

E5**Partie I – classe Rationnel**

Le but est de créer une classe représentant les nombres rationnels ($1/3$, $17/10$, $-55/367$, ...) et de la munir de tous les opérateurs nécessaires à un type numérique, en procédant par étapes.

- 1) Ecrire un constructeur avec une valeur par défaut de 1 pour le dénominateur.
- 2) Ecrire l'opérateur d'affichage (<<), un opérateur arithmétique (+), un opérateur de comparaison (==) et un opérateur d'affectation composé (+=).
- 3) Réduire la fraction : le constructeur doit réduire la fraction créée et les opérateurs d'addition doivent rendre un résultat réduit.
Pour cela on calculera le PGCD, en utilisant un algorithme récursif basé sur la formule :

$$\begin{aligned} &\text{si } b \text{ divise } a \text{ pgcd}(a, b) = b \\ &\text{sinon pgcd}(a, b) = \text{pgcd}(b, \text{reste de } a/b) \end{aligned}$$
- 4) Ajouter le reste des opérateurs de calcul et de comparaison, en continuant à réduire les fractions :
 - -, *, /
 - -=, *=, /=
 - !=, <, >, <=, >=
- 5) Ajouter une fonction de conversion d'un rationnel en un nombre réel (float).

Partie II – utilisation de la classe Rationnel

- 1) Créer une fonction prenant en paramètre deux entiers q et N, et affichant jusqu'à $n=N$ les valeurs successives de la suite :
 $u_1 = 1$
 $u_{n+1} = u_n + 1/q^n$ pour $n > 1$

Quelle limite constatez-vous pour la classe ?

- 2) On considère les suites de nombres rationnels (u_n) et (v_n) définies par :
 $u_0 = 2$
 $v_n = 2 / u_n$
 $u_{n+1} = (u_n + v_n) / 2$

Ecrire une fonction permettant de visualiser (jusqu'à une certaine limite) que quel que soit $n \geq 1$, $u_n - v_n < 1/4^n$, en affichant les fractions correspondantes à chaque étape du calcul.