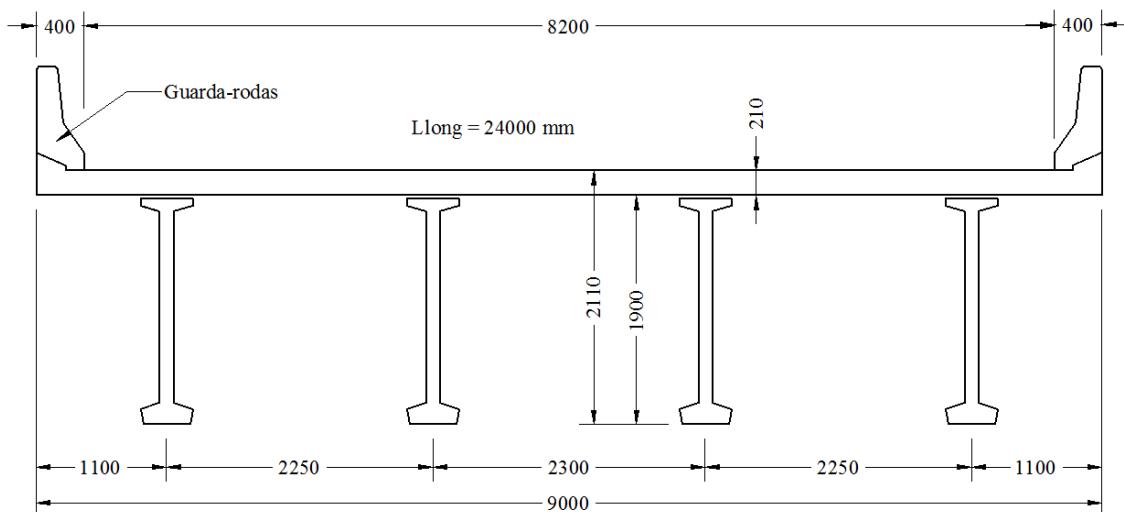
Conjunto de Parâmetros	1.1	1.2			1.3			
N <sub>long</sub> x H <sub>w</sub> x H <sub>f</sub> (mm)	4 x 1400 x 200	4 x 1900 x 210	5 x 1600 x 180	5 x 1400 x 180	5 x 1900 x 180	5 x 1600 x 210	5 x 1400 x 180	4 x 1200 x 180
f <sub>ck</sub> (MPa)	40	35	35	35	35	35	35	35
Armadura longitudinal:								
Ativa	19 Ø <sub>p</sub> 12,7	15 Ø <sub>p</sub> 12,7	12 Ø <sub>p</sub> 12,7	17 Ø <sub>p</sub> 12,7	15 Ø <sub>p</sub> 12,7	11 Ø <sub>p</sub> 15,2	18 Ø <sub>p</sub> 12,7	17 Ø <sub>p</sub> 15,2
Passiva	3 Ø 16	3 Ø 20	4 Ø 20	3 Ø 20	—	—	—	—
Armadura transversal:								
1º trecho (mm)	1 Ø10 c/300 (6600)	1 Ø 8 c/300 (7200)	1 Ø8 c/300 (8100)	1 Ø 8 c/300 (6300)	1 Ø6,3 c/200 (8800)	1 Ø6,3 c/200 (7800)	1 Ø6,3 c/200 (6400)	1 Ø10 c/200 (7400)
2º trecho (mm)	2 Ø10 c/300 (4200)	2 Ø 8 c/300 (3600)	2 Ø8 c/300 (3900)	2 Ø 8 c/300 (3000)	2 Ø6,3 c/200 (3200)	2 Ø6,3 c/200 (3400)	2 Ø6,3 c/200 (3400)	2 Ø10 c/200 (4600)
3º trecho (mm)	3 Ø10 c/300 (1200)	3 Ø 8 c/300 (1200)	—	3 Ø8 c/300 (2700)	—	2 Ø6,3 c/200 (800)	2 Ø6,3 c/200 (2200)	—
4º trecho (mm)	—	—	—	—	—	—	—	—
Armadura do tabuleiro:								
Principal	2 Ø16 c/200	2 Ø16 c/300	2 Ø16 c/300	2 Ø16 c/300	2 Ø12,5 c/200	4 Ø8 c/150	2 Ø12,5 c/150	2 Ø16 c/200
Secundária	2 Ø10 c/200	2 Ø10 c/300	2 Ø10 c/300	2 Ø10 c/300	2 Ø12,5 c/300	2 Ø8 c/300	2 Ø12,5 c/300	2 Ø16 c/300
Momento resistente (kN.m)	6169	6309	4681	5137	5198	4702	4642	5397
Momento solicitante (kN.m)	5799	6026	4585	4910	5098	4692	4529	5262
Custo (R\$)	90.690,47	71.980,56	73.657,87	79.538,80	73.134,08	78.529,80	82.173,99	84.148,87

**Tabela 5.7 – Resumo das solicitações das pontes dos melhores resultados obtidos pelas execuções feitas no Programa-piloto para Aplicação 1.**

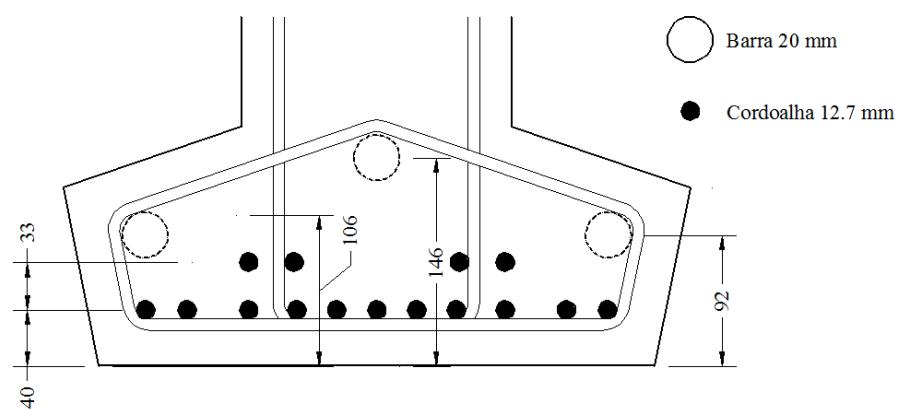
Conjunto de Parâmetros	1.1	1.2			1.3			
$N_{long} \times H_w \times H_f$ (mm)	4 x 1400 x 200	4 x 1900 x 210	5 x 1600 x 180	5 x 1400 x 180	5 x 1900 x 180	5 x 1600 x 210	5 x 1400 x 180	4 x 1200 x 180
Longarinas:								
Momento resistente total (kN.m)	23196	25236	23405	25685	25990	23510	23210	21588
Momento solicitante total (kN.m)	21026	22413	21807	21716	22407	22465	21474	20146
Esforço cortante total no apoio (kN)	3612	3850	3752	3732	3852	3861	3696	3471
Esforço cortante total no meio do vão (kN)	706	746	730	743	744	732	734	748
Deslocamento no meio do vão - ELS (mm)	48,22	25,80	33,26	48,94	27,63	33,38	47,77	69,63
Tabuleiro:								
Momento solicitante <sup>15</sup> máximo negativo (kN.m)	64,618	55,535	40,795	39,097	37,347	41,639	43,612	58,736
Momento solicitante máximo positivo (kN.m)	53,486	44,814	38,401	36,635	37,000	39,968	40,960	51,184
Deslocamento no bordo esquerdo – ELS (mm)	0,731	0,698	0,535	0,762	0,735	0,355	0,556	0,943
Deslocamento no bordo direito – ELS (mm)	0,731	0,698	0,535	0,762	0,735	0,355	0,556	0,943
Deslocamento máximo no vão entre eixos das longarinas – ELS (mm)	0,848	0,494	0,450	0,426	0,414	0,314	0,543	1,167
Custo (R\$)	90.690,47	71.980,56	73.657,87	79.538,80	73.134,08	78.529,80	82.173,99	84.148,87

<sup>15</sup> Valor do momento fletor do tabuleiro por metro de comprimento.

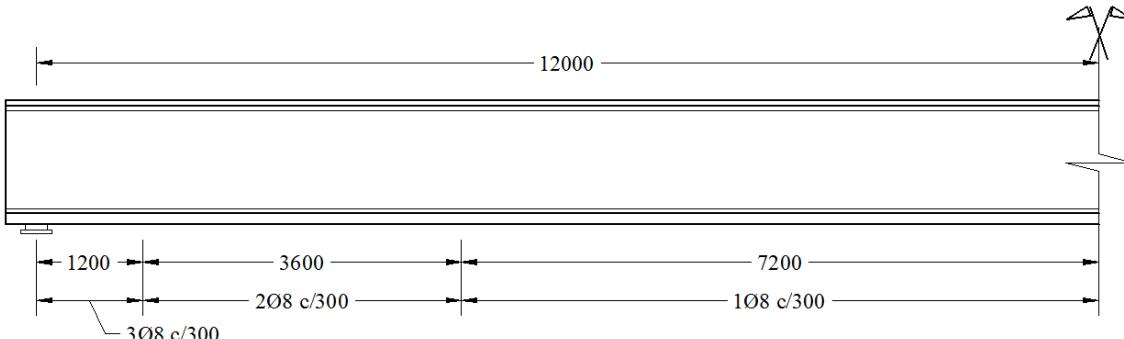
As **Figura 5.10** a **Figura 5.14** mostram o melhor resultado entre todas as execuções para a ponte da Aplicação 1.



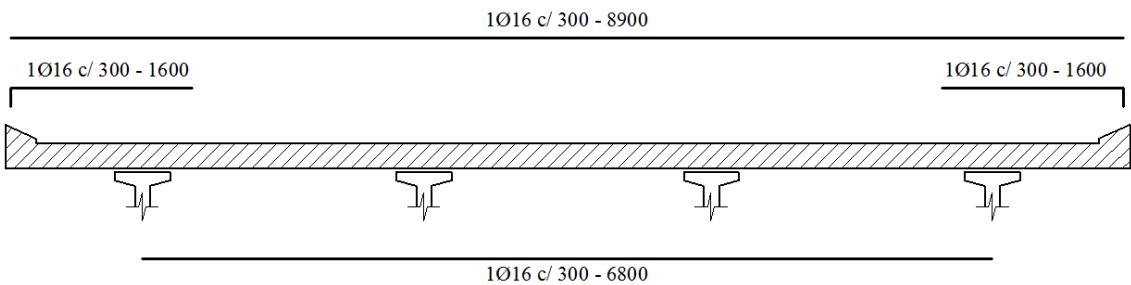
**Figura 5.10** – Seção transversal otimizada da ponte da Aplicação 1, obtida através do conjunto de parâmetros 1.2 (cotas em milímetros).



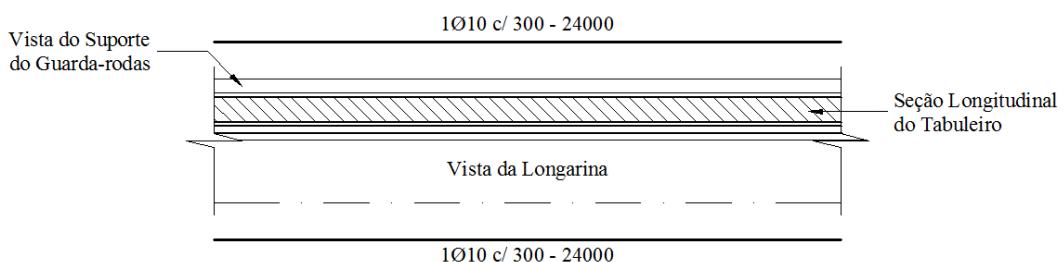
**Figura 5.11** – Armadura de flexão otimizada para as longarinas da ponte (Aplicação 1; cotas em milímetros).



**Figura 5.12** – Distribuição da armadura transversal otimizada em três trechos (Aplicação 1; cotas em milímetros).



**Figura 5.13 – Armadura otimizada da laje do tabuleiro na direção principal (Aplicação 1; cotas em milímetros).**

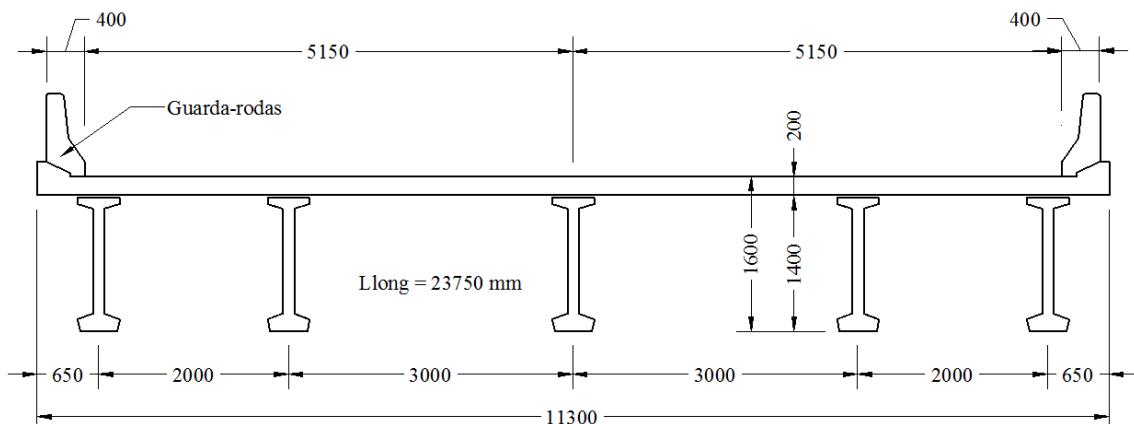


**Figura 5.14 – Armadura otimizada da laje do tabuleiro na direção secundária (Aplicação 1; cotas em milímetros).**

## 5.3. Aplicação 2

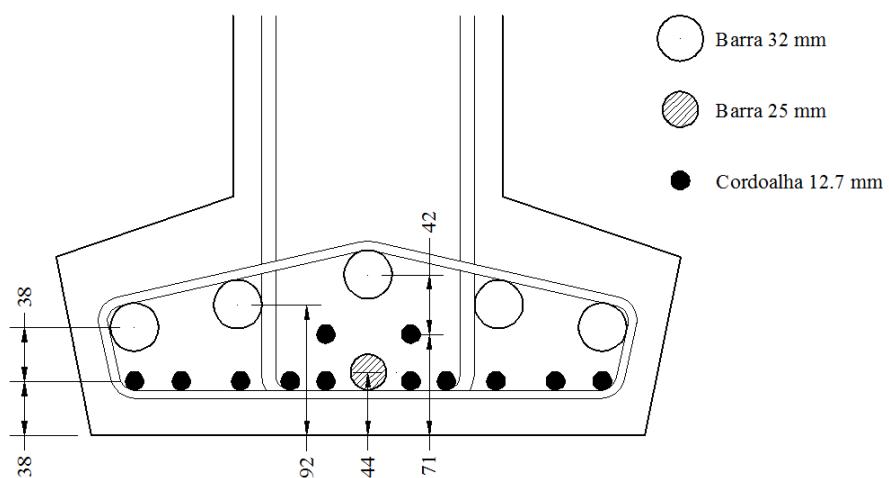
### 5.3.1. Descrição do Projeto de Referência

Na segunda aplicação, a comparação dos resultados do Algoritmo Genético foi feita com uma ponte de seção transversal simétrica que foi executada com 23,75 m de comprimento e 11,30 m de largura, em um ambiente de agressividade moderada (classe II). Assim como na primeira aplicação, a laje do tabuleiro foi construída com 200 mm de espessura, utilizando um sistema de pré-laje de 100 mm; os balanços laterais tinham 650 mm de largura e o tabuleiro estava apoiado em cinco longarinas pré-fabricadas com 1400 mm de altura, conforme mostra a **Figura 5.15**. O carregamento considerado é semelhante ao da Aplicação 1. Para essa ponte, tem-se o custo de R\$ 107.625,34 com os materiais necessários à sua execução (**Apêndice A**).



**Figura 5.15 – Seção transversal da ponte da Aplicação 2 (cotas em milímetros).**

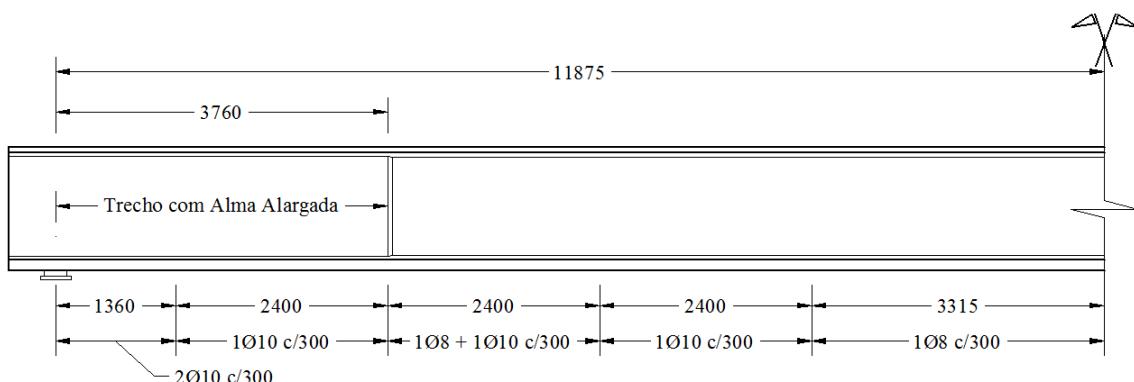
Para esta obra, a solução adotada para a armadura de flexão longitudinal foi a mesma para todas as longarinas, sendo composta por armadura passiva com cinco barras de 32 mm e uma barra de 25 mm de diâmetro, além da armadura de protensão com 12 cordoalhas de 12,7 mm de diâmetro. A **Figura 5.16** ilustra a distribuição desta armadura.



**Figura 5.16 – Armadura de flexão executada nas longarinas da ponte (Aplicação 2; cotas em milímetros).**

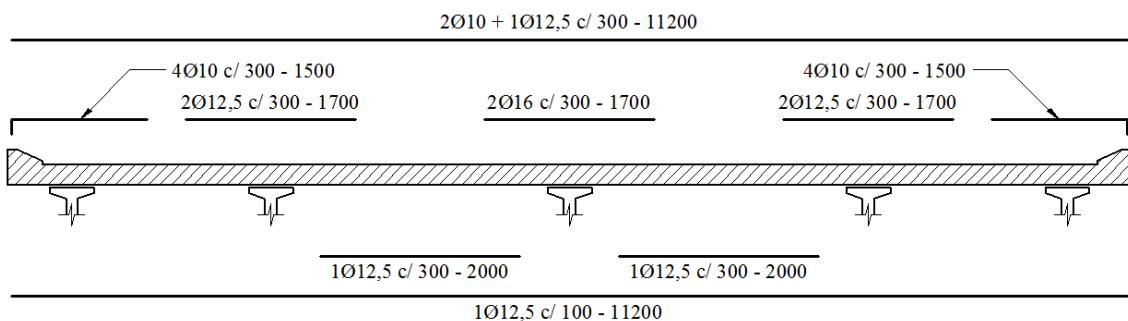
A espessura da alma das longarinas do projeto de referência precisou ser alargada de 120 mm para 170 mm para resistir aos esforços cortantes na região dos apoios, semelhante ao ocorrido com a Aplicação 1 (**Figura 5.3b**), em um trecho de 3760 mm de comprimento, conforme visto na **Figura 5.17**. Essa

figura ainda mostra como foi feita a distribuição da armadura dos estribos em cinco trechos com taxas geométricas distintas.

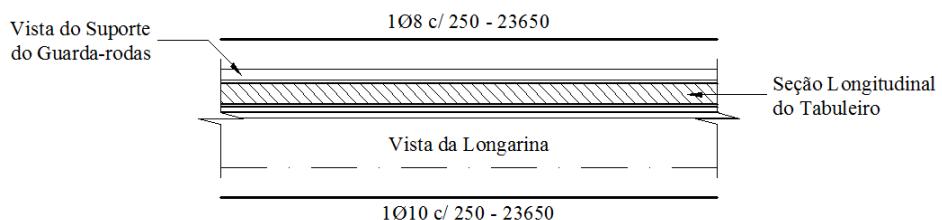


**Figura 5.17 – Distribuição da armadura transversal em cinco trechos (Aplicação 2; dimensões em milímetros).**

A distribuição da armadura da laje do tabuleiro na direção principal adotada no projeto de referência é mostrada na **Figura 5.18**. A armadura na direção secundária pode ser vista na **Figura 5.19**.



**Figura 5.18 – Armadura da laje do tabuleiro na direção principal adotada no projeto de referência (Aplicação 2; dimensões em milímetros).**



**Figura 5.19 – Armadura da laje do tabuleiro na direção secundária (Aplicação 2; dimensões em milímetros).**

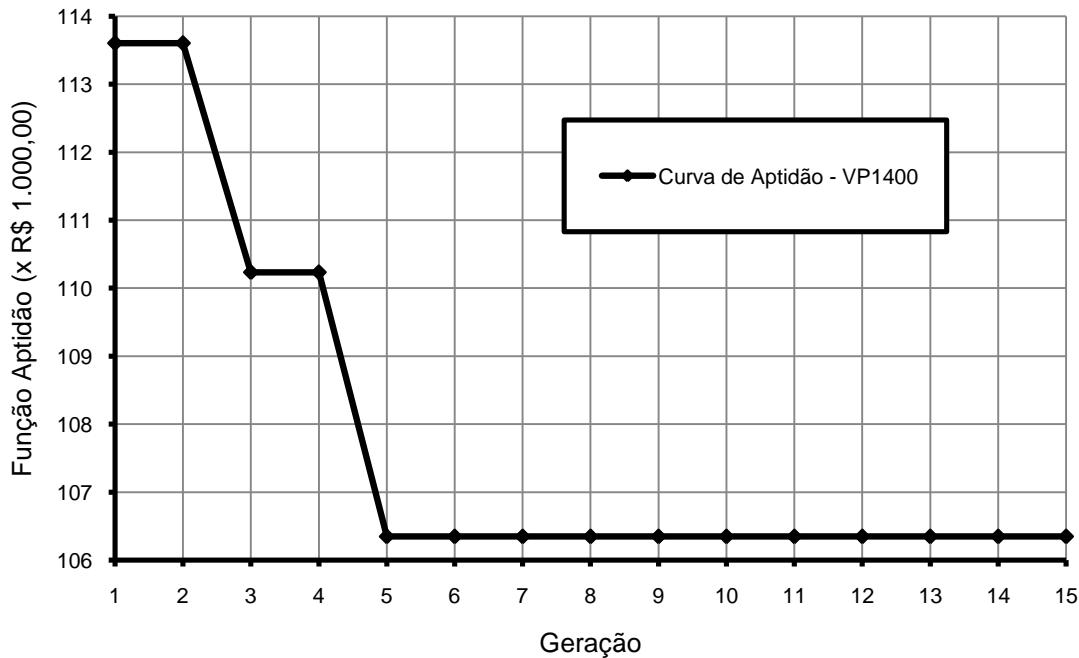
### 5.3.2. Testes Numéricos e Análise dos Resultados (Aplicação 2)

**Tabela 5.8** – Parâmetros adotados na análise numérica da ponte  
(Aplicação 2).

Descrição	Conjunto de Parâmetros	
	2.1	2.2
Largura do balanço	Fixo em 650 mm	Determinado por otimização
Espaçamento entre longarinas ( $E_{long}$ )	Variável (mínimo de 2000 mm)	Variável (mínimo de 1500 mm)
Intervalo para espessura da laje (mm)	—	30
Intervalo para espaçamento entre barras da laje (mm)	50	50
Intervalo para espaçamento entre estribos (mm)	—	100
Intervalo para espaçamento entre longarinas (mm)	100	50
Limites para espessura da laje (mm)	Fixo em 200 mm	150 a 210
Limites para espaçamento da armadura principal da laje (mm)	100 a 300	100 a 300
Limites para espaçamento da armadura secundária da laje (mm)	100 a 250	100 a 300
Limites para espaçamento entre estribos (mm)	Fixo em 300 mm	100 a 300
Disponibilidade de perfis pré-fabricados (altura em mm)	1400	1200, 1400, 1600 e 1900
Disponibilidade de $f_{ck}$ do concreto (MPa)	40	35 e 40
Disponibilidade de aço CA50 para armadura longitudinal (mm)	25 e 32	16, 20, 25 e 32
Disponibilidade de aço CA50 para armadura dos estribos (mm)	8 e 10	8; 10 e 12,5
Disponibilidade de aço CA50 para armadura do tabuleiro (mm)	8; 10; 12,5 e 16	8; 10; 12,5 e 16
Disponibilidade de aço CP190-RB (mm)	12,7	12,7 e 15,2

Para o **Conjunto de Parâmetros 2.1**, visto na **Tabela 5.8**, foram realizadas cinco execuções, onde todas retornaram R\$ 106.350,80 como melhor resposta; esse valor é apenas 1,2% menor que o do projeto de referência. Ao contrário do que ocorreu com o conjunto de parâmetros 1.1, a proximidade dos valores unitários dos materiais pode estar associada a essa pequena diferença.

A evolução dos melhores indivíduos em todas as gerações pode ser visualizada na **Figura 5.20**. Assim como ocorrido na primeira aplicação (**Figura 5.7**), a primeira geração já apresentou indivíduos sem restrições violadas e com boa aptidão (apenas 6% maior que o valor ótimo), atingindo a convergência logo na 5<sup>a</sup> geração.



**Figura 5.20** – Gráfico com os resultados do conjunto de parâmetros 2.1 da **Tabela 5.8**.

Os indivíduos deste teste possuíam apenas 34 *bits*, uma vez que o conjunto de parâmetros foi restrito ao apresentado pelo projeto de referência. Outro aspecto é que a largura do balanço fixada em 650 mm e o espaçamento mínimo entre eixos das longarinas igual a 2000 mm levou o Algoritmo Genético a processar sempre projetos com cinco longarinas. Portanto, apenas uma variável de sete *bits* foi necessária para representar o espaçamento entre eixos das duas longarinas mais externas. Uma vez que a seção da ponte é simétrica, o espaçamento entre eixos adjacentes à longarina central é dedutível a partir da citada variável.

O tempo de processamento foi, em média, pouco maior que 6 minutos.

Semelhante ao que foi feito com o conjunto de parâmetros 1.2, onde se disponibilizou mais opções de materiais e se ampliou os espaços de buscas das variáveis de projeto dimensionais, os testes com o **conjunto de parâmetros 2.2** procurou verificar, principalmente, a coerência das soluções obtidas nos testes com os dois conjuntos de parâmetros, uma vez que a principal diferença entre esses dois exemplos é que a laje do tabuleiro da segunda ponte de referência era 25% mais larga.

Os indivíduos processados contavam com 65 *bits* de comprimento, dos quais 32 *bits* estavam associados a três variáveis possíveis para representar o espaçamento entre as longarinas e a uma quarta variável associada à largura do balanço. O tempo de processamento foi em torno de 10 minutos por execução. Após dez execuções do Programa-piloto, os melhores resultados fornecidos em função das alturas dos perfis de longarinas disponíveis são os da **Tabela 5.9**. A título de comparação e para verificar a robustez do processo de otimização, apresentaram-se também os maiores valores “ótimos” obtidos das demais execuções. Ressalta-se, que coincidentemente, estes últimos valores foram oriundos da mesma execução.

**Tabela 5.9** – Melhores valores alcançados pelo Algoritmo Genético com o conjunto de parâmetros 2.2.

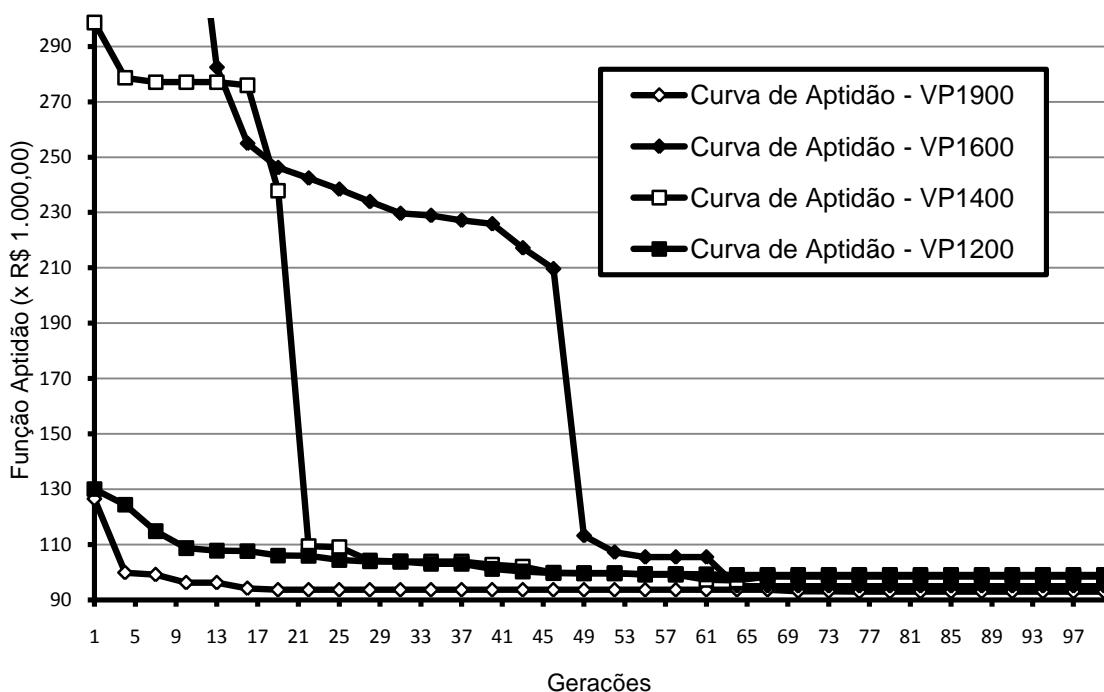
Número de longarinas	Altura das Longarinas (mm)	Espessura do Tabuleiro (mm)	Valor (R\$)
6	1900	180	92.968,27
5*	1900	180	99.681,39
6	1600	210	95.004,11
6*	1600	180	97.093,66
6	1400	180	98.481,53
6*	1400	210	102.369,60
7	1200	210	99.062,00
6*	1200	210	102.175,40

\* Obtidos na 2ª execução

Observa-se na **Tabela 5.9** que a diferença entre os melhores valores para a ponte com longarinas de 1900 mm e de 1200 mm de altura foi de 6,5%.

Comparando os melhores resultados referentes às longarinas de 1400 mm de altura, entre as execuções com os conjuntos de parâmetros 2.1 e 2.2, chegou-se a uma diferença de 9%. Essa redução deveu-se ao fato dos testes com o segundo conjunto de parâmetros terem conduzido a redistribuição das solicitações em seis longarinas. Associado a isso, a variação do espaçamento entre eixos das longarinas gerou valores absolutos menores e mais próximos entre os momentos fletores máximos positivos e negativos da laje do tabuleiro e, consequentemente, a uma redução no consumo da armadura.

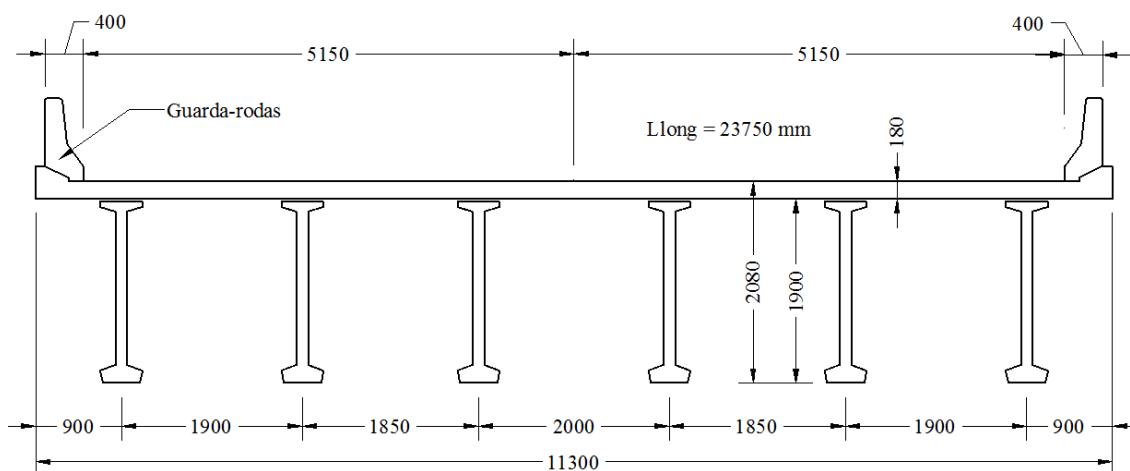
O gráfico da **Figura 5.21** mostra a evolução da aptidão dos indivíduos relativos a cada altura de longarina disponível. Observa-se que após a 60<sup>a</sup> geração, todos os melhores resultados já foram alcançados e que cada valor ótimo da **Tabela 5.9** foi alcançado em execuções distintas. Ressalta-se ainda que muitas das execuções não apresentaram resultados ótimos para todas as alturas. Isso mostra que para problemas envolvendo um número maior de variáveis, isto é, indivíduos com um número maior de *bits*, é necessário uma quantidade maior de gerações.



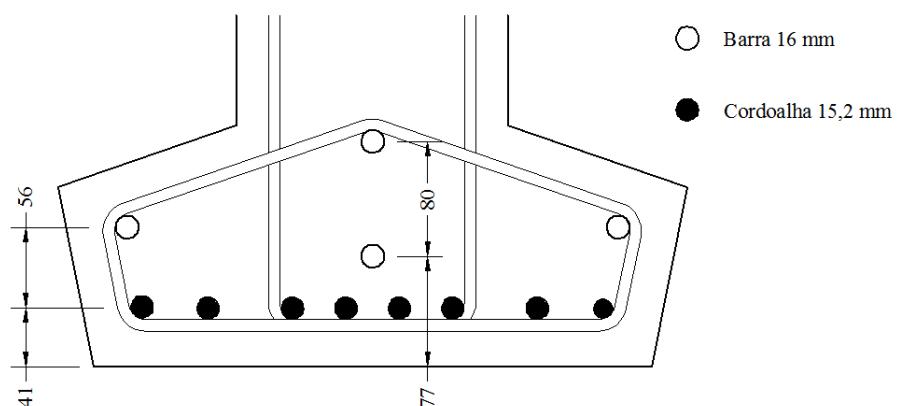
**Figura 5.21** – Gráfico com os resultados do conjunto de parâmetros 2.3 da **Tabela 5.8**.

A **Tabela 5.10** mostra o resumo dos materiais necessários à construção das pontes de menor custo apresentadas anteriormente, em função das alturas das longarinas disponíveis. A **Tabela 5.11** mostra os valores das solicitações e deslocamentos nodais das análises matriciais das mesmas pontes.

As **Figura 5.22** a **Figura 5.26** mostram o melhor resultado entre todas as execuções para a ponte da Aplicação 2.



**Figura 5.22** – Seção transversal otimizada da ponte da Aplicação 2, obtida através do conjunto de parâmetros 2.2 (cotas em milímetros).



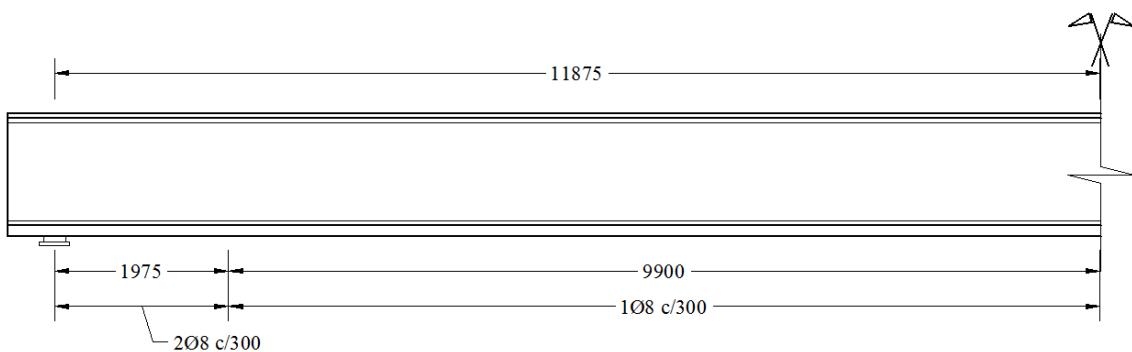
**Figura 5.23** – Armadura de flexão otimizada para as longarinas da ponte (Aplicação 2; cotas em milímetros).

**Tabela 5.10** – Resumo dos materiais dos melhores resultados obtidos pelas execuções feitas no Programa-piloto para Aplicação 2.

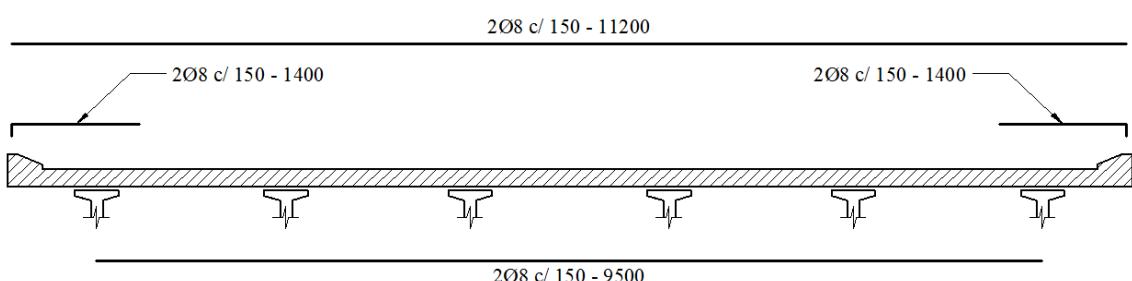
Conjunto de Parâmetros	2.1	2.2			
$N_{long} \times H_w \times H_f$ (mm)	5 x 1400 x 200	6 x 1900 x 180	6 x 1600 x 210	6 x 1400 x 180	7 x 1200 x 210
$f_{ck}$ (MPa)	40	35	35	35	35
Armadura longitudinal:					
Ativa	18 Ø <sub>p</sub> 12,7	8 Ø <sub>p</sub> 15,2	12 Ø <sub>p</sub> 15,2	11 Ø <sub>p</sub> 15,2	12 Ø <sub>p</sub> 15,2
Passiva	3 Ø25	4 Ø16	3 Ø16	3 Ø20	3 Ø16
Armadura transversal:					
1º trecho (mm)	1 Ø8 c/300 (5100)	1 Ø8 c/300 (9900)	1 Ø8 c/300 (6300)	1 Ø8 c/300 (6600)	1 Ø8 c/300 (6300)
2º trecho (mm)	2 Ø8 c/300 (2700)	2 Ø8 c/300 (1975)	2 Ø8 c/300 (3000)	2 Ø8 c/300 (3300)	2 Ø8 c/300 (3000)
3º trecho (mm)	3 Ø8 c/300 (2700)	—	3 Ø8 c/300 (2575)	3 Ø8 c/300 (1975)	3 Ø8 c/300 (2575)
4º trecho (mm)	4 Ø8 c/300 (1350)	—	—	—	—
Armadura do tabuleiro:					
Principal	2 Ø12,5 c/150	4 Ø8 c/150	2 Ø10 c/150	4 Ø8 c/150	2 Ø10 c/150
Secundária	2 Ø12,5 c/250	2 Ø8 c/300	2 Ø10 c/300	2 Ø8 c/300	2 Ø10 c/300
Momento resistente (kN.m)	5908	4839	5657	4821	4344
Momento solicitante (kN.m)	5710	4671	5516	4616	4142
Custo (R\$)	106.350,80	92.968,27	95.004,11	98.481,53	99.062,00

**Tabela 5.11** – Resumo das solicitações das pontes dos melhores resultados obtidos pelas execuções feitas no Programa-piloto para Aplicação 2.

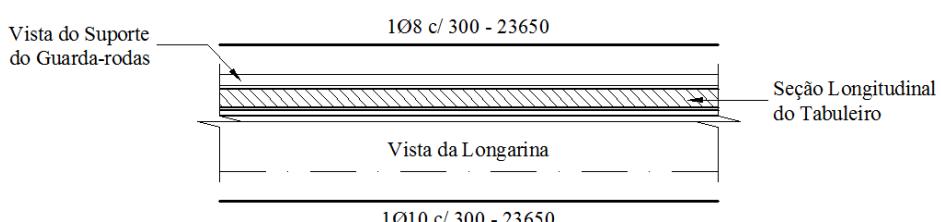
Conjunto de Parâmetros	2.1	2.2			
$N_{long} \times H_w \times H_f$ (mm)	5 x 1400 x 200	6 x 1900 x 180	6 x 1600 x 210	6 x 1400 x 180	7 x 1200 x 210
Longarinas:					
Momento resistente total (kN.m)	29540	29034	33942	28926	30408
Momento solicitante total (kN.m)	25180	26884	27597	25870	27221
Esforço cortante total no apoio (kN)	4371	4672	4791	4494	4724
Esforço cortante total no meio do vão (kN)	839	904	929	890	923
Deslocamento no meio do vão – ELS (mm)	47,50	22,58	37,08	44,59	54,87
Tabuleiro:					
Momento solicitante máximo negativo (kN.m)	63,313	41,415	40,607	42,038	31,465
Momento solicitante máximo positivo (kN.m)	50,882	40,747	38,594	38,064	37,330
Deslocamento no bordo esquerdo – ELS (mm)	0,645	0,657	1,001	0,595	0,314
Deslocamento no bordo direito – ELS (mm)	0,645	0,657	1,001	0,595	0,314
Deslocamento máximo no vão entre eixos das longarinas – ELS (mm)	0,774	0,536	0,321	0,495	0,255
Custo (R\$)	106.350,80	92.968,27	95.004,11	98.481,53	99.062,00



**Figura 5.24** – Distribuição da armadura transversal otimizada em dois trechos (Aplicação 2; cotas em milímetros).



**Figura 5.25** – Armadura otimizada da laje do tabuleiro na direção principal (Aplicação 2; cotas em milímetros).



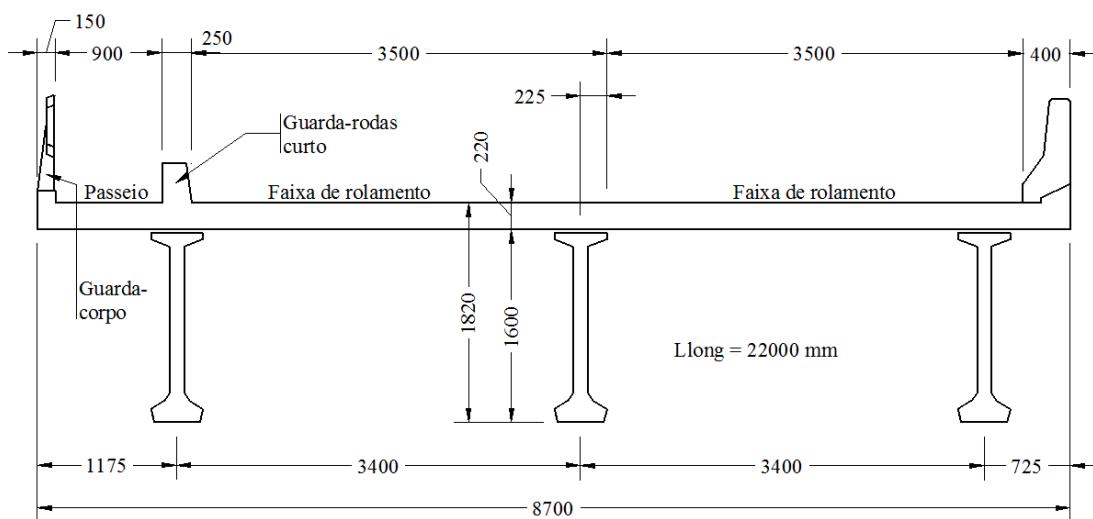
**Figura 5.26** – Armadura otimizada da laje do tabuleiro na direção secundária (Aplicação 2; cotas em milímetros).

## 5.4. Aplicação 3

### 5.4.1. Descrição do Projeto de Referência

Os resultados dos testes desta aplicação foram comparados com os de uma ponte de seção transversal assimétrica que foi executada com 22,00 m de comprimento e 8,70 m de largura, considerando-se a classe de agressividade

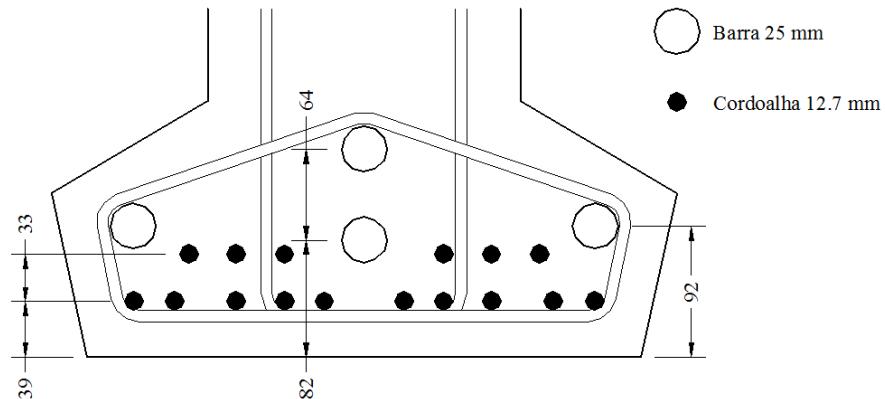
ambiental fraca (classe I). A laje do tabuleiro foi construída com 220 mm de espessura, utilizando um sistema de pré-laje de 100 mm; o balanço lateral esquerdo tinha 1175 mm de largura, o direito tinha 725 mm e o tabuleiro apoiado em três longarinas pré-fabricadas com 1600 mm de altura, conforme mostra a **Figura 5.27**. Para essa estrutura, tem-se um custo de R\$ 83.224,92 com os materiais necessários a sua execução (**Apêndice A**).



**Figura 5.27 – Seção transversal da ponte da Aplicação 3 (cotas em milímetros).**

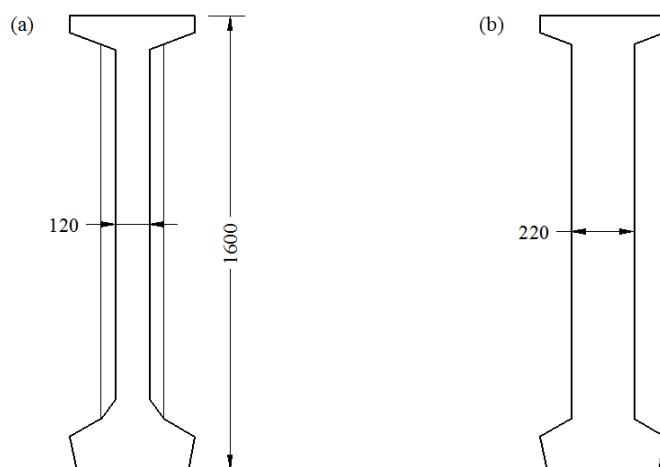
Na montagem do carregamento, consideraram-se faixas de 1,0 m de largura do tabuleiro no sentido longitudinal do fluxo de veículos. Além da carga de multidão e carga móvel do trem-tipo atuando na faixa de rolamento com 7,0 m de largura, conforme prevê a NBR 7188:1984, todos os demais trechos tinham carregamento distribuídos, sendo accidental os 5,0 kN/m do passeio público e permanentes o guarda-corpo e o guarda-rodas curto, com carregamento de 7,5 kN/m cada, e o guarda-rodas maior com 15 kN/m.

Para esta obra, a solução adotada para a armadura de flexão de todas as longarinas era composta por uma armadura passiva com quatro barras de 25 mm e uma armadura ativa com 16 cordoalhas de 12,7 mm de diâmetro. A **Figura 5.28** ilustra a distribuição desta armadura.

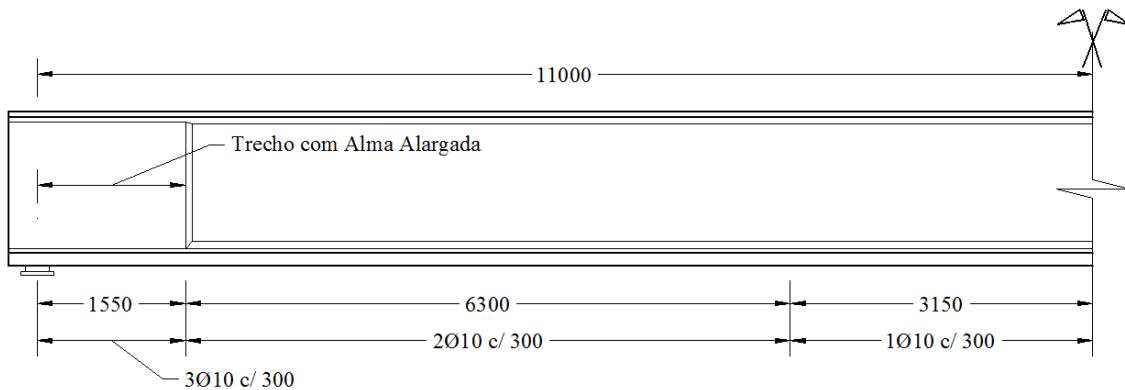


**Figura 5.28** – Armadura de flexão executada nas longarinas da ponte (Aplicação 3; cotas em milímetros).

A espessura da alma das longarinas do projeto de referência necessitou ser alargada de 120 mm para 220 mm (**Figura 5.29**) para se ter adequada resistência aos esforços cortantes na região dos apoios, num trecho de 1500 mm de comprimento, conforme visto na **Figura 5.4**. Essa figura mostra ainda como foi feita a distribuição da armadura dos estribos em três trechos com taxas geométricas distintas.

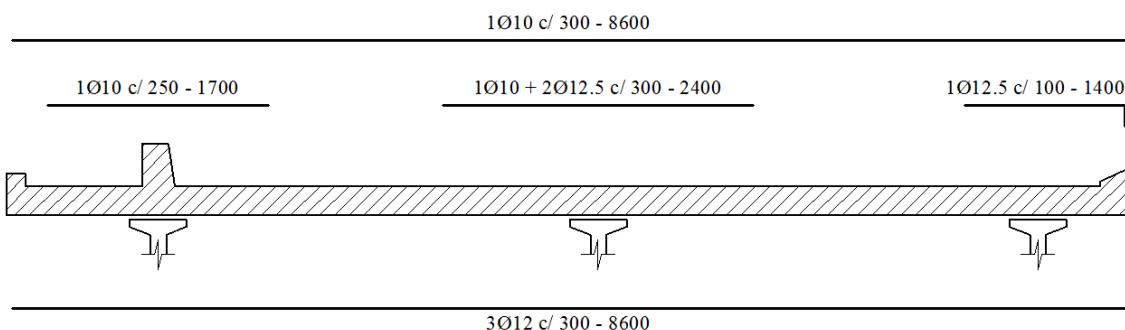


**Figura 5.29** – Seção transversal da longarina: (a) no trecho intermediário do vão da ponte; (b) na região próxima aos apoios, com alma alargada (Aplicação 3; cotas em milímetros).

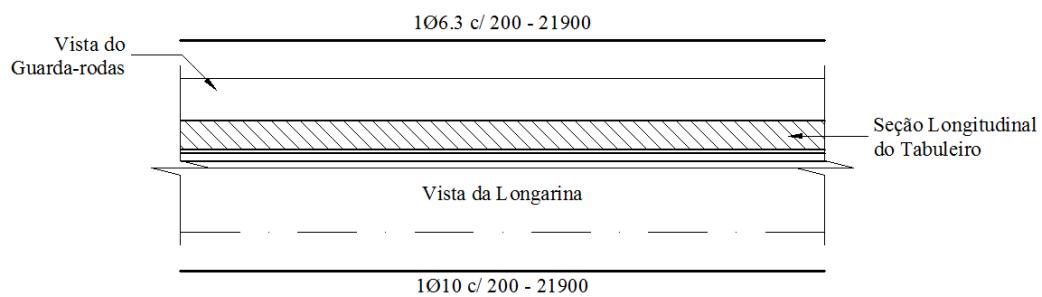


**Figura 5.30** – Distribuição da armadura transversal em três trechos (Aplicação 3).

A distribuição da armadura da laje do tabuleiro na direção principal adotada no projeto de referência é mostrada na **Figura 5.18**. A armadura na direção secundária pode ser vista na **Figura 5.19**.



**Figura 5.31** – Armadura da laje do tabuleiro na direção principal adotada no projeto de referência (Aplicação 3).



**Figura 5.32** – Armadura da laje do tabuleiro na direção secundária (Aplicação 3).

### 5.4.2. Testes Numéricos e Análise dos Resultados (Aplicação 3)

Para o **conjunto de parâmetros 3.1**, apresentados na **Tabela 5.12**, foram realizadas cinco execuções, das quais o melhor resultado de custo foi R\$ 74.760,61, quase 11% menor que o do projeto de referência. Um dos motivos para essa diferença pode ser a relação entre preços do aço e do concreto, semelhante ao que ocorreu com a Aplicação 1.

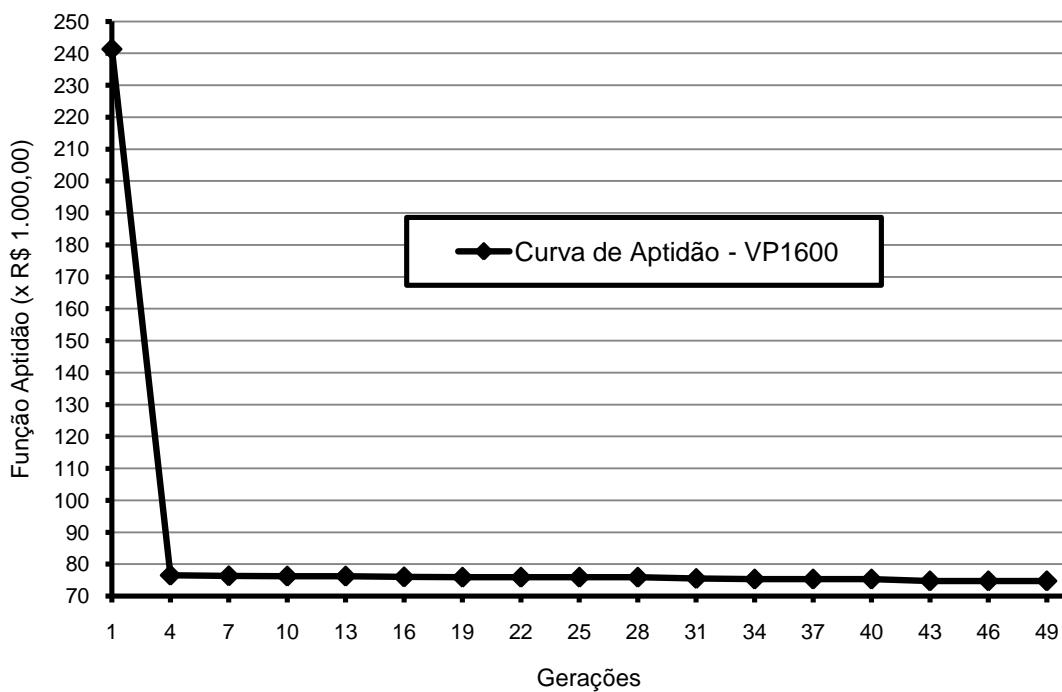
**Tabela 5.12** – Parâmetros adotados na análise numérica da ponte  
(Aplicação 3).

Descrição	Conjunto de Parâmetros	
	3.1	3.2
Largura do balanço	Mínimo de 725 mm	Determinado por otimização
Espaçamento entre longarinas ( $E_{long}$ )	Iguais (mínimo de 3400 mm)	Variável (mínimo de 1500 mm)
Intervalo para espessura da laje (mm)	—	30
Intervalo para espaçamento entre barras da laje (mm)	50	50
Intervalo para espaçamento entre estribos (mm)	100	100
Intervalo para espaçamento entre longarinas (mm)	—	10
Limites para espessura da laje (mm)	Fixo em 220 mm	150 a 210
Limites para espaçamento da armadura principal da laje (mm)	100 a 200	100 a 300
Limites para espaçamento da armadura secundária da laje (mm)	100 a 300	100 a 300
Limites para espaçamento entre estribos (mm)	100 a 300	100 a 300
Disponibilidade de perfis pré-fabricados (altura em mm)	1600	1200, 1400, 1600 e 1900
Disponibilidade de $f_{ck}$ do concreto (MPa)	40	35, 40 e 45
Disponibilidade de aço CA50 para armadura longitudinal (mm)	12,5 e 25	16, 20, 25 e 32
Disponibilidade de aço CA50 para armadura dos estribos (mm)	10	6,3; 8; 10 e 12,5
Disponibilidade de aço CA50 para armadura do tabuleiro (mm)	6,3; 10 e 12,5	8; 10; 12,5 e 16
Disponibilidade de aço CP190-RB (mm)	12,7 e 15,2	12,7 e 15,2

A evolução dos melhores indivíduos em todas as gerações pode ser vista na **Figura 5.33**. Pelo número reduzido de variáveis de projeto, observa-se

a rápida convergência; na 4<sup>a</sup> geração já se alcançou um valor apenas 2% maior que o melhor resultado, obtido na 43<sup>a</sup> geração. Esse processamento levou 5 minutos para ser concluído.

Os indivíduos deste teste possuíam apenas 33 *bits*, uma vez que o conjunto de parâmetros foi restrito ao apresentado pelo projeto de referência. Outro aspecto é que, uma vez definido como iguais os espaçamentos entre longarinas e com um valor mínimo igual a 3400 mm, o Algoritmo Genético só processou indivíduos com três longarinas e apenas duas variáveis de sete *bits* cada associadas ‘a largura dos balanços. Neste caso, os dois balanços podem ter larguras diferentes, já que a seção transversal da ponte é assimétrica.



**Figura 5.33** – Gráfico com os resultados do conjunto de parâmetros 3.1 da Tabela 5.12.

O conjunto de parâmetros 3.2 aumentou o espaço de busca da solução ótima, através do aumento da disponibilidade de outras classes de concreto e outros diâmetros da seção das barras e cordoalhas, além de ampliar os limites dimensionais. Esses testes procuraram investigar a importância de se considerar o espaçamento variável entre eixos das longarinas e sua influência nas taxas geométricas de armadura da laje e das longarinas.

Os indivíduos processados possuíam 86 *bits* de comprimento, dos quais 56 *bits* representavam cinco variáveis possíveis associadas aos espaçamentos entre os eixos das longarinas, além de outras duas variáveis para as larguras dos balanços. Após dez execuções do programa-piloto, que consumiram cerca de 13 minutos cada uma, os melhores resultados em função das alturas dos perfis de longarinas disponíveis são os da **Tabela 5.13**. Observa-se que a diferença entre o maior e menor valor da tabela é de 17% e que, com a distância entre os eixos das longarinas como variável de projeto, pode-se ter uma economia de 11% ou, para a mesma altura de longarinas (1600 mm), cerca de 4%.

**Tabela 5.13 – Melhores valores alcançados em dez execuções do Algoritmo Genético com o conjunto de parâmetros 3.2.**

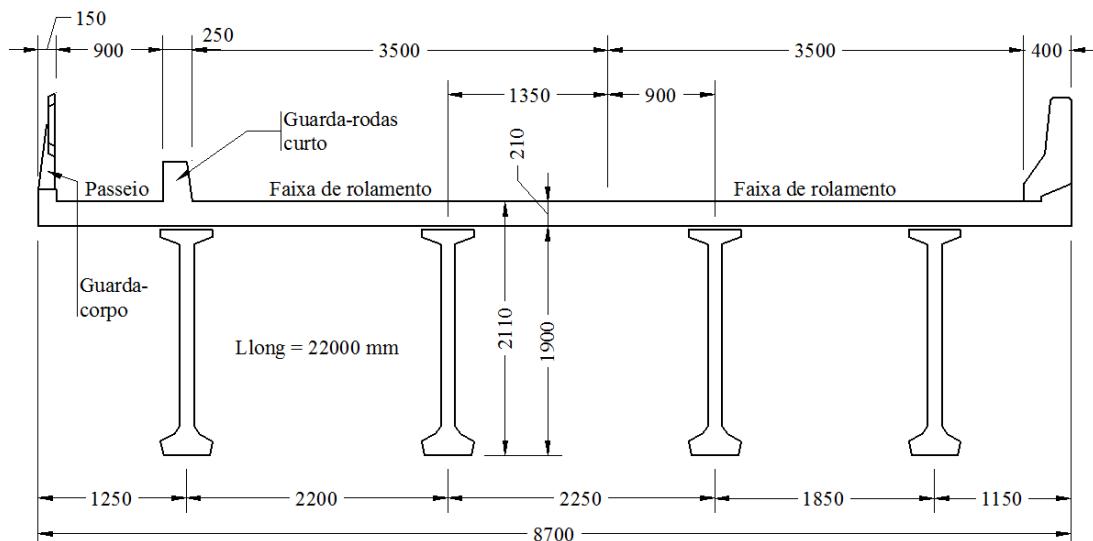
Número de longarinas	Altura das Longarinas (mm)	Espessura do Tabuleiro (mm)	Valor (R\$)	Diferença com relação ao resultado do conjunto 3.1
4	1900	210	67.113,05	11,3%
4	1600	210	72.073,24	3,6%
4	1400	180	70.462,87	6,1%
5	1200	180	79.181,82	-5,5%

Devido ao grande número de variáveis de projeto envolvidas, das quais aquela que define a altura do perfil da longarina a ser utilizado só representa 2,3% (dois *bits*) do comprimento total do cromossomo e, consequentemente, tem menores possibilidades de serem modificadas ao longo das gerações, ressalta-se que o Programa-piloto apresentou dificuldades de convergência com os parâmetros do Algoritmo Genético fornecidos. Algumas execuções só trouxeram uma resposta de altura de longarina e, no pior caso, a diferença de resultados entre as execuções chegou a 80%.

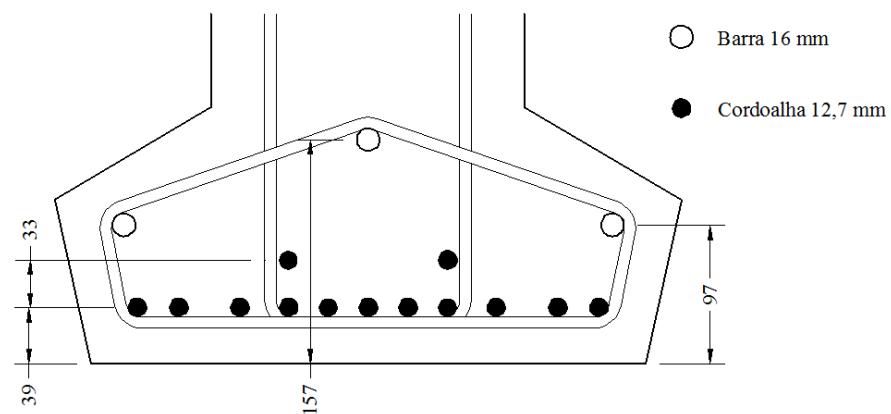
Isso significa que, para execuções do Programa-piloto com um grande número de variáveis, se faz necessário aumentar o número de gerações ou promover várias execuções com parâmetros de interesse fixos, tais como o número e altura das longarinas, a espessura do tabuleiro, diâmetro das cordoalhas, etc. A **Tabela 5.14** mostra o resumo dos materiais necessários à

construção das pontes de menor custo apresentadas anteriormente, em função das alturas longarinas disponíveis. A **Tabela 5.15** mostra os valores das solicitações e deslocamentos nodais das análises matriciais das mesmas pontes.

As **Figura 5.34** a **Figura 5.38** mostram o melhor resultado entre todas as execuções para a ponte da Aplicação 3.



**Figura 5.34** – Seção transversal otimizada da ponte da Aplicação 3, obtida através do conjunto de parâmetros 3.2 (cotas em milímetros).



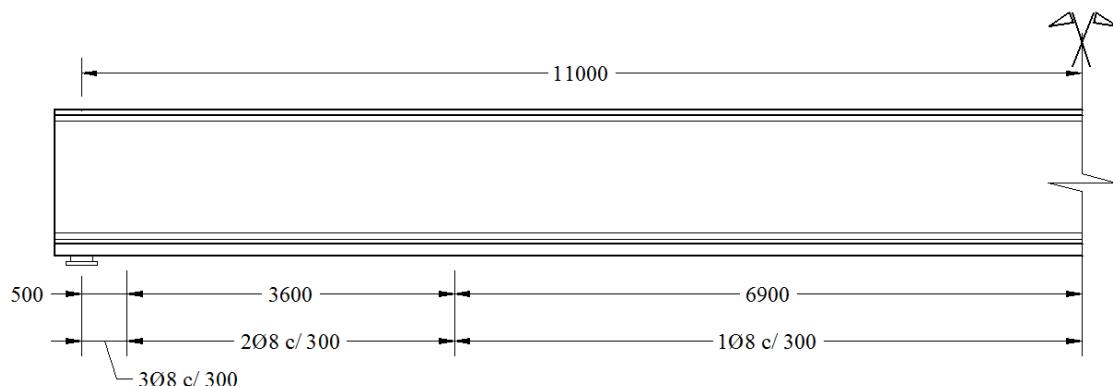
**Figura 5.35** – Armadura de flexão otimizada para as longarinas da ponte (Aplicação 3; cotas em milímetros).

**Tabela 5.14** – Resumo dos materiais dos melhores resultados obtidos pelas execuções feitas no Programa-piloto para Aplicação 3.

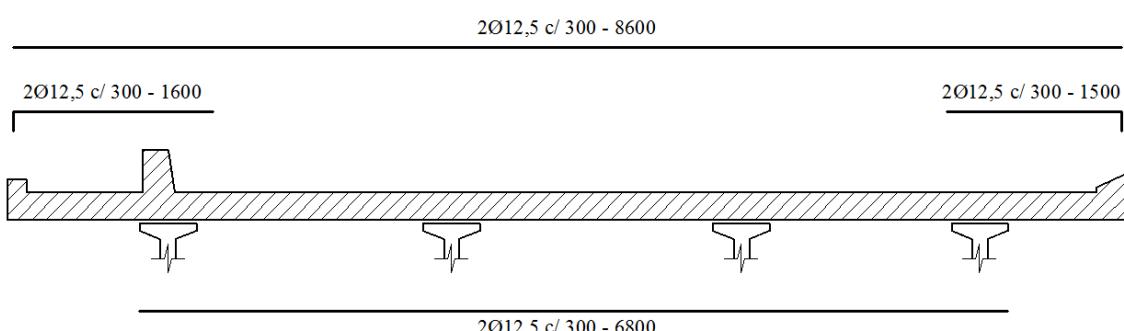
Conjunto de Parâmetros	3.1	3.2			
$N_{long} \times H_w \times H_f$ (mm)	3 x 1600 x 220	4 x 1900 x 210	4 x 1600 x 210	4 x 1400 x 180	5 x 1200 x 180
$f_{ck}$ (MPa)	40	35	35	35	35
Armadura longitudinal:					
Ativa	14 Ø <sub>p</sub> 12,7	13 Ø <sub>p</sub> 12,7	14 Ø <sub>p</sub> 12,7	18 Ø <sub>p</sub> 12,7	17 Ø <sub>p</sub> 12,7
Passiva	3 Ø25	3 Ø16	4 Ø20	3 Ø16	4 Ø16
Armadura transversal:					
1º trecho (mm)	1 Ø10 c/300 (4200)	1 Ø8 c/300 (6900)	1 Ø8 c/300 (5100)	1 Ø10 c/300 (6300)	1 Ø10 c/300 (6000)
2º trecho (mm)	2 Ø10 c/300 (3000)	2 Ø8 c/300 (3600)	2 Ø8 c/300 (3000)	2 Ø10 c/300 (4200)	2 Ø10 c/300 (4500)
3º trecho (mm)	3 Ø10 c/300 (3000)	3 Ø8 c/300 (500)	3 Ø8 c/300 (2900)	3 Ø10 c/300 (500)	3 Ø10 c/300 (500)
4º trecho (mm)	4 Ø10 c/300 (800)	—	—	—	—
Armadura do tabuleiro:					
Principal	2 Ø12,5 c/100	4 Ø12,5 c/300	2 Ø10 c/100	4 Ø12,5 c/300	2 Ø10 c/100
Secundária	2 Ø12,5 c/200	2 Ø12,5 c/300	2 Ø10 c/300	2 Ø12,5 c/300	2 Ø10 c/300
Momento resistente (kN.m)	5200	5230	5341	5113	4286
Momento solicitante (kN.m)	5122	5211	5246	4951	4113
Custo (R\$)	74.760,61	67.113,05	72.073,24	70.462,87	79.181,82

**Tabela 5.15 – Resumo das solicitações das pontes dos melhores resultados obtidos pelas execuções feitas no Programa piloto para Aplicação 3.**

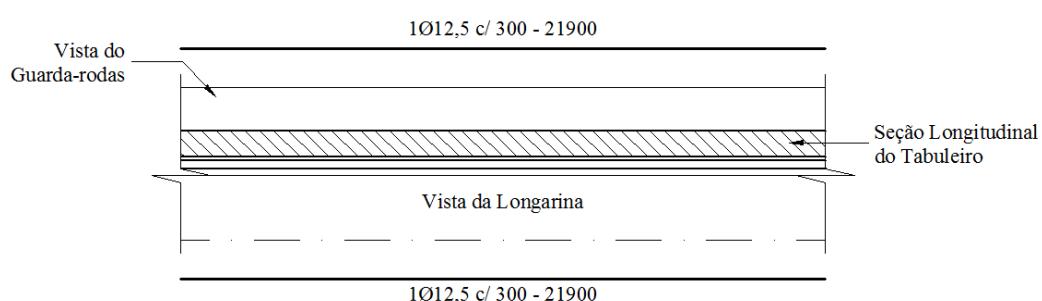
Conjunto de Parâmetros	3.1	3.2			
$N_{long} \times H_w \times H_f$ (mm)	3 x 1600 x 220	4 x 1900 x 210	4 x 1600 x 210	4 x 1400 x 180	5 x 1200 x 180
Longarinas:					
Momento resistente total (kN.m)	15600	20920	21364	20452	21430
Momento solicitante total (kN.m)	25180	18102	17718	16961	17113
Esforço cortante total no apoio (kN)	4371	3395	3325	3187	3220
Esforço cortante total no meio do vão (kN)	839	659	657	644	653
Deslocamento no meio do vão – ELS (mm)	47,50	20,20	28,66	41,48	53,73
Tabuleiro:					
Momento solicitante máximo negativo (kN.m)	63,313	55,440	59,042	47,173	44,753
Momento solicitante máximo positivo (kN.m)	50,882	45,803	53,524	45,059	41,559
Deslocamento no bordo esquerdo – ELS (mm)	0,645	0,807	0,845	2,053	0,802
Deslocamento no bordo direito – ELS (mm)	0,645	1,319	1,158	0,819	0,277
Deslocamento máximo no vão entre eixos das longarinas – ELS (mm)	0,774	0,504	0,616	0,733	0,591
Custo (R\$)	74.760,61	67.113,05	72.073,24	70.462,87	79.181,82



**Figura 5.36 – Distribuição da armadura transversal otimizada em três trechos (Aplicação 3; cotas em milímetros).**



**Figura 5.37 – Armadura otimizada da laje do tabuleiro na direção principal (Aplicação 3; cotas em milímetros).**



**Figura 5.38 – Armadura otimizada da laje do tabuleiro na direção secundária (Aplicação 3; cotas em milímetros).**

## **6. Conclusão**

O trabalho de pesquisa realizado tratou do uso dos Algoritmos Genéticos como ferramenta de otimização do custo com os materiais necessários à construção de pontes com vigas de concreto armado com pré-tração reta aderente, e lajes de tabuleiro em concreto convencionalmente armado.

Para dimensionar a área da seção transversal de pontes rodoviárias bi-apoiadas e definir as armaduras necessárias, utilizaram-se como variáveis de projeto o número de vigas e suas dimensões, espessura da laje, número e diâmetro das cordoalhas de protensão e barras de aço para armadura longitudinal passiva, diâmetro e espaçamento das barras da armadura passiva transversal (estribos) e da armadura nas direções principal e secundária, a classe de resistência do concreto, havendo ainda a possibilidade de incluir o espaçamento entre eixos das longarinas como variável.

Para isso, foi implementado um código computacional em linguagem Visual Basic, envolvendo três grandes ferramentas já conhecidas na literatura técnica: o Algoritmo Genético, a análise da seção transversal considerando-se a não linearidade física do concreto e a análise matricial linear da estrutura. Além destes instrumentos, diversos mecanismos foram inseridos de forma a reduzir o custo computacional e acelerar a convergência da solução mais próxima possível do ótimo absoluto.

Três contribuições podem ser consideradas quanto ao processamento da otimização. Uma delas se refere à inclusão de mecanismos de compatibilidade das variáveis de projeto envolvidas, limitando funcionalmente sua busca entre valores

máximos e mínimos, que, embora sejam definidos pelos usuários, deverá ter valores sensatos em relação ao projeto de pontes.

Outra contribuição, referente ao Algoritmo Genético, é a criação de mecanismos que permitem variar o tamanho do cromossomo manipulado no processamento. Uma vez que algumas variáveis de projeto assumiam valores únicos, ou sequer eram consideradas, *bits* preciosos ao custo computacional poderão não ser incluídos na construção dos indivíduos; ou seja, conforme for o número de variáveis de projeto envolvidas, os indivíduos terão dimensões distintas.

A terceira contribuição elimina da população todos os indivíduos que tiveram pelo menos uma das restrições violadas, forçando-os ao cruzamento para geração de novos indivíduos.

A finalidade destes mecanismos é, respectivamente, permitir a correção de valores antes mesmo de se iniciar o processo, de tal sorte a evitar a perda de indivíduos da população do Algoritmo Genético por “má formação”, tornar o programa-piloto proposto leve e robusto e evitar que indivíduos condenados sejam novamente processados. Consequentemente, reduz-se o custo computacional, naturalmente encarecido pelo grande número de análises e verificações feitas ao longo do processo.

De forma a comprovar a eficiência deste Programa-piloto, foram realizados alguns ensaios numéricos tendo como referência projetos de pontes que já foram executadas. Nos três exemplos testados se verificou que ocorreu o mesmo comportamento ótimo (convergência) e mecânico (coerência dos resultados das análises). Portanto, neste texto procurou-se analisar os exemplos sob pontos de vistas diferentes: determinar quais as variáveis de projeto e suas características mais predominantes na obtenção da solução ótima; verificar a influência das variáveis no projeto ótimo e conhecer a sensibilidade destas variáveis.

De forma geral, as soluções encontradas pelo Algoritmo Genético para as aplicações analisadas foram melhores que as empregadas nos projetos das pontes

que foram construídas. Embora o momento fletor seja reconhecidamente preponderante na determinação da solução ótima, outras condições de contorno podem influenciar, como, por exemplo, a redução do número de longarinas pode levar ao aumento da espessura do tabuleiro, aumentar a taxa geométrica da armadura principal e secundária e aumentar a taxa geométrica dos estribos.

Diante do que foi ora proposto e dos resultados obtidos, pode-se concluir que o uso de computadores alimentados com ferramentas de otimização e análise estrutural proporciona o dimensionamento ótimo e elimina o processo de tentativa e erro na obtenção da melhor solução. Todas as alternativas sugeridas pelo Algoritmo Genético, que sejam factíveis do ponto de vista da Engenharia, são soluções passíveis de serem aplicadas na prática, sendo muitas delas mais econômicas que as soluções obtidas da maneira tradicional, uma vez que esta última forma só se obteria a solução ótima eventualmente.

Quanto às variáveis de projeto, verificou-se que o número de soluções factíveis está associado à liberdade que se dá às variáveis de projeto. A possibilidade do uso de perfis com maior altura gerou mais soluções possíveis que o uso com alturas restrinvidas; percebeu-se também a tendência das melhores soluções utilizarem perfis com maior braço de alavanca, o que proporciona maior resistência das seções ao momento fletor, reduzindo o número de longarinas necessárias e, consequentemente, o volume de concreto.

Uma vez que o momento fletor da ponte foi determinado pela análise matricial das seções formadas por cada longarina e a respectiva parcela da laje colaborante e, a partir daí, calculado o momento fletor resistente da seção de cada viga, o comprimento do balanço lateral, bem como do espaçamento entre eixos das longarinas influenciam na determinação da solução ótima. Na hipótese de superestruturas com espaçamento igual entre longarinas, é sabido que normalmente existe a tendência das longarinas de bordo sofrerem solicitações maiores que as longarinas intermediárias; também é verdade que, considerando a largura do balanço lateral como sendo metade do espaçamento entre longarinas e supondo um carregamento uniforme sobre todo o tabuleiro, a diferença entre as solicitações é

bem menor, podendo ser adotado o maior valor para um cálculo único da armadura das vigas protendidas.

Quando se reduz a discretização das variáveis de projeto, o conjunto das melhores soluções apresenta valores tão próximos que é necessário alterar os parâmetros do Algoritmo Genético relativos, principalmente, ao número de gerações ou tamanho da população. Isso gera, além de um aumento no tamanho do indivíduo, um acréscimo significativo no custo computacional.

Do ponto de vista da sensibilidade das variáveis de projeto, já foi comentada a tendência da solução ótima ter perfis mais altos. Outro aspecto importante é a tendência para escolha dos maiores diâmetros de cordoalha de protensão e os menores valores de resistência do concreto, principalmente em função do seu custo unitário mais baixo. Com relação ao concreto, a escolha da classe de resistência está mais associada às exigências do estado limite de serviço. Uma vez atendidos esses requisitos, a escolha tenderia para concretos de menor custo volumétrico.

Obviamente, percebe-se que um maior equilíbrio na diferença de preço entre as classes de concreto levaria a solução ótima tender para maiores resistências de concreto.

Como pode ser visto nos resultados apresentados no capítulo anterior, o conjunto de todos os parâmetros envolvidos, com diversas opções de escolha para cada um, levou a soluções com características ímpares, mesclando valores intermediários de cada parâmetro.

Com relação ao Algoritmo Genético, observou-se que o elitismo da população pode ser dispensado caso haja um dispositivo no programa que salve e ordene as melhores soluções processadas em todas as gerações. Desta forma, permite-se que mais alguns indivíduos estejam disponíveis para os operadores de cruzamento e mutação e participem da busca pelo ótimo. Quanto à combinação de número de gerações com tamanho da população, uma vez que o Algoritmo Genético é uma ferramenta de processamento probabilístico, é indiferente trabalhar

com 10 gerações de 1000 indivíduos ou 1000 gerações de 10 indivíduos, isto é, o custo computacional será o mesmo; obviamente, 1000 indivíduos necessitarão de mais alocações de memória que apenas 10 indivíduos.

## **Proposta de Continuidade**

Para tornar o programa-piloto mais completo para análise, dimensionamento e otimização de superestruturas de pontes em concreto armado e pretendido, do ponto de vista acadêmico e prático, é necessário aperfeiçoar algumas etapas, implementar outros módulos de cálculo e considerar outras formas de processar a otimização.

Propõe-se, portanto, investigar:

- Os efeitos dinâmicos de trens de carga usuais nas rodovias brasileiras, a título, inclusive, de subsidiar argumentos para alterações nas normas técnicas de carregamento rodoviário.
- O uso de pós-tração da armadura ativa longitudinal, inclusive com posicionamento parabólico, para reduzir a protensão antes da montagem e aumentar a resistência ao esforço cortante.
- O uso de armadura ativa no tabuleiro, a fim de possibilitar o aumento do espaçamento entre eixos das longarinas, com consequente redução do número de longarinas.
- O processo de otimização com computação paralela, a fim de aproveitar melhor os recursos computacionais dos processadores de múltiplos núcleos e, consequentemente, reduzir o tempo de processamento.
- O problema com múltiplos objetivos e possibilidade de ajuste dos parâmetros ao longo do processo. Por exemplo, poder-se-ia investigar o espaçamento entre eixos de longarina tal que houvesse o equilíbrio entre os valores absolutos dos momentos fletores positivos e negativos na laje do tabuleiro, para então determinar a armadura principal necessária.

## Referências Bibliográficas

- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318**: Building Code Requirements for Structural Concrete, Detroit, USA, 2002.
- ANDREANI, R.; BIRGIN, E.; MARTINEZ, J.M.; SCHUVERDT, M.L.; 2005, “On Augmented Lagrangian Methods with General Lower-level Constraints”, **Technical Report MCDO-050304**, Department of Applied Mathematics, UNICAMP, Brazil.
- ARAUÚJO, Marcellus G.; 1980, *Otimização Estrutural de Pórticos Planos*. Dissertação de Mestrado, PUC<sup>16</sup>, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- ARGOLO, Wagner P.; 2000. *Otimização de Seções de Concreto Armado Submetida a Flexo-compressão Reta Utilizando Algoritmos Genéticos*. Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- ARORA, J. S.; LIN, T. C.; ELWAKEIL, O. A.; HUANG, M.; 1993, “IDESIGN User’s Manual 4.2”, **Technical Report nº ODL-93.00**, College of Engineering, University of Iowa, Iowa City, USA.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR7188**: Carga Móvel em Ponte Rodoviária e Passarela de Pedestre. Rio de Janeiro, Brasil, 1982.

---

<sup>16</sup> PUC – Pontifícia Universidade Católica.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7187**: Projeto e Execução de Pontes de Concreto Armado e Protendido. Rio de Janeiro, Brasil, 1987.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, Brasil, 2004.

BARBOSA, Hélio J. C.; LEMONGE, Afonso C. C.; 2003, “A New Adaptive Penalty Scheme for Genetic Algorithm”, *Information Sciences*, v. 156, n.3-4, pp. 215-251.

BASTOS, Erich A.; 2004, *Otimização de Seções Retangulares de Concreto Armado Submetida a Flexo-compressão Oblíqua Utilizando Algoritmos Genéticos*. Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.

BEASLEY, D.; RALPH, R. M.; DAVID, R. B.; 1993, “An Overview of Genetic Algorithms: Part 1, Fundamentals”, *University Computing*, v. 15, n. 2, pp. 58-69.

BRITISH STANDARDS INSTITUTIONS. **BS 8110**: Structural Use of concrete: Part 1, London, United Kingdom, 1985<sup>17</sup>.

BUREAU OF INDIAN STANDARDS. **IS 456**: Code of Practice for Plain and Reinforced Concrete, New Delhi, India, 2000.

CAMP, Charles V.; PEZESHK, Shahram; HANSSON, Håkan; 2003. “Flexural Design of Reinforced Concrete Frames Using a Genetic Algorithm”, *Journal of Structural Engineering*, v. 129, n. 1, pp. 105-115.

CASTILHO, Vanessa C.; DEBS, Mounir K.; NICOLETTI, Maria C.; 2001, “Application of Genetic Algorithm for Optimizing Slabs of Prestressed Concrete Joists”. In: *XXII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering*, CD-ROM, UNICAMP, Campinas, Brasil.

---

<sup>17</sup> A norma BS8110 foi atualizada em 1997.

CASTILHO, Vanessa C.; 2003, *Otimização de Componentes de Concreto Pré-moldado Protendidos Mediante Algoritmos Genéticos*. Tese de Doutorado, EESC/USP, São Carlos, Brasil.

CASTILHO, Vanessa C.; EL DEBS, Mounir K.; NICOLETTI, Maria C.; 2007, "Using a Modified Genetic Algorithm to Minimize the Production Costs for Slabs of Precast Prestressed Concrete Joists", *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, v. 20, n. 4, pp. 519-530.

CHAKRABARTY, B. K.; 1992, "Models for Optimal Design of Reinforced Concrete Beams", *Computers & Structures*, v. 42, n. 3, pp. 447-451.

COELLO, Carlos A. C.; CHRISTIANSEN, A. D.; 2000, "Multiobjective Optimization of Trusses Using Genetic Algorithms", *Computers & Structures*, v. 75, n. 6, pp. 647-660.

COELLO, Carlos A. C.; HERNÁNDEZ, Filiberto S.; FARRERA, Francisco A.; 1997, "Optimal Design of Reinforced Concrete Beams Using Genetic Algorithm", *Expert Systems with Applications*, v. 12, n. 1, pp. 101-108.

COHN, Mircea Z.; LOUNIS, Zoubir; 1994, "OPTIMAL-DESIGN OF STRUCTURAL CONCRETE BRIDGE SYSTEMS", *Journal of Structural Engineering – ASCE*, v. 120, n. 9, pp. 2653-2674.

CSÉBFALVI, Anikó; 2007, "Optimal Design of Frame Structures with Semi-rigid Joints", *Periodica Polytechnica – Civil Engineering*, v. 51, n. 1, pp. 9-15.

De JONG, Kenneth A., 1975, *An Analysis of the Behavior of a Genetic Adaptive System*. PhD Thesis, University of Michigan, Arbor, USA.

DEB, Kalyanmoy; GULATI, Surendra; 2001, "Design of Truss-structures for Minimum Weight Using Genetic Algorithms", *Finite Elements in Analysis and Design*, v. 37, n. 5, pp. 447-465.

DORIGO, M.; MANIEZZO, V.; COLONI, A.; 1996, "Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics – Part B*, v. 26, n. 1, pp. 29–41.

GEN, M.; CHENG, R.; 1997, *Genetic Algorithms and Engineering Design*, New York, USA, John Wiley.

GOLDBERG, David E.; 1989, *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. 1<sup>st</sup> ed. Boston, USA, Addison-Wesley Professional Publishing.

GOVINDARAJ, V.; RAMASAMY, J. V.; 2005, "Optimum Detailed Design of Reinforced Concrete Continuous Beams Using Genetic Algorithm", *Computers & Structures*, v. 84, n. 1-2, pp. 34-48.

GUAN, Hong; CHEN, Yin-Jung; LOO, Yew-Chaye; XIE, Yi-Min; STEVEN, Grant P.; 2003, "Bridge Topology Optimisation with Stress, Displacement and Frequency Constraints", *Computers & Structures*, v. 81, n. 3, pp. 131-145.

HASANCEBI, Oğuzhan; 2008, "Adaptive Evolution Strategies in Structural Optimization: Enhancing their Computational Performance with Applications to Large-scale Structures", *Computers & Structures*, v. 86, n. 1-2, pp. 119-132.

HASSANAIN, Mostafa A.; LOOV, Robert E.; 1999, "Design of Prestressed Girder Bridges Using High Performance Concrete – An Optimization Approach", *PCI Journal*, v. 44, n. 2, pp.40-55.

HOLLAND, John H.; 1975, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. 1<sup>st</sup> ed. Massachusetts, USA, MIT Press.

HOOKE, R; JEEVES, T. A.; 1961, "Direct Search Solution of Numerical and Statistical Problems". *Journal of the Association for Computing Machinery*, v. 8, n. 2, pp. 212–229.

JENKINS, William. M.; 1991, "Towards Structural Optimization via the Genetic Algorithm", *Computers & Structures*, v. 40, n. 5, pp. 1321-1327.

JENKINS, William. M.; 1992, "Plane Frame Optimum Design Environment Based on Genetic Algorithm", *Journal of Structural Engineering – ASCE<sup>18</sup>*, v. 118, n. 11, pp. 3103-3112.

KANAGASUNDARAM, S.; KARIHALOO, B. L.; 1991, "Minimum Cost Design of Reinforced Concrete Structures", *Computers & Structures*, v. 41, n. 6, pp. 1357-1364.

KENNEDY, J.; EBERHART, R.; 1995, "Particle Swarm Optimization". In: *Neural Networks*, Proceedings IEEE International Conference, v. 4, pp. 1942–1948.

KIRKPATRICK, Scoot; GELATT, C. D.; VECCHI, M. P.; 1983, "Optimization by Simulated Annealing", *Science*, v. 220, n. 4598, pp. 671-680.

KOCER, Fatma Y.; ARORA, Jasbir S.; 1996, "Design of Prestressed Concrete Transmission Poles: Optimization Approach", *Journal of Structural Engineering*, v. 122, n. 7, pp. 804-814.

KOSKISTO, Osmo J.; ELLINGWOOD, Bruce R.; 1997, "Reliability-based Optimization of Plant Precast Concrete Structures", *Journal of Structural Engineering*, v. 123, n. 3, pp. 298-304.

KOUMOUSIS, Vlasis. K.; ARSENIS, Spiridon. J.; 1998, "Genetic Algorithm in Optimal Detailed Design of Reinforce Concrete Members", *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, v. 13, n. 1, pp.43-52.

KRIPTA, Moacir; 1998, *Determinação do Posicionamento Ótimo em Edificações Analisadas pelo Modelo de Grelha*. Tese de Doutorado, EESC/USP, São Carlos, SP, Brasil.

---

<sup>18</sup> ASCE – American Society of Civil Engineering.

KRISHNAMOORTHY, C. S.; RAJEEV, S.; 1989, “Computer-aided Optimal Design of Reinforced Concrete Frames”. In: *Proceedings of the International Conference on Engineering Softwares*, Norosa Publishing House, pp. 917-924, New Dheli, India.

KWAK, Hyo-Gyoung; KIM, Jieun; 2009, “An Integrated Genetic Algorithm Complemented with Direct Search for Optimum Design of Reinforced Concrete Frames”, *Computer-Aided Design*, v. 41, n. 7, pp. 490-500.

LACERDA, Estéfane G. M.; CARVALHO, André C. P. L. F.; 1999, “Introdução aos Algoritmos Genéticos”. In: *Anais do XIX Congresso Nacional da Sociedade Brasileira de Computação*, v. 2, Rio de Janeiro, Brasil.

LEE, C.; AHN, J.; 2003, “Flexural Design of Reinforced Concrete Frames by Genetic Algorithm”, *Journal of Structural Engineering*, v. 129, n. 6, pp. 762-774.

LEITE, João P. B.; TOPPING, Barry H. V.; 1998, “Improved Genetic Operators for Structural Engineering Optimization”, *Advances in Engineering Software*, v. 29, n. 7-9, pp. 529-562.

LEMONGE, AFONSO C. C.; 1999, *Aplicação de Algoritmos Genéticos em Otimização Estrutural*. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.

LEMONGE, Afonso C. C.; BARBOSA, Helio J. C.; 2004, “An Adaptive Penalty Scheme for Genetic Algorithms in Structural Optimization”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 59, n. 5, pp. 703-736.

LOESCH, Cláudio; HEIN, Nelson; 2009, *Pesquisa Operacional – Fundamentos e Modelos*. 1<sup>a</sup> ed. São Paulo, Brasil, Editora Saraiva.

LOUNIS, Zoubir; COHN, Mircea Z.; 1993, "Optimization of Precast Prestressed Concrete Bridge Girder Systems", *PCI Journal*, v. 38, n. 4, pp.60-78.

MATTOS, Tales S.; 2001, *Programa para Análise de Superestruturas de Pontes de Concreto Armado e Protendido*. Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.

MEDRANO, Maria S.; 1994, *Aplicações de Programação Matemática em Análise Estrutural*. Dissertação de Mestrado, EPUSP/USP, São Paulo, Brasil.

MICHALEWICZ, Zbigniew.; 1992, *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. 1<sup>st</sup> ed. Berlin, Germany, Springer-Verlag.

MONTOYA, P. J.; MESEGUER, A. G.; CABRÉ, F. M.; 1994, *Hormigón Armado*, vol. 1 e 2. 13<sup>a</sup> ed. Barcelona, Espanha, Editora Gustavo Gili.

OLIVIERI, Bruno P.; 2004, *Otimização do Projeto de Protendidas Pré-moldadas pelo Método do Algoritmo Genético*. Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.

PRAKASH, A.; AGARWALA, S. K.; SINGH, K.K.; 1988, "Optimum Design of Reinforced Concrete Sections", *Computers & Structures*, v.30, n. 4, pp. 1009-1011.

RAFIQ, Mohammad Y.; SOUTHCOLBE, Colin; 1998, "Genetic Algorithm in Optimal Design and Detailing of Reinforced Concrete Biaxial Columns Supported by a Declarative Approach for Capacity Checking", *Computers & Structures*, v. 69, n. 4, pp. 443-457.

RAJEEV, S.; KRISHNAMOORTHY, C. S.; 1992, "Discrete Optimization of Structures Using Genetic Algorithm", *Journal of Structural Engineering – ASCE*, v. 118, n. 5, pp. 1233-1250.

RAJEEV, S.; KRISHNAMOORTHY, C. S.; 1998. “Genetic Algorithm-Based Methodology for Design Optimization of Reinforced Concrete Frames”, *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, v. 13, n. 5, pp. 63-74.

SAHAB, M. G.; ASHOUR, A. F.; TOROPOV, V. V.; 2005a, “Cost Optimisation of Reinforced Concrete Flat Slab Buildings”, *Engineering Structures*, v. 27, n. 3, pp. 313-322.

SAHAB, M. G.; ASHOUR, A. F.; TOROPOV, V. V.; 2005b, “An Hybrid Genetic Algorithm for Reinforced Concrete Flat Slab Buildings”, *Engineering Structures*, v. 83, n. 8-9, pp. 551-559.

SANABIO, Lavínia M.; 1984, *Análise Limite de Pórticos via Otimização*. Dissertação de Mestrado, PUC, Rio de Janeiro, Brasil.

SOARES, Rodrigo C.; 1997, *Otimização de Seções Transversais de Concreto Armado Sujeitos à Flexão – Aplicação a Pavimentos*. Dissertação de Mestrado, EESC/USP, São Carlos, Brasil.

SOUZA Jr., Dogmar A.; 2005, *Otimização pelo Método dos Algoritmos Genéticos e Dimensionamento de Estruturas Tubulares Metálicas Espaciais com Barras Cruzadas para Cobertura*. Tese de Doutorado, UFU, Uberlândia, Brasil.

SOUZA, E. N.; MENDES Neto, F.; 2001, “Aplicação de Algoritmo Genético no Dimensionamento de Seções Retanculares de Concreto Armado.” In: *XXII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering*, CD-ROM, UNICAMP, Campinas, SP , Brasil.

YUN, Young M.; KIM, Byung H.; 2005, “Optimum of Plane Steel Frames Structures Using Second-order Inelastic Analysis and a Genetic Algorithms”, *Journal of Structural Engineering*, v. 131, n. 12, pp. 1820-1831.

# **Apêndice A**

## **A.1. Aplicação 1**

### **A.1.1. Resumo do custo dos materiais (Aplicação 1)**

Custo do aço de armadura longitudinal (R\$)	8.968,67
Custo do aço de armadura passiva dos estribos (R\$)	14.727,45
Custo do aço de armadura passiva do tabuleiro (R\$)	51.968,22
Custo do concreto (R\$)	22.677,30
<b>Custo total com materiais para a ponte (R\$)</b>	<b>98.341,63</b>

### **A.1.2. Quantitativo do concreto (Aplicação 1)**

Volume de concreto de uma longarina (m <sup>3</sup> )	6,38
Custo de concreto das longarinas (R\$)	8.421,30
Volume de concreto do tabuleiro (m <sup>3</sup> )	43,20
Custo de concreto do tabuleiro (R\$)	14.256,00
Volume total de concreto (m <sup>3</sup> )	68,72
<b>Custo total de concreto (R\$)</b>	<b>22.677,30</b>

### A.1.3. Quantitativo da armadura longitudinal (Aplicação 1)

Armadura	Número de barras	Bitola (mm)	Comprimento unitário (mm)	total (m)	$A_s/\text{Barra}$ ( $\text{mm}^2$ )	$A_{s,\text{total}}$ ( $\text{mm}^2$ )	Taxa geométrica (%)	Volume ( $\text{m}^3$ )	Peso (kgf)	Custo (R\$)	Altura da camada <sup>19</sup> (mm)
<b>Ativa</b>	11	12,7	24000	264	100,90	1109,90	0,463	0,027	209	3.450,24	1560
	4	12,7	24000	96	100,90	403,60	0,168	0,010	76	1.254,63	1527
	2	12,7	24000	48	100,90	201,80	0,084	0,005	38	627,32	1494
<b>Subtotal</b>							<b>0,716</b>	<b>0,041</b>	<b>323</b>	<b>5.332,18</b>	
<b>Passiva</b>	1	32	24000	24	804,25	804,25	0,336	0,019	152	909,12	1517
	2	32	24000	48	804,25	1608,50	0,671	0,039	303	1.818,24	1508
	1	32	24000	24	804,25	804,25	0,336	0,019	152	909,12	1453
<b>Subtotal</b>							<b>1,343</b>	<b>0,077</b>	<b>607</b>	<b>3.636,49</b>	
<b>Total</b>							<b>2,059</b>	<b>0,118</b>	<b>929</b>	<b>8.968,67</b>	

<sup>19</sup> Com relação ao topo da seção formada pela altura da longarina e a espessura do tabuleiro.

#### A.1.4. Quantitativo da armadura transversal (Aplicação 1)

Trecho <sup>20</sup>	Número de estribos	Bitola (mm)	Espaçamento (mm)	Comprimento			$A_{sw}$ (mm <sup>2</sup> )	Taxa geométrica (%)	Número de estribos por trecho	Volume (m <sup>3</sup> )	Peso (kgf)	Custo (R\$)
				unitário (mm)	total (m)	trecho (mm)						
1º	2	10	300	3440	168,56	3750	78,54	0,873	49	0,013	104	3.658,11
2º	2	8	300	3440	192,64	4200	50,27	0,559	56	0,010	76	2.918,89
3º	1	10	300	3440	96,32		78,54	0,436	28	0,008	59	2.090,35
<b>Total</b>					<b>12000</b>					<b>0,052</b>	<b>411</b>	<b>14.727,45</b>

<sup>20</sup> Trechos a partir do ponto médio da viga

### A.1.5. Quantitativo de armadura do tabuleiro (Aplicação 1)

Armadura	Número de barras	Bitola (mm)	Espaçamento (mm)	$A_{sw}$ (mm <sup>2</sup> )	Taxa geométrica (%)	Total de barras	Comprimento unitário (mm)	Comprimento total (m)	Volume (m <sup>3</sup> )	Peso (kgf)	Custo (R\$)
<b>Principal positiva</b>	1	12,5	100	122,72	0,614	241	8900	2144,9	0,263	2066	16.530,14
	1	10	200	78,54	0,196	121	8900	1076,9	0,085	664	4.780,43
<b>Principal negativa</b>	4	16	300	201,06	1,340	324	1700	550,8	0,111	869	6.259,30
	4	16	200	201,06	2,011	484	1800	871,2	0,175	1375	9.900,33
<b>Subtotal</b>									<b>0,634</b>	<b>4975</b>	<b>37.470,21</b>
<b>Secundária positiva</b>	1	12,5	200	122,72	0,307	46	24000	1104	0,135	1064	8.508,22
<b>Secundária negativa</b>	1	10	200	78,54	0,196	46	24000	1104	0,087	681	5.989,79
<b>Subtotal</b>									<b>0,222</b>	<b>1744</b>	<b>14.498,00</b>
<b>Total</b>									<b>1,403</b>	<b>11013</b>	<b>51.968,22</b>

## A.2. Aplicação 2

### A.2.1. Resumo do custo dos materiais (Aplicação 2)

Custo do aço de armadura longitudinal (R\$)	8.772,05
Custo do aço de armadura passiva dos estribos (R\$)	8.634,95
Custo do aço de armadura passiva do tabuleiro (R\$)	62.152,34
Custo total de concreto (R\$)	28.066,18
<b>Custo total com materiais para a ponte (R\$)</b>	<b>107.625,34</b>

### A.2.2. Quantitativo do concreto (Aplicação 2)

Volume de concreto de uma longarina (m <sup>3</sup> )	6,27
Custo de concreto das longarinas (R\$)	10.353,43
Volume de concreto do tabuleiro (m <sup>3</sup> )	53,68
Custo de concreto do tabuleiro (R\$)	17.712,75
Volume total de concreto (m <sup>3</sup> )	85,05
<b>Custo total de concreto (R\$)</b>	<b>28.066,18</b>

### A.2.3. Quantitativo da armadura longitudinal (Aplicação 2).

Armadura	Número de barras	Bitola (mm)	Comprimento unitário (mm)	Comprimento total (m)	$A_s/\text{Barra}$ ( $\text{mm}^2$ )	$A_{s,\text{total}}$ ( $\text{mm}^2$ )	Taxa geométrica (%)	Volume ( $\text{m}^3$ )	Peso (kgf)	Custo (R\$)	Altura da camada <sup>21</sup> (mm)
Ativa	10	12,7	23750	237,50	100,90	1109,90	0,421	0,024	188	3.103,90	1562
	2	12,7	23750	47,50	100,90	201,80	0,084	0,005	38	620,78	1529
<b>Subtotal</b>							<b>0,505</b>	<b>0,029</b>	<b>226</b>	<b>3.724,69</b>	
Passiva	1	25	23750	23,75	490,87	490,87	0,205	0,012	92	549,10	1555
	2	32	23750	47,50	804,25	1608,5	0,671	0,038	300	1.799,30	1524
	2	32	23750	47,50	804,25	1608,5	0,671	0,038	300	1.799,30	1508
	1	32	23750	23,75	804,25	804,25	0,336	0,019	150	899,65	1487
<b>Subtotal</b>							<b>1,883</b>	<b>0,107</b>	<b>841</b>	<b>5.047,36</b>	
<b>Total</b>							<b>2,389</b>	<b>0,136</b>	<b>1067</b>	<b>8.772,05</b>	

<sup>21</sup> Com relação ao topo da seção formada pela altura da longarina e a espessura do tabuleiro.

#### A.2.4. Quantitativo da armadura transversal (Aplicação 2).

Trecho <sup>22</sup>	Número de estribos	Bitola (mm)	Espaçamento (mm)	Comprimento			$A_{sw}$ (mm <sup>2</sup> )	Taxa geométrica (%)	Número de estribos por trecho	Volume (m <sup>3</sup> )	Peso (kgf)	Custo (R\$)
				unitário (mm)	total (m)	trecho (mm)						
1º	1	8	300	3440	79,12	3315	50,27	0,279	23	0,004	31	1.498,54
2º	1	10	300	3440	55,04	2400	78,54	0,436	16	0,004	34	1.493,11
3º	1	8	300	3440	55,04	2400	50,27	0,279	16	0,003	22	1.042,46
	1	10	300	3440	55,04		78,54	0,436	16	0,004	34	1.493,11
4º	1	10	300	3580	57,28	2400	78,54	0,276	16	0,004	35	1.553,87
5º	2	10	300	3580	57,28	1360	78,54	0,551	16	0,004	35	1.553,87
<b>Total</b>					<b>11875</b>					<b>0,024</b>	<b>191</b>	<b>8.634,95</b>

<sup>22</sup> Trechos a partir do ponto médio da viga

**A.2.5. Quantitativo de armadura do tabuleiro (Aplicação 2).**

Armadura	Número de barras	Bitola (mm)	Espaçamento (mm)	$A_{sw}$ (mm <sup>2</sup> )	Taxa geométrica (%)	Total de barras	Comprimento unitário (mm)	Comprimento total (m)	Volume (m <sup>3</sup> )	Peso (kgf)	Custo (R\$)
<b>Principal positiva</b>	1	12,5	100	122,72	0,614	238	11200	2666	0,327	2568	20.543,03
	1	12,5	300	122,72	0,205	80	4000	320	0,039	308	2.466,15
	2	10	300	78,54	0,262	160	11200	1792	0,141	1105	9.722,55
	1	12,5	300	122,72	0,205	80	11200	896	0,110	863	6.905,22
<b>Principal negativa</b>	4	10	300	78,54	0,524	320	3000	960	0,075	592	5.208,51
	2	12,5	300	122,72	0,409	160	3400	544	0,067	524	4.192,46
	2	16	300	201,06	0,670	160	1700	272	0,055	429	3.091,01
<b>Subtotal</b>						<b>2,887</b>			<b>0,814</b>	<b>6389</b>	<b>52.128,93</b>
<b>Secundária positiva</b>	1	10	250	78,54	0,157	46	23650	1088	0,085	671	5.902,43
<b>Secundária negativa</b>	1	8	250	50,27	0,101	46	23650	1088	0,055	429	4.120,97
<b>Subtotal</b>						<b>0,258</b>			<b>0,140</b>	<b>1100</b>	<b>10.023,41</b>
<b>Total</b>						<b>3,145</b>			<b>0,954</b>	<b>7489</b>	<b>62.152,34</b>

## A.3. Aplicação 3

### A.3.1. Resumo do custo dos materiais (Aplicação 3)

Custo do aço de armadura longitudinal (R\$)	19.904,66
Custo do aço de armadura passiva dos estribos (R\$)	8.623,34
Custo do aço de armadura passiva do tabuleiro (R\$)	34.754,34
Custo total de concreto (R\$)	20.194,56
<b>Custo total com materiais para a ponte (R\$)</b>	<b>83.476,90</b>

### A.3.2. Quantitativo do concreto (Aplicação 3)

Volume de concreto de uma longarina (m <sup>3</sup> )	6,36
Custo de concreto das longarinas (R\$)	6298,92
Volume de concreto do tabuleiro (m <sup>3</sup> )	42,11
Custo de concreto do tabuleiro (R\$)	13895,64
Volume total de concreto (m <sup>3</sup> )	61,196
<b>Custo total de concreto (R\$)</b>	<b>20.194,56</b>

### A.3.3. Quantitativo da armadura longitudinal (Aplicação 3)

Armadura	Número de barras	Bitola (mm)	Comprimento unitário (mm)	Comprimento total (m)	$A_s/\text{Barra}$ ( $\text{mm}^2$ )	$A_{s,\text{total}}$ ( $\text{mm}^2$ )	Taxa geométrica (%)	Volume ( $\text{m}^3$ )	Peso (kgf)	Custo (R\$)	Altura da camada <sup>23</sup> (mm)
<b>Ativa</b>	10	12,7	22000	220	100,90	1009	0,371	0,022	174	8.625,59	1780
	6	12,7	22000	132	100,90	605,4	0,223	0,013	105	5.175,35	1747
<b>Subtotal</b>							<b>0,594</b>	<b>0,036</b>	<b>279</b>	<b>13.800,94</b>	
<b>Passiva</b>	1	25	22000	22	490,87	490,9	0,181	0,011	85	1.525,93	1737
	2	25	22000	44	490,87	981,7	0,361	0,022	170	3.051,86	1728
	1	25	22000	22	490,87	490,9	0,181	0,011	85	1.525,93	1673
<b>Subtotal</b>							<b>0,542</b>	<b>0,032</b>	<b>339</b>	<b>6.103,72</b>	
<b>Total</b>							<b>1,14</b>	<b>0,07</b>	<b>617,90</b>	<b>19.904,66</b>	

<sup>23</sup> Com relação ao topo da seção formada pela altura da longarina e a espessura do tabuleiro.

#### A.3.4. Quantitativo da armadura transversal (Aplicação 3)

Trecho <sup>24</sup>	Número de estribos	Bitola (mm)	Espaçamento (mm)	Comprimento			$A_{sw}$ (mm <sup>2</sup> )	Taxa geométrica (%)	Número de estribos por trecho	Volume (m <sup>3</sup> )	Peso (kgf)	Custo (R\$)
				unitário (mm)	total (m)	trecho (mm)						
1º	1	10	300	3880	81,48	3150	78,54	0,436	21	0,006	50	1.326,22
2º	2	10	300	3880	325,92	6300	78,54	0,873	84	0,026	201	5.304,87
3º	3	10	300	4080	122,40	1550	78,54	0,714	30	0,010	75	1.992,25
<b>Total</b>										<b>0,042</b>	<b>327</b>	<b>8.623,34</b>

<sup>24</sup> Trechos a partir do ponto médio da viga

### A.3.5. Quantitativo de armadura do tabuleiro (Aplicação 3)

Armadura	Número de barras	Bitola (mm)	Espaçamento (mm)	$A_{sw}$ (mm <sup>2</sup> )	Taxa geométrica (%)	Total de barras	Comprimento unitário (mm)	Comprimento total (m)	Volume total (m <sup>3</sup> )	Peso total (kgf)	Custo (R\$)
<b>Principal positiva</b>	3	12	300	113.10	0.514	222	8600	1909.2	0.216	1695	13.560.12
	1	10	300	78.54	0.119	74	8600	636.4	0.050	392	3.452.81
	4	10	250	78.54	0.571	356	1700	605.2	0.048	373	3.283.53
<b>Principal negativa</b>	1	10	300	78.54	0.119	74	2400	177.6	0.014	109	963.57
	2	12.5	300	122.72	0.372	148	2400	355.2	0.044	342	2.737.43
	1	12.5	100	122.72	0.558	221	1400	309.4	0.038	298	2.384.46
<b>Subtotal</b>						<b>2.253</b>			<b>0.409</b>	<b>3210</b>	<b>2.6381,92</b>
<b>Secundária positiva</b>	1	10	200	78.54	0.178	44	21900	963.6	0.076	594	6297.41
<b>Secundária negativa</b>	1	6.3	200	31.17	0.071	44	21900	963.6	0.030	236	2075.01
<b>Subtotal</b>						<b>0.249</b>			<b>0.106</b>	<b>830</b>	<b>8372.42</b>
<b>Total</b>						<b>2.502</b>			<b>0.515</b>	<b>4040</b>	<b>34754.34</b>