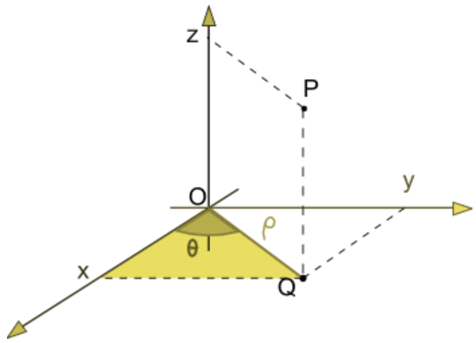
Coordenadas Cilíndricas (r, θ, z)

Es un sistema tridimensional, por ende, determinado por una terna de valores. Se asemeja a las coordenadas polares, solo que se la agrega una tercera dimensión, la cual determina la altura o profundidad (z).

Las coordenadas cilíndricas se dan de la forma (r, θ, z) donde r es la distancia existente entre el origen y el punto definido, θ el ángulo que forma el eje x y la recta sobre el plano XY y finalmente z que determina la altura o profundidad.



Condiciones para la obtención del ángulo φ en coordenadas esféricas

a. Si el ángulo φ obtenido en la conversión es negativo, se debe suma a 180° (Se realiza una resta).
b. Si el ángulo φ obtenido de la conversión es 0°, significa que el ángulo es 90°. Esto se debe a que el ángulo 90° no está definido para la función trigonométrica tangente.
c. Si el ángulo φ obtenido de la conversión es positivo, se deja tal cual.

Ejemplos y fórmulas de conversión

Fórmulas para convertir a Coordenada Cartesiana

$$x = r\cos\theta$$

$$y = r\sin\theta$$

$$z = z$$

Los ejemplos de a continuación se dan con el ángulo θ de 0° a 360° y no se acepta el radio negativo. Solo hay un caso donde un punto se puede expresar de dos maneras, cuando el ángulo es 0° o 360°

Ejemplos de conversión de coordenadas cilíndricas a cartesianas

Ejemplo 1: Convertir la coordenada cilíndrica (4,30°, -9)

Aplicar la fórmula para X, $\boldsymbol{x = r\cos\theta}$

$$x = 4\cos 30° = 2\sqrt{3} = 3.46$$

Aplicar la fórmula para Y, $\boldsymbol{y = r\sin\theta}$

$$y = 4\sin 30° = 2$$

A la componente Z se deja igual

z = -9

Se obtiene la solución (x, y, z)

Coordenada cartesiana 3D (3.46, 2, -9)

Ejemplo 2: Convertir la coordenada cilíndrica (6.5, 360°, 0)

Aplicar la fórmula para X, $\boldsymbol{x = r\cos\theta}$

$$x = 6.5\cos 360° = 6.5$$

Aplicar la fórmula para Y, $\boldsymbol{y = r\sin\theta}$

$$y = 6.5\sin 360° = 0$$

A la componente Z se deja igual

z = 0

Se obtiene la solución (x, y, z)

Coordenada cartesiana 3D (6.5, 0, 0)

Ejemplo 3: Convertir la coordenada cilíndrica ($\boldsymbol{\sqrt{3}}$, 225°, 0) a C

Aplicar la fórmula para X, $\boldsymbol{x = r\cos\theta}$

$$x = \sqrt{3}\cos 225° = -\frac{\sqrt{6}}{2} = -1.22$$

Aplicar la fórmula para Y, $\boldsymbol{y = r \sin \theta}$

$$y = \sqrt{3}\sin 225° = -\frac{\sqrt{6}}{2} = -1.22$$

A la componente Z se deja igual

z = 0

Se obtiene la solución (x, y, z)

Coordenada cartesiana 3D (-1.22, -1.22, 0)

Fórmulas para convertir a coordenadas esféricas

$$r = \sqrt{r^2 + z^2}$$

$$\theta = \theta$$

$\varphi = \tan^{-1}\frac{r}{z}$ El radio r a colocar, será el de la coordenada a convertir

Ejemplos de conversión de coordenadas cilíndricas a esféricas

Ejemplo 1: Convertir la coordenada cilíndrica (10, 5°, 12)

Aplicar la fórmula para el radio $\boldsymbol{r = \sqrt{r^2 + z^2}}$

$$\mathrm{r} = \sqrt{(10)^2 + (12)^2} = 2\sqrt{61} = 15.62$$

Aplicar la fórmula para el ángulo θ, $\boldsymbol{\theta = \theta}$

$$\theta = 5°$$

Aplicar la fórmula para el ángulo φ, $\boldsymbol{\varphi = \tan^{-1}\frac{r}{z}}$

$$\varphi = \tan^{-1}\frac{10}{12} = \tan^{-1}\frac{5}{6} = 39.8°$$

Se obtiene la solución (r, θ, φ)

Coordenada Esférica (15.62, 5°, 39.8°)

Ejemplo 2: Convertir la coordenada cilíndrica (3, 180°, 0)

Aplicar la fórmula para el radio $\boldsymbol{r = \sqrt{r^2 + z^2}}$

$$\mathrm{r} = \sqrt{(3)^2 + (0)^2} = 9$$

Aplicar la fórmula para el ángulo θ, $\boldsymbol{\theta = \theta}$

$$\theta = 180°$$

Aplicar la fórmula para el ángulo φ, $\boldsymbol{\varphi = \tan^{-1}\frac{r}{z}}$. Se aplica la condición **b** para obtener correctamente el ángulo φ.

$$\varphi = \tan^{-1}\frac{3}{0} = 0°$$

$$\varphi = 90°$$

Se obtiene la solución (r, θ, φ)

Coordenada Esférica (9, 180°, 90°)

Ejemplo 3: Convertir la coordenada cilíndrica (81, 55°, -31) a C. esférica

Aplicar la fórmula para el radio $\boldsymbol{r = \sqrt{r^2 + z^2}}$

$$\mathrm{r} = \sqrt{(87)^2 + (-31)^2} = 86.73$$

Aplicar la fórmula para el ángulo θ, $\boldsymbol{\theta = \theta}$

$$\theta = 55°$$

Aplicar la fórmula para el ángulo φ, $\boldsymbol{\varphi = \tan^{-1}\frac{r}{z}}$. Se aplica la c condición **a** para obtener correctamente el ángulo φ.

$$\varphi = \tan^{-1}\frac{81}{-31} = -69°$$

$$\varphi = 180° + (-69°) = 111°$$

Se obtiene la solución (r, θ, φ)

Coordenada Esférica (86.73, 55°, 111°)