

중간고사

학번_____, 이름_____

2015년 10월 20일

1. 행렬 $A = \{a_{ij}\}$ 에 대하여 다음 계산을 확인하고, R로 옳게 표현한 것을 고르시오. (36점)

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 17 & 9 & -2 & 3 \\ 3 & 13 & 10 & 2 & 6 \\ 11 & -9 & 0 & -3 & 2 \\ -6 & -8 & 1 & 4 & 5 \end{bmatrix} = \{a_{ij}\}$$

(a)(6점) $a_{1.} = 26, a_{.3} = 20$

(풀이)

(R 표현)

가. `rowSums(A)[1], colSums(A)[3]`

나. `rowSums(A)[1,], colSums(A)[, 3]`

다. `rowSums(A)[, 1], colSums(A)[3,]`

라. `rowSums(A)[, 1], colSums(A)[, 3]`

(b)(6점) $\sum_{i=1}^3 a_{i2} = 21, \sum_{i=1, i \neq 2}^4 a_{i5} = 10$

(풀이)

(R 표현)

가. `sum(A[1:3, 2]), sum(A[-2, 5])`

나. `sum(A[-4, 2]), sum(A[2, 5])`

다. `sum(A[1:3, 2]), sum(A[2, -5])`

라. `sum(A[4, 2]), sum(A[c(1, 3, 4), 5])`

(c)(6점) $\sum_3^4 a_{i.}^2 = 17, a_{..} = 57$

(풀이)

(R 표현)

가. `sum((rowSums(A)[3:4])^2), (a.. <- sum(A))`

나. `sum((rowSums(A)[3:4,])^2), (a.. <- sum(A))`

다. `sum((rowSums(A)[, 3:4])^2), (a.. <- sum(A))`

라. `(sum(rowSums(A)[3:4]))^2, (a.. <- sum(A))`

(d)(8점) $\sum_{i=1, i \neq 2}^4 \sum_{j=2, j \neq 4}^5 a_{ij} = 20, \prod_{j=1}^3 a_{4j} = \prod_{i=1}^4 a_{i4} = 48.$

(풀이)

(R 표현)

가. `sum(A[-2, c(2, 3, 5)]), prod(A[4, 1:3]), prod(A[1:4, 4])`

나. `sum(A[-2, c(2, 3, 5)]), prod(A[1:3, 4]), prod(A[1:4, 4])`

다. `sum(A[-2, -c(1, 4)]), prod(A[4, 1:3]), prod(A[4, 1:4])`

라. `sum(A[-2, -c(1, 4)]), prod(A[1:3, 4]), prod(A[1:4, 4])`

(e)(6점) $\sum_{i=1}^4 a_{i1} a_{i4} = -49, \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^5 a_{..} = 1140.$

(풀이)

(R 표현)

가. `A[, 1] %*% A[, 4], 20 * sum(A)`

나. `A[1,] %*% A[, 4], 20 * sum(A)`

다. `A[, 1] %*% A[4,], 20 * sum(A)`

라. `A[1,] %*% A[4,], 20 * sum(A)`

(f)(4점) $i = 2$ 일 때, $\sum_{j=1, j \neq 3}^5 (a_{ij} - a_{i+2,j})^2 = 527$

(풀이)

(R 표현)

가. $(A[2, -3] - A[4, -3]) \%*\% (A[2, -3] - A[4, -3])$

나. $(A[-2, 3] - A[4, -3]) \%*\% (A[-2, 3] - A[4, -3])$

다. $(A[2, -3] - A[-4, 3]) \%*\% (A[2, -3] - A[-4, 3])$

라. $(A[-2, 3] - A[-4, 3]) \%*\% (A[-2, 3] - A[-4, 3])$

2. (6점)

모든 $i = 1, 2, \dots, m$ 에 대하여 $x_i = \sum_{j=1}^n \lambda_{ij} v_j$, $\sum_{j=1}^n \lambda_{ij} = 1$, 그리고 $\sum_{i=1}^m \mu_i = 1$ 일 때, $\sum_{i=1}^m \mu_i x_i$ 에서 v_j 의 계수들의 합이 1이 됨을 보이시오.

(a)(3점) \sum 기호를 이용하시오.

(b)(3점) summing vector $1^t = (1, 1, \dots, 1)$ 를 이용하시오.

3. (18점)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \text{에 대하여 다음의 연산을 확인하시오.}$$

(a)(4점)

$$A B = \begin{bmatrix} 3 & -6 & 3 & 12 \\ 2 & -1 & 5 & 5 \end{bmatrix}, \text{ 그리고 } A^t B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 & 8 \\ 6 & -1 & 17 & 13 \end{bmatrix}$$

(b)(4점)

$$(A + A^t)B = \begin{bmatrix} 6 & -8 & 10 & 20 \\ 8 & -2 & 22 & 18 \end{bmatrix} = A B + A^t B$$

(c)(4점)

$$B B^t = \begin{bmatrix} 14 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}, \text{ 그리고 } B^t B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 10 & 5 \\ 2 & -1 & 5 & 5 \end{bmatrix}$$

(d)(4점)

$$\text{tr}(B B^t) = \text{tr}(B^t B) = 17$$

(e)(2점)

$$A^2 - 4A - 9I = 0.$$

(b)(2점)

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

(c)(4점)

$$\begin{vmatrix} 21 & 6 & 3 & 9 \\ 12 & 16 & 36 & 4 \\ 13 & 10 & 19 & 5 \\ 1 & 93 & 81 & 6 \end{vmatrix} = 0, \begin{vmatrix} 4 & 6 & 8 & 1 & 2 \\ -1 & -7 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & -8 & 12 & 7 & 4 \\ 7 & 9 & 17 & 27 & -5 \\ 8 & 3 & 6 & 2 & 37 \end{vmatrix} = 0$$

7. 행렬식을 전개하지 않고 다음 등식이 성립하는 이유를 설명하라. (5점)

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ yz & xz & xy \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \end{vmatrix}$$

8. 다음을 보여라. (5점)

$$\begin{vmatrix} a+b+c & a+b & a & a \\ a+b & a+b+c & a & a \\ a & a & a+b+c & a+b \\ a & a & a+b & a+b+c \end{vmatrix} = c^2(4a+2b+c)(2b+c)$$

9. R에서 다음 계산 결과는 어떻게 나오는가? (4점)

(a)(2점) `diag(1:3)`(b)(2점) `diag(3)`

10. R에서 다음의 계산 결과는 어떻게 나타나는가? (6점)

(a)(2점) `(M <- matrix(1:4, 2))`(b)(2점) `M[, 2]`(c)(2점) `M[, 2, drop = FALSE]`

“There’s a difference between knowing the path and walking the path.” (Morpheus, The Matrix)