Programare declarativă Introducere în programarea funcțională folosind Haskell

Ioana Leuştean Ana Cristina Țurlea

Departamentul de Informatică, FMI, UB ioana@fmi.unibuc.ro ana.turlea@fmi.unibuc.ro

- Declararea tipurilor cu newtype
- Clase de tipuri
- Semantica denotaţională în Haskell
- Mini-Haskell

Declararea tipurilor cu newtype

Declararea tipurilor cu **newtype**

- newtype se folosește când avem un singur constructor de date cu un singur argument
- folosind newtype facem o copie a unui tip de date deja existent
- spre deosebire de tipurile definite cu **type**, cele definite cu **newtype** pot deveni instanțe ale unor clase

Declararea tipurilor cu newtype

- newtype se folosește când avem un singur constructor de date cu un singur argument
- folosind newtype facem o copie a unui tip de date deja existent
- spre deosebire de tipurile definite cu type, cele definite cu newtype pot deveni instanțe ale unor clase

```
newtype NewName = N String
instance Show Name where
  show ( s) = "*"++ s ++ "*"
  Illegal instance declaration for 'Show Name'
instance Show NewName where
  show (N s) = "*"++ s ++ "*"
```

type Name = String

> N "abd"

Exemplu: newtype

```
type Key = Int
type Value = String
newtype PairList = PairList{getPairList :: [(Key, Value)]}
```

- datele de tip PairList sunt definite folosind înregistrări
- o dată de tip PairList are una din formele
 - PairList [(k1, v1),...,(kn,vn)]
 - PairList { getPairList = [(k1,v1),...,(kn,vn)] }
- getPairList este funcţia proiecţie:

```
getPairList :: PairList -> [(Key, Value)]
```

```
De exemplu getPairList (PairList [(1, "m1"),(2, "m2")])=[(1, "m1"),(2, "m2")]
```

Clase de tipuri

- Vom exersa manipularea listelor si tipurilor de date prin implementarea catorva colectii cu elemente de tip cheie-valoare.
- Aceste colectii vor trebui sa aiba urmatoarele facilităti
 - crearea unei colectii vide
 - crearea unei colectii cu un element
 - adaugarea/actualizarea unui element intr-o colectie
 - cautarea unui element intr-o colectie
 - stergerea (marcarea ca sters a) unui element dintr-o colectie
 - obtinerea listei cheilor
 - obtinerea listei valorilor
 - obtinerea listei elementelor
 - conversii intre liste si colectii

...

```
type Kev = Int
type Value = String
class Collection c where
  cempty :: c
  csingleton :: Key -> Value -> c
  cinsert:: Key -> Value -> c -> c
  cdelete :: Key -> c -> c
  clookup :: Key -> c -> Maybe Value
  ctoList :: c -> [(Key, Value)]
Definti operatiile derivate
  ckeys :: c -> [Key]
  cvalues :: c -> [Value]
  cfromList :: [(Key, Value)] -> c
```

```
class Collection c where
  cempty :: c
  csingleton :: Key -> Value -> c
  cinsert:: Key -> Value -> c -> c
  cdelete :: Key -> c -> c
  clookup :: Key -> c -> Maybe Value
  ctoList :: c -> [(Key, Value)]

ckeys :: c -> [Key]
  cvalues :: c -> [Value]
```

```
class Collection c where
 cempty :: c
  csingleton :: Key -> Value -> c
  cinsert:: Key -> Value -> c -> c
  cdelete :: Key -> c -> c
  clookup :: Key -> c -> Maybe Value
  ctoList :: c -> [(Key, Value)]
  ckeys :: c \rightarrow [Key]
  cvalues :: c -> [Value]
  ckeys c = [fst p | p \leftarrow ctoList c]
  cvalues c = [snd p | p <- ctoList c]
```

```
class Collection c where
  cempty :: c
  csingleton :: Key -> Value -> c
  cinsert:: Key -> Value -> c -> c
  cdelete :: Key -> c -> c
  clookup :: Key -> c -> Maybe Value
  ctoList :: c -> [(Key, Value)]
```

```
class Collection c where
 cempty :: c
  csingleton :: Key -> Value -> c
  cinsert:: Key -> Value -> c -> c
  cdelete :: Key -> c -> c
  clookup :: Key -> c -> Maybe Value
  ctoList :: c -> [(Key, Value)]
  cfromList :: [(Key, Value)] -> c
  cfromList [] = cempty
  cfromList ((k,v):es) = cinsert k v (cfromList es)
```

```
type Key = Int
type Value = String
class Collection c where
  cempty :: c
  csingleton :: Key -> Value -> c
  cinsert:: Key -> Value -> c -> c
  cdelete :: Key -> c -> c
  clookup :: Key -> c -> Maybe Value
  ctoList :: c -> [(Key, Value)]
  ckeys :: c \rightarrow [Key]
  cvalues :: c -> [Value]
  cfromList :: [(Key, Value)] -> c
— minimum definition:
-- cempty, csingleton, cinsert, cdelete, clookup, ctoList
  ckeys c = [fst p | p \leftarrow ctoList c]
  cvalues c = [snd p | p <- ctoList c]
  cfromList [] = cempty
  cfromList ((k,v):es) = cinsert k v (cfromList es)
```

Fie tipul listelor de perechi de forma cheie-valoare:

```
newtype PairList
  = PairList { getPairList :: [(Key, Value)] }
instance Collection PairList where
   cempty = PairList []
   csingleton k v = PairList [(k,v)]
   cinsert k v (PairList I) = PairList $ (k,v):filter ((/= k
      ). fst) |
   clookup k = lookup k . getPairList
   cdelete k (PairList I) = PairList $ filter ((/= k). fst)
   ctoList = getPairList
```

deriving Show

Observati ca tipul valorilor este 'Maybe value'. Acest lucru se face pentru a reduce timpul operatiei de stergere prin simpla marcare a unui nod ca fiind sters. Un nod sters va avea valoarea 'Nothing'.

Faceti 'SearchTree' instanta a clasei 'Collection'.

Trebuie să definim cempty, csingleton, cinsert, cdelete, clookup, ctoList

```
data SearchTree = Empty
                  Node
                     SearchTree -- elem. chei mai mici
                     Kev
                               -- cheia
                      (Maybe Value) -- valoarea
                      SearchTree -- elem, chei mai mari
                 deriving Show
instance Collection SearchTree where
   cempty = Empty
   csingleton k v = Node Empty k (Just v) Empty
   cinsert k v = ...
   cdelete k = ...
   clookup k = ...
   ctoList t = ...
```

```
data SearchTree = Empty
                 Node
                     SearchTree -- elem. chei mai mici
                     Key
                         -- cheia
                     (Maybe Value) -- valoarea
                     SearchTree -- elem. chei mai mari
                deriving Show
  cdelete k = go
    where
      go Empty = Empty
      go (Node t1 k1 v1 t2)
        | k == k1 = Node t1 k1 Nothing t2
         k < k1 = Node (go t1) k1 v1 t2
         | otherwise = Node t1 k1 v1 (go t2)
```

```
data SearchTree = Empty
                 Node
                     SearchTree -- elem. chei mai mici
                     Key
                         -- cheia
                     (Maybe Value) -- valoarea
                     SearchTree -- elem. chei mai mari
                deriving Show
   clookup k = go
    where
      go Empty = Nothing
      go (Node t1 k1 v1 t2)
        | k == k1 = v1
         | k < k1 = go t1
         | otherwise = go t2
```

```
data SearchTree = Empty
                   Node
                     SearchTree -- elem. chei mai mici
                     Kev
                             -- cheia
                     (Maybe Value) -- valoarea
                     SearchTree -- elem. chei mai mari
                deriving Show
   ctoList Empty = []
   ctoList (Node Itk k v gtk) = ctoList Itk ++ embed k v ++
      ctoList gtk
    where
      embed k (Just v) = [(k,v)]
      embed _ = []
```

instance Collection SearchTree where ...

```
class Collection c where
— minimum definition: cempty, csingleton, cinsert, cdelete,
    clookup, ctoList
-- derived operations: ckeys, cvalues, cfromList
instance Collection PairList where ...
instance Collection SearchTree where ....
> cfromList [(1, "a"),(2, "b"),(3, "c")] :: PairList
PairList [(1, "a"),(2, "b"),(3, "c")]
> cfromList [(1, "a"),(2, "b"),(3, "c")] :: SearchTree
Node (Node (Node Empty 1 (Just "a") Empty) 2 (Just "b")
   Empty) 3 (Just "c") Empty
```

Semantica denotațională în Haskell

Semantica denotațională în Haskell

Feluri de a da semantica

- Limbaj de programare: sintaxă și semantică
- Feluri de semantică
 - Limbaj natural descriere textuală a efectelor
 - Operatională asocierea unei demonstratii a executiei
 - Axiomatică Descrierea folosind logică a efectelor unei instrucțiuni
 - Denotațională prin asocierea unui obiect matematic (denotație)

Limbajul unui mini calculator

Definim în Haskell limbajul unui mini calculator:

```
data Prog = On Instr
data Instr = Off | Expr :> Instr
data Expr = Mem | V Int | Expr :+ Expr
```

Definim în Haskell limbajul unui mini calculator:

```
data Prog = On Instr
data Instr = Off | Expr :> Instr
data Expr = Mem | V Int | Expr :+ Expr
```

Semantica în limbaj natural

Dorim ca un program să afișeze lista valorilor corespunzătoare expresiilor, unde Mem reprezintă ultima valoare calculată. Valoarea inițială a lui Mem este 0.

De exemplu, programul

On
$$((V 3) :> ((Mem :+ (V 5)) :> Off))$$

va afișa lista [3,8]

Semantica denotațională - domenii semantice

Categoriilor sintactice le corespund domenii semantice

Categorii sintactice	Domenii semantice
Prog	\mathbb{Z}^*
Instr	$\mathbb{Z} o \mathbb{Z}^*$
Expr	$\mathbb{Z} o \mathbb{Z}$

unde $\mathbb Z$ este mulțimea numerelor întregi. Observăm că domeniile semantice pentru Instr și Expr sunt funcții deoarece depind de valoarea din memorie.

Categoriilor sintactice le corespund domenii semantice

Categorii sintactice	Domenii semantice
Prog	
Instr	$\mathbb{Z} o \mathbb{Z}^*$
Expr	$\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$

unde $\mathbb Z$ este mulțimea numerelor întregi. Observăm că domeniile semantice pentru Instr și Expr sunt funcții deoarece depind de valoarea din memorie.

Domeniile semantice în Haskell

type Env = **Int** --valoarea celulei de memorie

type DomProg = [Int]

type DomInstr = Env -> [Int]

type DomExpr = Env -> Int

Semantica denotatională

Pentru a defini semantica denotațională trebuie să evaluăm (interpretăm) categoriile sintactice în domeniile semantice corespunzătoare.

Interpretări (Evaluări)

```
prog :: Prog -> DomProg
stmt :: Instr -> DomInstr
expr :: Expr -> DomExpr
```

Observație. Interpretările trebuie să reflecte cerințele semantice explicate în limbaj natural. De exemplu

```
prog :: Prog \rightarrow DomProg
prog (On s) = stmt s 0
```

deoarece am precizat că valoarea inițială a celulei de memorie Mem este 0.

Semantica denotațională

Etape în definirea semanticii denotaționale

- identificăm categoriile sintactice;
- asociem fiecărei categorii sintactice un domeniu semantic;
- definim interpretări ale categoriilor sintactice în domeniile semantice.

```
type DomProg = [Int]
type DomInstr = Int -> [Int]
type DomExpr = Int -> Int
prog :: Prog -> DomProg
stmt :: Instr -> DomInstr
expr :: Expr -> DomExpr
```

Semantica denotațională în Haskell

```
type DomProg = [Int]
type Dominstr = Int -> [Int]
type DomExpr = Int -> Int
prog :: Prog -> DomProg
prog (On s) = stmt s 0
stmt :: Instr -> DomInstr
stmt (e :> s) m = let v = expr e m in (v : (stmt s v))
stmt Off = []
expr :: Expr -> DomExpr
expr(e1 :+ e2) m = (expr e1 m) + (expr e2 m)
expr(V n) = n
expr Mem m = m
```

Mini-Haskell

Mini-Haskell

Vom defini folosind Haskell un mini limbaj funcțional și semantica lui denotatională.

- Limbajul Mini-Haskell contine:
 - expresii de tip Bool şi expresii de tip Int
 - expresii de tip funcție (λ-expresii)
 - expresii provenite din aplicarea functiilor
- Pentru a defini semantica limbajului vom introduce domeniile semantice (valorile) asociate expresiilor limbajului.
- Pentru a evalua (interpreta) expresiile vom defini un mediu de evaluare (memoria) in care vom retine variabilele si valorile curente asociate.

Sintaxă

```
type Name = String
       Hask = HTrue
data
                  HFalse
                  HLit Int
                  HIf Hask Hask Hask
                  Hask :==: Hask
                  Hask :+: Hask
                  HVar Name
                  HLam Name Hask
                  Hask: $: Hask
   deriving (Read, Show)
infix 4 :==:
infix1 6 :+:
infix1 9 :$:
```

Domenii semantice

Domeniul valorilor

Mediul de evaluare

```
type HEnv = [(Name, Value)]
```

Domeniul de evaluare

Fiecărei expresii i se va asocia ca denotație o funcție de la medii de evaluare la valori. Deci domeniul de evaluare al expresiilor este

```
type DomHask = HEnv -> Value
```

Afișarea expresiilor din Hask

```
instance Show Value where
show (VBool b) = show b
show (VInt i) = show i
show (VFun _) = "<function>"
show VError = "<error>"
```

Observatie

Functiile nu pot fi afișate efectiv, ci doar generic.

Egalitate pentru valori

```
instance Eq Value where
  (VBool b) == (VBool c) = b == c
  (VInt i) == (VInt j) = i == j
  (VFun _) == (VFun _) = error "Unknown"
  VError == VError = error "Unknown"
  _ == _ = False
```

Observatie

Funcțiile si erorile nu pot fi testate dacă sunt egale.

```
Prelude> :t error
error :: [Char] -> a
-- permite afisarea unui mesaj de eroare pentru orice tip
```

type DomHask = HEnv -> Value hEval :: Hask -> DomHask

hEval HTrue r

```
type DomHask = HEnv -> Value
hEval :: Hask -> DomHask
  hEval HTrue r = VBool True
  hEval HFalse r = VBool False
  hEval (HLit i) r = VInt i
  hEval (HIf c d e) r =
    hif (hEval c r) (hEval d r) (hEval e r)
     where
       hif (VBool b) v w = if b then v else w
       hif = VError
```

hEval :: Hask -> DomHask -- type DomHask = HEnv -> Value

hEval (d :==: e) r =

```
hEval (d :==: e) r = heq (hEval d r) (hEval e r)
where
heq (VInt i) (VInt j) = VBool (i == j)
heq _ _ = VError

hEval (d :+: e) r = hadd (hEval d r) (hEval e r)
where
hadd (VInt i) (VInt j) = VInt (i + j)
hadd _ _ = VError
```

hEval :: Hask -> DomHask -- type DomHask = HEnv -> Value

 Pentru a evalua o variabilă HVar x trebuie să găsim valoarea asociată lui x în HEnv = [(Name, Value)]

- Pentru a evalua o variabilă HVar x trebuie să găsim valoarea asociată lui x în HEnv = [(Name, Value)]
- Putem folosi următoarele funcții predefinite:

```
Evaluarea variabilelor Mini-Haskell in Haskell
```

hEval :: Hask -> DomHask -- type DomHask = HEnv -> Value

 Pentru a evalua o variabilă HVar x trebuie să găsim valoarea asociată lui x în HEnv = [(Name, Value)]

• Putem folosi următoarele funcții predefinite:

```
-- lookup din modulul Data. List

lookup :: (Eq a) => a -> [(a,b)] -> Maybe b

lookup _key [] = Nothing

lookup key ((x,y):xys)

| key == x = Just y
| otherwise = lookup key xys
```

- Pentru a evalua o variabilă HVar x trebuie să găsim valoarea asociată lui x în HEnv = [(Name, Value)]
- Putem folosi următoarele funcții predefinite:

```
-- lookup din modulul Data.List
lookup :: (Eq a) \Rightarrow a \Rightarrow [(a,b)] \Rightarrow Maybe b
lookup key [] = Nothing
lookup key ((x,y):xys)
    \mid \text{key} == x = \text{Just y}
    — fromMaybe din modulul Data.Maybe
fromMaybe :: a \rightarrow Maybe a \rightarrow a
fromMaybe d x = case x of
    Nothing -> d
    Just v -> v
```

hEval :: Hask -> DomHask -- type DomHask = HEnv -> Value

 Pentru a evalua o variabilă HVar x trebuie să găsim valoarea asociată lui x în HEnv = [(Name, Value)]

```
hEval (HVar x) r =
```

hEval :: Hask \rightarrow DomHask $--type\ DomHask = HEnv <math>\rightarrow$ Value

 Pentru a evalua o variabilă HVar x trebuie să găsim valoarea asociată lui x în HEnv = [(Name, Value)]

```
hEval (HVar x) r = fromMaybe VError (lookup x r)
```

hEval :: Hask -> DomHask -- type DomHask = HEnv -> Value

```
hEval :: Hask -> HEnv -> Value
```

abstractizarea (întoarce o valoare de tip VFun)

```
hEval (HLam x e) r = VFun (  v -> hEval e ((x,v):r))
```

```
    hEval :: Hask -> HEnv -> Value
    abstractizarea (întoarce o valoare de tip VFun)
        hEval (HLam x e) r = VFun (\ v -> hEval e ((x,v):r))
    aplicarea (aplică o valore de tip VFun)
        hEval (d :$: e) r = happ (hEval d r) (hEval e r)
        where
        happ (VFun f) v = f v
        happ _ = VError
```

```
Evaluarea expresiilor Mini-Haskell în Haskell
```

```
hEval HTrue r = VBool True
hEval HFalse r = VBool False
hEval (HIf c d e) r =
   hif (hEval c r) (hEval d r) (hEval e r)
 where hif (VBool b) v w = if b then v else w
hEval (d :=: e) r = heq (hEval d r) (hEval e r)
 where heq (VInt i) (VInt j) = VBool (i == j)
       heq _ _ = VError
hEval (d : + : e) r = hadd (hEval d r) (hEval e r)
 where hadd (VInt i) (VInt j) = VInt (i + j)
hadd _ _ = VError
hEval (HVar x) r = fromMaybe VError (lookup x r)
hEval (HLam x e) r = VFun ( v -> hEval e ((x,v):r))
hEval (d : \$: e) r = happ (hEval d r) (hEval e r)
 where happ (VFun f) v = f v
                  = VError
       happ _ _
```

Test

Pe săptămâna viitoare!