

# 1 Stand der Technik

## 1.1 SURF

Integral-Bild  $I_\Sigma$  (Gleichung 1) aus den Intensitätswerten  $I$  des Bildes berechnet.

$$I_\Sigma(x, y) = \sum_{i=0}^{i \leq x} \sum_{j=0}^{j \leq y} I(i, j) \quad (1)$$

Summe der Intensitätswerte

$$f(D) = I_\Sigma(x_{P_1}, y_{P_1}) + I_\Sigma(x_{P_4}, y_{P_4}) - I_\Sigma(x_{P_2}, y_{P_2}) - I_\Sigma(x_{P_3}, y_{P_3}) \quad (2)$$

Approximierte Hesse-Matrix für einen Punkt  $p$

mit der Skalierung  $s$

$$H_{approx.}(p, s) = \begin{pmatrix} D_{xx}(p, s) & D_{xy}(p, s) \\ D_{xy}(p, s) & D_{yy}(p, s) \end{pmatrix} \quad (3)$$

Die Determinante der Hesse-Matrix

mit  $w \approx 0,9$

$$\det(H_{approx.}) = D_{xx}D_{yy} - (wD_{xy})^2 \quad (4)$$

## 1.2 ORB

Momente

$$m_{pq} = \sum_{x,y} x^p y^q I(x, y) \quad (5)$$

Massezentrum  $C$  des Bildes

$$C = \left( \frac{m_{10}}{m_{00}}, \frac{m_{01}}{m_{00}} \right) \quad (6)$$

Orientierung  $\theta$  des Bildes

$$\theta = \text{atan2}(m_{01}, m_{10}) \quad (7)$$

### 1.3 SfM

Fundamental-Matrix  $F = K_1^{-1T} E K_2^{-1}$

$K_1$  und  $K_2$  sind die beiden Kalibrierungs-Matrizen

$E$  ist die Essential-Matrix

Matrix A bilden

$$Af = 0 \quad (8)$$

Einzelne Zeile

$$p_{Ai}^T F p_{Bi} = 0 \quad (9)$$

Einzelne Zeile ausgeschrieben

$$\begin{aligned} x_{p_{Ai}} x_{p_{Bi}} f_1 + x_{p_{Ai}} y_{p_{Bi}} f_2 + x_{p_{Ai}} f_3 + \\ y_{p_{Ai}} x_{p_{Bi}} f_4 + y_{p_{Ai}} y_{p_{Bi}} f_5 + y_{p_{Ai}} f_6 + \\ x_{p_{Bi}} f_7 + y_{p_{Bi}} f_8 + f_9 = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Das Gleichungssystem wird mittels Singulärwertzerlegung (SVD) gelöst. Man erhält drei Matrizen  $U$ ,  $S$  und  $V$ .

Approximation  $\hat{F}$  von  $F$  bilden

$$V[9] = [\hat{f}_1 \quad \hat{f}_2 \quad \hat{f}_3 \quad \hat{f}_4 \quad \hat{f}_5 \quad \hat{f}_6 \quad \hat{f}_7 \quad \hat{f}_8 \quad \hat{f}_9] \quad (11)$$

$$\hat{F} = \begin{bmatrix} \hat{f}_1 & \hat{f}_2 & \hat{f}_3 \\ \hat{f}_4 & \hat{f}_5 & \hat{f}_6 \\ \hat{f}_7 & \hat{f}_8 & \hat{f}_9 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Korrektur von  $\hat{F}$

$$\hat{S} = \begin{bmatrix} s_1 & -1 & 0 \\ 1 & s_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\hat{F} = U \hat{S} V^T \quad (14)$$

Berechnung von  $\hat{E}$

$$D = \begin{bmatrix} s_1 & -1 & 0 \\ 1 & s_2 & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\hat{E} = UDV^T \quad (16)$$

Schätzung von Kamera-Position und Ausrichtung:

$$W = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} c_1 &= U(:, 3), & R_1 &= UWV^T \\ c_2 &= -U(:, 3), & R_2 &= UWV^T \\ c_3 &= U(:, 3), & R_3 &= UW^T V^T \\ c_4 &= -U(:, 3), & R_4 &= UW^T V^T \end{aligned} \quad (18)$$

Bundle-Adjustment

$$\min_{a_j, P_i} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m v_{ij} d(Q(a_j, P_i), x_{ij}) \quad (19)$$

Hierbei gilt  $v_{ij} = 1$ , wenn der Punkt  $i$  von Kamera  $j$  erfasst wurde, ansonsten 0.  $Q(a_j, P_i)$  ist die geschätzte Projektion des Punktes  $P_i$  auf das Bild der Kamera  $j$ , und  $d$  ist die Euklidische Distanz.  $x_{ij}$  ist der detektierte Punkt auf dem Bild.

## 1.4 Registrierung von 3D-Punktwolken

Registrierung als Optimierungsproblem

$$\operatorname{argmin}_{R, t} \left( \sum_{i=1}^N \|Rp_{s_i} + t - p_{t_i}\|^2 \right) \quad (20)$$

Hierbei sind  $R$  und  $t$  die gesuchte Rotation und Translation und  $p_{t_i}$  und  $p_{s_i}$  bilden ein korrespondierendes Punktpaar aus den beiden zu registrierenden Punktwolken.  $N$  ist die Anzahl Punkte in der Quell-Punktwolke.

Massezentrum Punktwolke:

$$c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p(i) \quad (21)$$

Kreuzkovarianz-Matrix  $H$

$$H = \sum_{i=1}^n (p_{t_i} - c_t)(p_{s_i} - c_s)^T \quad (22)$$

SVD

$$svd(H) = UDV^T \quad (23)$$

ICP Rotation:

$$R = VU^T \quad (24)$$

ICP Translation:

$$t = c_t - Rc_s \quad (25)$$

Skalierung:

Ist  $R$  bekannt, können die Vektoren  $s$  und  $t$  gebildet werden (Siehe Gleichung 26).

$$s_i = R(p_{s_i} - \bar{p}_s), \quad t_j = p_{t_j} - \bar{p}_t \quad (26)$$

Mittels dieser Vektoren kann die Skalierung  $\hat{s}$  berechnet werden. Die Berechnung ist in Gleichung 27 zu sehen.

$$\hat{s} = \sum_{i,j} t_j^T s_i / \sum_i s_i^T s_i \quad (27)$$

Die Translation muss auch in angepasster Form berechnet werden, wie in Gleichung 28 zu sehen ist.

$$t = \bar{p}_t - \hat{s}R\bar{p}_s \quad (28)$$

RPM-Net

Optimierungsproblem RPM

$$\operatorname{argmin}_{M,R,t} \left( \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K m_{jk} (\|Rp_{s_i} + t - p_{t_k}\|_2^2 - \alpha) \right) \quad (29)$$

Gewichtungsmatrix  $M$  für die Zuordnungen zwischen den Quell- und Zielpunkten.

Der Parameter  $\alpha$  ist dazu da, um Korrespondenzen zwischen schlechten Paaren zu bestrafen.

RPM-Initialisierung

$$m_{ij} = e^{-\beta(\|Rp_{s_i} + t - p_{t_j}\|_2^2 - \alpha)} \quad (30)$$

## RPM-Net-Initialisierung

$$m_{ij} = e^{-\beta(\|\hat{f}_{s_i} - f_{t_j}\|_2^2 - \alpha)} \quad (31)$$

$\hat{f}_{s_i}$  ist der hybride Feature-Vektor für den aus der vorherigen Iteration transformierten Punkt  $p_{s_i}$  und  $f_{t_j}$  ist der Feature-Vektor für den Punkt  $p_{t_j}$ .

## 2 Realisierung

### 2.1 Umsetzung Segmentierung

Abbildungen  $m_j$

$$m_j = (I - n_i \otimes n_i) \cdot n_j \quad (32)$$

Kovarianzmatrix  $C_i$

$$C_i = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k (m_j - \bar{m}) \otimes (m_j - \bar{m}) \quad (33)$$

Die Hauptkrümmung kann aus den Eigenwerten  $0 \leq \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda_3$  von  $C_i$  bestimmt werden.

Funktionen für f:

$$\begin{aligned} k_1(p_i) &= \lambda_3 \\ k_2(p_i) &= \lambda_2 \\ k_3(p_i) &= (\lambda_3 + \lambda_2)/2 \end{aligned} \quad (34)$$

Entscheidungsregel

$$f(p_i) = \begin{cases} 1 & k(p_i) \geq T_k \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (35)$$

Verbesserung des Segmentierungs Ergebnisses

$$\begin{aligned} L &= \{0,1,2\} \\ x &\in L \\ w(x) &= \begin{cases} 0,5 & x = 2 \\ 1 & \text{sonst} \end{cases} \\ H_i(x) &= \sum_{j=0}^k (w(x) | N_{ij} = x) \\ s_i &= \operatorname{argmax}_x (H_i(x)) \end{aligned} \quad (36)$$

## 3 Ergebnisse

### 3.1 Vergleich von Verfahren zur Segmentierung von Pflanzen auf 3D-Punktwolken

Datenbasis für das Training von PointNet++

$$j_c(\hat{P}_c, P_c) = \frac{|\hat{P}_c \cap P_c|}{|\hat{P}_c \cup P_c|} \quad (37)$$

$\hat{P}_c$  ist die Menge an Punkten aus der Schätzung des Netzes, welche als  $C$  klassifiziert werden.

$P_c$  ist die Menge der als  $C$  klassifizierten Punkte aus dem Groundtruth.