Домашнее задание 19
Шумилкин Андрей, группа 163

Задача 1

Если любая цифра числа π вычислима, то и любая пятерка подряд идущих цифр в числе π вычислима, т.е. мы моежм вычислять по числу из числа π и для всем встречающимся пятеркам сопоставлять единицу в некоторой функции, а тогда и их множество разрешимо по определению, т.к. множество называется разрешимым, если его характеристическая функция вычислима.
Хоть число π и бесконечно, а значит мы точно не знаем все пятерки цифр, которые могут в нем встречаться, но всего таких пятерок может быть лищь 10^5, а значит кол-во элементов в подмножестве, которое должен перечислить алгоритм также будет конечно. Любое конечное множество разрешимо и если множество разрешимо, то оно и перечислимо.

Задача 2

Раз мы можем перечислить элементы всего множества X, то мы точно так же можем перечислить элементы и необходимого подмножества X – чисел, сумма цифр которых равна 10.
Т.е. мы можем «идти» по X как при его перечислении, но включать в то множество, которое мы перечисляем только его элементы, соответсвующие условию.

Задача 3

Мы можем описать алгоритм перечисления такого множества: берем декартово произведние множеств $A \times B$ и каждый его элемент выводим. Тогда получается, что это вычилсимая функиция из множества $A \times B$ в некоторое множество его значений, а множество значений вычислимой функции – перечислимо.

Задача 4

По сути мы можем описать такой алгоритм, проверяющий некоторое свойство натуральных чисел: он на вход получает число и выводит и дает ответ 1(да), если данное число не принадлежит конечному подмножеству элементы которого не являются значениями рассматриваемой функции.
Тогда полученное множество будет по определению разрешимым, так как его характиристическая функция вычилсима. А разрешимое множество также является перечислимым.

А для непустого множество это равносильно тому, что оно является множеством значений некойвсюду определенной вычислимой функции, а значит рассматриваемая функция вычислима.