

# Introduction to quantum mechanics I

Tristan Villain – Pierre-François Cohadon – Qinhan Wang

Séance de tutorat du 15 janvier 2025

## TD de tutorat 10 : théorie des perturbations

---

### 1 Spins 1/2 couplés et effet Zeeman perturbatif

On considère un proton et un électron dont leurs spins sont couplés. On note le hamiltonien :

$$H = A \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2.$$

1. En prenant une base selon l'axe  $z$ , écrire les états propres et les énergies du système.

On considère une perturbation du système, en ajoutant un faible champ magnétique  $\vec{B} = B\vec{e}_z$ .

2. Écrire le hamiltonien du système perturbé. On note  $\gamma_p$  et  $\gamma_e$  les moments gyromagnétiques du proton et de l'électron.
3. En utilisant la théorie des perturbations pour le cas non dégénéré, calculer l'énergie du système pour le niveau singulet, au premier ordre de la perturbation.
4. En utilisant la théorie des perturbations pour le cas non dégénéré, calculer l'état propre du système associé, pour le niveau singulet, au premier ordre de la perturbation.
5. En utilisant la théorie des perturbations pour le cas dégénéré, calculer l'énergie du système pour le sous-espace propre triplet, au premier ordre de la perturbation. Calculer les états propres de ce sous-espace, à l'ordre 0 de la perturbation.
6. En utilisant la théorie des perturbations pour le cas non dégénéré, calculer l'énergie du système pour le niveau singulet, au deuxième ordre de la perturbation.
7. Résoudre de façon exacte le hamiltonien  $H$ , et comparer les énergies au calculs perturbatif.

### 2 Spin 1/2 dans un champ magnétique oscillant perturbatif

On considère un spin 1/2, dans un champ magnétique  $\vec{B} = B_0\vec{e}_z$ .

1. Écrire les niveaux d'énergie du système.

On place le système dans son niveau fondamental. À  $t = 0$ , on allume un champ magnétique oscillant selon  $x$  :

$$\vec{B} = B_0\vec{e}_z + B_1 \cos(\omega t)\vec{e}_x.$$

où  $B_1 \ll B_0$ . On a alors  $H = H_0 + H_1$ .

2. Écrire  $H_1$ .
3. En utilisant la théorie des perturbations dépendantes du temps au premier ordre, calculer l'évolution temporelle du système.
4. Calculer la probabilité de transition  $P_{g \rightarrow e}$  que le système soit dans l'état excité, après un temps  $T$ . Comparer avec la résonance magnétique vue dans le cours, et donner le domaine de validité de la théorie des perturbations dans ce cas.