

Exo 1 :

Les réponses sont

$P \wedge q$:	0	0	1	0	0	0	1
$\Diamond(P \wedge q)$:	1	1	1	1	1	1	0
$P \vee q$:	0	0	0	0	0	0	0

Exo 2 :

1) $\Diamond P \Rightarrow \Box Q$: Dans le future si p vrai, alors q est toujours vrai

2) $\Box (Q \Rightarrow \Box \neg P)$: toujours si q est vrai alors p sera fausse

Exo 3 :

Partie 1 : Voir page (4 bis)

Partie 2 :

(1) $\neg \Box (2 \wedge 70 \wedge 7v)$

(2) ~~\Box~~ $\Box ((\neg 2 \wedge 0 \wedge 7v) \Rightarrow 0(2 \wedge 70 \wedge 7v))$

(3) $\Box \Diamond (\neg 2 \wedge 70 \wedge 7v)$

⑧ Exemple: concerne un feu qui règle la circulation

Variables booléennes: vert, rouge, jaune
(v, r et j)

ordre du changement de couleur: $v \rightarrow j \rightarrow r \rightarrow v$

Hyp. Le feu continue à travailler

① A tout moment, le feu a exactement une des 3 couleurs:

$$\square (\neg (v \wedge j) \wedge \neg (r \wedge j) \wedge \neg (r \wedge v) \wedge (v \vee j \vee r))$$

② Si le feu est dans un état où la couleur est verte, cette couleur persiste jusqu'à qd on passe à jaune:

$$\square (v \longrightarrow (v \wedge j))$$

③ Description générale de l'ordre du changement de couleurs du feu:

$$\square ((v \wedge j) \vee (j \wedge r) \vee (r \wedge v))$$

Ex 4 :

(1) $A \Box P$

(2) $E (F P \wedge \Box Q)$

(3) $A ((\Box \neg P) \vee (\neg P \wedge (P \wedge \Box (\Box \neg P))))$

Ex 5 :

(1) vraie, (2) vraie, (3) fausse

Ex 6

$ST \models \Box P$

$ST \not\models \Box (P \wedge Q)$

$ST \models \Box (\neg Q \rightarrow \Box (P \wedge \neg Q))$

~~$ST \models$~~

Ex 7 :

$TS \models \Diamond a \wedge \Diamond b$ mais aussi $TS \not\models \Diamond (a \wedge b)$

donc $\Diamond a \wedge \Diamond b \not\models \Diamond (a \wedge b)$

Ex 8 : T: Tautologie

(1) T

(2) Non T

(3) T

(4) T

(5) Non T

$$\neg \Diamond A \equiv \Box \neg A$$

$$\neg \Box A \equiv \Diamond \neg A$$

$$\Diamond \phi = \neg \Box \neg \phi$$

$$\Diamond \phi = \text{true} \vee \phi$$

$$\Box \phi = \neg \Diamond \neg \phi$$

$$\neg \Box A \equiv \Diamond \neg A$$

$$\neg (A \cup B) \equiv$$

$$\Box \neg B \vee$$

$$(\neg B \cup (\neg A \wedge \neg B))$$

$$\Diamond A \equiv A \vee \Box \Diamond A$$

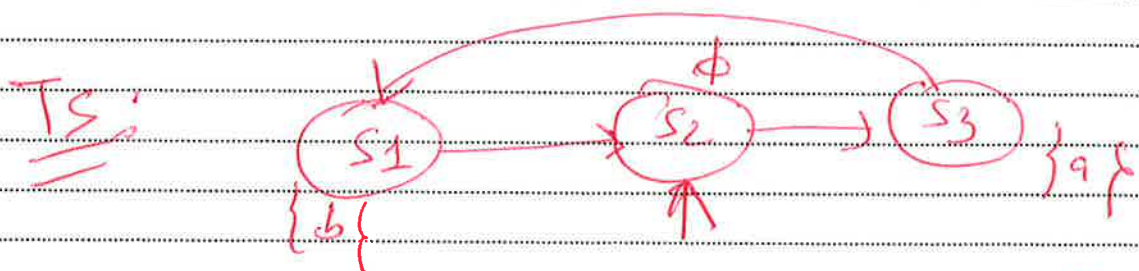
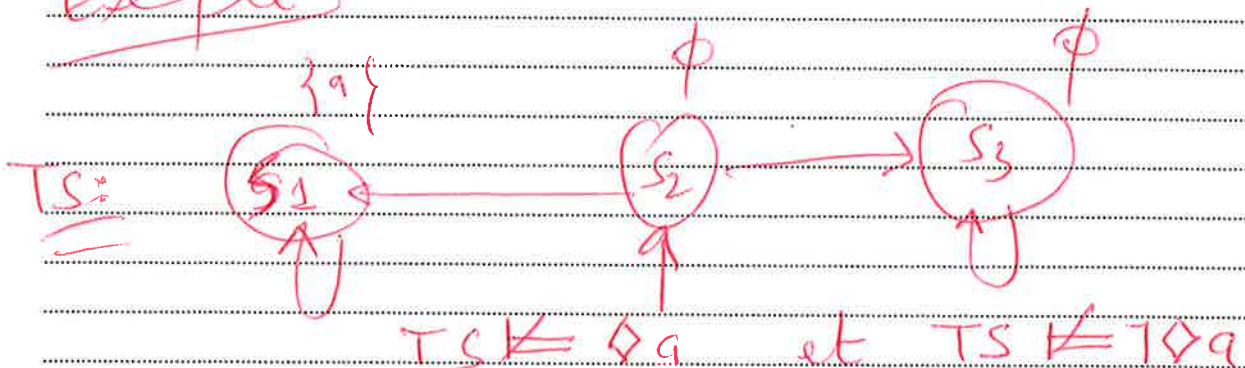
$$\Box A \equiv A \wedge \Box \Box A$$

$$A \cup B \equiv B \vee (A \wedge \Box (A \cup B))$$

$$p \leadsto q \equiv \Box (p \Rightarrow \Diamond q)$$

"(q is p's main, p is not false)"

Example



$$TS \models \Diamond a \wedge \Diamond b \text{ mais } TS \not\models \Diamond (a \wedge b)$$

$$\text{Donc } \Diamond (a \wedge b) \neq \Diamond a \wedge \Diamond b$$

INTERCALAIRE N°.....	École Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique		Signature de l'élève :
	Date.....	Épreuve de	
	N° de table	Nom : Prénom : A1 <input type="checkbox"/> A2 <input type="checkbox"/> A3 <input type="checkbox"/>	

• opération release : R

$$P R \Phi \equiv \Phi \cup (P \cap \Phi)$$

Φ reste vrai jusqu'à ce que P le devienne

• Le système ne reste pas tout le temps en feu

$$T G(2 \cdot 10^{-1} \text{ s})$$

• L'orange ~~est~~ immédiatement suivi du

$$G((12 \cdot 10^{-1} \text{ s}) \Rightarrow X(2 \cdot 10^{-1} \text{ s}))$$

• Le système passe infini sans

$$G F(12 \cdot 10^{-1} \text{ s})$$

Tautologie: Formule vraie indépendamment
des affectations de valeurs de vérité
aux propositions atomiques

$$\neg 0P \Leftrightarrow 0 \neg P$$

$$0P \Rightarrow \Diamond P$$

$$\Diamond \Diamond P \Rightarrow \Diamond P$$

$$\Box(P \wedge Q) \Leftrightarrow \Box P \wedge \Box Q$$

$$(\Diamond P \Rightarrow \Diamond Q) \Rightarrow \Diamond(P \Rightarrow Q)$$

• Formule non tautologique: Donner
un contre-exemple

$$\Diamond(P \wedge Q) \not\Leftrightarrow \Diamond P \wedge \Diamond Q$$

$$P \vee (P \vee Q) \not\Leftrightarrow (P \vee Q) \vee Q$$

TD N°5

Exo1 :

Compléter le tableau suivant en indiquant dans chaque case si la formule est vraie (1) ou fausse (0).

$\sigma(i)$ est l'ensemble des propositions atomiques vraies à l'étape (instant ou état) i .

i	0	1	2	3	4	5	6
$\sigma(i)$	\emptyset	$\{p\}$	$\{p,q\}$	$\{q\}$	$\{p\}$	\emptyset	$\{p,q\}$
$p \wedge q$							
$\Diamond(p \wedge q)$							
$p \mathcal{U} q$							

Exo2 : Feux de circulation

On considère trois variables vert (v), rouge (r) et jaune (j). L'ordre du changement de couleur est : $v \rightarrow j \rightarrow r \rightarrow v$. On suppose que les feux continuent toujours à travailler.

- (1) A tout moment, le feu a exactement une des 3 couleurs
- (2) Si le feu est dans un état où la couleur est verte, cette couleur persiste jusqu'à quand on passe à jaune
- (3) Description générale de l'ordre du changement des couleurs des feux.

Exo3 :

Exprimer les propriétés suivantes :

- (1) Tous les états satisfont p
- (2) On peut atteindre p par un chemin où q est toujours vrai
- (3) p sera vrai au plus une fois ;

À l'instant t et, si p est vrai alors q n'est jamais

$$\phi \quad A \left((G \neg p) \vee (T \mathcal{U} (p \wedge X (G \neg p))) \right)$$