# **Bridging the Gap Between Value and Policy Based Reinforcement Learning**

作者: Ofir Nachum, Mohammad Norouzi, Kelvin Xu, and Dale Schuurmans

出处: NIPS'17, Google Brain

论文链接: https://arxiv.org/abs/1702.08892

亮点:引入熵正则化,提出了一种稳定的异策略强化学习训练方法来

## **Motivation (Why):**

过往基于策略和基于价值的强化学习算法都有各自的优点和缺点,比如基于策略的算法大多是同策略算法,稳定但样本利用率低,基于价值的算法大多是异策略算法,样本利用率很高但算法不稳定。过去虽然有一些研究结合了两者的优点,但他们存在一些理论问题没有解决,所以仍留有很大的优化潜力。作者通过熵正则化研究了策略与softmax value consistency之间的关系,给出了一个稳定的基于策略的异策略强化学习算法。

## Main Idea (What):

## 符号设定

核心的思想是在动作的选取上增加一个扰动,更改优化目标

作者用以下形式的 $O_{ER}(s,\pi)$ 来表示在状态 s 下执行策略  $\pi$  后所能获得的期望收益,与我们常用的Q函数Q(s,a)表示相同意思。

$$O_{\rm ER}(s,\pi) = \sum \pi(a \mid s) \left[ r(s,a) + \gamma O_{\rm ER}(s',\pi) \right], \quad \text{where } s' = f(s,a) \ .$$
 (1)

按照贝尔曼公式的思路,我们有对于某个特定状态的最优值函数  $V^{\circ}(s)$ ,和最优策略 $\pi^{\circ}$ ,定义如下:

$$egin{aligned} V^\circ(s) &= \max_\pi O_{ ext{ER}}(s,\pi) \ \pi^\circ &= rgmax_\pi O_{ ext{ER}}(s,\pi). \end{aligned}$$

可以写成如下的迭代形式:

$$V^{\circ}(s) = O_{\text{ER}}(s, \pi^{\circ}) = \max_{a} (r(s, a) + \gamma V^{\circ}(s')).$$
 (2)

#### 一致性分析

作者在本文中以一个softmax的方式研究一个状态下的最优价值函数,softmax的含义是区别于hard max,不是每个状态一定要选择价值最大的那个行动,非黑即白,而是引入熵正则项来加入一点点灰色,选择的行动是"比较软"的价值最大,同时引入熵正则项还可以防止优化过程中收敛到次优解。

正则化后的期望奖励有以下形式, ENT是熵(Entropy)的缩写:

$$O_{ ext{ENT}}(s,\pi) = O_{ ext{ER}}(s,\pi) + au \mathbb{H}(s,\pi),$$

其中 $\tau$ 是一个可调节的参数,  $\mathbb{H}(s,\pi)$  定义如下:

$$\mathbb{H}(s,\pi) = \sum_a \pi(a \mid s) \left[ -\log \pi(a \mid s) + \gamma \mathbb{H}\left(s',\pi
ight) 
ight].$$

正则化后的期望奖励也可以写成如下迭代形式:

$$O_{ ext{ENT}}(s, \pi) = \sum_{a} \pi(a \mid s) \left[ r(s, a) - au \log \pi(a \mid s) + \gamma O_{ ext{ENT}} \left( s', \pi 
ight) 
ight]$$

用 $V^*(s) = \max_{\pi} O_{\mathrm{ENT}}(s,\pi)$ 来表示状态 s 的软最优值,  $\pi^*(a\mid s)$  表示最优策略,代表在状态 s 选择可以达到软最优值的动作。这样最优策略的动作就不是固定的了,因为引入了熵正则项来扰动最大化的过程,因为熵这一项会鼓励策略变得不稳定。作者用如下形式表示最优策略:

$$\pi^*(a \mid s) \propto \exp\left\{\left(r(s, a) + \gamma V^*\left(s'\right)\right)/\tau\right\}$$

带入前面的式子得到

$$V^*(s) = O_{ ext{ENT}}\left(s, \pi^*
ight) = au \log \sum_a \exp \left\{\left(r(s, a) + \gamma V^*\left(s'
ight)
ight) / au
ight\}.$$
  $Q^*(s, a) = r(s, a) + \gamma V^*\left(s'
ight) = r(s, a) + \gamma au \log \sum_{a'} \exp \left(Q^*\left(s', a'
ight) / au
ight)$ 

## 最优价值和策略之间的一致性

将最优策略写作如下形式

$$\pi^*(a \mid s) = \frac{\exp\{(r(s, a) + \gamma V^*(s'))/\tau\}}{\exp\{V^*(s)/\tau\}}$$

两边取对数,可以得到相邻状态之间的软最优值关系

**Theorem 1.** For  $\tau > 0$ , the policy  $\pi^*$  that maximizes  $O_{ENT}$  and state values  $V^*(s) = max_{\pi}O_{ENT}(s, \pi)$  satisfy the following temporal consistency property for any state s and action a (where s' = f(s, a)),

$$V^*(s) - \gamma V^*(s') = r(s, a) - \tau \log \pi^*(a \mid s). \tag{11}$$

因为上面的定理是在相邻状态间的,可以反复利用这个公式,来得到一定间隔的两个状态之间的软最优值关系

**Corollary 2.** For  $\tau > 0$ , the optimal policy  $\pi^*$  and optimal state values  $V^*$  satisfy the following extended temporal consistency property, for any state  $s_1$  and any action sequence  $a_1, ..., a_{t-1}$  (where  $s_{i+1} = f(s_i, a_i)$ ):

$$V^*(s_1) - \gamma^{t-1}V^*(s_t) = \sum_{i=1}^{t-1} \gamma^{i-1} [r(s_i, a_i) - \tau \log \pi^*(a_i \mid s_i)].$$
 (13)

接下来我们就可以依照上面的式子来进行软最优值估计和策略优化,作者同时给出了判断收敛性的定理。

**Theorem 3.** If a policy  $\pi(a \mid s)$  and state value function V(s) satisfy the consistency property (11) for all states s and actions a (where s' = f(s, a)), then  $\pi = \pi^*$  and  $V = V^*$ . (See Appendix C.)

## **Main Contribution (How):**

引入了熵正则项,可以同时优化对状态价值的估计和策略。即可以用同策略的数据去训练也可以用异策略的。在不同游戏上都超越了基线算法

#### 算法

#### 路径一致性算法(PCL)

在引入了熵正则化后,最优价值函数和最优策略之间的这个关系,可以让我们在沿着一串路径寻找最优策略的同时 寻找最优价值函数。作者定义以下一致性函数

$$C\left(s_{i:i+d}, heta,\phi
ight) = -V_{\phi}\left(s_{i}
ight) + \gamma^{d}V_{\phi}\left(s_{i+d}
ight) + \sum_{j=0}^{d-1}\gamma^{j}\left[r\left(s_{i+j},a_{i+j}
ight) - au\log\pi_{ heta}\left(a_{i+j}\mid s_{i+j}
ight)
ight].$$

其中, $s_{i:i+d} \equiv (s_i, a_i, \ldots, s_{i+d-1}, a_{i+d-1}, s_{i+d})$  是一个长度为 d 的子轨迹。训练算法的目标是找到可以使一致性尽可能趋近于0的价值函数和策略。所以作者提出了路径一致性学习,PCL算法,优化目标可以写作如下形式。

$$O_{ ext{PCL}}( heta,\phi) = \sum_{s_{i:i+d} \in E} rac{1}{2} C(s_{i:i+d}, heta,\phi)^2$$

参数更新梯度如下,

$$egin{aligned} \Delta heta &= \eta_{\pi} C\left(s_{i:i+d}, heta, \phi
ight) \sum_{j=0}^{d-1} \gamma^{j} 
abla_{ heta} \log \pi_{ heta}\left(a_{i+j} \mid s_{i+j}
ight) \ \Delta \phi &= \eta_{v} C\left(s_{i:i+d}, heta, \phi
ight) \left(
abla_{\phi} V_{\phi}\left(s_{i}
ight) - \gamma^{d} 
abla_{\phi} V_{\phi}\left(s_{i+d}
ight)
ight) \end{aligned}$$

其中,PCL更新既可以用同策略采集的在线数据,也可以用回放缓存中策异略采集的离线数据。在本文中,作者是 混合从这两种数据中采样来更新的。

### 统一路径一致性算法(UPCL)

上述算法在找最优价值函数和最优策略的时候,是在对两个独立的模型进行优化,作者通过 Q 函数的形式,将策略和价值写进一个式子里,

$$egin{aligned} V_
ho(s) &= au \log \sum_a \exp\left\{Q_
ho(s,a)/ au
ight\} \ \pi_
ho(a\mid s) &= \exp\left\{(Q_
ho(s,a) - V_
ho(s))/ au
ight\} \end{aligned}$$

其中  $\rho$  是这个统一模型的参数,更新方式如下:

$$egin{aligned} \Delta 
ho = & \eta_{\pi} C\left(s_{i:i+d}, 
ho
ight) \sum_{j=0}^{d-1} \gamma^{j} 
abla_{
ho} \log \pi_{
ho}\left(a_{i+j} \mid s_{i+j}
ight) + \ & \eta_{v} C\left(s_{i:i+d}, 
ho
ight) \left(
abla_{
ho} V_{
ho}\left(s_{i}
ight) - \gamma^{d} 
abla_{
ho} V_{
ho}\left(s_{i+d}
ight) 
ight) \end{aligned}$$

## 实验

作者将PCL算法,UPCL算法和现有的A3C,DQN算法在几个特定任务上进行对比。

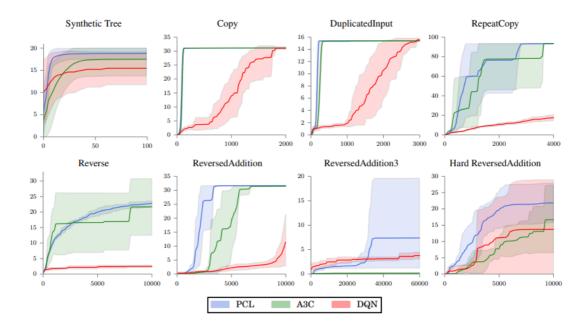


Figure 1: The results of PCL against A3C and DQN baselines. Each plot shows average reward across 5 random training runs (10 for Synthetic Tree) after choosing best hyperparameters. We also show a single standard deviation bar clipped at the min and max. The x-axis is number of training iterations. PCL exhibits comparable performance to A3C in some tasks, but clearly outperforms A3C on the more challenging tasks. Across all tasks, the performance of DQN is worse than PCL.

PCL算法的表现在一些任务上和A3C不相上下,在一些有挑战性的任务上超越了A3C算法。在所有的人任务上, PCL的表现都比DQN算法要好。

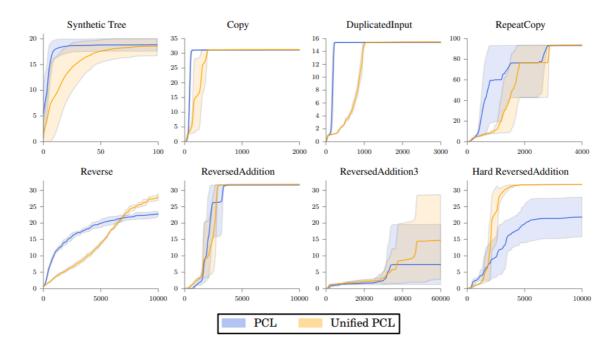


Figure 2: The results of PCL *vs.* Unified PCL. Overall we find that using a single model for both values and policy is not detrimental to training. Although in some of the simpler tasks PCL has an edge over Unified PCL, on the more difficult tasks, Unified PCL preforms better.

PCL和UPCL的训练表现对比。

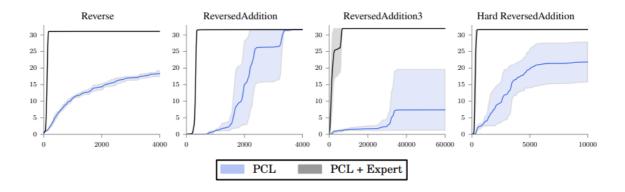


Figure 3: The results of PCL vs. PCL augmented with a small number of expert trajectories on the hardest algorithmic tasks. We find that incorporating expert trajectories greatly improves performance.

在训练过程中,加入了一下比较好的专家数据的PCL-expert和PCL算法性能的对比。

## 个人简介

吴文昊,西安交通大学硕士在读,联系方式:wwhwwh05@qq.com