

# Programare declarativă

## Introducere în programarea funcțională folosind Haskell

Ioana Leuștean  
Ana Cristina Turlea

Departamentul de Informatică, FMI, UB  
ioana@fmi.unibuc.ro  
ana.turlea@fmi.unibuc.ro

- 1 Clase de tipuri
- 2 Tipuri de date algebrice
- 3 Definirea datelor ca înregistrări
- 4 Derivarea automată
- 5 Exemplu: numere naturale
- 6 Exemplu: liste

## Clase de tipuri

## Exemplu: test de apartenență

Să scriem funcția **elem** care testează dacă un element aparține unei liste.

- definiția folosind descrieri de liste

```
elem x ys      = or [ x == y | y <- ys ]
```

- definiția folosind recursivitate

```
elem x []      = False  
elem x (y:ys) = x == y || elem x ys
```

- definiția folosind funcții de nivel înalt

```
elem x ys      = foldr (||) False (map (x ==) ys)
```

## Funcția elem este polimorfică

```
*Main> elem 1 [2,3,4]
```

```
False
```

```
*Main> elem 'o' "word"
```

```
True
```

```
*Main> elem (1,'o') [(0,'w'),(1,'o'),(2,'r'),(3,'d')]
```

```
True
```

```
*Main> elem "word" ["list","of","word"]
```

```
True
```

Care este tipul funcției **elem**?

Funcția **elem** este polimorfică.

Definiția funcției este parametrică în tipul de date.

# Funcția elem este polimorfică

Dar nu pentru orice tip

- Totuși definiția nu funcționează pentru orice tip!

```
*Main> elem (+ 2) [(+ 2), sqrt]
```

No instance for (Eq (Double -> Double)) arising from a use of 'elem'

Ce se întâmplă?

```
> :t elem_
```

```
elem_ :: Eq a => a -> [a] -> Bool
```

În definiția

```
elem x ys = or [ x == y | y <- ys ]
```

folosim relația de egalitate == care nu este definită pentru orice tip:

```
Prelude> sqrt == sqrt
```

No instance for (Eq (Double -> Double)) ...

```
Prelude> ("ab", 1) == ("ab", 2)
```

```
False
```

# Clase de tipuri

- O clasă de tipuri este determinată de o mulțime de funcții (este o interfață).

```
class Eq a where
  (==) :: a -> a -> Bool
  (/=) :: a -> a -> Bool
  -- minimum definition: (==)
  x /= y = not (x == y)
  -- ^^^ putem avea definitii implicite
```

- Tipurile care aparțin clasei sunt instanțe ale clasei.

```
instance Eq Bool where
  False == False = True
  False == True  = False
  True  == False = False
  True  == True  = True
```

# Clasa de tipuri. Constrângeri de tip

- În semnatura funcției **elem** trebuie să precizăm ca tipul **a** este în clasa **Eq**

```
elem :: Eq a => a -> [a] -> Bool
```

**Eq** **a** se numește **constrângere** de tip. **=>** separă constrângerile de tip de restul semnăturii.

- În exemplul de mai sus am considerat că **elem** este definită pe liste, dar în realitate funcția este mai complexă

```
Prelude> :t elem
```

```
elem :: (Eq a, Foldable t) => a -> t a -> Bool
```

În această definiție **Foldable** este o altă clasă de tipuri, iar **t** este un parametru care ține locul unui *constructor de tip*!

Sistemul tipurilor in Haskell este complex!



# Instanțe ale lui **Eq**

```
class Eq a where
```

```
  (==) :: a -> a -> Bool
```

```
instance Eq Int      where
```

```
  (==) = eqInt  -- built-in
```

```
instance Eq Char     where
```

```
  x == y          = ord x == ord y
```

```
instance (Eq a, Eq b) => Eq (a,b) where
```

```
  (u,v) == (x,y)    = (u == x) && (v == y)
```

```
instance Eq a => Eq [a] where
```

```
  [] == []          = True
```

```
  [] == y:ys        = False
```

```
  x:xs == []        = False
```

```
  x:xs == y:ys      = (x == y) && (xs == ys)
```

# Eq, Ord

- Clasele pot fi extinse

```

class   (Eq a) => Ord a where
  (<)    :: a -> a -> Bool
  (<=)   :: a -> a -> Bool
  (>)    :: a -> a -> Bool
  (>=)   :: a -> a -> Bool
  -- minimum      definition: (<=)
  x < y    =      x <= y && x /= y
  x > y    =      y < x
  x >= y   =      y <= x

```

Clasa **Ord** este clasa tipurilor de date înzestrate cu o relație de ordine.

În definiția clasei **Ord** s-a impus o constrângere de tip. Astfel, orice instanță a clasei **Ord** trebuie să fie instanță a clasei **Eq**.

# Instanțe ale lui Ord

```
instance Ord Bool where
  False <= False = True
  False <= True  = True
  True  <= False = False
  True  <= True  = True
```

```
instance (Ord a, Ord b) => Ord (a,b) where
  (x,y) <= (x',y') = x < x' || (x == x' && y <= y')
  -- ordinea lexicografica
```

```
instance Ord a => Ord [a] where
  [] <= ys = True
  (x:xs) <= [] = False
  (x:xs) <= (y:ys) = x < y || (x == y && xs <= ys)
```

## Definirea claselor

Să presupunem că vrem să definim o clasă de tipuri pentru datele care pot fi afișate. O astfel de clasă trebuie să conțină o metodă care să indice modul de afișare:

```
class Visible a where  
    toString :: a -> String
```

Putem face instanțieri astfel:

```
instance Visible Char where  
    toString c = [c]
```

Clasele **Eq**, **Ord** sunt predefinite. Clasa **Visible** este definită de noi, dar există o clasă predefinită care are același rol: clasa **Show**

# Show

```
class Show a where
  show :: a -> String    -- analogul lui "toString"
```

```
instance Show Bool where
  show False      = "False"
  show True       = "True"
```

```
instance (Show a, Show b) => Show (a,b) where
  show (x,y) = "(" ++ show x ++ "," ++ show y ++ ")"
```

```
instance Show a => Show [a] where
  show []      = "[]"
  show (x:xs) = "[" ++ showSep x xs ++ "]"
  where
    showSep x []      = show x
    showSep x (y:ys) = show x ++ "," ++ showSep y ys
```

## Clase de tipuri pentru numere

```

class (Eq a, Show a) => Num a where
  (+), (-), (*)      :: a -> a -> a
  negate            :: a -> a
  fromInteger       :: Integer -> a
  -- minimum definition: (+), (-), (*), fromInteger
  negate x          =    fromInteger 0 - x

```

```

class (Num a) => Fractional a where
  (/)              :: a -> a -> a
  recip           :: a -> a
  fromRational    :: Rational -> a
  -- minimum definition: (/), fromRational
  recip x         =    1/x

```

```

class (Num a, Ord a) => Real a where
  toRational      :: a -> Rational

```

```

class (Real a, Enum a) => Integral a where
  div, mod        :: a -> a -> a
  toInteger       :: a -> Integer

```

## Tipuri de date algebrice

---

## Tipuri sumă

- În Haskell tipul **Bool** este definit astfel:

```
data Bool = False | True
```

**Bool** este constructor de tip

**False** și **True** sunt constructori de date

- În mod similar putem defini

```
data Season = Spring | Summer  
             | Autumn | Winter
```

Season este constructor de tip

Spring, Summer, Autumn și Winter sunt constructori de date

**Bool** și Season sunt tipuri de date **sumă**, adică sunt definite prin **enumerarea alternativelor**.



# Tipuri sumă

**data Bool = False | True**

- Operațiile se definesc prin "pattern matching":

**not :: Bool → Bool**

**not False = True**

**not True = False**

**(&&), (||) :: Bool → Bool → Bool**

**False && q = False**

**True && q = q**

**False || q = q**

**True || q = True**

## Tip sumă: anotimpuri

```
data Season = Spring | Summer  
           | Autumn | Winter
```

```
sucesor Spring = Summer  
sucesor Summer = Autumn  
sucesor Autumn = Winter  
sucesor Winter = Spring
```

```
showSeason Spring = "Primavara"  
showSeason Summer = "Vara"  
showSeason Autumn = "Toamna"  
showSeason Winter = "Iarna"
```

## Tipuri produs

- Să definim un tip de date care să aibă ca valori "punctele" cu două coordonate de tipuri oarecare:

**data** Point a b = Pt a b

Point este constructor de tip

Pt este constructor de date

- Pentru a accesa componentele, definim **proiecțiile**:

pr1 : Point a b → a

pr1 (Pt x \_) = x

pr2 : Point a b → b

pr2 (Pt \_ y) = y

Point este un tip de date **produs**, definit prin **combinarea** tipurilor a și b.

# Tipuri produs

```
data Point a b = Pt a b
```

```
Prelude> :t (Pt 1 "c")  
(Pt 1 "c") :: Num a => Point a [Char]
```

```
Prelude> :t Pt  
Pt :: a -> b -> Point a b  
-- constructorul de date este operatie
```

```
Prelude> :t (Pt 1)  
(Pt 1) :: Num a => b -> Point a b
```

- Se pot defini operații:

```
pointFlip :: Point a b -> Point b a  
pointFlip (Pt x y) = Pt y x
```

# Tipuri de date definite recursiv

- Declarația listelor ca tip de date algebric

```
data List a = Nil
             | Cons a (List a)
```

- Se pot defini operații

```
append :: List a -> List a -> List a
append Nil ys           = ys
append (Cons x xs) ys = Cons x (append xs ys)
```

# Tipuri de date algebrice

Tipurile de date algebrice se definesc folosind "operațiile" sumă și produs.

Forma generală

$$\begin{aligned} \text{data } \textit{Typename} \quad = \quad & \textit{Cons}_1 \ t_{11} \dots t_{1k_1} \\ & | \textit{Cons}_2 \ t_{21} \dots t_{2k_2} \\ & | \dots \\ & | \textit{Cons}_n \ t_{n1} \dots t_{nk_n} \end{aligned}$$

unde  $k_1, \dots, k_n \geq 0$

- Se pot folosi tipuri sumă și tipuri produs.
- Se pot defini tipuri parametrizate.
- Se pot folosi definiții recursive.

# Tipuri de date algebrice

## Forma generală

$$\begin{aligned} \text{data } \text{Typename} \quad = \quad & \text{Cons}_1 \ t_{11} \dots t_{1k_1} \\ & | \text{Cons}_2 \ t_{21} \dots t_{2k_2} \\ & | \dots \\ & | \text{Cons}_n \ t_{n1} \dots t_{nk_n} \end{aligned}$$

unde  $k_1, \dots, k_n \geq 0$

**Atenție!** Alternativele trebuie să conțină **constructori**.

**data** StrInt = **String** | **Int**    este **greșit**

**data** StrInt = VS **String** | VI **Int**    este **corect**

[VI 1, VS "abc", VI 34, VI 0, VS "xyz"] :: [StrInt]

## Tipuri de date algebrice - exemple

**data Bool = False | True**

**data Season = Winter | Spring | Summer | Fall**

**data Shape = Circle Float | Rectangle Float Float**

**data Maybe a = Nothing | Just a**

**data Pair a b = Pair a b**

— constructorul de tip si cel de date pot sa coincidă

**data Nat = Zero | Succ Nat**

**data Exp = Lit Int | Add Exp Exp | Mul Exp Exp**

**data List a = Nil | Cons a (List a)**

**data Tree a = Empty | Leaf a | Branch (Tree a) (Tree a)**



# Constructori simboluri

```
data List a = Nil
           | Cons a (List a)
```

Declarație ca tip de date algebric cu simboluri

```
data List a = Nil
           | a :: List a
  deriving (Show)
```

```
infixr 5 :::
```

# Liste și tupluri

- Liste

**data**  $[a] = [] \mid a : [a]$

Constructorii listelor sunt  $[]$  și  $:$  unde

$[] :: [a]$

$(:) :: a \rightarrow [a] \rightarrow [a]$

- Tupluri

**data**  $(a,b) = (a,b)$

**data**  $(a,b,c) = (a,b,c)$

...

...

Nu există o declarație generică pentru tupluri, fiecare declarație de mai sus definește tuplul de lungimea corespunzătoare, iar constructorii pentru fiecare tip în parte sunt:

$(,) :: a \rightarrow b \rightarrow (a,b)$

$(,,) :: a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow (a,b,c)$

...

## Utilizarea **type**

Cu **type** se pot redenumi tipuri deja existente.

```
type FirstName  = String  
type LastName  = String  
type Age        = Int  
type Height     = Float  
type Phone      = String
```

```
data Person = Person FirstName LastName Age Height Phone
```

## Exemplu - date personale. Proiecții

**data** Person = Person FirstName LastName Age Height Phone

firstName :: Person → **String**

firstName (Person firstname \_ \_ \_ \_) = firstname

lastName :: Person → **String**

lastName (Person \_ lastname \_ \_ \_) = lastname

age :: Person → **Int**

age (Person \_ \_ age \_ \_ \_) = age

height :: Person → **Float**

height (Person \_ \_ \_ height \_ \_) = height

phoneNumber :: Person → **String**

phoneNumber (Person \_ \_ \_ \_ number \_) = number

## Exemplu - date personale. Utilizare

```
Main*> let ionel = Person "Ion" "Ionescu" 20 175.2 "0712334567"
```

```
Main*> firstName ionel  
"Ion"
```

```
Main*> height ionel  
175.2
```

```
Main*> phoneNumber ionel  
"0712334567"
```

## Definirea datelor ca înregistrări

# Date personale ca înregistrări

```
data Person = Person { firstName :: String  
                      , lastName :: String  
                      , age :: Int  
                      , height :: Float  
                      , phoneNumber :: String  
                      }
```

## Date personale ca înregistrări

- Putem folosi atât forma algebrică cât și cea de înregistrare

```
ionel = Person "Ion" "Ionescu" 20 175.2 "0712334567"
```

```
gigel = Person { firstName = "Gheorghe"
                 , lastName="Georgescu"
                 , age = 30, height = 192.3
                 , phoneNumber = "0798765432"
                 }
```

- Putem folosi și pattern-matching
- Proiecțiile sunt definite automat; sintaxă specializată pentru actualizări

```
nextYear :: Person -> Person
nextYear person = person { age = age person + 1 }
```



## Date personale ca înregistrări

```
data Person = Person { firstName :: String
                        , lastName  :: String
                        , age       :: Int
                        , height    :: Float
                        , phoneNumber :: String
                        }
ionel = Person "Ion" "Ionescu" 20 175.2 "0712334567"

nextYear person = person { age = age person + 1 }
```

```
*Main> nextYear ionel
```

No instance for (Show Person) arising from a use of 'print'

Deși toate definițiile sunt corecte, o valoare de tip `Person` nu poate fi afișată deoarece nu este instanță a clasei **Show**.

## Derivarea automată

---

## Derivare automata pentru tipuri algebrice

Am definit tipuri de date noi:

```
data Season = Spring | Summer | Autumn | Winter  
           deriving (Eq, Ord, Show)
```

```
data Point a b = Pt a b  
           deriving (Eq, Ord, Show)
```

Cum putem să le facem instanțe ale claselor **Eq**, **Ord**, **Show**?

Putem să le facem explicit sau să folosim derivarea automată.

**Atenție!**

Derivarea automată poate fi folosită numai pentru unele clase predefinite.

# Derivare automata pentru tipuri algebrice

```
data Point a b = Pt a b
                deriving (Eq, Ord, Show)
```

Egalitatea, relația de ordine și modalitatea de afișare sunt definite implicit dacă este posibil:

```
*Main> Pt 2 3 < Pt 5 6
True
```

```
*Main> Pt 2 "b" < Pt 2 "a"
False
```

```
*Main Data.Char> Pt (+2) 3 < Pt (+5) 6
```

No instance for (Ord (Integer -> Integer)) arising from a use of '<'

## Instanțiere explicită - exemplu

```
data Season = Spring | Summer | Autumn | Winter
```

```
eqSeason :: Season -> Season -> Bool
```

```
eqSeason Spring Spring = True
```

```
eqSeason Summer Summer = True
```

```
eqSeason Autumn Autumn = True
```

```
eqSeason Winter Winter = True
```

```
eqSeason _ _ = False
```

```
showSeason :: Season -> String
```

```
showSeason Spring = "Spring"
```

```
showSeason Summer = "Summer"
```

```
showSeason Autumn = "Autumn"
```

```
showSeason Winter = "Winter"
```

```
instance Eq Season where
```

```
    (==) = eqSeason
```

```
instance Show Season where
```

```
    show = showSeason
```

Exemplu: numere naturale

# Exemplu: numerele naturale (Peano)

Cum definim numerele naturale?

Declarație ca tip de date algebric folosind șabloane

```
data    Nat    =    Zero    |    Succ Nat
```

- Putem să definim operații

```
(^^^) :: Float -> Nat -> Float
x ^^^ Zero      = 1.0
x ^^^ (Succ n) = x * x ^^^ n
```

Comparați cu versiunea folosind notația predefinită

```
(^^) :: Float -> Int -> Float
x ^^ 0 = 1.0
x ^^ n = x * (x ^^ (n-1))
```

## Exemplu: adunare și înmulțire pe Nat

### Definiție pe tipul de date algebric

$(+++)$   $:: \text{Nat} \rightarrow \text{Nat} \rightarrow \text{Nat}$

$m +++ \text{Zero} = m$

$m +++ (\text{Succ } n) = \text{Succ } (m +++ n)$

$(***)$   $:: \text{Nat} \rightarrow \text{Nat} \rightarrow \text{Nat}$

$m *** \text{Zero} = \text{Zero}$

$m *** (\text{Succ } n) = (m *** n) +++ m$

### Comparați cu versiunea folosind notația predefinită

$(+)$   $:: \text{Int} \rightarrow \text{Int} \rightarrow \text{Int}$

$m + 0 = m$

$m + n = (m + (n-1)) + 1$

$(*)$   $:: \text{Int} \rightarrow \text{Int} \rightarrow \text{Int}$

$m * 0 = 0$

$m * n = (m * (n-1)) + m$



## Exemplu: liste

## Exemplu: liste

```
data List a = Nil
    | a :: List a
deriving (Show)
```

```
infixr 5 :::
```

- Putem defini operații:

```
(+++) :: List a -> List a -> List a
infixr 5 ++
Nil +++ ys = ys
(x :: xs) +++ ys = x :: (xs +++ ys)
```

Comparați cu versiunea folosind notația predefinită

```
(++) :: [a] -> [a] -> [a]
[] ++ ys = ys
(x:xs) ++ ys = x : (xs ++ ys)
```

# Constructori simboluri

Definirea egalității și a reprezentării

```
eqList :: Eq a => List a -> List a -> Bool
eqList Nil Nil = True
eqList (x :: xs) (y :: ys) = x == y && eqList xs ys
eqList _ _ = False
```

```
instance (Eq a) => Eq (List a) where
    (==) = eqList
```

```
showList :: Show a => List a -> String
showList Nil = "Nil"
showList (x :: xs) = show x ++ " :: " ++ showList xs
```

```
instance (Show a) => Show (List a) where
    show = showList
```

Pe săptămâna viitoare!