

Lecture 0: 预备知识: 群, 环, 域及线性空间

Lecturer: Jun Wu

Scribes: Yusu Pan

定义 0.0.1. (二元运算/代数运算)**定义 0.0.2.** (半群) 满足结合律

$$a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c \quad (0.1)$$

定义 0.0.3. (单位元)

$$a \circ e = e \circ a = a \quad (0.2)$$

可逆

$$\exists a' \in S, a' \circ a = a \circ a = e \quad (0.3)$$

定义 0.0.4. (群)

- 半群 (结合律)
- 单位元
- 可逆

定义 0.0.5. (交换半群)

$$a \circ b = b \circ a \quad (0.4)$$

定义 0.0.6. (交换群/Abel 群)

- 加法, 交换群又称加法群 $(S, +)$
- 零元, 非零元
- 乘法: 半群的运算

定义 0.0.7. (环)

- $(S, +)$ 是交换群
- (S, \cdot) 是半群
- 对 $+$ 分配律成立

$$a(b + c) = ab + ac, (b + c)a = ba + ca \quad (0.5)$$

- 有单位元的环
- 交换环

定义 0.0.8. (域)

- $(S, +, \cdot)$ 是有单位元的交换环
- $\forall a \neq 0, \exists a' \in S, a'a = 1, aa' = 1$

定义 0.0.9. (域 \mathbb{P} 线性空间/向量空间)