

3-6. 3장 6번 문제와 추가 문제

(a) $A^t A = A A = A^2 = 0 \Rightarrow A = 0$.

(b) $X^t X P = X^t X Q$ 이면 $X P = X Q$ 인 성질을 이용해도 좋고, 직접 보이려면 $G X^t X - I$ 에 집중.

$$\begin{aligned}
 0 &= (X^t X G X^t X - X^t X)^t (G X^t X - I) \\
 &= [X^t X (G X^t X - I)]^t (G X^t X - I) \\
 &= (G X^t X - I)^t X^t X (G X^t X - I) \\
 &= [X (G X^t X - I)]^t X (G X^t X - I) \\
 \therefore X (G X^t X - I) &= X G X^t X - X = 0 \\
 \Rightarrow X G X^t X &= X
 \end{aligned}$$