第14卷 第7期 航 空 学 报 Vol.14 No. 7
1993年 7月 ACTA AERONAUTICA ET ASTRONAUTICA SINICA July 1993

模糊可靠性理论中的基本概念

蔡开元 文传源 张明廉
(北京航空航天大学自动控制系，北京，100083)

BASIC CONCEPTS IN FUZZY RELIABILITY THEORIES

Cai Kai-yuan, Wen Chuan-yuan, Zhang Ming-lian
(*Department of Automatic Control, Beijing university of Aeronautics and Astronautics, Beijing,* 100083)

摘 要 经典可靠性理论以概率假设和二态假设为基础，在许多情况下是不可接受的，需要以可能性假设和模糊状态假设分别替代。模糊可靠性理论或者基于概率假设和模糊状态假设，或者基于可能性假设和二态假设，或者基于可能性假设和模糊状态假设，从而有 3 种不同的形式：率模(Profust)可靠性理论、能双(Posbist)可靠性理论和能模(Posfust)可靠性理论。本文概述了率模可靠性理论和能双可靠性理论中的基本概念，并介绍一个简单实用的模糊软件可靠性模型，最后展望模糊可靠性研究的未来趋势。

关键词 模糊可靠性，率模可靠性，能双可靠性，模糊软件可靠性模型

Abstract Conventional reliability theory is based on the probability assumption and the binary-state assumption. However these two fundamental assumptions have been shown unacceptable in many cases and thus the possibility assumption and the fuzzy-state assumption may be taken. Consequently, fuzzy reliability theory is based on the probability assumption and the fuzzy-state assumption, or on the possibility asssumption and the binary-state assumption, or on the posssibility assumption and the fuzzy-state assumption. In this view, fuzzy reliability theory manifests three distinct forms: profust reliability theory, posbist reliability theory. and posfust reliability theory. In this paper the basic concepts are formulated in the profust and posbist reliability theories and a simple fuzzy software reliability model is introduced. Finally, we take a look at the future trends in research activities on fuzzy reliability.

Key words fuzzy reliability, profust reliability, posbist reliability, fuzzy software reliability model

模糊集合论诞生于 1965 年[1]。采用模糊方法处理可靠性问题的最早尝试可追溯到 1975 年 A.Kaufmann 的工作[2]。他当时试图引入可能性概念表示元件可靠度，但只是一个抽象想法，缺乏实践基础。Kaufmann 既未对可能性概念加以系统阐述，也未给出明确的物理意义。模糊方法在可靠性领域得到真正应用并取得效益则是 80 年代的事，如故障树分析[3]、系统可靠性优化[4]、产品寿命估计[5]、软件正确性度量[6]、以及抗震结构设计[7, 8]等。最重要的工作是 T.Onisawa 以人为错误可能性和人为故障可能性分别替代人为错误概率和人为故障概率[9]。模糊可靠性(或模糊可靠度)一词被广泛采用，并以多种形式出现，致使人们对模糊可靠性的含义缺乏共同认识，将模糊方法在可靠性研究中的应用与

1991 年 7 月 6 日收到，1992 年 2 月 25 日收到修改稿
国家自然科学基金资助课题

模糊可靠性理论混为一谈，错误地认为模糊方法在可靠性研究中的任何应用均能导致模糊可靠性理论的创立。事实远非如此。模糊可靠性理论有非常明确的含义和特定的内容。真正对模糊可靠性加以明确定义并作系统研究的努力可能始于作者的工作[10]。模糊可靠性理论包含 3 种理论：率模(Profust)可靠性理论、能双(Posbist)可靠性理论和能模(Posfust)可靠性理论[51]。

1　模糊方法在可靠性研究中的应用背景

模糊性是一种与偶然性截然不同的不确定性，广泛存在于现实生活和各类系统中。模糊性的来源可用 Zadeh L A 的不相容原理解释[11]。在可靠性研究中

(1)　在模糊系统中，输入、输出及其交联(状态)都可以是模糊的[12, 13]。

(2)　系统一个功能丧失仅仅使系统降级运行，并不意味着系统完全不能运行[14]。

(3)　在系统故障定义中，可同时考虑功能故障、操作员故障和可购买性故障[15, 16]。

(4)　系统工作时间也可能带有模糊性[17]。

(5)　环境在本质上表现出各种模糊性[18~20]。

(6)　不同故障造成的后果不同，譬如可将故障划分为 4 类[21]。另外，系统中元件重要度不同，且可用模糊方法加以刻划[3, 22]。

(7)　故障数据可带有模糊性。譬如，先前经验是数据收集的一个重要来源，但经验以不精确方式出现[23]。又常常因缺乏数据而依赖专家经验，从而引入模糊性[24]。

(8)　在可靠性优化中，会遇到模糊目标或模糊约束[24, 25]。

(9)　在人为行为中存在各种模糊性[26~29]。人为可靠性行为本质上是模糊的[30]。

(10)　软件是唯一的，软件可靠性行为本质上是模糊的[31]。

(11)　在可降级使用的计算机系统、计算机网络和多处理器系统中，性能退化属性具有重要影响，系统不能被简单认为：要么完全故障，要么完全无故障[32~36]。

(12)　在控制系统中，可以遇到模糊控制[37]、设计可靠性[38~40]、性能退化[38, 41]和智能控制[42]等。

(13)　在计算机集成制造系统中，需以模糊方法刻画可靠性行为[43]。

(14)　专家系统研究领域须考察知识库中的一致性、完全性、独立性和冗余性[44]；又可考虑模糊专家系统[45]和不可靠性因子的传播[46]。

以上列举的事实为可靠性研究中采用模糊方法提供充分理由。应当强调，模糊可靠性理论只是模糊方法在可靠性研究中的应用的一个方面。经典(系统)可靠性理论已经相当成熟[47, 48]，隐含着两个基本假设：

A　概率假设(Probability assumption)：系统可靠性行为可完全在概率范畴刻画。

B　二态假设(Binary-State assumption)：系统只有两类状态，要么完全正常，要么完全故障。

尽管这两个基本假设在许多情况下被证明是有效的，但由于前面列举的各种事实，A 和 B 在许多情况不再合适。应用纯概率方法处理工程问题需满足 3 个前提[31]：(1)　事件须明确定义；(2)　大量样本存在，这是由大数定理决定的；(3)　样本之间具有概率重复性。当不存在大量样本或样本之间不存在概率重复性时，可能性方法更具吸引力。可能性与概率具有不同的物理意义。概率反映样本的一般性，因而适用于处理大样本问题；而可能性反映样本的特殊性，适用于处理小样本问题[49]。为了表明应用概率方法处理可靠性

问题具有一定的限制条件，这里采用"概率假设"这一术语。

还应说明，二态假设实质是指系统的故障判据是严格分明的，任何时刻系统状态人为地被划归为两类状态(故障或正常)中的一类。尽管关于连续状态系统和多态系统的研究已有很大发展，但采用的故障判据依然是严格分明的，因而实质上隐含有二态假设。

综上所述，可有另外两个基本假设：

A′ 可能性假设(Possibility assumption)：系统可靠性行为可以完全在可能性范畴加以刻画。

B′ 模糊状态假设(Fuzzy-State assumption)：系统故障定义是模糊的，在任一时刻，系统在某种程度上处于模糊成功状态，又在某种程度上处于模糊故障状态。

将经典可靠性理论称为率双(Probist)可靠性理论，因为它基于 A 和 B。如果不改变 A 和 B，那么模糊方法在可靠性研究中的应用不能形成模糊可靠性理论。模糊可靠性理论是以改变经典可靠性理论中的一个或两个基本假设为特征，因而它包括率模可靠性理论，能双可靠性理论和能模可靠性理论。率模可靠性理论基于 A 和 B′，能双可靠性理论基于 A′ 和 B，能模可靠性理论则基于 A′和 B′。前两种理论已初步创立，而能模可靠性理论尚未创立。

需要说明，Kaufmann 曾利用模糊数概念表示产品寿命，并与可能性概念相联系以试图研究可靠性问题[50]。他的工作与作者的能双可靠性理论的不同之处主要表现为两个方面。一是 Kaufmann 将产品寿命表示为模糊数而不是模糊变量，这就缺乏坚实的数学基础(如产品相关性的定义)，难以系统研究可靠性问题；二是 Kaufmann 的可靠度定义不同于作者的可靠度定义[51]。

2 率模可靠性理论

假设系统有几个非模糊状态 S_1，…，S_n。令论域为 $U=\{S_1, \cdots, S_n\}$。在此论域上定义模糊成功状态为

$$S=\{S_i,\ \mu_S(S_i);\ i=1,\cdots,n\} \tag{1}$$

模糊故障状态为

$$F=\{S_i,\ \mu_F(S_i);\ i=1,\cdots,n\} \tag{2}$$

这里 $\mu_S(S_i)$、$\mu_F(S_i)$ 为相应的隶属函数。令 $U_T=\{m_{ij};\ i=1,\cdots,n;\ j=1,\cdots,n\}$，这里 m_{ij} 表示从状态 S_i 到状态 S_j 的转移。在此论域上定义

$$T_{SF}=\{m_{ij},\ \mu_{T_{SF}}(m_{ij});\ i,\ j=1,\cdots,n\} \tag{3}$$

其中

$$\mu_{T_{SF}}(m_{ij})=\begin{cases}\beta_{F\cdot S}(S_j)-\beta_{F\cdot S}(S_i)；\ 如果\ \ \beta_{F\cdot S}(S_j)>\beta_{F\cdot S}(S_i)；\\ 0\qquad\qquad\qquad；\ 否则\end{cases} \tag{4}$$

$$\beta_{F\cdot S}(S_i)=\frac{\mu_F(S_i)}{\mu_F(S_i)+\mu_S(S_i)};\ i=1,\cdots,n \tag{5}$$

这里 T_{SF} 表示从模糊成功到模糊故障的转移，可认为是一个模糊事件[10]。定义率模区间可靠度为

$$R(t_0,\ t_0+t)=P\{T_{SF}在[t_0,\ t_0+t]时间内不发生\}$$

$$= 1 - \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\mu_{T_{SF}}(m_{ij})P\{m_{ij}\text{在}[t_0,\ t_0+t]\text{内发生}\} \tag{6}$$

这里 m_{ij} 被限制为未经任何中间状态的 S_i 到 S_j 的转移。令

$$\mu_S(S_i) = 1 - \mu_F(S_i);\ i = 1,\ \cdots,\ n \tag{7}$$

且不失一般性，假设

$$\mu_F(S_n) \leqslant \mu_F(S_{n-1}) \leqslant \cdots \leqslant \mu_F(S_2) \leqslant \mu_F(S_1) \tag{8}$$

又假设t_0时刻系统处于状态S_n，那么可以严格证明[10, 43]

$$R(t_0,\ t_0+t) = 1 - \sum_{j=1}^{n}\mu_{T_{SF}}(m_{ij})P\{(t_0+t)\text{时刻系统处于状态}S_j\} \tag{9}$$

又设$\mu_F(S_n) = 0$，则

$$R(t_0,\ t_0+t) = 1 - E\mu_F = E\mu_S \tag{10}$$

这里 E 表示数学期望。应当注意，μ_F、μ_S 均为随机变量。系统处于状态 S_i 时，其取值分别为 $\mu_F(S_i)$ 和 $\mu_S(S_i)$。

必须强调，即使系统（非模糊）状态不再是离散的，即论域 U 为连续时，现代概率论的语言严格证明式 (10) 仍然成立[51]。

系统率模可靠度定义为

$$R(t) = R(0,\ t) \tag{11}$$

在率模可靠性理论中，由于系统故障定义是模糊的，系统寿命无法加以精确定义。为此引入一个新概念——率模寿命。

令 μ_{F_t} 为 μ_F 在 t 时刻的取值，显然可以合理假设 μ_{F_t} 随 t 增加而单调增加。图 1 示出 μ_{F_t} 的一个典型行为。

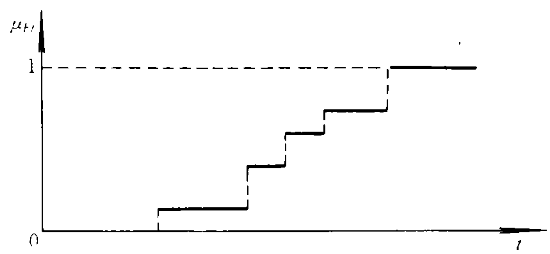

图 1　故障隶属度的典型行为

令　　$X = \{t,\ \mu_{X_t}\}$　　(12)

其中

$$\mu_{X_t} = \begin{cases} \mu_{F_t} & \mu_{F_t} < 1 \\ 1 & \mu_{F_t} = 1,\ t = \inf\limits_{\mu_{F_\alpha}=1}\{\alpha\} \\ 0 & \mu_{F_t} = 1,\ t > \inf\limits_{\mu_{F_\alpha}=1}\{\alpha\} \end{cases} \tag{13}$$

由于 μ_{X_t} 是随机变量，因而 X 是一个概率集[52]。称 X 为率模寿命。

X 是一个模糊集，因此可以想象它表示某一概念 C。这样根据可能性概念[49]，可以引入一个变量 X^{id}，使得命题 ‘X 是 C’ 成立。称 X^{id} 为可能性寿命（非模糊）。于是 X^{id}

$\leqslant t$ 的可能性为

$$P_X(t)=\pi(X^* \leqslant t)=\sup_{x\leqslant t}\mu_X=\begin{cases}\mu_X & t<\inf\limits_{\mu_X=1}\{x\}\\ 1 & t\geqslant \inf\limits_{\mu_X=1}\{x\}\end{cases}$$

其中 π 表示可能性测度. 应当强调，这里不必采用 Zadeh 的可能性测度定义[54]，也即 Zadeh 的可能性测度定义是否合适不影响本文结果的正确性[49]。于是

$$P_X(t)=\mu_{F_t} \tag{14}$$

$P_X(t)$ 可解释为 $[0,\ t]$ 时间内不发生模糊故障的可能性. 对于每个 t，$P_X(t)$ 为随机变量。于是可以合理定义率模寿命分布函数 $L(t)$ 为

$$L(t)=EP_X(t) \tag{15}$$

其中E为数学期望算子。记

$$F(t)=E\mu_{F_t} \tag{16}$$

那么

$$L(t)=F(t)=1-R(t) \tag{17}$$

或

$$R(t)=\bar{F}(t)=1-F(t) \tag{18}$$

平均模糊故障时间(Mean Time to Fuzzy Failure)为

$$\mathrm{MTFF}=\int_0^{\infty}R(t)\mathrm{d}t \tag{19}$$

与系统寿命一样，在率模可靠性理论中，不能按率双可靠性理论中的方式定义系统故障率。为此引入一个新概念：率模故障率。从统计角度出发，假设要对 n 个功能相同的元件作寿命试验，令 $\mu_{F_t}^{(i)}$ 和 $\mu_{S_t}^{(i)}$ 分别表示第 i 个元件的故障隶属函数和成功隶属函数，可以合理地认为 $(t,\ t+\Delta t)$ 时间内元件的平均故障率为

$$r_n(t,\ t+\Delta t)=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}[\mu_{F_{t+\Delta t}}^{(i)}-\mu_{F_t}^{(i)}]}{\Delta t\sum\limits_{i=1}^{n}\mu_{S_t}^{(i)}} \tag{20}$$

那么，当 $n\rightarrow\infty$，$\Delta t\rightarrow 0$ 时，可以现代概率论语言严格证明[51]：$r_n(t,\ t+\Delta t)\xrightarrow{P} r(t)$，即 $r_n(t,\ t+\Delta t)$ 依概率收敛于 $r(t)$，这里

$$r(t)=\frac{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(E\mu_{F_t})}{E\mu_{S_t}} \tag{21}$$

称$r(t)$为率模故障率函数。于是有如下关系式

$$r(t)=\frac{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}F(t)}{R(t)}=\frac{f(t)}{1-F(t)} \tag{22}$$

这里
$$f(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}F(t) \tag{23}$$
且有
$$R(t)=\exp\left(-\int_0^t r(t)\mathrm{d}t\right) \tag{24}$$
$$F(t)=\int_0^t f(t)\mathrm{d}t \tag{25}$$
率模可靠度 $R(t)$、率模寿命分布函数 $F(t)$(即 $L(t)$)和率模故障率函数 $r(t)$ 以及它们之间的关系构成了率模可靠性理论的坚实基础。

与率双可靠性理论相似，在率模可靠性理论中也可定义典型系统。考虑一个 n 阶系统(包含 n 个元件)，令 $\mu_S{}^{(i)}$ 和 $\mu_F{}^{(i)}$ 分别表示第 i 个元件的成功隶属函数和故障隶属函数，令 μ_S 和 μ_F 分别表示系统的成功隶属函数和故障隶属函数，称系统是并联的，如果有如下关系式
$$\mu_F=\prod_{i=1}^{n}\mu_F{}^{(i)} \tag{26}$$
$$\mu_S=1-\prod_{i=1}^{n}(1-\mu_S{}^{(i)}) \tag{27}$$
称系统是串联的，如果有如下关系式
$$\mu_F=1-\prod_{i=1}^{n}(1-\mu_F{}^{(i)}) \tag{28}$$
$$\mu_S=\prod_{i=1}^{n}\mu_S{}^{(i)} \tag{29}$$
当然，还可定义其它典型系统[51]，如 Markov 模型、复合模型、单调关联系统等。

3　能双可靠性理论

能双可靠性理论中的核心概念是模糊变量和可能性。为了定义模糊变量，首先须引入模式空间[54]。

定义 3.1　假设 ξ 是 Γ 上的一个离散括扑(即 Γ 的所有子集构成的类)，定义尺度 σ 为 ξ 上的一种特殊的 Choquet 容量，它满足以下性质

(1)　$\sigma(\varphi)=0$，　　$\sigma(\Gamma)=1$，(这里 φ 表示空集)　　(30)

(2)　对于 ξ 的任意个子集 A_α(不论是有限、可数或不可数)
$$\sigma(\underset{\alpha}{U}A_\alpha)=\sup_\alpha\sigma(A_\alpha) \tag{31}$$
那么，三元结构(Γ、ξ、σ)构成一个模式空间。

定义 3.2　称 X 为一个模糊变量，如果它是定义在模式空间(Γ、ξ、σ)上的一个实函数，且其隶属函数 μ_X 是一个从实数域 R 到单位区间 [0, 1] 上的映射，对所有 $x\in R$，有
$$\mu_X(x)=\sigma(v:\ X(v)=x) \tag{32}$$

这样，在 R 上可以引入一个模糊集 X

$$\underset{\sim}{X} = \{x,\ \mu_X(x)\} \tag{33}$$

依据$\underset{\sim}{X}$，按照 Zadeh 对可能性概念的阐述[54]，可以定义一个诱导变量 X^{id}，其可能性分布为 $\pi(x)$，且对所有 $x \in R$，有

$$\pi(x) = \mu_X(x) \tag{34}$$

于是可以认为 X^{id} 即为 X 自身，并且得到一个极其重要的定义[49]。

定义 3.3 一个模糊变量 X 的可能性分布函数，记为 π_X 或 μ_X，是一个从实数域 R 到单位区间 [0, 1] 的映射，且对所有的 $x \in R$，有 $\pi_X(x) = \mu_X(x) = \sigma\{v:\ X(v) = x\}$。

必须强调，这里仅接受 Zadeh 对可能性概念的阐述，而不必利用 Zadeh 的可能性测度定义。因此，Zadeh 可能性测定义恰当与否不影响能双可靠性理论的正确性[49]。

为了讨论能双可靠性理论，还须引入模糊变量的不相关性这一概念[55]。

定义 3.4 给定模式空间 $(\Gamma、\xi、\sigma)$，称集合 $A_1, \cdots, A_n \subset \xi$ 是不相关的，如果对于集合 $\{1, \cdots, n\}$ 的任一取样，记为 $i_1, \cdots, i_k$，其中 $1 \leqslant k \leqslant n$，都有 $\sigma(A_{i_1} \cap \cdots \cap A_{i_k}) = \min(\sigma(A_{i_1}), \cdots, \sigma(A_{i_k}))$

定义 3.5 给定模式空间 $(\Gamma、\xi、\sigma)$，称模糊变量 $X_1, \cdots, X_n$ 是不相关的，如果对于集合 $\{1, \cdots, n\}$ 的任一取样，记为 $i_1, \cdots, i_k$，其中 $1 \leqslant k \leqslant n$，集合 $\{X_{i_1} = x_1\}, \cdots, \{X_{i_k} = x_k\}$ 对所有的 $x_1, \cdots, x_k \in R$，都是不相关的。

在能双可靠性理论中，二态假设成立，因此系统故障和系统寿命均可精确定义。只是以可能性假设替代概率假设，这样系统可靠度可定义为规定条件下和规定时间内系统完成规定功能的可能性，于是有如下定义。

定义 3.6 系统的寿命，记为 X，是一个非负的模糊变量，而系统的能双可靠度则为

$$R(t) = \sigma(X > t) = \sup_{u > t} \sigma(X = u) = \sup_{u > t} \mu_X(u) \tag{35}$$

于是可有以下结论[49]。

定理 3.1 假设一个 2 阶串联系统，其元件寿命为 X_1 和 X_2，又设 X_1、X_2 定义在 $(\Gamma、\xi、\sigma)$，均为正规，且具连续的可能性分布函数并可诱导严格凸的模糊集。是不相关的，$X_1 = u$：$\mu_{X_1}(u)$、$X_2 = u$：$\mu_{X_2}(u)$。令 X 是系统寿命（即 $X = \min(X_1, X_2)$），那么存在唯一的一对 (a_1, a_2)，a_1、$a_2 \in [0, \infty]$，使得 X 的可能性分布函数记为 $\mu_X(u)$，由下式决定

$$\mu_X(x) = \begin{cases} \max(\mu_{X_1}(x),\ \mu_{X_2}(x)) & x \leqslant a_1 \leqslant a_2 \\ \mu_{X_1}(x) & a_1 < x \leqslant a_2 \\ \min(\mu_{X_1}(x),\ \mu_{X_2}(x)) & a_1 \leqslant x < a_2 \end{cases} \tag{36}$$

定理 3.2

(1)　系统能双可靠度 $R(t)$ 随 t 增加而单调减，但不是严格单调减。

(2)　如果一个 n 阶串联系统由 n 个相同（指寿命的可能性分布相同）且不相关元件组成，那么其能双可靠度与串联元件个数无关。

(3)　如果一个 n 阶并联系统由 n 个相同且不相关元件组成，寻么其能双可靠度与并联元件个数无关。

能双可靠度也可用另一种形式定义。对于一个 n 阶单调关联系统 $\Phi=\Phi(X)$，这里 $X=(x_1, \cdots, x_n)$ 是系统状态向量，而 x_i 则表示第 i 个元件的状态。那么可以认为 x_1，…，x_n 和 Φ 都是定义于 $(\Gamma、\xi、\sigma)$ 的二值模糊变量，且

$$x_i=\begin{cases}1 & ；\text{如果第}i\text{个元件正常}\\0 & ；\text{如果第}i\text{个元件故障}\end{cases} \tag{37}$$

$$\Phi=\begin{cases}1 & ；\text{如果系统正常}\\0 & ；\text{如果系统故障}\end{cases} \tag{38}$$

那么系统的能双可靠度可定义为

$$R=\sigma(\Phi=1) \tag{39}$$

可以证明，式(39)与式(35)是一致的[49]。

定理 3.3　假设一个 n 阶系统由 n 个不相关元件组成，第 i 个元件的能双可靠度为 R_i。记系统的能双可靠度为 R，那么，如果系统是串联的，则

$$R=\min(R_1, \cdots, R_n) \tag{40}$$

如果系统是并联的，则

$$R=\max(R_1, \cdots, R_n) \tag{41}$$

定义3.7　对于一个n阶单调关联系统，第j个元件的可靠性重要度为

$$I_\sigma(j)=\frac{\partial R}{\partial R_j}; \qquad j=1, \cdots, n \tag{42}$$

定理 3.4　对于一个单调关联系统，任一元件的可靠性重要度非零即一。

可以更深入地讨论各种概念，也可讨论其它一些系统[51, 56]。

4. 软件可靠性建模

软件可靠性建模研究始于 70 年代初[57]，至今提出越来越多的概率软件可靠性模型，但无一证明是简单实用又广泛适用[31]。下面介绍作者的一个简单实用的模糊软件可靠性模型[51, 59]。

令 T_i 表示第 $(i-1)$ 个软件故障到第 i 个软件故障的时间间隔。在概率软件可靠性模型中认为 T_i 是随机变量，这里假设 T_i 是模糊变量，且有隶属函数

$$\mu_{T_i}(x)=e^{-(x-a_i)^2} \tag{43}$$

可以说，T_i 取值 x 的可能性为 $e^{-(x-a_i)^2}$。由于取值 a_i 的可能性最大，所以可认为 a_i 是 T_i 的期望值。直观上说，a_i 应随 i 增加而单调递增，假设

$$f(a_i)=(Ai+B)^{-\alpha}+C \tag{44}$$

其中 $f(x)$ 是待选择的函数形式，譬如 $f(x)=x$ 或 $f(x)=\ln x$。A、B、C 和 α 则是待估参数。软件可靠度函数则为

$$R_i(t)=\sigma(T_i>t)=\sup_{\beta>t}\mu_{T_i}(\beta)=\begin{cases}1 & ;\ t\leqslant a_i\\ e^{-(t-a_i)^2} & ;\ t>a_i\end{cases} \tag{45}$$

给定现场软件可靠性数据 $\{x_1, \cdots, x_n\}$(即 T_i 取值 x_i，$i=1, \cdots n$)，假定 $\{T_1, \cdots, T_n\}$ 是一列不相关的模糊变量，定义尺度似然函数

$$\begin{aligned}L(x_1, \cdots, x_n)=\sigma(T_1=x_1, \cdots, T_n=x_n)&=\min_{1\leqslant i\leqslant n}(\sigma(T_i=x_i))\\ &=\min_{1\leqslant i\leqslant n}[e^{-(xi-a_i)^2}]\end{aligned} \tag{46}$$

$L(x_1, \cdots, x_n)$ 表示 T_i 取值 $x_i(i=1, \cdots, n)$ 的可能性。显然 A、B、C 和 α 的估计值 $\hat{A}$、$\hat{B}$、$\hat{C}$ 和 $\hat{\alpha}$ 应使 $L(x_1, \cdots, x_n)$ 最大。这等价于使 $\max\limits_{1\leqslant i\leqslant n}|x_i-a_i|$ 最小，因此应有

$$\max_{1\leqslant i\leqslant n}\left|x_i-f^{-1}[(\hat{A}i+\hat{B})^{-\hat{\alpha}}+\hat{C}]\right|\leqslant\max_{1\leqslant i\leqslant n}\left|x_i-f^{-1}[(Ai+B)^{-\alpha}+C]\right| \tag{47}$$

这里 f^{-1} 表示 f 的逆。显然要精确估计 A、B、C 和 α 是困难的，因此采用近似方法[58]。先试探选择 $\hat{\alpha}$，并令 $C=0$，于是可以通过最佳一致逼近方法求得 $\hat{A}$、$\hat{B}$，然后将 $\hat{A}$、$\hat{B}$ 和 $\hat{\alpha}$ 代入，再估计 $\hat{C}$。

必须说明，上述模型成功地预测了一个飞控软件的可靠性行为[58]，再通过与 Singpurwalla-Soyer 模型[59]比较，证实模糊软件可靠性模型的有效性不容置疑。

5 结束语

可靠性研究可追溯到 30 年代的机器维修、40 年的路灯更换、以及德国的 V2 火箭。在过去的半个世纪中发展了相当成熟的经典(率双)可靠性理论，并在工程实践中发挥了巨大作用。随着科技的高速发展以及各种新型复杂系统的建立和工程项目的实施，概率假设和二态假设已不再广泛适用，率双可靠性理论与工程实践的矛盾日益突出，于是可靠性研究不可避免地发展到一个新阶段——模糊可靠性理论的创立。尽管率模可靠性理论和能双可靠性理论还很不成熟，能模可靠性理论尚未建立，模糊可靠性理论还处于初级阶段；但其正确性和有效性不可怀疑。譬如能模可靠性理论已经有效地应用于电传操纵(FBW)系统的可靠性分析[60]，模糊软件可靠性模型也成功地预测了飞行控制软件的可靠性行为[58]。

考察模糊可靠性研究的未来趋势，首先要加强工程实践，在实践中发挥模糊可靠性理论的作用。其一是将能模可靠度作为系统的一个设计指标；其二是在工程实践中继续验证可能性假设；其三是判断模糊软件可靠性模型的适用范围。与此同时，要继续重视理论研究，包括率模可靠性理论中的维修问题，能双故障率，以及能模可靠性理论的建立。此外，硬件-软件混合系统的可靠性问题也应受到重视。

模糊可靠性理论不论是在理论研究方面还是在工程实践方面都将遇到巨大的困难，并

且不能认为模糊可靠性理论可以完全取代率双可靠性理论。模糊可靠性理论的研究必将促进模糊数学的发展。模糊状态之间的转移的成功定义[10]，以及模糊变量和可能性这两个概念内在关系的发现[49]就是有力的佐证。

参 考 文 献

1 Zadeh L A. Information and Control, 1965, 8(3): 338～353
2 Kaufmann A. Introduction to the Theory of Fuzzy Subsets Vol.1 Academic Press, 1975. 235～243
3 Furata H, Shiraishi N. Fuzzy Sets and Systems, 1984, 12(2): 205～213
4 Park K S. IEEE Transactions on Reliability, 1987, R-36(1): 129～132
5 陈宏，成都电讯工程学院学报，1987，16(3): 207～211
6 Bastani F B, Ramamoorthy C V. in: Serra A, Barlow R E. (eds), Theory of Reliability, North-Holland: 1986. 321～378
7 Wang G, Wang W. in: (eds) Feny D, Liu X. Fuzzy Mathematics in Earthquake Researches, Beijing: Seismological Press, 1985, 2: 93～102
8 Zong Z, Yu J, In: Feng D, Liu X (eds). Fuzzy Mathematics in Earthquake Researches, Beijing: Seismological Press 1985, 1: 171～176
9 Onisawa T. Fuzzy Sets and Systems, 1989, 29(2): 250～251
10 Cai K Y, Wen C Y. Fuzzy Sets and Systems. 1990, 37(1): 161～172
11 Zadeh L A. IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics, 1973, SMC-3(1): 28～44
12 Negoita C V. Fuzzy Systems, Abacus Press, 1981, 6～15
13 Pedrycz W. Int J Control, 1981, 34(3): 403～421
14 Nicolescu T, Weber R. Reliability Engineering, 1981, 2(1): 141～157
15 Sturgeon R C, Rudy R J. in: (ed) Kurajian G M. Failure Prevention and Reliability, American Society of Mechanical Engineering 1983, 131～135
16 Sevart J B. in: (ed) Kurajian G M. Failure Prevention and Reliability, American Society of Mechanical Engineering, 1983, 125～129
17 Cai K Y. Wen C Y. Acta Aeronautica et Aetronautica Sinica, 1990, 11(1): A98～A105
18 Cai H, Chen G. Chinese Science Bulletin, 1980, 25(10): 457～460
19 陈国范，盛家荣. 自然杂志，1984，7(7): 181～186
20 李继陶，陈祺培，李祚泳. 四川大学学报(自然科学版)，1987，24(3): 274～277
21 梅宏智，廖炯生，孙惠中. 系统可靠性工程基础. 北京：科学出版社，1987. 155
22 潘之杰，邵亚传，模糊数学. 1987，(3～4): 134～140
23 Hahn R F. Proc Annual Reliability and Maintainability Symposium, 1972, 38～43
24 Shooman M L, Sinkar S. Proc Annual Reliability and Maintainability Symposium, 1977, 186～193
25 Gupta S D, Al-Musawi M J. IEEE Transactions on Reliability, 1988, 37(1): 75～80
26 Hunt R M, Rouse W B. IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics, 1984, SMC-14(1): 112～120
27 Wouse R B. in: (ed) Wang P P. Advances in Fuzzy Set Theory, Possibility Theory and Applications, Academic Press, 1983, 377～386
28 Hancock P A. Proc IEEE Int Conf SMC, 1986, 1: 378～383
29 Moray N, *et al.* Proc IEEE Int Conf SMC, 1986, 2: 1040～1043
30 Cai K Y, Wen C Y, Zhang M L.in: (ed) Apostolakis G. Probabilistic Safety Assessment and Management. Elsevier 1991.
31 Cai K Y, Wen C Y, Zhang M L. Reliability Engineering and System Safety, 1991, 32(3): 357～371
32 Beaudry M D. Proc FTCS-8, 1978, 44～49
33 Meyer J F. IEEE Transactions on Computer 1980, C-29(8): 720～731
34 Cai K Y, Wen C Y, Zhang M L. Reliability Engineering and System Safety, 1991, 33(1): 141～157
35 Cai K Y, Wen C Y, Zhang M L .Reliability Engineering and System Safety, 1991, 33(1): 71～99
36 Das C R, Bhuyan I N. Proc Int Conf Parallel Processing, 1985, 591～598

37 Mamdani E H. Proc IEE, 1974, 121 (12): 1585~1588

38 Siljak D D. Int J Control, 1980, 31 (2): 303~329

39 Darwish M G, Soliman H M. Int J System Science, 1988, 19 (8): 1529~1538

40 Birdwall J D, Castanon D A, Athans M. Proc IEEE Conf Decision and Control. 1978, 419~426

41 Davison E J. Proc the 8th Triennial World Congress of IFAC, 1981, 3: 1813~1819

42 Saridis G N. Proc IEEE Int Sym Intelligent Control, 1987, 9~17

43 Cai K Y, Wen C Y, Chen Z J. Proc Beijing Int Conf System Simulation and Scientific Computing. 1989, 771~775

44 Nazareth D L. Int J Man-Machine Studies 1989, 30 (2): 255~271

45 Buckley J J, Siler W, Tucker D. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 1~16

46 O'Leary D E. Int J Man-Machine Studies, 1988, 29 (6): 637~646

47 Barlow R E, Proschan F. Mathematical Theory of Reliability, John Wiley & Sons, 1965.

48 Barlow R E, Proschan F. Statistical Theory of Reliability and Life Testing: Probability Models, Holt Rinehart and Winston, 1975.

49 Cai K Y, Wen C Y, Zhang M L. Fuzzy Sets and Systems, 1991, 42 (2): 145~172

50 Kaufmann A in: (eds) Jones A, Kaufmann A, Zimmermann H J. Fuzzy Sets Theory and Applications, D Reidel Publishing Company, 1986.257~300

51 蔡开元 模糊可靠性研究，北京航空航天大学博士学位论文，1990

52 Zadeh L A. J Mathematical Analysis and Application, 1968, 23 (10): 421~427

53 Hirota K Fuzzy Sets and Systems, 1981, 5 (1): 31~46

54 Zadeh L A. Fuzzy Sets and Systems, 1978, 1(1): 3~28

55 Nahmias S. Fuzzy Sets and Systems, 1978, 1(1): 97~110

56 Cai K Y, Wen C Y, Zhang M L. Fuzzy Sets and Systems, 1991, 43 (1): 17~32

57 Jelinski Z, Moranda P B. in: (ed) Freiberger W Statistical Performance Evaluation, Academic Press, 1972, 465~484

58 蔡开元，文传源，张明廉，北京航空航天大学学报，1991，(4): 9~15

59 Singpurwalla N D, Soyer R. IEEE Transactions on Software Engineering, 1985, SE-11 (12): 1456~1464

60 蔡开元，李赞，李沛琼，航空学报，1992，13(10): B538~B546