Curs 14 - Examen

2018-2019

Programare Logică

Cuprins

Atenție!

Pe pagina cursului găsiți se face trimitere la un folder care conine exemple de examene și teste de laborator. Acest material conține rezolvări pentru o parte din exerciii.
Acest material NU poate fi printat ca ajutor pentru examen!

Test practic - exemple de probleme cu soluții

Test practic 2017-2018

Subiectul II. [15 pct]
In acest exercitiu vom lucra cu numere intregi reprezentate ca liste de cifre astfel: lista `[cn,…,c3,c2,c1]` reprezinta numarul
`c1+10*c2+100*c3 +…+ (10`$^{(n-1)}$`)*cn`

De exemplu, numarul `1234` este reprezentat de lista `[4,3,2,1]`.

Definiti in Prolog un predicat `adun(N,M,R)` cu urmatoarea semnificatie: numarul reprezentat de `R` este rezultatul adunarii numerelor reprezentate de listele `N` si `M`

```
?- adun([0,0,1],[2,3],[2,3,1]).
true .
?- adun([0,0,1],[2,3],R).
R = [2, 3, 1] .
```

Test practic 2017-2018

Subiectul II. [15 pct](cont)
In plus, pentru `R` dat, predicatul trebuie sa identifice cifrele necunoscute din `M` si `N` astfel incat adunarea sa fie corecta:

```
?- adun([0,0,1],[2,X],[2,3,1]).
X = 3 .
?- adun([0,0,Y],[2,X],[2,3,1]).
Y = 1,
X = 3.
```

Este suficient sa gasiti o solutie. Puteti folosi orice functie predefinta. Puteti scrie predicate ajutatoare.

Test practic 2017-2018

```
adun(L,[],L).
adun([],L,L).
adun([X|L1],[Y|L2], [Z|R]) :- numar([X|L1]), numar([Y|L2]),
                              Z is ((X+Y) mod 10),
                              D is ((X+Y) div 10),
                              plus(L1, D,  L3),
                              adun(L3,L2,R).

plus(L,0,L).
plus([],1,[1]).
plus([9|L],1,[0|L1]):-plus(L,1,L1).
plus([X|L],1, [Y|L]):- Y is (X+1).

numar([]).
numar([X|L]) :- member(X,[0,1,2,3,4,5,6,7,8,9]),
                numar(L).
```

Test practic 2018-2019 MI

Subiectul II. [15 pct]
În această problemă vom lucra cu grafuri **neorientate**.
Un graf va fi reprezentat prin lista vârfurilor `V` și lista muchiilor `LE`.
O muchie este reprezentată printr-o pereche `edge(a,b)` (muchia poate fi parcursă în ambele sensuri).
De exemplu, lista vârfurilor este `[a,b,c,d,e,f]`și lista muchiilor este
`[edge(a,b), edge(b,c), edge(b,d), edge(d,e), edge(e,a)]`.

Test practic 2018-2019 MI

Subiectul II. [15 pct](cont.)

(a) [5 puncte] Scrieți un predicat `valid(V,LE)` primeste ca argumente o listă de vârfuri și o listă de muchii, și întoarce `true` dacă capetele fiecărei muchii apar în lista vârfurilor.

Exemplu:

```
?- valid([a,b,c,d,e,f],[edge(a,b), edge(b,c),
                        edge(b,d), edge(d,e), edge(e,a)]).
true .

?- valid([a,c,d,e,f],[edge(a,b), edge(b,c),
                      edge(b,d), edge(d,e), edge(e,a)]).
false.
```

Soluție:

```
valid(_,[]).
valid(V,[edge(X,Y)|E]):-member(X,V),member(Y,V),valid(V,E).
```

Subiectul II. [15 pct](cont).

(b) [10 puncte] Scrieți un predicat `connected(V,LE)` care întoarce `true` dacă graful reprezentat prin `V` și `LE` este conex (există cel puțin un drum între oricare două vârfuri).

Exemplu:

```
?- connected([a,b,c,d,e],[edge(a,b), edge(b,c),
                          edge(b,d), edge(d,e), edge(e,a)]).
true

?- connected([a,b,c,d,e,f],[edge(a,b), edge(b,c),
                            edge(b,d), edge(d,e), edge(e,a)]
false.
```

Test practic 2018-2019 MI

Subiectul II. [15 pct](cont).

(b) **Soluție:**

```
connected(E,X,Y):- member(edge(X,Y),E); member(edge(Y,X),E).

path(X,Y,E,P) :- path(X,Y,E,[X],P).
path(X,X,_,V,V).
path(X,Y,E,V,P) :- connected(E,X,Z), \+ member(Z,V),
                   path(Z,Y,E,[Z|V],P).


connected(V,E) :-  all_connected(V,E).

all_connected([_],_).
all_connected([X,Y|L],E) :- path(X,Y,E,_),
                            all_connected([X|L],E).
```

Examen scris: exemple de probleme cu soluții

Examen scris MI 2018-2019

(P3)[20 pct]
Fie KB următoarea bază de cunoștințe definită în Prolog:

1. `r(a, a)`
2. `q(X, a)`
3. `p(X, Y) :- q(X, Z), r(Z, Y)`

(a)Desenați arborele de execuție pentru întrebarea
`?- p(X, Z)`

(b) Exprimați KB ca o mulțime de formule în logica de ordinul I demonstrați folosind rezoluția că din KB se deduce `p(X,Z)`, adică KB $\vdash \exists x \exists z\, p(x, z)$.

Examen scris MI 2018-2019

(a) Soluție:

Arborele SLD:

$$
\begin{array}{c}
\neg p(X, Z) \\
\downarrow 3 \\
\neg q(X1, Z1) \vee \neg r(Z1, Y1) \\
\downarrow 2 \\
\neg r(a, Y1) \\
\downarrow 1 \\
\square
\end{array}
$$

Arborele de execuție:

```
?- p(X,Z)
   ↓ 3
?- q(X1,Z1), r(Z1,Y1)
   ↓ 2
?- r(a,Y1)
   ↓ 1
   □
```

(P3)(cont.)
Fie KB următoarea bază de cunoștințe definită în Prolog:

1. `r(a, a).` 2. `q(X, a).` 3. `p(X, Y) :- q(X, Z), r(Z, Y)`
(b) Soluție:

KB$=\{r(a,a), \forall x\, q(x,a), \forall x \forall y \forall z\, (\neg q(x,y) \vee \neg r(z,y) \vee p(x,y))\}$

KB $\vdash \exists x \exists z\; p(x,z)$ dacă și numai dacă există o derivare prin rezoluție pentru $\square$ din forma clauzală a mulțimii $KB \cup \{\neg(\exists x \exists z\; p(x,z))\}$.

Forma clauzală a mulțimii $KB \cup \{\neg(\exists x \exists z\; p(x,z))\}$ este $\mathcal{C} = \{\{r(a,a)\}, \{q(x,a)\}, \{\neg q(x,y), \neg r(z,y), p(x,y)\}, \{\neg p(x,z)\}\}$. Se face

derivarea direct sau se construiește arborele SLD.

Examen scris MI 2018-2019

(P4) [15 pct]

Fie $\mathcal{L}$ un limbaj de ordinul I cu $\mathbf{C} = \{b\}$, $\mathbf{F} = \{f\}$, $\mathbf{R} = \{p\}$ unde $ar(f) = ar(p) = 1$.

(a) Determinați universul Herbrand determinați expansiunea Herbrand a formulei

$$\forall x(p(f(f(b))) \wedge \neg p(f(x))).$$

(b) Cercetați dacă formula de la punctul (a) este satisfiabilă folosind Teorema lui Herbrand.

(c) Arătați că $\models p(f(f(b))) \rightarrow \exists x\, p(f(x))$.

Examen scris MI 2018-2019

Soluții:

(a) Determinați universul Herbrand determinați expansiunea Herbrand a formulei $\forall x(p(f(f(b))) \wedge \neg p(f(x)))$.
Universul Herbrand este
$T_{\mathcal{L}} = \{b, f(b), f(f(b)), \ldots\} = \{f^n(b) \mid n \geq 0\}$
Expansiunea Herbrand a formulei este:
$\mathcal{H}(\varphi) = \{p(f(f(b))) \wedge \neg p(f(t)) \mid t \in T_{\mathcal{L}}\}$

(b) Cercetați dacă formula de la punctul (a) este satisfiabilă folosind Teorema lui Herbrand.
Nu este satisfiabilă, deoarece formula $p(f(f(b))) \wedge \neg p(f(f(b))) \in \mathcal{H}(\varphi)$ nu este satisfiabilă.

(c) Arătați că $\models p(f(f(b))) \to \exists x\, p(f(x))$.
$\models p(f(f(b))) \to \exists x\, p(f(x))$ dacă și numai dacă $\neg(p(f(f(b))) \to \exists x\, p(f(x)))$ nu este satisfiabilă, adică $\forall x(p(f(f(b)) \wedge \neg p(f(x)))$ nu este satisfiabilă (adevărat din (b)).

Examen scris MI 2018-2019

(P5) [10 pct] Se dă următoarea formulă:
$\forall x ((\forall y (A(y) \to L(x,y))) \to (\exists y L(y,x)))$
Indicați (bifând pătrățelul) care din propozițiile următoare sunt adevărate (punctajul se scade pentru răspunsurile false):

- ☐ $\forall x \exists y \exists z ((A(y) \wedge \neg L(x,y)) \vee L(z,x))$ este formă prenex a formulei.
- ☐ $\forall x \forall y \exists z ((A(y) \wedge \neg L(x,y)) \vee L(z,x))$ este formă prenex a formulei.
- ☐ $\forall x \forall y ((A(y) \wedge \neg L(x,y)) \vee L(y,x))$ este formă prenex a formulei.
- ☐ $\forall x \exists z \exists y ((A(y) \vee L(z,x)) \wedge (\neg L(x,y) \vee L(z,x)))$ este formă prenex a formul
- ☐ $\forall x ((A(c) \wedge \neg L(x,c)) \vee L(c,x))$ este formă Skolem a formulei.
- ☐ $\forall x ((A(f(x)) \wedge \neg L(x,f(x))) \vee L(f(x),x))$ este formă Skolem a formulei.
- ☐ $\forall x ((A(f(x)) \wedge \neg L(x,f(x))) \vee L(g(x),x))$ este formă Skolem a formulei.
- ☐ $\forall x (L(g(x),x) \vee (A(f(x)) \wedge \neg L(x,f(x))))$ este formă Skolem a formulei.

Soluție:

Formula $\forall x((\forall y(A(y) \to L(x,y))) \to (\exists y\, L(y,x)))$ se prelucrează astfel:

- se elimină $\to$ și se rectifică,

$$\forall x((\exists y(A(y) \land \neg L(x,y))) \lor (\exists z\, L(z,x)))$$

- se determină forma prenex

$\forall x \exists y \exists z((A(y) \land \neg L(x,y)) \lor L(z,x))$ sau
$\forall x \exists z \exists y((A(y) \land \neg L(x,y)) \lor L(z,x))$

- se determină forma Skolem

$$\forall x((A(f(x)) \land \neg L(x,f(x))) \lor L(g(x),x))$$

Examen scris MI 2018-2019

Soluție:

- ■ $\forall x \exists y \exists z((A(y) \wedge \neg L(x,y)) \vee L(z,x))$ este formă prenex a formulei.
- □ $\forall x \forall y \exists z((A(y) \wedge \neg L(x,y)) \vee L(z,x))$ este formă prenex a formulei.
- □ $\forall x \forall y((A(y) \wedge \neg L(x,y)) \vee L(y,x))$ este formă prenex a formulei.
- ■ $\forall x \exists z \exists y((A(y) \vee L(z,x)) \wedge (\neg L(x,y) \vee L(z,x)))$ este formă prenex a formul
- □ $\forall x((A(c) \wedge \neg L(x,c)) \vee L(c,x))$ este formă Skolem a formulei.
- □ $\forall x((A(f(x)) \wedge \neg L(x,f(x))) \vee L(f(x),x))$ este formă Skolem a formulei.
- ■ $\forall x((A(f(x)) \wedge \neg L(x,f(x))) \vee L(g(x),x))$ este formă Skolem a formulei.
- ■ $\forall x(L(g(x),x) \vee (A(f(x)) \wedge \neg L(x,f(x))))$ este formă Skolem a formulei.

Succes la examen!