



به نام خدا

تمرین سری اول درس طراحی الگوریتم

(نیم سال اول ۱۴۰۱)



۱) تابع lg^*n برابر است با تعداد باری که از n لگاریتم (بر پایه ۲) بگیریم که حاصل ۱ یا کمتر از ۱ شود.
(مثلاً $lg^*65536 = 4$) تابع lg^*n رشد بسیار ضعیفی دارد. در هر یک از موارد زیر درست یا نادرست بودن ترتیب رشد توابع را مشخص کنید. (در موارد که نادرست اعلام می‌کنید علت را نیز توضیح دهید و ترتیب درست را بنویسید)

$$a) n^{\frac{1}{lg n}} < lg^2 n < lg(n!) < n^3 < \left(\frac{3}{2}\right)^n < 2^{2^n}$$

$$b) lg^*n < n^2 < (\sqrt{2})^{lg n} < 2^{lg^*n} < n! < 2^{2^{n+1}}$$

$$c) lg lg n < lg^*n < lg n < n^{lg lg n}$$

۲) مرتبه زمانی شبه کدهای زیر را به دست آورید

a) for $i \leftarrow 1$ to n

for $j \leftarrow n$ to i

for $k \leftarrow 1$ to n^2

sum \leftarrow sum + A

```

b) for (i = 1; i <= n; i++)
    for (j = 1; j <= n; j = j+i)
        v ++

```

۳) در هر یک از رابطه‌های زیر به جای \square کدام یک از نمادهای $o, O, \theta, \omega, \Omega$ را بگذاریم؟

a) $\lg \lg^* n = \square \lg^* \lg n$

b) $\sum_{i=1}^n \sqrt{i} = \square n\sqrt{n}$

۴) درستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

a) $\lg n \in O(n)$

b) $n \in O(n \lg n)$

c) $n \lg n \in O(n^2)$

d) $2^n \in \Omega(5^{\lg n})$

e) $\lg^3 n \in o(n^{0.5})$

۵) روابط بازگشتی زیر را حل کنید. در تمامی موارد $T(n)$ برای $n < 4$ برابر مقدار ثابت ۱ است.

a) $T(n) = T(\sqrt{n}) + c$

b) $T(n) = 2T(\sqrt{n}) + \lg n$

c) $T(n) = 2T(\sqrt{n}) + \frac{\lg n}{\lg \lg n}$

d) $T(n) = 3T\left(\frac{n}{3}\right) + \frac{n}{\lg n}$

e) $T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + T\left(\frac{n}{4}\right) + T\left(\frac{n}{8}\right) + n$

f) $T(n) = \sqrt{n} T(\sqrt{n}) + n$

۶) یک لیست شامل n عدد داریم. عدد x به ما داده می‌شود. الگوریتمی با مرتبه زمانی $\theta(n \lg n)$ بیان کنید که مشخص کند آیا در این لیست دو عدد وجود دارند که مجموع آنها برابر x شود یا خیر.

۷) برای هرکدام از مسائل زیر الگوریتم مناسب را پیشنهاد داده و پیچیدگی آن را برای حالت کلی، بهترین و بدترین حالت به صورت جداگانه تحلیل کنید.

- (a) پیدا کردن یک عدد خاص از بین لیستی از اعداد
- (b) پیدا کردن k امین عدد بزرگ در یک لیست
- (c) پیدا کردن k امین عدد پرتکرار در یک لیست

تمرینات پیاده‌سازی

برای مشاهده سوالات پیاده‌سازی به سایت کوئرا مراجعه فرمایید.

لینک کلاس:

https://quera.org/course/add_to_course/course/12639

رمز ورود: 0010

فرمت گزارش

* گزارش بایستی حاوی تمام نتایج بدست آمده از پیاده‌سازی‌ها در قالب فایل پی دی اف باشد. همچنین انتظار می‌رود که در این گزارش برای سوالات پیاده‌سازی، تحلیل خود را از نتایج به دست آمده ارائه دهید.

* فایل گزارش خود را تنها به شکل «StuNum_HWNum.pdf» نام‌گذاری کنید. (مانند 400123456_HW1.pdf)

تذکر

* به دلیل فشرده بودن زمان تا پایان ترم امکان هیچگونه تمدید ددلاین وجود ندارد. لذا سعی بر این باشد که در زمان مشخص شده نسبت به تحویل اقدام کنید.

* برای تمرینات در مجموع ۵ روز زمان تاخیر وجود دارد (برای کل تمرینات مجموع تاخیر شما نباید از ۵ روز بیشتر شود) در صورت تاخیر بیشتر از ۵ روز کسر نمره ۵ درصدی از نمره‌ی کل تمرینات مد نظر قرار خواهد گرفت.

* در صورت شبیه بودن پاسخ تمارین دانشجویان، نمره تمرین بین دانشجویان با پاسخ تمرین مشابه تقسیم خواهد شد.

* در صورت داشتن هرگونه ابهام و سوال با یکی از ایمیل‌های زیر ارتباط برقرار کنید.

Mmdreza.molavi@aut.ac.ir

Mohammadta@aut.ac.ir