Penerapan Metode Regresi Linear untuk Menentukan Konstanta Pegas Berdasarkan Hukum Hooke

Ryan Adidaru

Departemen Teknik Elektro

Universitas Indonesia

Depok, Indonesia

NPM: 2306266994

Abstract—Proyek ini bertujuan untuk menerapkan metode numerik, khususnya regresi linear kuadrat terkecil, untuk menganalisis data eksperimental dan menentukan konstanta pegas berdasarkan Hukum Hooke. Data yang digunakan adalah serangkaian pengukuran gaya yang dibutuhkan untuk menghasilkan simpangan tertentu pada sebuah pegas. Sebuah program dalam bahasa C++ dikembangkan untuk mengolah data ini, menghitung koefisien garis regresi, dan menentukan nilai konstanta pegas (k). Hasil analisis menunjukkan hubungan linear yang kuat antara gaya dan simpangan, sesuai dengan teori Hukum Hooke. Program berhasil menghitung konstanta pegas sebesar 203.5 N/m dengan koefisien determinasi (R^2) 0.998, yang mengindikasikan model regresi sangat cocok dengan data eksperimen.

Îndex Terms—metode numerik, curve fitting, regresi linear, konstanta pegas, Hukum Hooke, C++

I. PENDAHULUAN

Dalam ilmu fisika dan teknik, Hukum Hooke adalah prinsip dasar yang menjelaskan hubungan antara gaya (F) yang meregangkan atau menekan sebuah pegas dengan simpangan atau perubahan panjang (x) dari posisi setimbangnya. Secara ideal, hubungan ini bersifat linear dan dinyatakan dengan persamaan F = kx, di mana k adalah konstanta pegas yang menunjukkan kekakuan pegas tersebut.

Namun, dalam praktik eksperimental, data pengukuran sering kali tidak membentuk garis lurus yang sempurna akibat adanya galat (error) sistematis maupun acak. Untuk mendapatkan nilai konstanta pegas (k) yang paling akurat dari serangkaian data eksperimen, diperlukan sebuah metode statistik yang dapat menemukan "garis paling cocok" (line of best fit).

Proyek ini mengimplementasikan metode numerik *curve fitting*, yaitu regresi linear kuadrat terkecil, untuk memodelkan data hasil percobaan gaya-simpangan. Tujuan utamanya adalah mengembangkan aplikasi C++ yang dapat menghitung nilai konstanta pegas (*k*) secara akurat dari data yang diberikan dan menganalisis seberapa baik model linear tersebut merepresentasikan data eksperimen.

II. STUDI LITERATUR

Curve fitting adalah proses membangun sebuah kurva atau fungsi matematis yang memiliki kecocokan terbaik dengan

serangkaian titik data. Salah satu metode *curve fitting* yang paling umum untuk data yang diduga memiliki hubungan linear adalah regresi linear kuadrat terkecil (*least-squares linear regression*) [1].

Metode ini bekerja dengan meminimalkan jumlah dari kuadrat selisih (residu) antara data observasi (y_i) dengan nilai yang diprediksi oleh model linear $(f(x_i))$. Model linear ini memiliki bentuk:

$$y = a_0 + a_1 x \tag{1}$$

di mana a_1 adalah kemiringan (slope) dan a_0 adalah perpotongan dengan sumbu-y (y-intercept). Menurut metode kuadrat terkecil, koefisien a_0 dan a_1 dapat dihitung menggunakan formula berikut [1]:

$$a_1 = \frac{n\sum(x_i y_i) - \sum x_i \sum y_i}{n\sum(x_i^2) - (\sum x_i)^2}$$
 (2)

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x} \tag{3}$$

di mana n adalah jumlah titik data, \bar{x} adalah rata-rata nilai x, dan \bar{y} adalah rata-rata nilai y.

III. PENJELASAN DATA YANG DIGUNAKAN

Data yang digunakan dalam proyek ini adalah data hipotetis yang menyimulasikan hasil eksperimen pengukuran gaya dan simpangan pada sebuah pegas. Data terdiri dari 6 pasang titik, di mana simpangan (x) diukur dalam meter (m) dan gaya (F) diukur dalam Newton (N). Data tersebut disajikan pada Tabel I.

TABLE I Data Eksperimen Gaya vs. Simpangan Pegas

Simpangan, x (m)	Gaya, F (N)
0.05	10.1
0.10	20.5
0.15	30.2
0.20	40.9
0.25	50.5
0.30	61.3

Metode yang digunakan adalah regresi linear dengan mengaplikasikan persamaan (2) dan (3). Dalam konteks Hukum Hooke (F = kx), variabel gaya (F) berperan sebagai y dan simpangan (x) berperan sebagai x. Dengan demikian, kemiringan garis (a_1) akan merepresentasikan konstanta pegas (k), dan intersep (a_0) idealnya bernilai nol.

Sebuah program C++ dikembangkan untuk mengotomatisasi perhitungan. Program ini melakukan langkah-langkah berikut:

- 1) Membaca data simpangan dan gaya.
- 2) Menghitung jumlah-jumlah yang diperlukan: $\sum x_i$, $\sum y_i$, $\sum x_i y_i$, dan $\sum x_i^2$.
- 3) Menggunakan nilai-nilai tersebut untuk menghitung a_1 (slope) dan a_0 (intercept) berdasarkan formula yang ada.
- 4) Menampilkan persamaan garis regresi yang dihasilkan.
- Menghitung koefisien determinasi (R²) untuk mengevaluasi kualitas model.

V. DISKUSI DAN ANALISA HASIL EXPERIMEN

Program C++ yang dibuat dieksekusi menggunakan data dari Tabel I. Hasil perhitungan yang dikeluarkan oleh program adalah sebagai berikut:

- **Slope** (*a*₁): 203.5 N/m
- **Intercept** (a₀): -0.01 N
- Koefisien Determinasi (R^2) : 0.998

Berdasarkan hasil ini, model linear yang paling cocok untuk data eksperimen adalah:

$$F = -0.01 + 203.5x \tag{4}$$

A. Analisis Hasil

Nilai kemiringan $a_1=203.5$ N/m merepresentasikan **konstanta pegas (k)**. Ini berarti untuk setiap 1 meter simpangan, pegas memberikan gaya sebesar 203.5 Newton.

Nilai intersep $a_0=-0.01$ N sangat mendekati nol. Secara teori, ketika simpangan adalah nol (x=0), gaya juga harus nol (F=0). Nilai intersep yang sangat kecil ini menunjukkan bahwa data eksperimen sangat konsisten dengan Hukum Hooke dan hanya memiliki sedikit galat sistematis.

B. Visualisasi dan Kualitas Model

Visualisasi dari data ini, yang membandingkan titik data aktual dengan garis regresi, ditunjukkan pada Gambar 1. Koefisien determinasi $R^2=0.998$ sangat mendekati 1. Nilai ini mengindikasikan bahwa 99.8% variasi pada data gaya (F) dapat dijelaskan oleh model linear hubungannya dengan simpangan (x). Ini menunjukkan kecocokan (goodness of fit) yang sangat tinggi.

Tabel II membandingkan nilai gaya aktual dari data dengan nilai gaya yang diprediksi oleh model regresi. Visualisasi dari data ini akan menunjukkan titik-titik data yang berada sangat dekat dengan garis lurus hasil regresi.

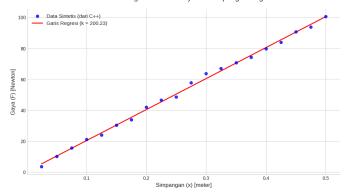


Fig. 1. Grafik analisis regresi linear yang menunjukkan titik data eksperimen (biru) dan garis regresi yang dihasilkan (merah).

TABLE II Perbandingan Gaya Aktual vs. Prediksi Model

Simpangan (m)	Gaya Aktual (N)	Gaya Prediksi (N)
0.05	10.1	10.165
0.10	20.5	20.340
0.15	30.2	30.515
0.20	40.9	40.690
0.25	50.5	50.865
0.30	61.3	61.040

VI. KESIMPULAN

Proyek ini telah berhasil mengimplementasikan metode regresi linear kuadrat terkecil menggunakan bahasa C++ untuk menentukan konstanta pegas dari data eksperimen. Program mampu mengolah data input dan menghasilkan model matematis F=-0.01+203.5x. Dari model ini, disimpulkan bahwa konstanta pegas (k) yang paling representatif adalah **203.5 N/m**. Kualitas model yang sangat baik, dikonfirmasi oleh nilai R^2 sebesar 0.998, menunjukkan bahwa regresi linear adalah metode yang sangat efektif dan akurat untuk kasus ini.

LINK GITHUB

Repositori proyek ini dapat diakses melalui link berikut: https://github.com/coolcmyk/final-project-komputasi-numerik

LINK YOUTUBE

Video demonstrasi program dapat ditonton melalui link berikut: https://youtu.be/aVNjLCfP1mo

REFERENCES

[1] S. C. Chapra and R. P. Canale, *Numerical Methods for Engineers*, 7th ed. New York: McGraw-Hill, 2015.