Домашнее задание 9
Шумилкин Андрей, группа 163

Задача 1

а) Нарисуем ориентированный граф, согласно танным отношениям и, смотря на него, будет легко составить линейный порядок(рисунок прикрепил во вложениях к письму). Один из возможных порядков таков: Очки $<$ Носки $<$ Брюки $<$ Туфли $<$ Ремень $<$ Рубашка $<$ Галстук $<$ Пиджак $<$ Часы.

Задача 2

Из определения ацикличности видим, что отношение антирефлексивно. Достаточно взять $k = 1$ и заметим, что $\forall a \in A aPa$ не выполняется.
Также из определения ацикличности заметим, что отношение для каждой пары либо выполняется, либо нет, поскольку $\forall a, b \in A aPbPa$ не выполняется, т.е. отношение антисимметрично, а значит и транзитивно. Поскольку если aPb и bPc из-за связности отношения должно быть либо aPc, либо cPa, но если aPc, то это противоречит ацикличности.
А по условию оно так же связно. И, как известно, отношение, обладающее всеми этими свойствами как раз является строгим линейным порядком.

Задача 4

По условию отношение антирефлексивно, антисимметрично и связно. Если оно к тому же транзитивно, то это линейный порядок по определению, а если же нет, то тогда и возникают альтернативы a,b,c для которых aPb, bPc и cPa, откуда следует(если учесть и антисимметричность), что aPc – ложно , т.е. отношение нетранзитивно

Задача 7

а) $I_p = \bar{P}^{-1} \cap \bar{P}$, поскольку если ни (x, y), ни (y, x) не входят в P, то они будут входить в его дополнение, но там же будут и "лишние"пары (a, b), (b, a) которых входит в P. Но если мы построим обратное отношение к дополнению P, то (x, y) преобразуется в (y, x) и наоборот и войдут в пересечение, а вот (a, b) преобразуется в (b, a) и не войдет в пересечение, так как (b, a) не присутствует в $\bar{P}$.