

# Домашнее задание к 15.12

## Шумилкин Андрей. Группа 163

### Задача 665

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 7 \\ 3 & 7 & -6 & -2 \\ 5 & 8 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Добавим к 2-ой строке 1-ую, домноженную на -1:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 7 \\ 1 & 4 & -7 & -9 \\ 5 & 8 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Добавим к 1-ой строке 2-ую, домноженную на -1:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 8 & 16 \\ 1 & 4 & -7 & -9 \\ 5 & 8 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Добавим к 2-ой строке 1-ую, домноженную на -1:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 8 & 16 \\ 0 & 5 & -15 & -25 \\ 5 & 8 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Добавим к 3-ой строке 1-ую, домноженную на -5:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 8 & 16 \\ 0 & 5 & -15 & -25 \\ 0 & 13 & -39 & -80 \end{pmatrix}$$

Разделим 2-ую строку на 5:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 8 & 16 \\ 0 & 1 & -3 & -5 \\ 0 & 13 & -39 & -80 \end{pmatrix}$$

Добавим к 3-ой строке 2-ую, домноженную на -13:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 8 & 16 \\ 0 & 1 & -3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & -15 \end{pmatrix}$$

## Задача 612

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 10 & 1 \\ 2 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Добавим к 4-ой строке 3-ую, домноженную на -1:

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 10 & 1 \\ 2 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \\ 2 & -6 & -16 & 1 \end{pmatrix}$$

Добавим к 3-ой строке 4-ую, домноженную на -3:

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 10 & 1 \\ 2 & 2 & 4 & 3 \\ -5 & 25 & 65 & 0 \\ 2 & -6 & -16 & 1 \end{pmatrix}$$

Добавим к 2-ой строке 4-ую, домноженную на -3:

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 10 & 1 \\ -4 & 20 & 52 & 0 \\ -5 & 25 & 65 & 0 \\ 2 & -6 & -16 & 1 \end{pmatrix}$$

Добавим к 1-ой строке 4-ую, домноженную на -1:

$$\begin{pmatrix} -2 & 10 & 26 & 0 \\ -4 & 20 & 52 & 0 \\ -5 & 25 & 65 & 0 \\ 2 & -6 & -16 & 1 \end{pmatrix}$$

Разделим 3-ую строку на 5:

$$\begin{pmatrix} -2 & 10 & 26 & 0 \\ -4 & 20 & 52 & 0 \\ -1 & 5 & 13 & 0 \\ 2 & -6 & -16 & 1 \end{pmatrix}$$

Разделим 2-ую строку на 4:

$$\begin{pmatrix} -2 & 10 & 26 & 0 \\ -1 & 5 & 13 & 0 \\ -1 & 5 & 13 & 0 \\ 2 & -6 & -16 & 1 \end{pmatrix}$$

Добавим к 2-ой строке 3-ую, домноженную на -1:

$$\begin{pmatrix} -2 & 10 & 26 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 5 & 13 & 0 \\ 2 & -6 & -16 & 1 \end{pmatrix}$$

Поменяем местами 1-ую и 2-ую строку:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 10 & 26 & 0 \\ -1 & 5 & 13 & 0 \\ 2 & -6 & -16 & 1 \end{pmatrix}$$

Добавим к 2-ой строке 3-ую, домноженную на -2:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 5 & 13 & 0 \\ 2 & -6 & -16 & 1 \end{pmatrix}$$

## Задача 668

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 & 1 \\ 2 & 4 & 6 & 3 \\ 5 & 7 & \lambda & 5 \end{pmatrix}$$

Добавим к 1-ой строке 2-ую, домноженную на -1:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & -2 \\ 2 & 4 & 6 & 3 \\ 5 & 7 & \lambda & 5 \end{pmatrix}$$

Добавим к 2-ой строке 1-ую, домноженную на -2:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & -2 \\ 0 & 8 & 8 & 7 \\ 5 & 7 & \lambda & 5 \end{pmatrix}$$

Добавим к 3-ой строке 1-ую, домноженную на -5:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & -2 \\ 0 & 8 & 8 & 7 \\ 0 & 17 & \lambda + 5 & 15 \end{pmatrix}$$

Добавим к 3-ой строке 2-ую, домноженную на -2:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & -2 \\ 0 & 8 & 8 & 7 \\ 0 & 1 & \lambda - 11 & 1 \end{pmatrix}$$

Поменяем местами 2-ую и 3-ую строку:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & \lambda - 11 & 1 \\ 0 & 8 & 8 & 7 \end{pmatrix}$$

Добавим к 3-ой строке 2-ую, домноженную на -8:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & \lambda - 11 & 1 \\ 0 & 0 & -8\lambda + 96 & -1 \end{pmatrix}$$

Разделим 3-юю строку на 8:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & \lambda - 11 & 1 \\ 0 & 0 & -\lambda + 12 & -1/8 \end{pmatrix}$$

Добавим к 2-ой строке 3-ую, домноженную на 1:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -\lambda + 12 & -1/8 \end{pmatrix}$$

При  $\lambda \neq -12$  вектор будет выражаем.

## Задача 621

$$\begin{pmatrix} 24 & 19 & 36 & 72 & -38 \\ 49 & 40 & 73 & 147 & -80 \\ 73 & 59 & 98 & 219 & -118 \\ 47 & 36 & 71 & 141 & -72 \end{pmatrix}$$

Поменяем местами 1-ую и 2-ую строку:

$$\begin{pmatrix} 49 & 40 & 73 & 147 & -80 \\ 24 & 19 & 36 & 72 & -38 \\ 73 & 59 & 98 & 219 & -118 \\ 47 & 36 & 71 & 141 & -72 \end{pmatrix}$$

Добавим к 1-ой строке 2-ую, домноженную на -2:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & -4 \\ 24 & 19 & 36 & 72 & -38 \\ 73 & 59 & 98 & 219 & -118 \\ 47 & 36 & 71 & 141 & -72 \end{pmatrix}$$

Добавим к 2-ой строке 1-ую, домноженную на -24:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & -4 \\ 0 & -29 & 12 & 0 & 58 \\ 73 & 59 & 98 & 219 & -118 \\ 47 & 36 & 71 & 141 & -72 \end{pmatrix}$$

Добавим к 3-ой строке 1-ую, домноженную на -73:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & -4 \\ 0 & -29 & 12 & 0 & 58 \\ 0 & -87 & 25 & 0 & 174 \\ 47 & 36 & 71 & 141 & -72 \end{pmatrix}$$

Добавим к 4-ой строке 1-ую, домноженную на -47:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & -4 \\ 0 & -29 & 12 & 0 & 58 \\ 0 & -87 & 25 & 0 & 174 \\ 0 & -58 & 24 & 0 & 116 \end{pmatrix}$$

Добавим к 3-ой строке 2-ую, домноженную на -3:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & -4 \\ 0 & -29 & 12 & 0 & 58 \\ 0 & 0 & -11 & 0 & 0 \\ 0 & -58 & 24 & 0 & 116 \end{pmatrix}$$

Добавим к 4-ой строке 2-ую, домноженную на -2:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & -4 \\ 0 & -29 & 12 & 0 & 58 \\ 0 & 0 & -11 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Разделим 3-ую строку на -11:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & -4 \\ 0 & -29 & 12 & 0 & 58 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Добавим к 2-ой строке 3-ую, домноженную на -12:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & -4 \\ 0 & -29 & 0 & 0 & 58 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Добавим к 1-ой строке 3-ую, домноженную на -1:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & -4 \\ 0 & -29 & 0 & 0 & 58 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Разделим 2-ую строку на 29:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & -4 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Добавим к 1-ой строке 2-ую, домноженную на 2:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$rk A = 3.$$

## Задача 626

$$rk A = r_a$$

$$rk B = r_b$$

$$rk C = r_c$$

При этом  $r_a + r_b < r_c$ , но любая из строк  $C$  выражается через базисные строки  $A$  и  $B$ , то есть  $C$  линейно-зависима и ее ранг больше. Тогда по основной лемме о линейной зависимости выходит, что она линейно-зависима, а значит ранг  $r_c$  должен быть не больше, чем  $r_a + r_b$ .

## Задача 627

Следует из предыдущей задачи.