

Mécanique quantique – L3 FIP

Correction du TD 6 - Vie et mort d'un photon

1 Énergies et états propres dans le cas désaccordé

1. On est dans une situation très proche de celle étudiée au TD 5.

À part l'état $|-, 0\rangle$, seul sur le niveau d'énergie nulle, les états sont naturellement regroupés en doublets $\{|+, n-1\rangle, |-, n\rangle\}$ avec $n \in \mathbb{N}$, d'énergie respective $\hbar\omega_0 + (n-1)\hbar\omega_c$ et $n\hbar\omega_c$, qui sont *proches* (i.e. leur écart en énergie $\hbar\delta$ est beaucoup plus petit que l'écart moyen $\hbar\omega_c$ entre deux doublets).

2. Comme \hat{H}_c ne couple (comme au TD précédent) des états qu'à l'intérieur du doublet $\{|+, n-1\rangle, |-, n\rangle\}$, on se retrouve, en écrivant la matrice dans la base propre $|\pm, n\rangle$ de \hat{H}_0 avec une matrice constituée d'un carreau isolé et de matrices 2×2 : la matrice est donc diagonale par (petits) blocs. Avec l'ordre proposé :

$$\hat{H} = \hbar \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \omega_0 & \Omega/2 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \Omega/2 & \omega_c & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \omega_0 + \omega_c & \Omega\sqrt{2}/2 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \Omega\sqrt{2}/2 & 2\omega_c & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}.$$

On peut donc la diagonaliser dans le sous-espace \mathcal{E}_n (avec $n \in \mathbb{N}$) engendré par $|+, n-1\rangle$ et $|-, n\rangle$, qui sont les états *proches* de la question précédente. La matrice \hat{H}_n de la restriction de \hat{H} à ce sous-espace s'écrit :

$$\hat{H}_n = \hbar \begin{pmatrix} \omega_0 + (n-1)\omega_c & \Omega\sqrt{n}/2 \\ \Omega\sqrt{n}/2 & n\omega_c \end{pmatrix} = \hbar \left(n\omega_c + \frac{\delta}{2} \right) \mathbb{I} + \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \delta & \Omega\sqrt{n} \\ \Omega\sqrt{n} & -\delta \end{pmatrix}.$$

3. Le premier terme correspond à l'énergie moyenne du doublet et il n'y a plus qu'à diagonaliser le second terme. Ses valeurs propres vérifient (à $\hbar/2$ près) :

$$(\lambda - \delta)(\lambda + \delta) - (\Omega\sqrt{n})^2 = 0 \implies \lambda_{\pm} = \pm\sqrt{\delta^2 + n\Omega^2}. \quad (1)$$

Dans la limite $\Omega \gg \delta$ (avec $\delta > 0$), on fait le développement limité :

$$\sqrt{\delta^2 + n\Omega^2} = \delta\sqrt{1 + n\Omega^2/\delta^2} = \delta \left(1 + \frac{n\Omega^2}{\delta^2} \right)^{1/2} \simeq \delta \left(1 + \frac{n\Omega^2}{2\delta^2} \right), \quad (2)$$

et on trouve finalement les énergies (à l'ordre non-nul le plus bas en Ω/δ) :

$$E_{\pm, n} = n\hbar\omega_c + \frac{\hbar\delta}{2} \pm \frac{\hbar}{2} \left(\delta + \frac{n\Omega^2}{2\delta} \right) \quad (3)$$

$$E_{\pm, n} = n\hbar\omega_c + \frac{\hbar\delta}{2} (1 \pm 1) \pm \frac{n\hbar\Omega^2}{4\delta}. \quad (4)$$

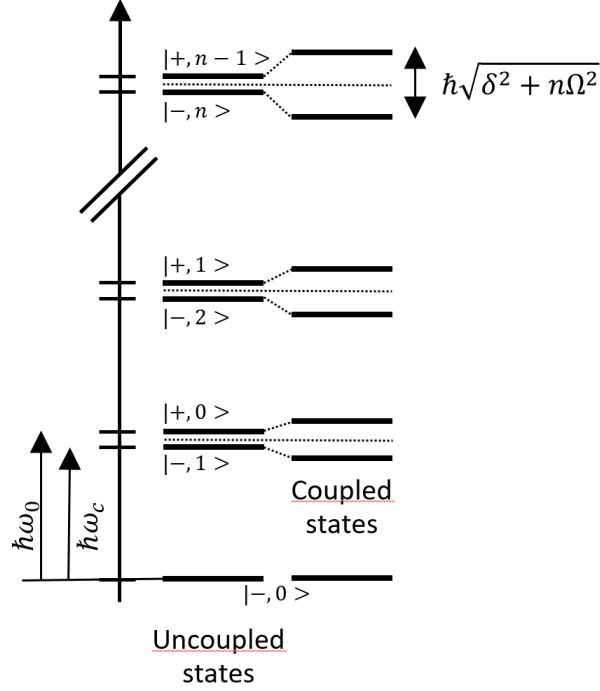


FIGURE 1 – **Niveaux d'énergie dans le cas non-dégénéré.** A l'exception de l'état fondamental $|-, 0\rangle$, les **états découplés** (états propres de \hat{H}_0) sont regroupés en **doublets** de niveaux proches (séparés de $\delta \ll \omega_0$) $\{|+, n-1\rangle, |-, n\rangle\}$. Dans la limite $\Omega \ll \delta$, les **états couplés** (états propres de $\hat{H}_0 + \hat{H}_c$) sont très proches des états de départ.

- **Les deux états couplés se repoussent** (propriété générale) : celui du haut voit son énergie augmenter, celui du bas voit son énergie diminuer.
- Contrairement au cas dégénéré ($\delta = 0$) étudié au TD précédent, on voit que le couplage entraîne une **levée de dégénérescence quadratique** en Ω .

On va voir que les états propres sont également très différents.

On les cherche a priori sous la forme $|\Psi\rangle = a|+, n-1\rangle + b|-, n\rangle$. L'équation aux valeurs propres s'écrit pour l'état du haut :

$$\begin{pmatrix} \delta & \Omega\sqrt{n} \\ \Omega\sqrt{n} & -\delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \left(\delta + \frac{n\Omega^2}{2\delta} \right) \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}.$$

On obtient alors les deux équations (équivalentes (au moins au premier ordre en Ω/δ) puisqu'on a pris une valeur propre) :

$$\delta a + \Omega\sqrt{n} b = \left(\delta + \frac{n\Omega^2}{2\delta} \right) a \quad (5)$$

$$\Omega\sqrt{n} a - \delta b = \left(\delta + \frac{n\Omega^2}{2\delta} \right) b. \quad (6)$$

On trouve donc l'état propre :

$$|\Psi_{n,+}\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\Omega\sqrt{n}}{2\delta} \end{pmatrix} = |+, n-1\rangle + \frac{\Omega\sqrt{n}}{2\delta} |-, n\rangle, \quad (7)$$

qui est bien normé (au premier ordre). Le fait de trouver un état propre avec une correction au premier ordre en Ω/δ est cohérent avec une correction au second ordre sur l'énergie (puisque le hamiltonien est lui-même du premier ordre, voir le cours sur les perturbations à la fin du premier semestre).

L'énoncé incite à se contenter de l'ordre 0 et on prendra donc :

$$|\Psi_{n,+}\rangle \simeq |+, n-1\rangle \text{ et } |\Psi_{n,-}\rangle \simeq |-, n\rangle. \quad (8)$$

Les états propres sont inchangés, ce qui est très différent du cas $\delta = 0$ où ils sont les combinaisons symétriques et antisymétriques des états de départ ($\forall \Omega$, car on a toujours $\Omega \gg \delta (=0)!$)

4. En présence de couplage (quand l'atome est dans la cavité), l'état $|+, n\rangle \simeq |\Psi_{n+1,+}\rangle$ qui appartient à \mathcal{E}_{n+1} a une énergie :

$$E_{+,n+1} = (n+1)\hbar\omega_c + \hbar\delta + \frac{(n+1)\hbar\Omega^2}{4\delta}, \quad (9)$$

alors que l'état $|-, n\rangle \simeq |\Psi_{n,-}\rangle$ qui appartient à \mathcal{E}_n a lui une énergie :

$$E_{-,n} = n\hbar\omega_c - \frac{n\hbar\Omega^2}{4\delta}. \quad (10)$$

La différence d'énergie $\Delta E(n)$ entre les deux états se met alors sous la forme :

$$\Delta E(n) = \hbar\omega_c + \hbar\delta + \frac{(n+1)\hbar\Omega^2}{4\delta} - \left(-\frac{n\hbar\Omega^2}{4\delta}\right) \quad (11)$$

$$\Delta E(n) = \hbar\omega_0 + \frac{\hbar\Omega^2}{2\delta} \left(n + \frac{1}{2}\right). \quad (12)$$

En présence du champ, la fréquence de la transition atomique $|+\rangle \leftrightarrow |-\rangle$ est **décalée** :

- par un facteur proportionnel à n (donc à l'intensité de la lumière, on parle de **déplacement lumineux** de la transition)
- par un facteur non-nul même si $n = 0$: c'est le **Lamb shift**, ou **déplacement de Lamb**, du nom du physicien (Prix Nobel 1955) qui a découvert cet effet avec Retherford (rien à voir avec Rutherford) et l'a annoncé à la conférence de Shelter Island en 1947 (d'où sont sorties beaucoup d'idées autour du traitement quantique de la lumière, l'électrodynamique quantique).

A cause du couplage avec le champ électromagnétique quantifié (même en l'absence de photons), les niveaux atomiques $2s_{1/2}$ et $2p_{1/2}$ sont décalés (par rapport au résultat quantique relativiste de l'équation de Dirac) d'environ 1 GHz (correction de l'ordre du millionième par rapport à la transition $1s - 2s$ ou $1s - 2p$).

On ne garde pour l'instant que le terme proportionnel à n .

2 Évolution de l'état atomique en présence de n photons

La présence ou non de photons dans la cavité décale donc la fréquence de transition atomique. On va donc utiliser la méthode des franges de Ramsey (dont on a vu au TD 4 qu'elle était très sensible aux variations de fréquences atomiques) pour mettre en évidence ce décalage et donc, in fine, mesurer le nombre de photons n .

Comme au TD 4, on utilise la première zone de Rasey pour préparer l'atome dans l'état $|+\rangle_x$, et donc le système global dans l'état :

$$|\psi(t=0)\rangle = |+\rangle_x \otimes |n\rangle = |+_x, n\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|+, n\rangle + |-, n\rangle), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (13)$$

5. Il ne se passe rien (à part un déphasage global) quand l'atome est en dehors de la cavité. Par contre, quand l'atome est dans la cavité, les énergies des deux états sont séparées par $\Delta E(n)$ et la superposition évolue pour devenir à t_{int} :

$$|\psi(t_{\text{int}})\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{-iE_{+,n+1}t/\hbar} |+, n\rangle + e^{-iE_{-,n}t/\hbar} |-, n\rangle) \quad (14)$$

$$|\psi(t_{\text{int}})\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-iE_{+,n+1}t/\hbar} (|+, n\rangle + e^{i\Delta E(n)t_{\text{int}}/\hbar} |-, n\rangle) \quad (15)$$

$$|\psi(t_{\text{int}})\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-iE_{+,n+1}t/\hbar} \left(|+, n\rangle + e^{in\frac{\Omega^2 t_{\text{int}}}{2\delta}} |-, n\rangle \right), \quad (16)$$

qui est bien de la forme demandée avec :

$$\phi_0 = \frac{\Omega^2 t_{\text{int}}}{2\delta}. \quad (17)$$

6. Le déphasage $\phi_0 = \pi$ fait intervenir $\Omega/2\pi$ (dont on a vu au TD précédent qu'il valait environ 50 kHz), δ et le temps d'interaction $t_{\text{int}} \simeq w_0/v$ où $w_0 \simeq 6$ mm est la taille caractéristique (appelée *waist* en anglais) du mode de la cavité et $v \simeq 100$ m.s⁻¹ la vitesse caractéristique des atomes du jet atomique.

Pour obtenir $\phi_0 = \pi$, il faut fixer une valeur du désaccord :

$$\frac{\delta}{\Omega} = \frac{\Omega}{2\pi} \frac{w_0}{v} \simeq 3,$$

soit un désaccord $\delta/2\pi$ de l'ordre de 150 kHz (à comparer à $\omega_0/2\pi \simeq 50$ GHz). On a donc bien $\delta^2 \gg \Omega^2$: c'est cette condition qui ressort naturellement, plutôt que $\delta \gg \Omega$.

Insistons sur le fait que cette hypothèse est fort utile pour simplifier les calculs analytiques, mais qu'il est fort possible de faire toute l'analyse théorique (et le traitement des données de l'expérience) sans elle !

7. Si $n = 0$, les deux états ne se déphasent pas et on retrouve le même état atomique $|+\rangle_x$ à la sortie de la cavité.

Par contre, si $n = 1$, le déphasage vaut π et on obtient l'état $\frac{1}{\sqrt{2}} (|+\rangle - |-\rangle) = |-\rangle_x$ à la sortie de la cavité.

3 Mesure du nombre de photons

On réalise maintenant la même séquence, en préparant l'atome dans l'état $|+\rangle_x$ et le champ dans l'état $c_0|0\rangle + c_1|1\rangle$. Le système global est alors dans l'état :

$$|\psi(t=0)\rangle = |+\rangle_x \otimes (c_0|0\rangle + c_1|1\rangle) = c_0|+_x, 0\rangle + c_1|+_x, 1\rangle. \quad (18)$$

L'état initial est donc **factorisé** : les 2 sous-systèmes ont un état quantique bien défini.

8. Par linéarité de l'équation de Schrödinger, on obtient à la sortie de la cavité :

$$|\Psi(t_{\text{int}})\rangle = c_0|+\rangle_x|0\rangle + c_1|-\rangle_x|1\rangle. \quad (19)$$

L'état $|\Psi(t_{\text{int}})\rangle$ est donc maintenant intriqué entre l'état atomique et le nombre de photons et c'est ce qui va permettre de mesurer le nombre de photons à travers $\hat{\sigma}_x$.

Pour déterminer la probabilité de mesurer $+$ lors d'une mesure de $\hat{\sigma}_x$ (et l'état associé à ce résultat de mesure, après projection), on doit projeter cet état sur le sous-espace associé à ce résultat, qui est le sous-espace engendré par tous les kets de la forme $|+\rangle_x|n\rangle$, avec $n \in \mathbb{N}$. Le projecteur associé à cette mesure est donc :

$$\mathcal{P} = \sum_n |+\rangle_x|n\rangle \langle +|_x \langle n|. \quad (20)$$

En pratique, ici, on peut se contenter de sommer sur les deux seuls premiers états :

$$\mathcal{P} = |+\rangle_x|0\rangle \langle +|_x \langle 0| + |+\rangle_x|1\rangle \langle +|_x \langle 1|. \quad (21)$$

La probabilité associée est donc $|c_0|^2$ et le système est projeté dans $|+\rangle_x|0\rangle$.

De la même façon, la probabilité de mesurer $-$ est $|c_1|^2$ et le système est alors projeté dans $|-\rangle_x|1\rangle$.

Si on envisageait de mesurer directement le nombre de photons (indépendamment de l'état atomique), on devrait projeter l'état respectivement sur les sous-espaces engendrés par $\{|+\rangle_x|0\rangle, |-\rangle_x|0\rangle\}$ et $\{|+\rangle_x|1\rangle, |-\rangle_x|1\rangle\}$.

On retrouve **les mêmes probabilités et les mêmes états projetés. La mesure de $\hat{\sigma}_x$ permet donc de mesurer le nombre de photons** (tant qu'il n'y a que 0 ou 1 photon, puisque de toute façon, la mesure de $\hat{\sigma}_x$ ne peut donner que deux résultats).

9. Si on effectue une nouvelle mesure de $\hat{\sigma}_x$ (avec un nouvel atome préparé dans l'état idoine, envoyé dans la cavité et in fine mesuré), comme le système vient d'être projeté dans $|+\rangle_x|0\rangle$ ou $|-\rangle_x|1\rangle$, on va retrouver avec certitude le même résultat.

Comme on mesure une observable qui est **une constante du mouvement** (c'est-à-dire qui commute avec \hat{H}_0), on a tout le temps le même résultat. C'est l'équivalent de l'expérience de Stern et Gerlach quand on mesure indéfiniment la même composante du spin.

	Stern et Gerlach	Haroche
Observable mesurée	$\hat{\sigma}_z$	\hat{N} (nb de photons)
Résultat (et ket)	$ +\rangle$ et $ -\rangle$	$ 0\rangle$ et $ 1\rangle$
Obs. utilisée pour la mesure	Déviations	$\hat{\sigma}_x$
États associés	\uparrow et \downarrow	$ +\rangle_x$ et $ -\rangle_x$

C'est différent pour l'expérience sur l'effet Zénon où on mesure **une observable qui ne commute pas avec \hat{H}_0** . Dans ce cas-là, les résultats peuvent varier d'une mesure à l'autre, selon l'intervalle de temps entre deux mesures. C'est uniquement la répétition très rapide des mesures (associée à l'évolution temporelle quadratique aux temps courts) qui peut éventuellement geler l'évolution du système et faire en sorte qu'on mesure tout le temps la même valeur.

10. Le point-clé de cette expérience, c'est que l'interaction entre l'atome et le champ transforme le même état de départ en deux états orthogonaux $|+\rangle_x$ et $|-\rangle_x$ selon la valeur (0 ou 1) de n . **C'est cela qui permet de mesurer n sans ambiguïté à travers $\hat{\sigma}_x$!**

Mais il faut rappeler que même si on peut employer la notation $\hat{\sigma}_x$ pour n'importe quel système à deux niveaux (ici, deux niveaux atomiques), ce n'est pas pour autant nécessairement la composante d'un moment cinétique !

Dit autrement, si dans le cas d'un spin $\frac{1}{2}$, il y a un lien géométrique (dans l'espace réel) entre $\hat{\sigma}_z$, $\hat{\sigma}_x$..., ce n'est pas toujours le cas. Dans l'expérience de Stern et Gerlach, faire une rotation de 90° du dispositif de mesure permet de passer de la mesure de $\hat{\sigma}_z$ à celle de $\hat{\sigma}_x$, mais ici, les détecteurs à ionisation qui permettent de discriminer entre $|+\rangle$ ($\leftrightarrow |e\rangle$) et $|-\rangle$ ($\leftrightarrow |g\rangle$) (et donc de mesurer $\hat{\sigma}_z$) mesureront toujours la même chose (l'état atomique, c'est-à-dire " $\hat{\sigma}_z$ ") si on leur fait subir une rotation !

Le passage dans la cavité a permis d'intriquer le nombre de photons et la composante fictive du spin, mais si on ne peut mesurer que $\hat{\sigma}_z$, on perd tout l'intérêt de cette intrication. Pour le voir, il suffit de réécrire $|\Psi(t_{\text{int}})\rangle$ en utilisant la base $\{|+\rangle, |-\rangle\}$:

$$|\Psi(t_{\text{int}})\rangle = c_0 |+\rangle_x |0\rangle + c_1 |-\rangle_x |1\rangle \quad (22)$$

$$|\Psi(t_{\text{int}})\rangle = \frac{c_0}{\sqrt{2}} (|+\rangle + |-\rangle) |0\rangle + \frac{c_1}{\sqrt{2}} (|+\rangle - |-\rangle) |1\rangle \quad (23)$$

$$|\Psi(t_{\text{int}})\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|+\rangle \otimes (c_0 |0\rangle + c_1 |1\rangle) + |-\rangle \otimes (c_0 |0\rangle - c_1 |1\rangle)) . \quad (24)$$

Comme $|c_0|^2 + |c_1|^2 = 1$, on a donc la même probabilité $\frac{1}{2}$ de mesurer $+$ ou $-$ (faites le calcul en détail), ce qui n'est pas étonnant : **dans le cas désaccordé $\delta \gg \Omega$, il n'y a pas d'échange d'énergie entre l'atome et le champ**, et le poids des deux états $|+\rangle$ et $|-\rangle$ reste donc le même dans l'état atomique.

Le système est alors projeté sur $|+\rangle \otimes (c_0 |0\rangle + c_1 |1\rangle)$ ou $|-\rangle \otimes (c_0 |0\rangle - c_1 |1\rangle)$.

Pour pouvoir profiter de l'intrication réalisée par la cavité en mesurant $\hat{\sigma}_z$, il faut (comme pour les franges de Ramsey) appliquer un deuxième pulse $\pi/2$ dans la seconde zone de Ramsey (elle est là pour ça) **après la cavité**.

Cette seconde zone réalise la transformation :

État atomique de départ	Effet de la 1ère zone de Ramsey	Effet de la cavité	Effet de la 2nde zone de Ramsey	État final (à une phase près)
$ +\rangle$	$ +\rangle_x$	si $n = 0$, $ +\rangle_x$ si $n = 1$, $ -\rangle_x$	$ -\rangle$ $ +\rangle$	$ -\rangle 0\rangle$ $ +\rangle 1\rangle$

L'évolution hamiltonienne dans la seconde zone de Ramsey préserve l'orthogonalité des états (car $\hat{U}^\dagger \hat{U} = \mathbb{I}$ pour l'opérateur d'évolution associé). Elle transpose simplement l'information sur le nombre de photons sur une autre observable ($\hat{\sigma}_z$ au lieu de $\hat{\sigma}_x$).

11. Si on tient compte du terme $\frac{1}{2}$ dans (12), l'équation (16) devient (à une phase près) :

$$|\psi(t_{\text{int}})\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|+, n\rangle + e^{i(n+\frac{1}{2})\frac{\Omega^2 t_{\text{int}}}{2\delta}} |-, n\rangle \right). \quad (25)$$

Avec la valeur $\phi_0 = \pi$, on voit que cela ajoute simplement un déphasage de $\pi/2$ au second terme. Selon la valeur de n , l'état atomique devient alors $|+\rangle_y$ à la place de $|+\rangle_x$ et $|-\rangle_y$ à celle de $|-\rangle_x$. La suite de la procédure est donc la même, à ceci près qu'il faut alors au choix mesurer " $\hat{\sigma}_y$ " à la place de " $\hat{\sigma}_x$ ", ou faire dans la seconde zone de Ramsey la rotation qui transforme $|-\rangle_y$ en $|+\rangle$ et $|+\rangle_y$ en $|-\rangle$.

12. Lors du passage dans la première zone de Ramsey, le système peut basculer entre $|+\rangle$ et $|-\rangle$, mais cela se fait par absorption ou émission d'un photon (à la fréquence ω_0). C'est pour cela que les états correspondants sont étiquetés $|f, N\rangle$ et $|e, N-1\rangle$ dans le TD 4. Ici aussi, en tenant compte du nombre initial N de photons dans la première zone de Ramsey, on devrait en fait écrire :

$$|+\rangle \longrightarrow |+, N\rangle \quad (26)$$

$$|-\rangle \longrightarrow |-, N+1\rangle, \quad (27)$$

et les équations de la question 4 deviennent (avec les termes supplémentaires en gras) :

$$E_{+,n+1} = E_{+,N,n+1} = N\hbar\omega_0 + (n+1)\hbar\omega_c + \hbar\delta + \hbar\frac{(n+1)\Omega^2}{2\delta} \quad (28)$$

$$E_{-,n} = E_{-,N+1,n} = (N+1)\hbar\omega_0 + n\hbar\omega_c - \hbar\frac{n\Omega^2}{2\delta} \quad (29)$$

$$\implies \Delta E(n) = \frac{\hbar\Omega^2}{2\delta} \left(n + \frac{1}{2} \right). \quad (30)$$

13. Quand on regarde les courbes expérimentales proposées :

- (a) on voit qu'on a quasiment systématiquement les mêmes résultats lors des mesures successives, comme attendu
- (b) les résultats discordants s'expliquent par les défauts des détecteurs atomiques. Dans environ 10 % des cas, on détecte $|+\rangle$ alors que l'atome est (très probablement) dans $|-\rangle$, et vice-versa... En termes d'opérateurs de spin, on pourrait dire que l'appareil de Stern et Gerlach est mal orienté et ne mesure pas $\hat{\sigma}_z$ mais $\hat{\sigma}_{\mathbf{u}}$ avec $\cos^2 \theta/2 = 90\%$.
- (c) Si on fait par contre un vote sur 3 mesures, il n'y a que 4 cas de figure où les mesures "fausses" vont l'emporter et où on va mesurer $+$ au lieu de $-$:

+++	1 tirage sur 1000
++-	9 tirages sur 1000
+ - +	9 tirages sur 1000
- + +	9 tirages sur 1000

La probabilité d'obtenir un résultat faux tombe donc à 2,8 % avec 3 mesures. Vous pouvez étudier le cas de 7 mesures (et même 8 en donnant la priorité à l'état précédent en cas d'égalité, ce qui est le choix effectivement réalisé par les auteurs) si vous aimez les combinatoires. La solution est dans l'article.

- (d) Mais il n'y a pas que des fluctuations très courtes dues aux erreurs de mesure. Parfois, le système bascule vraiment $0 \leftrightarrow 1$ de façon durable. C'est dû au fait que même si on ne fait rien (c'est-à-dire si on prépare la cavité dans l'état à 0 photon), on peut trouver un photon thermique créé (ou absorbé par la suite) par l'environnement à température T (corps noir).

Le nombre moyen \bar{n} de photons à la fréquence $\omega_0/2\pi \simeq 50$ GHz et à la température $T \simeq 0,8$ K est :

$$\bar{n} = \frac{1}{e^{\hbar\omega_0/k_B T} - 1} \simeq 0,05. \quad (31)$$

En pratique, pour un nombre moyen aussi faible, les probabilités d'avoir un nombre $n > 1$ sont négligeables (c'est pour cela qu'on se limite à $n = 0$ ou 1) et on a donc 95% de chances d'avoir 0 photon et 5% de chances d'en avoir 1.

14. La première courbe expérimentale présente un événement assez exceptionnel : un photon qui vit environ 500 ms (alors que le temps de vie moyen est de 130 ms ; la probabilité de cet événement est de l'ordre de 2%).

Si on mesure la fraction de temps passé dans l'état à un photon sur la deuxième courbe, on voit qu'on a un segment de 5 mm (sur la feuille A4) et un autre de 1 mm, pour un total de 11,5 cm pour l'ensemble de la courbe temporelle.

On peut donc estimer $\bar{n} \simeq 0,6/11,5 \simeq 5\%$.

Ça marche ! Ça marche même presque trop bien : on n'attend pas forcément un aussi bon accord sur un échantillonnage aussi court. On voit aussi que les différents photons survivent effectivement des temps de l'ordre de 100 ms dans la cavité.

De façon générale, on a :

$$T = \frac{\hbar\omega_0}{k_B} \frac{1}{\ln(1 + 1/\bar{n})} \simeq \frac{\bar{n} \hbar\omega_0}{k_B} \text{ pour } \bar{n} \gg 1. \quad (32)$$

15. Avec $\phi_0 = \pi$, le déphasage accumulé dans la cavité est en fait le même (à 2π près) pour tous les n pairs (en incluant 0), et pour tous les n impairs.

On mesure donc en fait la parité de n .

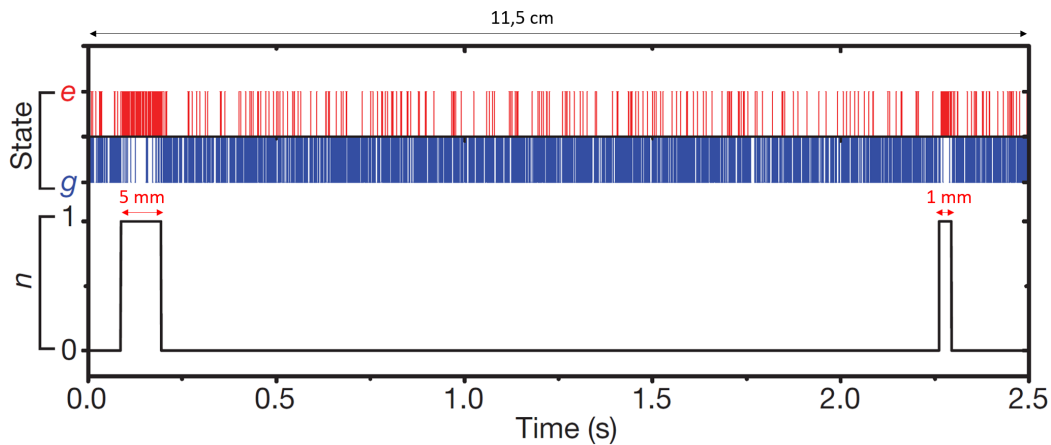


FIGURE 2 – Analyse rudimentaire de la courbe expérimentale.