

Exo 1 :

Les réponses sont

$P \wedge q$:	0	0	1	0	0	0	1
$\Diamond(P \wedge q)$:	1	1	1	1	1	1	0
$P \vee q$:	0	0	0	0	0	0	0

Exo 2 :

1) $\Diamond P \Rightarrow \Box q$: dans le futur, si P mai, alors
que tjs mai

2) $\Box(q \Rightarrow \Diamond P)$: tjs si que mai alors
tjs P sera fausse

Exo 3 :

Partie 1 : voir page 4 bis

Partie 2 :

$$(1) \neg \Box(2 \wedge 10 \wedge 12)$$

$$(2) \neg \Box((12 \wedge 10 \wedge 12) \Rightarrow 0(2 \wedge 10 \wedge 12))$$

$$(3) \Box \Diamond(12 \wedge 10 \wedge 12)$$

B)

Exemple: concerne un feu qui régule la circulation

Variabes booléennes : vert, rouge, jaune
(v, r et j)

ordre du changement de couleur : $v \rightarrow j \rightarrow r \rightarrow v$

Hyp. Le feu continue tps à travailler

① A tout moment, le feu a exactement une des 3 couleurs :

$$\square (\neg(v \wedge j) \wedge \neg(r \wedge j) \wedge \neg(v \wedge r) \wedge (v \vee j \vee r))$$

② Si le feu est dans un état où la couleur est verte, cette couleur persiste jusqu'à ce qu'on passe à jaune :

$$\square (v \rightarrow (v \wedge j))$$

③ Description générale de l'ordre de changement de couleurs du feu :

$$\square ((v \wedge j) \vee (j \wedge r) \vee (r \wedge v))$$

Ex 04:

$$(1) A \Box P$$

$$(2) E(FP \wedge \Box q)$$

$$(3) A((\Box \neg P) \vee (\neg P \wedge (\Box \neg P)))$$

Ex 05:

(1) true, (2) false, (3) false

Ex 06

$$ST \models \Box P$$

$$ST \not\models \Diamond(Q \wedge q)$$

$$ST \models \Box(\neg P \rightarrow \Box(P \wedge q))$$

~~$$ST \models \Box P$$~~

Ex 07: $TS \models \Diamond a \wedge \Diamond b$ mais aussi $TS \not\models \Diamond(a \wedge b)$
donc $\Diamond a \wedge \Diamond b \neq \Diamond(a \wedge b)$

Ex 08: T: Tautologie
Non T: Non Tautologie

$$(1) T$$

$$(2) \text{Non } T$$

$$(3) T$$

$$(4) T$$

$$(5) \text{Non } T$$

$$\top \Diamond A \equiv \Box \top A$$

$$\top \Box A \equiv \Diamond \top A$$

$$\Diamond \Diamond \varphi = \top \Box \Diamond \varphi$$

$$\Diamond \Diamond \varphi = \text{True iff } \varphi$$

$$\Box P = \top \Diamond \top P$$

$$\top \Box A \equiv \Diamond \top A$$

$$\top (A \cup B) \equiv$$

$$\Box \top B \vee$$

$$(\top B \wedge (\top A \wedge \top B))$$

$$\Diamond A \equiv A \vee \Diamond \Diamond A$$

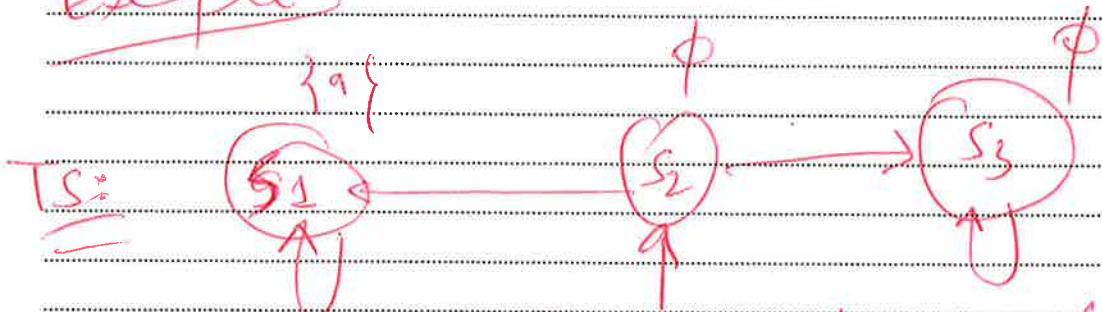
$$\Box A \equiv A \wedge \Box \Diamond A$$

$$A \wedge B \equiv B \vee (A \wedge \Diamond (A \wedge B))$$

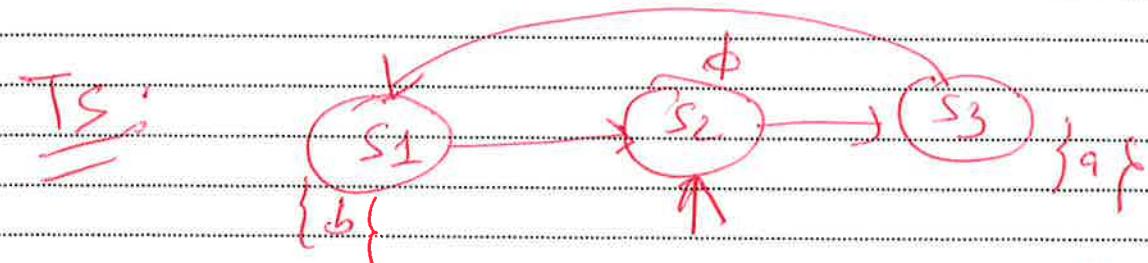
$$P \rightsquigarrow \varphi \equiv \Box (P \Rightarrow \Diamond \varphi)$$

" φ est vrai si P est possible"

Exemple



$TS \models \Diamond a$ et $TS \not\models \top \Diamond a$



$TS \models \Diamond a \wedge \Diamond b$ mais $TS \not\models \Diamond(a \wedge b)$

Donc $\Diamond(a \wedge b) \neq \Diamond a \wedge \Diamond b$

(2)

INTERCALAIRE N°	École Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique	
	Date	Épreuve de
	N° de table	Nom : Prénom :
<input type="checkbox"/> A1 <input type="checkbox"/> A2 <input type="checkbox"/> A3		Signature de l'élève :

* opération release : R

$$PR\Phi = \bar{P}M(P\Lambda\Phi)$$

Prête ma jauge à ce que Pile de naine

* Le système ne reste pas tout le temps en feu

$$TG(11101110V)$$

, l'orange fait immédiatement sauter la
et finit

$$G((1110110V)) \Rightarrow X(111011)$$

* Le système passe au final dans un état

$$GF(111011V)$$

Tautologie: Formule vrai indépendamment des affects de vérité de variables

sous projets atomiques

$$TOP \Leftrightarrow O\top$$

$$\Diamond P \Rightarrow \lozenge P$$

$$\lozenge \Diamond P \Rightarrow \lozenge P$$

$$\Box(P \wedge q) \Leftrightarrow \Box P \wedge \Box q$$

$$(\Diamond P \Rightarrow \lozenge q) \Rightarrow \lozenge(P \Rightarrow q)$$

Family non tautologique: Donner un contre-exemple

$$\lozenge(P \wedge q) \Leftrightarrow \lozenge P \wedge \lozenge q$$

$$P \wedge (P \wedge q) \Leftrightarrow (P \wedge q) \wedge q$$

4

TD N°5

Exo1 :

Compléter le tableau suivant en indiquant dans chaque case si la formule est vraie (1) ou fausse (0).

$\sigma(i)$ est l'ensemble des propositions atomiques vraies à l'étape (instant ou état) i.

i	0	1	2	3	4	5	6
$\sigma(i)$	\emptyset	{p}	{p,q}	{q}	{p}	\emptyset	{p,q}
$p \wedge q$							
$\Diamond(p \wedge q)$							
$p \vee q$							

Exo2 : Feux de circulation

On considère trois variables vert (v), rouge (r) et jaune (j). L'ordre du changement de couleur est : $v \rightarrow j \rightarrow r \rightarrow v$. On suppose que les feux continuent toujours à travailler.

- (1) A tout moment, le feu a exactement une des 3 couleurs
- (2) Si le feu est dans un état où la couleur est verte, cette couleur persiste jusqu'à quand on passe à jaune
- (3) Description générale de l'ordre du changement des couleurs des feux.

Exo3 :

Exprimer les propriétés suivantes :

- (1) Tous les états satisfont p
- (2) On peut atteindre p par un chemin où q est toujours vrai
- (3) p sera vrai au plus une fois ;

À l'instant t , si p est vrai alors
 q n'est pas vrai
 $\diamond A (((G_{TP}) \vee (TP \wedge (p \wedge X(G_{TP}))))$