Estimation du milieu océanique - Autonomie

1) Estimation d'une réponse impulsionnelle par intercorrélation

Question 1

Le milieu est donc supposé linéaire invariant pour qu'il admette un système de convolution.

Question 2

Caractéristiques de la fonction δ :

$\delta(\nu) = 0$ pour tout $\nu \neq 0$ et $\delta(0) = +\infty$

On ne peut pas en réalité convoluer h avec δ car il est imposible de reproduire la caractéristique de δ en 0.

Question 3

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)y(t+\tau)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \int_{-\infty}^{+\infty} h(t-\gamma+\tau)x(\gamma)d\gamma dt = \int_{-\infty}^{+\infty} h(u) \int_{-\infty}^{+\infty} x((\tau-u)+t)x(t)dt$$

Avec le changement de variable linéaire :$u = \tau + t - \gamma$

Question 4

Si on a $R_x = \delta$ alors le signal x est un bruit blanc de puissance infinie. En effet, le bruit blanc n'est impacté ni par le futur, ni par le passé. Il est imprévisible. Il est seulement non nul en 0, c'est-à-dire qu'il est impacté seulement par le "présent".

La contrainte relachée est le fait de donner une grande impulsion à $t = 0$.

En pratique, il n'est pas possible de créer un signal de puissance infinie.

Ainsi, on ne pourra pas connaître parfaitement la réponse impulsionnelle d'un milieu physique. En revanche, il sera possible de l'approché (par un dirac de très grande amplitude par exemple).

2) Construction du signal source

Question 5

Relations:

$$S_x(f) = |X(f)|^2 = F[R_x(\tau)]$$

On a $F[\delta] = 1$ (fonction constante égale à 1). Alors $\lim_{R_x \to \delta} |X(f)|^2 = 1$ donc il faut que la transformée de Fourier X admette une amplitude constante sur un support le plus étendu possible.

Question 6

$f_i = at + b = \frac{1}{2\pi}\frac{d\phi(t)}{dt}$ avec $f_i(0) = 0 = b$

$f_i(T) = B = aT$ d'où $\phi(t) = \pi a t^2 = \frac{\pi B t^2}{t}$

$\phi(t) = 2\pi\frac{1}{2\pi}\frac{d\phi(t)}{dt}t + \phi_0 = \frac{B-0}{T-0}t = \frac{B}{T}t$ car $\phi_0 = 0$. On a donc:

$$x(t) = A\sin(\frac{\pi B t^2}{t})$$

Question 8

La fréquence maximale pour B est délimité par le cirtère de Shannon.

$2f_{max} < \frac{1}{Ts}$ soit $2B < \frac{1}{Ts}$ et $B < \frac{1}{2Ts} = \frac{1}{0{,}0002} = \frac{1}{0{,}0002} = 5000$

D'ou $B_{max} = 5000Hz$

Question 9

Les deux DSP sont semblables ce qui est cohérent.

Question 10-11

Le bruit blanc a pour fonction d'autocorrélation, une impulsion de Dirac. Si on considère le bruit blanc sur de très large fréquences $[-\nu_{big}, \nu_{big}]$, on peut donc déterminer sa densité spectrale de puissance. Elle vaut donc dans ce cas σ^2, variance du signal aléatoire qui permet de créer le bruit blanc. On parle alors de signaux à puissance finie.

Dans l'autre cas, la puissance sa puissance est infinie (donc un signal non-réalisable en réalité).

Question 12

Cette réalisation est à puissance finie.

Question 13

Le support de la densité spectrale d'un bruit blanc est infini or ici on l'a ecourté. Son amplitude est normalement constante et de valeur $\sigma^2 = 1$. Ici, on retrouve quand même un moyenne égale à 1.

Question 14

On se propose d'utiliser un filtre Butter d'ordre 15 et de fréquence de coupure $\nu_c = 1400Hz$

Si l'on normalise les echantillons,on a bien à la frequence $2000Hz$ une amplitude inférieure à $0,01$ soit 1% du maximum (critère de choix du fitre)

Question Bonus

Le signal MLF déterministe est plus simple à réaliser que le bruit blanc car une fonction sinus suffit. Pour le bruit blanc, il faut simuler un signal aléatoire, plus complexe.

4) Détermination des paramètres du milieu

Question 18

$$d_1 = \sqrt{R^2 + (Z_s - Z_r)^2}$$

$$d_2 = (1 + \frac{Z_r}{Z_s})\sqrt{Z_s^2 + \frac{Z_s^2 R^2}{Z_s^2 + Z_r^2}} = \sqrt{R^2 + (Z_s + Z_r)^2}$$

Le $2^{ème}$ parcours est emprunté après un rebond sur la surface soit $a_2 = -1$

$$d_3 = \sqrt{R^2 + (2(Z - Z_r) + Z_r - Z_s)^2} = \sqrt{R^2 + (2Z - Z_r - Z_s)^2}$$

Le $3^{ème}$ parcours est emprunté après un rebond sur le fond soit $a_3 = +1$

Question 19

$h = a_1\delta_{\tau_1} + a_2\delta_{\tau_2} + a_3\delta_{\tau_3}$ $\tau_i = \frac{d_i}{c}$

On est censé observer sur le graph de $\hat{h}$, 3 diracs à différents temps $\tau_1, \tau_2\ et\ \tau_3$:

$d_3 = c\tau_3 = \sqrt{R^2 + (2Z - Z_r - Z_s)^2} \Rightarrow (c\tau_3)^2 - R^2 = (2Z - Z_r - Z_s)^2 \Rightarrow Z = \frac{\pm\sqrt{(d_3)^2 - R^2} + Z_r + Z_s}{2}$

$d_3 = (\tau_3 - \tau_1)c + d_1$ d'ou $Z = \frac{\pm\sqrt{((\tau_3-\tau_1)c + d_1)^2 - R^2} + Z_r + Z_s}{2}$

AN: $Z = 149,6m$ (on conserve la valeur positive)

Question 20

$c = \frac{d_3 - d_1}{\tau_3 - \tau_1} = \frac{\sqrt{R^2 + (2Z - Z_r - Z_s)^2} - d_1}{\tau_3 - \tau_1}$

AN: $c = 1445 m.s^{-1}$