Домашнее задание 14
Шумилкин Андрей, группа 163

Задача 1

Раз на выирыши уходит 40%, то есть это «то, что мы будем получать в среднем, если будем повторять эксперимент много раз» => $E[x] = 40$. Тогда по неравенству Маркова $Pr[x \geq 5000] \leq \frac{40}{5000} \leq 0,008$, то есть вероятность выиграть 5000 и больше, меньше или равна 0,008 что меньше 0,01.

Задача 2

В среднем люди жили 26 лет, то есть можем говорить, что математическое ожидание равно 26. Рассмотрим два крайних случая, когда люди, которые жили мало: когда они проживали 0 лет и когда проживали восемь. По условию прожить меньше 9 лет равна 1/2. Тогда прожить больше так же будет 1/2.
Отсюда для 0 получаем: $1/2 \cdot 0 + 1/2 \cdot t_1 = 26$, где t_1 – средний возраст проживших более 8 лет, когда жившие мало жили 0 лет в среднем. Тогда $t_1 = 52$.
И для 8 получаем: $1/2 \cdot 8 + 1/2 \cdot t_2 = 26$, где t_2 – средний возраст проживших более 8 лет, когда жившие мало жили 8 лет в среднем. Тогда $t_2 = 44$.
И раз мы рассмотрели крайние значения, то мы получили границы искомого интервала: 44 и 52.

Задача 3

Как известно, мат. ожидание честной кости равно 3,5, тогда у первого игрока мат. ожидание, то есть и средний выигрыш будет равен 12,25. А у второго средний выигрыш равен $\frac{1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2}{6} = \frac{91}{6}$, что примерно равно 15,1 и больше, чем 12,25. Значит средний выигрыш второго игрока больше, чем у первого.

Задача 4

Пусть у нас будет некоторая индикаторная величина, которая обозначает начинается ли с данного элемента подстрока ab. Заметим, что ее мат. ожидание равно 1/4, потому что возможных строк всего 4 – $\{1, 2, 3, 4\}$.
Тогда мы можем представить нашу функцию как сумму индикаторных величин, при этом заметим, что позиций с которых может начинаться строка длины 2 всего 19.
И мы знаем, что математическое ожидание мы тогда можем представить как сумму математических ожиданий индикаторных величин, которых всего 19 и значит искомое мат. ожидание равно 19/4.

Задача 5

Пусть у нас есть некоторая индикаторная велиина, которая обозначает, что завтрак попробован. Вероятность того, что завтрак попробован будет $1 - \frac{9^{15}}{10^{15}}$ и ее математическое ожидание тому же.
Тогда мы можем представить среднее кол-во попробованных завтраков как сумму математических ожиданий индикаторных величин. Их всего 10 и тогда искомое математическое ожидание равно $\frac{9^{15}}{10^{14}}$.