# Домашнее задание 15
# Шумилкин Андрей, группа 163

## Задача 1

Заметим, что множество вещественных положительных чисел и ноль континуально , поскольку его подмножеством является интервал [0,1], который имеет мощность континуум.
Мы можем каждый круг охарактеризовать тройкой чисел $(x, y, r)$, то есть его координатами центра и радиусом, при этом видно, что для разных кругов эта характеристика будет разной.
Мы можем строить круг в любой точке плоскости и с любым радиусом, значит все три числа примут всевозможные значения из множества положительных вещественных чисел и нуля.
И, как нам известно, $\mathbb{R}^3$ равномощно $\mathbb{R}$, откуда и следует, что множество всех кругов на плоскости континуально.

## Задача 2

Нет, неверно, поскольку мы можем выбрать какую-либо точку и построить континуум окружностей с центром в ней и которые имеют радиусы, к примеру, которые равны всем точкам из отрезка [0,1]. Множество таких окружностей будет континуально, поскольку множество всех точек отрезка [0,1] континуально, но множество их центров будет иметь мощность один, так как мы по построению сделали все центры в одной точке.

## Задача 3

Да, существует.
Мы знаем, что $\mathbb{R}^2$ равномощно $\mathbb{R}$, а в $\mathbb{R}^2$ мы можем найти такое семейство – это множество параллельных оси x прямых, которые характеризуются $y = c$. Каждая прямая континуальна и их множество тоже континуально, так как $c$ может быть любым из $\mathbb{R}$. И, так как $\mathbb{R}^2$ равномощно $\mathbb{R}$, существует инъекция из $\mathbb{R}^2$ в $\mathbb{R}$ мы каждой прямой можем сопоставить некоторое число и они не будут пересекаться, так как и сами прямые не пересекаются.

## Задача 4

Оно будет иметь мощность точно не больше мощности континуума, потому что мы можем любую последовательность перевести из двоичной системы счисления в десятичную и получить некоторое число, которое точно принадлежит $R$, а $R$ имеет мощность континуума.
Воспользуемся теоремой Кантора-Берштейна.

Инъекция из множества двоичных последовательностей без трех подряд идущих единиц в обычные двоичные последовательности понятна – мы можем просто переводить в те же числа.
Теперь построим инъекцию из множества обычных двоичных послдеовательностей в последовательности без трех единиц подряд. Заметим, что единиц подряд тогда может быть одна или две. Тогда будем "переводить"наше число следующим образом: если на текущей позиции "0 то пишем одну единицу и за ней ноль, а если "1 то две единицы и за ними ноль.
Тогда в итоге получим последовательность без трех единиц подряд, соответствующую обычной двоичной последовательности, при том для разных они будут разные.
По теореме Кантора-Берштейна получаем, что наше множество равномощно множеству обычных двоичных последовательностей, а оно континуально, откуда следует, что наше множество так же имеет мощность континуум.