**FMI, MI, Anul III**
**Programare logică**

# Examen
# - Numărul I -

| P1 | P2 | P3 | P4 | P5 | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

**(P1)** [5 puncte] Demonstraţi următorul secvent:

(i) $A \to (B \vee C), A, (A \wedge B) \to D, (A \wedge C) \to D \vdash D$

**(P2)** [10 puncte] Fie $f$ un simbol de funcţie de aritate 2, $g$ şi $h$ simboluri de funcţii unare, iar $x, y, z, v, w$ variabile. Determinaţi un unificator, indicând la fiecare pas regula aplicată:

$$\{f(x, g(x)) \doteq y, h(y) \doteq h(v), v \doteq f(g(z), w)\}$$

**(P3)** [20 puncte] Fie KB următoarea bază de cunoştinţe definită în Prolog:

1. `r(a, a)`
2. `q(X, a)`
3. `p(X, Y) :- q(X, Z), r(Z, Y)`

(a)Desenaţi arborele de execuţie pentru întrebarea
`?- p(X, Z)`

(b) Exprimaţi KB ca o mulţime de formule în logica de ordinul I demonstraţi folosind rezoluţia că din KB se deduce `p(X,Z)`, adică KB $\vdash$ `p(X,Z)`.

**(P4)** [15 puncte] Fie $\mathcal{L}$ un limbaj de ordinul I cu $\mathbf{C} = \{b\}$, $\mathbf{F} = \{f\}$, $\mathbf{R} = \{p\}$ unde $ar(f) = ar(p) = 1$.

(a) Determinaţi universul Herbrand determinaţi expansiunea Herbrand a formulei

$$\forall\, x(p(f(f(b))) \wedge \neg p(f(x))).$$

(b) Cercetaţi dacă formula de la punctul (a) este satisfiabilă folosind Teorema lui Herbrand.

(c) Arătaţi că $\vDash p(f(f(b))) \rightarrow \exists x p(f(x))$.

**(P5)** [10 puncte] Se dă următoarea formulă:

$$\forall x\, ((\forall y\, (A(y) \rightarrow L(x,y))) \rightarrow (\exists y\, L(y,x)))$$

Indicaţi (bifând pătrăţelul) care din propoziţiile următoare sunt adevărate (punctajul se scade pentru răspunsurile false):

- ☐ $\forall x \exists y \exists z((A(y) \wedge \neg L(x,y)) \vee L(z,x))$ este formă prenex a formulei.
- ☐ $\forall x \forall y \exists z((A(y) \wedge \neg L(x,y)) \vee L(z,x))$ este formă prenex a formulei.
- ☐ $\forall x \forall y((A(y) \wedge \neg L(x,y)) \vee L(y,x))$ este formă prenex a formulei.
- ☐ $\forall x \exists z \exists y((A(y) \vee L(z,x)) \wedge (\neg L(x,y) \vee L(z,x)))$ este formă prenex a formulei.
- ☐ $\forall x((A(c) \wedge \neg L(x,c)) \vee L(c,x))$ este formă Skolem a formulei.
- ☐ $\forall x((A(f(x)) \wedge \neg L(x,f(x))) \vee L(f(x),x))$ este formă Skolem a formulei.
- ☐ $\forall x((A(f(x)) \wedge \neg L(x,f(x))) \vee L(g(x),x))$ este formă Skolem a formulei.
- ☐ $\forall x(L(g(x),x) \vee (A(f(x)) \wedge \neg L(x,f(x))))$ este formă Skolem a formulei.