CURVAS DE BÉZIER

Exercício 1 - A redução de grau de uma curva de Bézier é o processo de transformar uma curva de grau mais alto (por exemplo, cúbica, grau 3) em uma curva de grau mais baixo (por exemplo, quadrática, grau 2), tentando preservar ao máximo a forma original da curva.

Uma curva de Bézier de grau n é definida por n+1 pontos de controle.

- Reduzir o grau significa encontrar uma nova curva com menos pontos de controle que aproxime a curva original.

- Esse processo não é exato em geral (exceto em casos especiais), mas gera uma curva mais simples de manipular e calcular.

a) Escreva um programa para reduzir uma curva cúbica (grau 3) a uma quadrática (grau 2). Para isso mantenha os pontos extremos

1. $Q_0 = P_0$ e $Q_2 = P_3$
2. Calcule o ponto intermediário Q1 como a combinação linear dos pontos originais

$$Q_1 = \frac{3}{4}P_1 + \frac{1}{4}P_2$$

- Avalie o erro. Para isso, amostres pontos da curva original e da curva reduzida (100 amostras para t $t \in [0,1]$ (Calcule o erro máximo $E_{\{max\}} = |B_n(t) - B_m(t)|$) e analise com a escolha de Q_1 influencia na qualidade da aproximação. Para isso.
- Use o algoritmo de De Casteljau para desenhar a curva cúbica (Apresente a saída gráfica da curva).
- Calcule os novos pontos Q_0, Q_1, Q_2.
- Desenhe a curva quadrática e compare visualmente.

b) Escreva e implemente um algoritmo que generalize a redução de grau de uma curva de Bézier de grau n para uma outra curva de Bézier de grau m, com m < n.

Exercício 2 - O aumento de grau de uma curva de Bézier é o processo de transformar uma curva de grau n em uma curva equivalente de grau n+1 , sem alterar sua forma geométrica.

Para aumentar o grau da curva, faça

$$Q_0 = P_0, \quad Q_{n+1} = P_n$$
$$Q_i = \frac{i}{n+1}P_{i-1} + \left(1 - \frac{i}{n+1}\right)P_i \quad \text{para } i = 1, 2, \ldots, n$$

a) Escreva um programa que aumente o grau de uma curva de Bézier de grau n para um curva de grau n+1.
b) Use o algoritmo de De Casteljau para desenhar a curva de grau n+1 (Apresente a saída gráfica da curva).
c) Explique por que o aumento de grau não altera a forma da curva, apenas adiciona mais pontos de controle.

SUPERFÍCIES DE REVOLUÇÂO E VARREDURA

Exercício 3 - Considere uma curva de Bézier de grau n no plano , definida pelos pontos de controle $P_0, P_1, \ldots, P_n$. Essa curva será usada como geratriz para gerar uma superfície de revolução em torno do eixo z.

a) Gere e plote a superfície resultante em 3D (Apresente o código com as inovações desenvolvidas).
b) Adicione interatividade a superfície fazendo com que as mudanças nos pontos de controle afetem a visualização da superfície gerada.

Exercício 4 - Uma superfície de varredura é um tipo de superfície em computação gráfica e modelagem geométrica que se obtém ao deslocar uma curva (chamada geratriz) ao longo de outra entidade geométrica (chamada trajetória ou diretora). A superfície de varredura é formada quando uma curva é "varrida" ao longo de um caminho, gerando uma superfície tridimensional.

Procedimentos:

a) Defina uma curva de Bézier fechada no plano xy, que servirá como perfil gerador, e uma reta espacial no eixo z como trajetória.
b) Calcule os pontos da curva fechada para valores de parâmetro $u \in [0,1]$ (desenhe acurva) e, simultaneamente, pontos da reta para valores de parâmetro $v \in [0,1]$.
c) Em seguida, para cada ponto da trajetória, posiciona-se a curva fechada como seção transversal, deslocando e orientando-a de acordo com a posição e direção da reta diretora.

Tarefa:

a) Faça um programa para a visualização da superfície de varredura tridimensional permitindo observar como o perfil fechado se desloca ao longo da trajetória e gera a superfície.
b) Ponto extra: Faça a superfície da asa de um avião (dica: a cada variação do parâmetro v da reta, faça uma redução de escala da curva proporcional as variações do perfil da asa).

RENDERING (MODELO DE ILUMINAÇÂO)

Exercício 5 - Implemente um programa em OpenGL que renderize três objetos tridimensionais clássicos: um torus, uma esfera e o teapot de Utah. O objetivo é aplicar o modelo de iluminação de Phong para obter efeitos realistas de luz sobre as superfícies.

a) Posicione a fonte de luz na cena e ajuste suas propriedades (cor, intensidade, posição).
b) Renderize cada objeto com materiais diferentes (ex.: metálico para o torus, cerâmico para o teapot, plástico para a esfera).
c) Permita interação do usuário para rotacionar os objetos e observar como a iluminação muda.
d) Adicione múltiplas fontes de luz (direcional e pontual).
e) Apresente a saída gráfica das cenas geradas e o código em Python.

ENTREGA: 15/12/2025 no nosso classroom.

BOAS FESTAS e um FELIZ 2026 para você sua família!!