



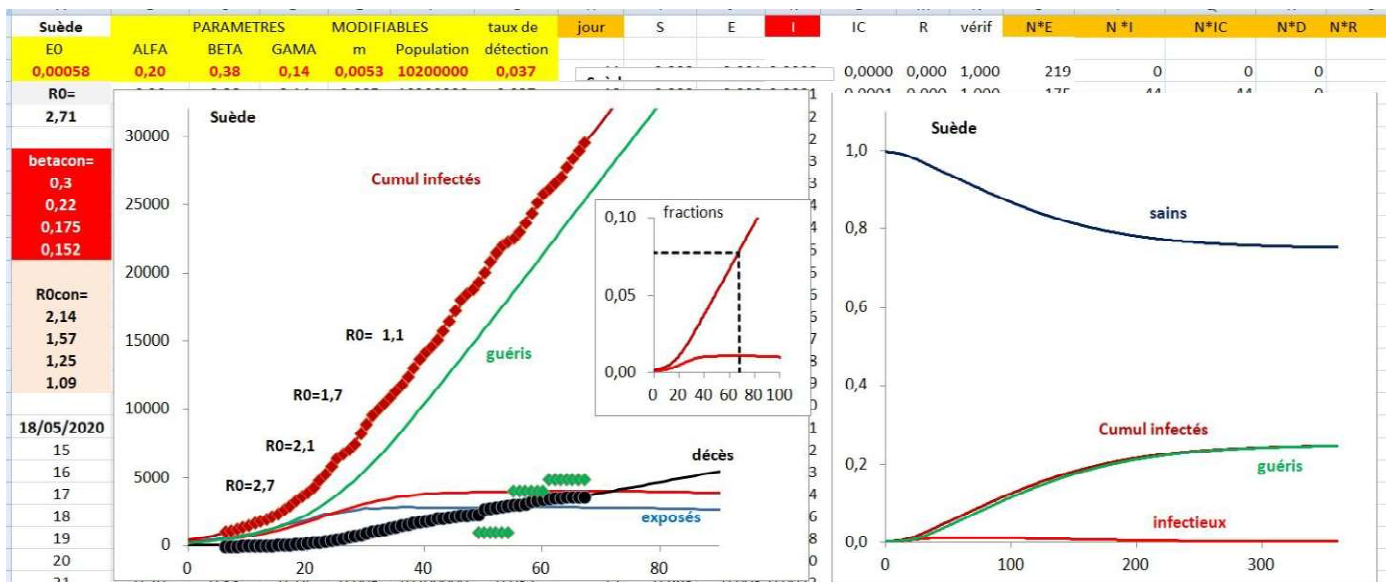
Lettre n° 5

20 mai 2020

*L'immunité de groupe.
Exemple de la Suède.
Conséquences de défauts d'immunisation.*

Bonjour, ou bonsoir, si vous êtes à l'autre bout du monde.

Dans la lettre n°4 nous avons pris l'exemple de la Suède, et estimé « à la louche » qu'il lui faudrait une année pour atteindre son objectif d'immunité collective, généralement estimé entre 60 et 80 % de la population. Pour éclairer ce qui va suivre, commençons par reprendre la simulation des résultats de la Suède, sur une période assez longue pour atteindre le stade d'immunité de groupe.



L'immunité collective, c'est-à-dire le plateau sur toutes les courbes, apparaît de manière asymptotique aux environs des jours 250-300 (mi-novembre – fin décembre), avec environ 25 % seulement de la population atteinte par le virus. Cette valeur appelée seuil d'immunité collective est nettement plus basse que tout ce qu'on entend sur les media. Comme certains le savent déjà, elle est étroitement liée à la valeur du facteur de reproduction R_0 . Voici donc introduit le sujet de la présente lettre :

Considérations sur l'immunité de groupe : De quoi s'agit-il, de quoi dépend-elle, que devient-elle en cas de défauts d'immunisation des personnes guéries ?

L'immunité de groupe est définie comme un état stationnaire de l'épidémie : les diverses fractions de la population n'évoluent plus. La fraction infectieuse est devenue négligeable, dans l'idéal nulle.

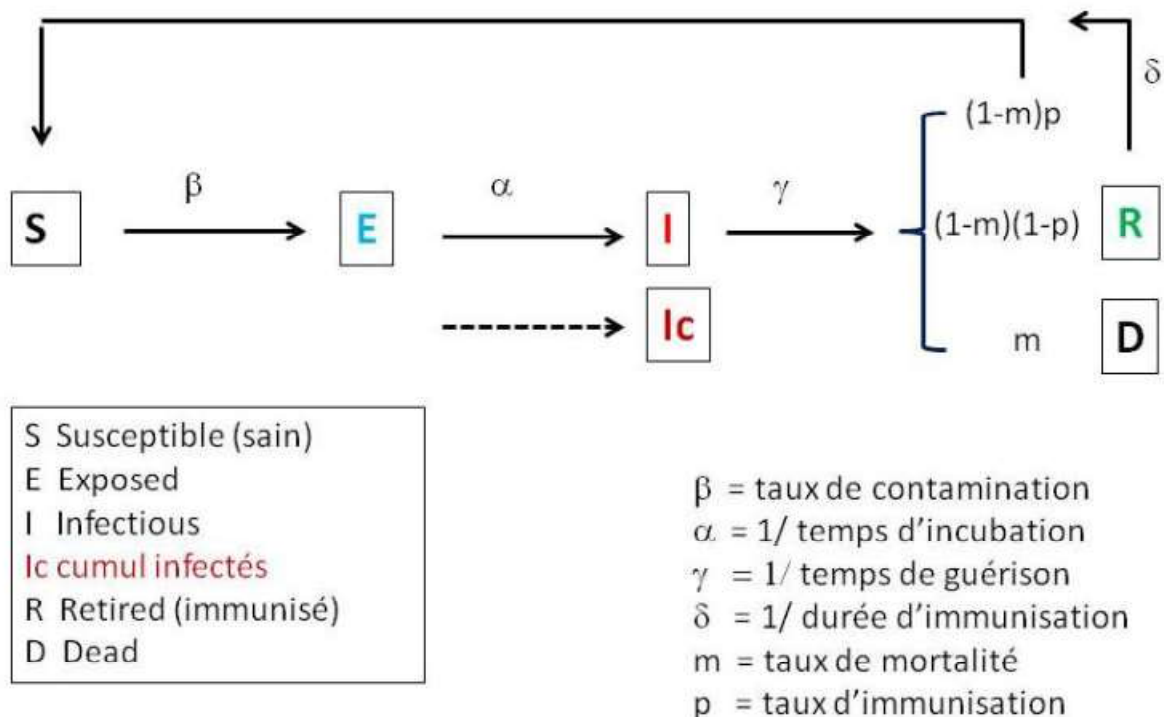
La valeur du taux d'immunité de groupe (limite asymptotique de la fraction infectée) ne dépend que de la valeur de R_0 . Dans le modèle SIR initial le calcul est simple et conduit à la valeur limite $I_c(\lim) = 1 - 1/R_0$. Ce résultat est obtenu en considérant que le taux de propagation de l'épidémie dI/dt est gouverné par le produit $R_0 S$. C'est la réduction du réservoir de personnes saines S qui fait ralentir l'épidémie. Lorsque ce produit atteint la valeur critique 1, la progression s'arrête. On a donc $R_0 S(\lim) = 1$, d'où :

$$I_c(\lim) = R(\lim) = 1 - I(\lim=0) - S(\lim) = 1 - 1/R_0.$$

Ce résultat reste approximativement valable avec le modèle SEIR, dans lequel la population exposée précède de peu la population infectieuse, et avec le modèle SEIRD tenant compte des décès, dans la mesure où cette proportion est effectivement faible.

Attention : **l'état d'immunité de groupe peut être un arrêt temporaire de la progression de l'épidémie**. Celle-ci peut reprendre si la valeur de R_0 se trouve augmentée par un changement de comportement de la société alors que la fraction infectieuse n'est pas rigoureusement nulle.

Que devient cette immunité de groupe lorsque les défauts d'immunisation conduisent à des cas de récidence ? Autrement dit, lorsque le réservoir R présente des fuites en direction du réservoir S. Nous avons représenté cette situation sur le schéma fonctionnel de notre modèle ainsi complété (SEIRDIM) :



$R_0 = \beta/\gamma$ est le taux de reproduction = le nombre de personnes contaminées par personne infectée au départ de l'épidémie (quand la croissance est exponentielle).

Nous avons donc introduit deux types possibles de défauts d'immunisation : la guérison sans immunité (taux d'immunisation $p < 1$), et la durée limitée de l'immunisation, $1/\delta$. L'évolution dans le temps de ces différentes fractions est régie par les équations différentielles couplées :

$$dS/dt = -\beta SI + (1-m)(1-p)\delta I + \delta R ; dE/dt = \beta SI - \alpha E$$

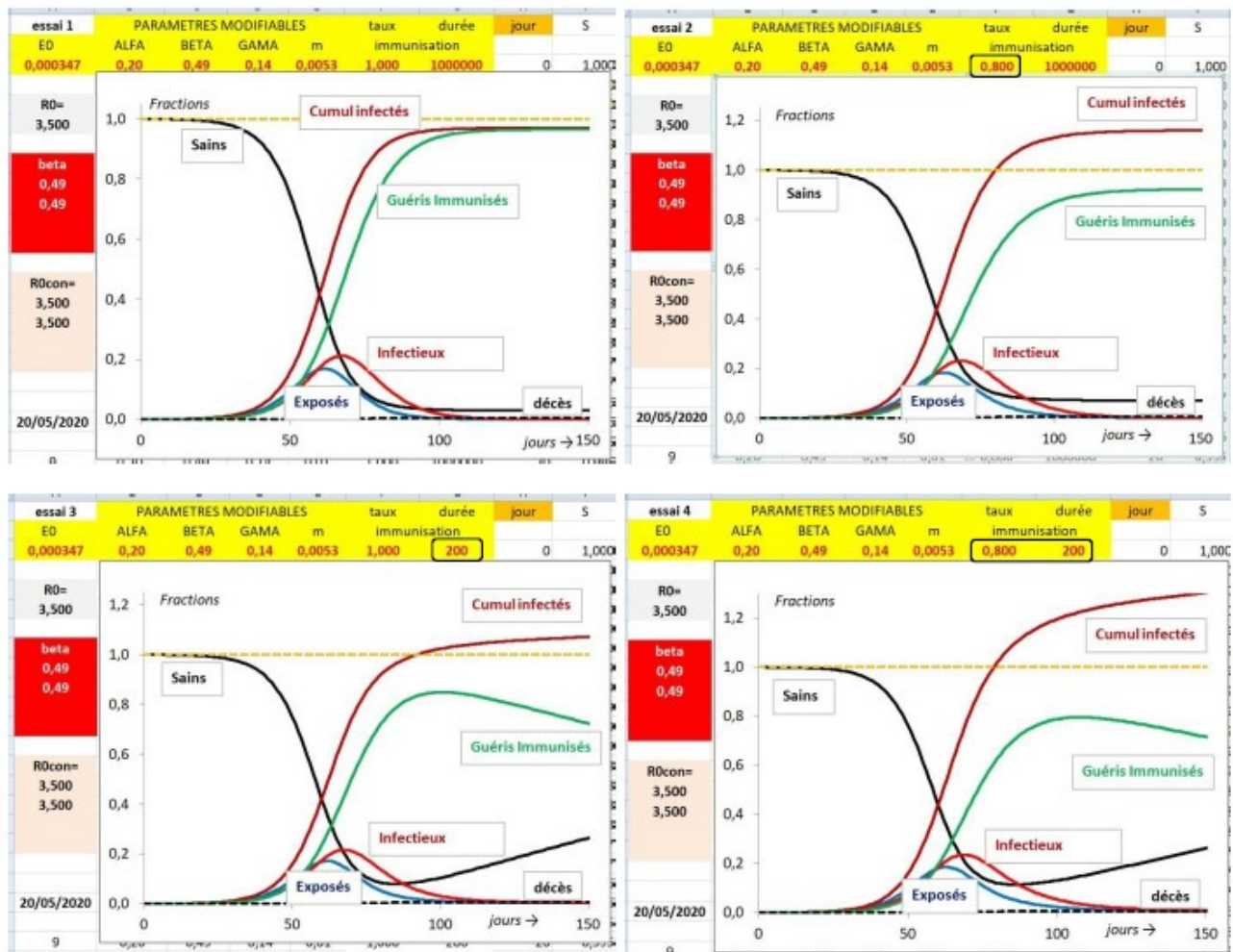
$$dI/dt = \alpha E - \gamma I ; dR/dt = (1-m)p\gamma I - \delta R$$

$$dD/dt = m\gamma I ; \text{ajoutons-y } dIc/dt = \alpha E$$

La somme de ces dérivées est nulle, avec $S + E + I + R + D = 1$.

La présence d'une boucle supplémentaire $R \rightarrow S$ donne un caractère réversible à la dynamique du système. Le plateau appelé « immunité de groupe » devient un **équilibre dynamique**, pouvant maintenant évoluer dans l'un ou l'autre sens sous l'effet de variations opposées du paramètre R_0 . D'autre part, compte tenu des récides, la fraction cumulée Ic pourra dépasser la valeur 1.

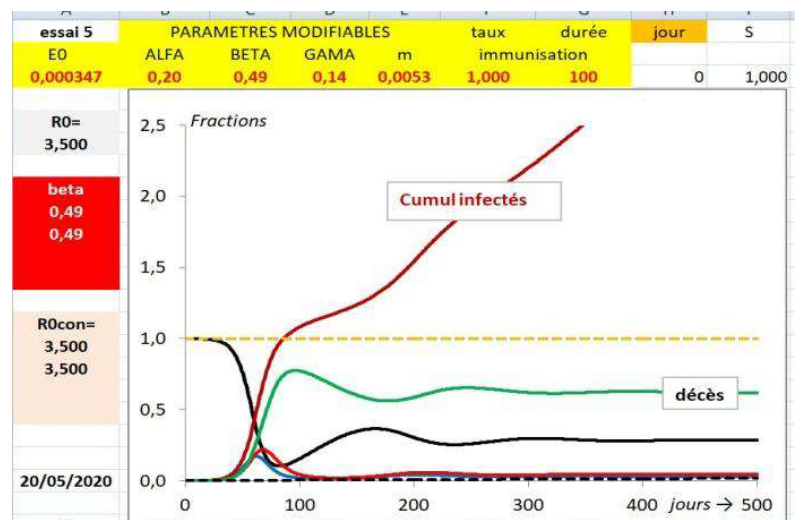
Nous avons réalisé quelques simulations pour éclairer cette nouvelle situation (*la durée d'immunisation est en jours*):



On voit les deux effets majeurs des défauts d'immunisation : la réduction de la proportion de personnes guéries et, uniquement sous l'effet d'une durée limitée de l'immunisation, une remontée de la fraction saine, qui laisse présager **un rebond de l'épidémie** !

La simulation sur des temps plus longs montre que c'est l'amorce d'oscillations amorties.

Le système évolue vers une pseudo-stabilisation, avec un tout petit flux de décès alimenté par les récidives. Pas de quoi s'inquiéter, au niveau statistique naturellement. Nous aurons le temps de mourir d'autre chose. Et le plus tard possible, on n'est pas pressés !



En résumé : dans le cadre du modèle, les défauts d'immunisation peuvent faire obstacle à l'établissement de l'immunité de groupe. Il faut cependant attendre des données épidémiologiques permettant de préciser les valeurs des paramètres impliqués, avant de chiffrer l'impact réel de ces défauts.

Avec la lettre n° 6, nous commencerons l'examen des données régionales. Le chiffrage du nombre de cas avérés est malencontreusement arrêté depuis le 25 mars (!!), mais celui du nombre de décès semble bien mis à jour et nous suffira pour baser un tour d'horizon régional analogue à celui que nous venons de faire dans la lettre n° 4.

Or donc, portez-vous bien, dé-confiniez-vous de même et restez vigilants.

François VARRET, Physicien Professeur Emérite à l'Université de Versailles Saint-Quentin

Mathilde VARRET, Chargée de Recherche INSERM (Génétique, Biologie) Hôpital Bichat.



Milou Confiné, Milou Masqué, Milou Résistant, bientôt Milou Libéré !