

Lecture 7: 矩阵函数与矩阵值函数

Lecturer: Zhitao Liu

Scribes: Yusu Pan

作业

(Page 230) Chapter 7 Problem 1&9

考试形式: 半开卷

7.1 矩阵函数

7.1.1 矩阵函数的幂级数表示

定义 7.1.1. (矩阵函数的定义)

- 矩阵指数函数
- 矩阵三角函数及其一般性质

定理 7.1.1. ($AB = BA$ 时矩阵指数函数的性质)计算 $f(\mathbf{A})$

- 利用相似对角化
- 利用 Jordan 型
- 数项级数求和法: 将矩阵幂级数的求和问题转化为 m 个数项级数的求和问题.

7.1.2 矩阵函数的另一种定义

定义 7.1.2.

7.2 矩阵值函数

7.2.1 矩阵值函数的定义

定义 7.2.1. (矩阵值函数的定义)

7.2.2 矩阵值函数的分析运算

定义 7.2.2. (矩阵值函数的导数)

- 矩阵值函数的导数运算的性质

定理 7.2.1. (矩阵值函数的逆的导数)

- 矩阵值函数的积分运算的性质

定义 7.2.3. (数量函数对矩阵变量的导数)

定义 7.2.4. (矩阵值函数对矩阵变量的导数)

7.3 矩阵值函数在微分方程组中的应用

微分方程组的初值问题

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = \mathbf{A}(t)x(t) + f(t) \\ x(t_0) = x_0 \end{cases} \quad (7.1)$$

通解为

$$x(t) = e^{\mathbf{A}(t-t_0)}x_0 + e^{\mathbf{A}t} \int_{t_0}^t \quad (7.2)$$

定义 7.3.1. (渐进稳定)

定义 7.3.2. (稳定矩阵)

定理 7.3.1. (渐进稳定的充要条件)