

# AVALIAÇÃO DA MEDIDA DE NÚCLEO DE INFLAÇÃO BASEADA NO MÉTODO WAVELET PARA O BRASIL

Anderson Antonio Denardin<sup>1</sup>

Alice Kozakevicius<sup>2</sup>

Alex A. Schmidt<sup>3</sup>

Área 4: Macroeconomia, Economia Monetária e Finanças

## Resumo

Este artigo tem como propósito a utilização do método de wavelet para a estimação de uma medida de núcleo de inflação para o Brasil. Considerando que a política monetária opera sob o regime de metas de inflação, a identificação de um indicador que consiga separar o sinal do ruído, ou seja, identificar qual a parte da inflação é persistente, e qual é meramente transitória é fundamental para estabelecer as regras de política monetária e o sucesso do controle da inflação. Na prática, os bancos centrais realizam esta tarefa utilizando as chamadas “medidas de núcleo de inflação”. Uma medida adequada de núcleo de inflação tende a ser compatível com as duas funções básicas, ou seja, trata-se de uma boa representação para a tendência de inflação, e um bom previsor para a inflação futura. Tomando isso em conta, o artigo propõe-se a construir uma medida alternativa de núcleo de inflação, as chamadas “Medidas de Núcleo de Inflação baseada em funções Wavelet” (MIW) e “Análise de Resolução Múltipla” (ARM), considerando o período para análise 1996.01 – 2015.05. Comparações com os núcleos de inflações oficiais utilizados pelo Banco Central e medidas baseadas em regressões procuram testar sua eficácia em seguir a tendência da inflação e sua capacidade de prever a inflação futura. Os resultados sugerem que as medidas de núcleo baseadas em wavelet para o Brasil demonstram um melhor desempenho que a abordagem tradicional de núcleo de inflação, pois apresentam uma performance superior e uma maior robustez em termos de análise de longo prazo e podem auxiliar na melhora das projeções de curto prazo, indicando que o método wavelet constitui um caminho promissor para futuras pesquisas de núcleo de inflação e um mecanismo mais eficiente para orientar a política monetária.

**Palavras-chave:** Núcleo de inflação, Wavelets, Tendência de Inflação, Previsão de Inflação

**Classificação JEL:** C32, E31, E37, E52.

## Abstract

This article aims to use the wavelet method for the estimation of a core inflation measure for Brazil. Considering that monetary policy operates under the regime of inflation targeting, the identification of an indicator that can separate the signal from noise, ie, identify which part of the inflation is persistent, and what is merely transient is essential to establish monetary policy rules and the success of controlling inflation. In practice, central banks perform this task using so-called "core inflation measures." An appropriate measure of core inflation tends to be compatible with the two basic functions, namely, it is a good representation for the inflation trend, and a good predictor for future inflation. Taking this into account, the article proposes to build an alternative measure of core inflation, the so-called "Wavelet-based core Inflation Measures" (WIM) and "Multiple Resolution Analysis" (ARM), considering the period for analysis 1996.01 - 2015.05. Comparisons with the official core inflation used by the central bank and measures based on regression functions seeking to test their effectiveness to follow the trend of inflation and its ability to predict future inflation. The results suggest that the measures based on wavelets to Brazil show a better performance than the traditional approach of core inflation, since they have proven superior in terms of long-term performance and can help improve short-term projections, indicating the wavelet method is a promising avenue for future core inflation research and a more efficient mechanism to guide monetary policy.

**Keywords:** Core inflation, Wavelets, Inflation Trend, Forecast Inflation

**Classificação JEL:** C32, E31, E37, E52.

1. Departamento de Ciências Econômicas da Universidade Federal de Santa Maria – UFSM. E-mail: aadenardin@gmail.com

2. Departamento de Matemática da Universidade Federal de Santa Maria – UFSM. E-mail: alice.kozakevicius@gmail.com

3. Departamento de Matemática da Universidade Federal de Santa Maria – UFSM. E-mail: aaschmidt1@gmail.com

## 1 Introdução

Uma completa compreensão da dinâmica do comportamento da inflação, que compreende a identificação de sua natureza e de seus principais determinantes, é essencial para a definição de um padrão adequado de política monetária e para garantir a eficiência na estabilização do sistema de preços em uma economia. Em tais circunstâncias, a distinção entre os indicadores de inflação tem sido de extrema relevância para a definição do padrão da política monetária, principalmente, no contexto em que passou a vigorar os regimes de metas de inflação. A diferenciação mais relevante para um melhor entendimento da dinâmica de ajustamento do sistema de preços é feita entre o indicador do índice de inflação agregado (indicador de volatilidade de curto prazo) e o indicador de núcleo de inflação (indicador de tendência de longo prazo), que possibilita uma separação entre mudanças que são de caráter permanente, daquelas que são de caráter puramente transitório.

Com a difusão da adoção do regime de metas de inflação, os Bancos Centrais passaram a se preocupar com a escolha da meta de inflação correta a ser perseguida, e utilizada como indicador de política monetária. Como observa Blinder (1997), com baixos níveis de inflação o grande desafio consiste em separar o sinal do ruído, ou seja, identificar qual a parte da inflação é duradoura, e qual é meramente transitória, pois essa distinção torna-se crucial para estabelecer as regras de política monetária e o sucesso do controle da inflação.

Os Bancos Centrais procuram executar essa tarefa utilizando a medida de núcleo de inflação. A literatura de núcleo de inflação sugere duas definições alternativas para o termo, Bryan et al (1997) e Cecchetti (1997) definem o núcleo de inflação como uma medida de tendência subjacente do nível de preços, por sua vez, Blinder (1997) e Smith (2004), definem o núcleo de inflação como sendo um dos principais indicadores do nível de preços futuro. Na prática, uma medida adequada de núcleo de inflação tende a ser compatível com as duas definições, ou seja, trata-se de uma boa representação para a tendência de inflação, e um bom previsor para a inflação futura.

Medidas de núcleo de inflação podem ser classificadas em duas categorias amplas: medidas baseadas na exclusão, as quais são obtidas subtraindo alguns preços específicos do índice de preços agregados; e medidas baseadas em estatísticas, as quais são obtidas usando métodos estatísticos para extrair a tendência de inflação do índice de inflação agregado. Medidas de inflação baseadas em exclusão são geralmente preferidas pelos gestores da política monetária porque são mais fáceis de serem construídas, e comunicadas entre os gestores da política e o público, e menos prováveis de sofrerem alterações.

Assim, partindo-se de um índice de inflação agregado, podemos derivar uma medida de núcleo de inflação intimamente relacionada a ele, e que satisfaça as propriedades desejáveis, de capturar a tendência e de prever a série original.

No Brasil, o sistema de metas de inflação foi introduzido em julho de 1999 e, desde então, o Banco Central vem utilizando as medidas de núcleo de inflação como parte do amplo conjunto de informações que utiliza para programar a política monetária. O principal objetivo do sistema de metas de inflação é estabelecer uma âncora nominal para orientar a política monetária, de modo que a atuação da autoridade monetária consista em levar a inflação a convergir com a meta preestabelecida. Com esse propósito, a autoridade monetária deve monitorar as oscilações dos preços correntes, bem como, estimar seu comportamento futuro, o que requer total informação sobre as causas das oscilações dos preços e de seus possíveis determinantes, dado que suas decisões de política monetária dependerão das fontes de oscilação e da trajetória da inflação. Para o sucesso dessa estratégia, é necessário que o sistema de metas conquiste credibilidade, o que pode ser obtido apenas mediante o rigoroso cumprimento da meta.

Nesse contexto, as medidas de núcleo têm a função de ampliar a visibilidade do Banco Central no que se refere às verdadeiras fontes de pressão inflacionária, principalmente, quando a orientação da política monetária parte de um indicador agregado, como é o caso do índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA). Dada a utilização do índice pleno, justifica-se o emprego de mecanismos que possibilitam a identificação das flutuações captadas pelo IPCA, classificando-as segundo o seu caráter que pode ser permanente ou transitório. Assim, ampliam-se as chances de sucesso do sistema de metas de inflação, principalmente na identificação da natureza dos choques.

Nesse sentido, grande parte da literatura de núcleo de inflação para o Brasil tem sido referenciada na taxa de inflação medida pelo IPCA, o qual representa o índice oficial para o regime de metas de controle da inflação no país. Com base na abordagem do sistema de exclusão, consideram-se as medidas de núcleo de inflação derivadas diretamente dos componentes que agregam esse índice amplo, como referência para a orientação da política monetária.

Apesar da popularidade dos núcleos de inflação baseados na abordagem de exclusão, amplamente adotados pelo Banco Central que adotam o regime de metas, críticas são sugeridas com relação à eficácia dessas medidas de núcleo para estimar a tendência e prever a inflação e, portanto, com relação à eficiência de sua utilização na condução da política monetária para o controle da inflação. Bermingham (2010) avalia diferentes medidas de núcleo para os Estados Unidos e conclui que elas não conseguem ser melhores do que simples modelos de referência para indicar a tendência e prever a inflação no longo prazo. Para o caso do Brasil, Silva Filho e Figueiredo (2011) demonstram que as medidas de núcleo usadas pelo Banco Central não ajudam a prever a inflação e recomendam que sejam usadas com cautela.

Considerando que existe uma diversidade de medidas de núcleos que podem ser utilizadas como padrão de referência para a orientação da política monetária no controle da inflação, a presente pesquisa propõe a construção de uma medida alternativa de núcleo de inflação para o Brasil com base nas chamadas “Medidas de Núcleo de Inflação baseada em funções Wavelets” (MIW) e “Análise de Resolução Múltipla” (ARM), e então avaliar sua relevância para a política monetária.

A construção de medidas de núcleo de inflação com base na análise de wavelet é relativamente nova na literatura econômica, sendo esta pesquisa a primeira tentativa formal para analisar seu desempenho para o caso do Brasil. Assim sendo, utilizaremos a vantagem da flexibilidade do método wavelet para estudar o comportamento dinâmico da inflação brasileira no período 1996.01 a 2015.05. A vantagem de se utilizar o método de wavelets, é que ele pode prover uma nova percepção para a análise de dados econômicos, porque fornece maior flexibilidade para lidar com séries de dados irregulares, pois oferece maior precisão para localizar irregularidades, isolar choques, identificar mudanças de regime e maior habilidade para tratar com a não estacionariedade das séries de tempo, padrões bastante comum do comportamento das séries de inflação, o que possibilita identificar a tendência de longo prazo e choques locais com maior rigor e precisão.

As wavelets são localizadas no tempo e escala, característica que as torna adequadas para a representação de sinais de comprimento finito ou que demonstram diferentes padrão de comportamento no tempo. As wavelets não são homogêneas sobre o tempo (elas apresentam energia finita) e apresentam suporte compacto (duram por um período de tempo curto) e, por conseguinte, são indexadas no domínio de tempo. Tais características permitem observar o sinal da função em um número de diferentes escalas, o que possibilita observar, a partir de uma certa distância inicial, as características gerais, bem como, a partir de aproximações sucessivas revelar seus detalhes mais finos.

A motivação para essa medida alternativa é fundamentada na idéia de que, se o núcleo de inflação é para ser interpretado como um sinal subjacente de um processo de inflação originalmente ruidoso, então será possível estimar o núcleo de inflação utilizando uma adequada extração de sinal ou método de filtragem, que leve em consideração a não estacionariedade da série. O método de wavelet é especialmente designado para este tipo de problema e tem sido usado, com grande sucesso, em muitas áreas da ciência aplicada. Essa metodologia evita a arbitrariedade da abordagem que estima o núcleo de inflação simplesmente excluindo certas componentes da taxa de inflação padrão. Ao contrário dos métodos estatísticos convencionais o método wavelet não requer fortes suposições acerca da tendência e do ruído em torno dela.

Com vistas a cumprir o propósito da pesquisa, o artigo está organizado como segue. Após uma breve introdução, a seção 2 apresenta uma análise da aplicação da metodologia de wavelet para a análise de séries de tempo. A seção 3 apresenta uma análise descritiva dos dados e o processo para construção de medidas alternativas de núcleo de inflação utilizando-se do método de wavelet. Na seção 4 será avaliada a performance das wavelet em relação às medidas oficiais de núcleo de inflação sob diferentes critérios de análise. Por fim, são apresentadas as principais conclusões fundamentadas nas evidências empíricas.

## 2 Análise do método baseado em funções wavelet

As wavelet são representações funcionais com características especiais que permitem a análise de imagens e de séries temporais, com a perspectiva de processamento de sinais, conceitos muito difundidos em matemática e física. Embora as funções wavelet originalmente apareçam em Haar (1910), a teoria matemática formal tem experimentado um avanço mais recente com Grossmann e Morlet (1984), Marllat (1989), Daubechies (1992), Percival e Walden (2000) e Gençay et. al., (2003).

A transformada wavelet representa uma ferramenta essencial para descrever características de dados que são locais no tempo e na frequência, por isso, tem sido considerado um instrumento poderoso, usualmente aplicado para a análise de séries temporais. Como destaca Gençay et. al (2002), a transformada wavelet inteligentemente se adapta para capturar características através de uma ampla gama de frequência e assim apresenta a habilidade de capturar eventos que são locais e específicos no tempo. Essa característica faz da transformada wavelet uma ferramenta superior na análise de séries temporais não estacionárias. Essa ferramenta tem sido considerada superior para análises no domínio da frequência tais como as usualmente aplicadas para a análise de séries temporais como as transformadas de Fourier.

Para cumprir o propósito da pesquisa, usaremos a construção de uma medida alternativa de núcleo de inflação para o Brasil com base nas chamadas “Medidas de Núcleo de Inflação baseada em funções Wavelet” (MIW) e uma das aplicações das funções wavelet mais difundidas na literatura, a chamada Análise de Resolução Múltipla (ARM), a qual decompõe a série temporal em componentes que contêm informações em diferentes níveis de tempo e escala (onde a escala está relacionada com a frequência).

### 2.1 Definição de Wavelet

Uma wavelet  $\psi(t)$  é uma função que satisfaz duas propriedades básicas:

- 1) Sua Integral é zero: que afirma que  $\psi(t)$  é tal que todos os valores positivos são cancelados pelos valores negativos.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(s) ds = 0 \quad (1)$$

- 2) O quadrado de sua integrável é unitário: é referida como sendo de energia unitária e afirma que  $\psi(t)$  nem sempre igual a zero.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi^2(s) ds = 1 \quad (2)$$

A propriedade (2) implica que para qualquer  $\varepsilon$  que satisfaz  $0 < \varepsilon < 1$ , existe um intervalo finito  $[T, -T]$  tal que:

$$\int_{-T}^T \psi^2(s) ds < 1 - \varepsilon \quad (3)$$

Conseqüentemente, quando  $\varepsilon$  é muito próximo de  $\psi(s)$  toma valores não zero somente no intervalo finito  $[T, -T]$ . Assim, as propriedades (1) e (2) descrevem  $\psi(t)$  como uma função que oscila em torno de zero, mas sua flutuação é limitada para um intervalo finito.

A wavelet mais básica é a Haar (1910), a qual é definida como:

$$\psi^H(t) = \begin{cases} -\frac{1}{\sqrt{2}}, & -1 < t \leq 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}, & 0 < t \leq 1 \\ 0, & \text{c. c} \end{cases} \quad (4)$$

Como se pode perceber, a função  $\psi^H(t)$  satisfaz as propriedades (1) e (2) o que a caracteriza como uma wavelet. Além da wavelet de Haar, outras formas de wavelet que se destacam, e também satisfazem essas propriedades, são as de Morlet e Mexican Hat.

A função wavelet nos informa como a média ponderada de um sinal muda de um período médio para o próximo. Tomando como referência Percival e Walden (2000), deixe  $x(\cdot)$  ser o valor real de uma função no tempo  $t$ , usualmente chamada de “sinal”. O valor real de  $x(\cdot)$  sobre o intervalo  $[a, b]$  é dado por:

$$\alpha(a, b) \equiv \frac{1}{b-a} \int_a^b x(u) du, a < b \quad (5)$$

Esta função pode ser re-escrita em termos de comprimento de intervalo  $\lambda \equiv b - a$  e o momento central de intervalo  $t = \frac{a+b}{2}$ , como segue:

$$A(\lambda, t) \equiv \alpha\left(t - \frac{\lambda}{2}, t + \frac{\lambda}{2}\right) = \frac{1}{\lambda} \int_{t-\frac{\lambda}{2}}^{t+\frac{\lambda}{2}} x(u) du \quad (6)$$

Onde,  $\lambda$  refere-se a “escala” associada com a média. Assim,  $A(\lambda, t)$  é chamado de valor médio do sinal  $x(\cdot)$  sobre uma escala de  $\lambda$  centrada em  $t$ . A mudança dessa média de um período para o outro é definida como:

$$D(\lambda, t) \equiv A\left(\lambda, t + \frac{\lambda}{2}\right) - A\left(\lambda, t - \frac{\lambda}{2}\right) = \frac{1}{\lambda} \int_t^{t+\lambda} x(u) du - \frac{1}{\lambda} \int_{t-\lambda}^t x(u) du \quad (7)$$

Dado que  $D(\lambda, t)$  envolve dois períodos adjacentes não sobrepostos,  $[t - \lambda, t]$  e  $[t, t+\lambda]$ , a integral pode ser combinada em uma única:

$$D(\lambda, t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(u) \tilde{\Psi}_{\lambda,t}(u) du \quad (8)$$

Onde

$$\tilde{\Psi}_{\lambda,t}(u) \equiv \begin{cases} -\frac{1}{\lambda}, & t - \lambda < u \leq t \\ \frac{1}{\lambda}, & t < u \leq t + \lambda \\ 0, & \text{c. c} \end{cases} \quad (9)$$

Quando  $\lambda=1$  e  $t = 0$ ,  $D(1, 0)$  torna-se:

$$D(1,0) = \int_{-\infty}^{\infty} x(u) \tilde{\Psi}_{1,0}(u) du \quad (10)$$

Com

$$\tilde{\Psi}_{\lambda,t}(u) \equiv \begin{cases} -1, & -1 < u \leq 0 \\ 1, & 0 < u \leq 1 \\ 0, & \text{c. c} \end{cases} \quad (11)$$

É simples constatar que a Haar wavelet  $\Psi^H(\cdot)$  e  $\tilde{\Psi}_{1,0}(u)$  são relacionadas por  $\tilde{\Psi}_{1,0}(u) = \sqrt{2}\Psi^H(u)$ . Assim sendo, olhando para a diferença das médias em uma escala unitária no tempo  $t = 0$  é equivalente a:

$$W^H(1,0) = \int_{-\infty}^{\infty} x(u) \Psi^H(u) du \quad (12)$$

Assim, através da equação (12), uma wavelet de Haar extrai a informação referente à dimensão da diferença que existe entre duas médias de escala unitária de  $x(\cdot)$  limitada em tempo  $t = 0$ . Da mesma maneira, para extrair similar informação sobre outra escala  $\lambda$  e tempo  $t$ , a wavelet de Haar pode usar a seguinte equação:

$$W^H_{(\lambda,t)} = \int_{-\infty}^{\infty} x(u) \Psi^H(u) du \propto D(\lambda, t) \quad (13)$$

Onde

$$W^H_{(\lambda,t)} = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \Psi^H\left(\frac{u-t}{\lambda}\right) \equiv \begin{cases} -\frac{1}{\sqrt{2\lambda}}, & t - \lambda < u \leq t \\ \frac{1}{\sqrt{2\lambda}}, & t < u \leq t + \lambda \\ 0, & \text{c. c} \end{cases} \quad (14)$$

Ao variar  $\lambda$  é possível analisar como a média de  $x(\cdot)$  sobre diferentes escalas estão mudando de um período (de comprimento  $\lambda$ ) para outro.

## 2.2 Transformadas Wavelet contínuas e discretas

A coleção de variáveis  $\{W^H(\lambda, t): \lambda > 0, -\infty < t < \infty\}$  é conhecida como Transformada Wavelet Contínua de Haar de  $x(\cdot)$ . A interpretação de  $W^H(\lambda, t)$  é que esta é proporcional a diferença entre duas médias adjacentes de escala  $\lambda$ , a primeira média começando no tempo  $t$  e a segunda terminando no tempo  $t$ . Em geral, é possível construir uma Transformada de Wavelet Contínua (TWC) usando qualquer wavelet  $\psi(\cdot)$  que satisfaça as propriedades (1) e (2).

Formalmente, a Transformada de Wavelet Contínua (TWC) pode ser definida como uma coleção de elementos  $W(\lambda, t)$  que são obtidas como uma projeção de uma função  $x(\cdot)$  para uma particular função wavelet  $\psi_{(\lambda, t)}(u)$ :

$$W(\lambda, t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(u) \psi_{\lambda, t}(u) du \quad (15)$$

Uma característica chave do TWC é que todo coeficiente é obtido dilatando e transladando uma função wavelet particular  $\psi(\cdot)$ , chamada “wavelet mãe”, de acordo com:

$$\psi_{\lambda, t}(u) = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \psi\left(\frac{u-t}{\lambda}\right) \quad (16)$$

Onde  $\lambda$  é o parâmetro de dilatação,  $t$  é o parâmetro de translação, e  $\psi_{(\lambda, t)}(u)$  refere-se a uma família de wavelet. Assim, todo o membro da família  $\psi_{(\lambda, t)}(u)$  é associado a uma escala específica e a uma localização no temporal, chamado “tempo-escala”.

O parâmetro de escala  $\lambda$  permite expandir a média de uma wavelet, tal que, quando  $\lambda$  é alto,  $\psi(\cdot)$  completa seu movimento ao longo de uma gama mais ampla do que quando  $\lambda$  é baixo. Por outro lado, o parâmetro de translação  $t$  permite mover o intervalo de  $\psi(\cdot)$ .

Assim, a TWC é uma função de escala  $\lambda$  e uma localização  $t$  apesar de a função original somente depender do tempo, e conseqüentemente, prove uma rica descrição de  $x(\cdot)$  ao transladar e dilatar uma função wavelet mãe. O processo de dilatação e translação de uma wavelet para construir uma TWC torna a wavelet capaz de capturar eventos que são locais no tempo e na frequência.

Uma importante condição que é adicionada às propriedades (1) e (2), que tornam as funções wavelet úteis na prática é chamada condição de admissibilidade, a qual denotamos como propriedade (3). Deixe  $C_\psi \equiv \int_0^\infty \frac{|\Psi(f)|^2}{f} df$ , onde  $\Psi(f)$  denota o transformada de Fourier de uma wavelet  $\psi(\cdot)$ :

$$\Psi(f) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \psi(u) e^{-i2\pi fu} du \quad (17)$$

Onde  $f$  denota a frequência. Então, a wavelet  $\psi(\cdot)$  é admissível se  $0 < C_\psi < \infty$ . Se a função wavelet satisfaz as propriedades (1), (2) e (3), então a correspondente TWC de  $x(\cdot)$  preserva todas as informações de  $x(\cdot)$ . Além disso, se a função  $x(\cdot)$  é tal que  $\int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt < \infty$ , então  $x(\cdot)$  pode ser recuperada de sua TWC usando:

$$x(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_0^\infty \left[ \int_{-\infty}^{\infty} W(\lambda, u) \psi_{\lambda, t}(u) du \right] \frac{d\lambda}{\lambda^2} \quad (18)$$

Onde

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 dt = \frac{1}{C_\psi} \int_0^\infty \left[ \int_{-\infty}^{\infty} W^2(\lambda, u) dt \right] \frac{d\lambda}{\lambda^2} \quad (19)$$

Assim, a função  $x(\cdot)$  e sua correspondente TWC são duas representações equivalentes da mesma entidade matemática.

A análise de uma função baseada em TWC resulta em um conjunto enorme de informações, nesse contexto, uma versão mais simplificada da TWC, a saber, a Transformada Wavelet Discreta (TWD) pode

ser mais informativa. A TWD é obtida usando escala diática, as quais são definidas por  $\lambda$ 's que assumem valores discretos na forma de  $2^j$ , para  $j=1,2,3,\dots,J$ . Assim, a TWD pode ser considerada como uma subamostra dos elementos da TWC,  $W(\lambda, t)$  na qual somente escalas diáticas são consideradas e dentro de uma dada escala diática  $2^j$  pontos no tempo  $t$  são escolhidos tal que eles são separados por múltiplos de  $2^{j-1}$ . Uma particular TWD que é obtida por translação e dilatação de uma função wavelet usando  $t = k2^{-j}$  e  $\lambda = 2^{-j}$ , a qual implica  $\psi_{\lambda,t}(u)2^{\frac{j}{2}}\psi(2^j u - k)$  é chamada uma amostragem crítica da TWC.

Uma variante muito útil da TWD é a chamada Máxima Sobreposição da Transformada Wavelet Discreta (MSTWD). A MSTWD pode ser pensada como uma sub-amostra da TWC em escala diática, mas, em contraste com a TWD, são levados em conta todos os momentos  $t$  e não apenas os que são múltiplos de  $2^j$ . Em particular, a MSTWD é obtida usando  $t = k$  e  $\lambda = 2^{-j}$ . Retendo todos os possíveis instantes  $t$  pode levar para um mais apropriado resumo das TWC, porque pode eliminar certos artefatos de alinhamento atribuídos à forma como DWT sub-amostra CWT ao longo do tempo.

### 2.3 Análise de Resolução Múltipla (ARM)

A análise de resolução múltipla (ARM) é a formalização matemática que permite obter sucessivas aproximações de uma função (sinal)  $x(\cdot)$ , tal que cada nova aproximação corresponde a uma melhor aproximação do que a anterior. Se  $\{\dots, S_j, S_{j-1}, S_{j-2}, \dots\}$  representa a ARM, então  $S_{j-1}$  constitui uma melhor aproximação que  $S_j$ , ou seja, apresenta uma melhor resolução. A diferença entre as sucessivas aproximações são chamadas de detalhes e podem ser denotadas por  $D_j \equiv S_{j-1} - S_j$ . Assim, uma aproximação pode ser expressa como a soma de uma resolução inferior mais um detalhe  $S_{j-1} = D_j + S_j$ .

Se  $S_1$  denota a melhor aproximação de uma função  $x(t)$ , ou seja, o que apresenta a melhor resolução, então  $x(t) = S_1 + D_1$ . Assim sendo, se a ARM para uma função  $x(t)$  existe, então é possível obter diferentes aproximações para a função expressa como a soma de uma aproximação de baixa resolução e um detalhe, como segue:

$$S_1 = D_2 + S_2, S_2 = D_3 + S_3, \dots, S_{j-2} = D_{j-1} + S_{j-1}, S_{j-1} = D_j + S_j \quad (20)$$

Em tais circunstâncias, a análise de resolução múltipla permite expressar uma função  $x(t)$  como a soma de uma aproximação  $S_j$  e diferentes detalhes  $D_j$ , como segue:

$$x(t) = S_j + D_j + D_{j-1} + \dots + D_j + \dots + D_1 \quad (21)$$

A análise de resolução múltipla pode ser realizado utilizando-se wavelet. Um dos mais importantes resultados referentes a teoria de wavelet é a existência de uma correspondência entre a análise de resolução múltipla de uma função e a família wavelet.

Daubechies (1992) demonstra que se existe uma ARM para uma função  $x(t)$  no espaço  $L^2(\mathfrak{R})$ , então existe uma associada base wavelet ortogonal para  $L^2(\mathfrak{R})$ , tal que é possível decompor a função em componentes ortogonais  $S_j$  e  $D_j$  representado por:

$$D_j = \sum_t d_{j,t} \psi_{j,t}(u) \quad (22)$$

$$S_j = \sum_t s_{j,t} \phi_{j,t}(u) \quad (23)$$

Os detalhes  $D_j$  são associados à escala  $j = 1,2,3,\dots, J$ . Formalmente, esses detalhes são obtidos de uma transformada wavelet discreta baseada em uma família de wavelet  $\psi_{j,t}(u)$ , a qual é generalizada por translação e dilatação de uma wavelet  $\psi$ , usando como translação o fator  $t = k2^j$  e  $\lambda = 2^j$  como fator de dilatação, com  $j = 1,2,3,\dots, J$ . A função wavelet  $\psi$  é chamada “wavelet mãe” e é usada para capturar componentes associados à baixa escala, a qual corresponde usualmente a altas frequências.

Por outro lado, a aproximação  $S_j$  é a componente associada para a maior escala  $J$  de uma função, a qual é obtida como a projeção de uma função para uma família de wavelet  $\phi_{j,t}(u)$ , a qual é gerada pela translação de uma wavelet  $\phi$  com escala  $\lambda = 2^j$  usando o fator  $t$ . A função wavelet  $\phi$  é chamada de “wavelet pai”, e é utilizada para capturar a componente de tendência usualmente associada a baixas frequências.

De um modo geral,  $S_j$  representa a componente de tendência de uma função enquanto ela está associada a escalas mais elevadas (baixa frequência), enquanto os detalhes  $D_j$  representam movimentos de baixa escala (alta frequência).

Como ilustrado por Bruce et. al. (1996), se os coeficientes das wavelet são aproximados pela integral:

$$s_{j,k} \approx \int x(t) \phi_{j,k}(t) dt \quad (24)$$

$$d_{j,k} \approx \int x(t) \psi_{j,k}(t) dt \quad (25)$$

Então a representação da resolução múltipla da função  $x(t)$  pode ser dada por:

$$x(t) = \sum_t s_{j,t} \phi_{j,t}(u) + \sum_t d_{j,t} \psi_{j,t}(u) + \sum_t d_{j-1,t} \psi_{j-1,t}(u) + \dots + \sum_t d_{1,t} \psi_{1,t}(u) \quad (26)$$

$j = 1, 2, 3, \dots, J$ , onde  $J$  é o máximo da escala factível obtido com os dados disponíveis.

A decomposição da função  $x(t)$  em diferentes escalas de tempo (associados à diferentes frequências) é referida como decomposição tempo-escala, e é representada por  $S_j, D_j, D_{j-1}, \dots, D_1$ . O detalhe 1 (escala 1) contém informações da função que ocupa lugar no intervalo de tempo  $[2^1, 2^2]$ , que são movimentos de curto prazo que podem ser conectados a movimentos de alta frequência. Em geral, detalhes  $j$  contém informações do sinal que correspondem ao movimento ocupa lugar dentro do intervalo  $[2^j, 2^{j+1}]$ . Em tais circunstâncias, alta (baixa) detalhes ou escala contém informações sobre movimentos de longo prazo (curto prazo), os quais são usualmente associados a mudanças de baixa frequência (alta frequência).

De acordo com Percival e Walden (2000) e Gencay et. al (2002), a análise de resolução múltipla pode ser realizada usando a Máxima Sobreposição da Transformada Wavelet Discreta (MSTWD) em vez da Transformada Wavelet Discreta (TWD). É possível destacar algumas vantagens importantes de se utilizar MSTWD, tais como: (i) o tamanho da amostra não está restrita para ser um múltiplo de  $2^j$ ; (ii) os detalhes e termos de suavização são associados com um filtro de fase zero, o qual tem a característica de preservar as propriedades de fases da série de dados que está sendo analisada, e assim, permite o alinhamento entre os dados originais (sinal) e sua análise de resolução múltipla. Uma importante implicação dessa associação com o filtro de fase zero é que, qualquer característica importante observada nos detalhes ou nos termos de suavização pode ser perfeitamente compatível com a série de tempo original. (iii) dado que MSTWD consegue capturar um número maior de informações, é possível prover maior resolução em escalas menores; (iv) por fim, a MSTWD não é afetada pela inclusão de novas informações, exceto em seus contornos, como é característica comum da maior parte dos filtros, este problema é superado pelo uso de processos padrão de deslocamento circular como estabelecido em Percival e Walden (2000) ou usando menor escala com em Baqaee (2010).

### 3 Construção de um indicador de núcleo de inflação baseado em wavelet

De acordo com Lahura e Veja (2011), a utilização das wavelet e da Análise de Resolução Múltipla (ARM) em análises empíricas de série de tempo se fundamenta na escolha de três importantes aspectos: i) uma função wavelet específica, a qual implica na escolha de uma família de wavelet e o comprimento da wavelet; ii) uma transformada wavelet; iii) o nível  $J$  para a análise de resolução múltipla (ARM).

Como observam Percival e Walden (2000) e Gençay et al. (2003), a escolha apropriada de uma função wavelet, usualmente, depende da natureza da série de tempo. No entanto, a escolha de uma



wavelet particular não é crucial nas situações onde é utilizada a Máxima Sobreposição da Transformada Wavelet Discreta (MSTWD), em virtude das vantagens que ela apresenta em relação à Transformada Wavelet Discreta (TWD).

Para cumprir o propósito da pesquisa, foram utilizados 12 tipos de wavelet de duas famílias, Daubechies (db) e Symmlets (sym), com o nível de aproximação de  $J = 3$  para a ARM baseada no MSTWD. As wavelets específicas que são utilizadas nesse artigo são as seguintes: db(4), db(5), db(6), db(7), db(8), db(9), db(10), sym(4), sym(5), sym(6), sym(7), sym(8). Em tais circunstâncias, construiremos uma medida de núcleo de inflação baseada no sistema de wavelet, ao filtrar a série de inflação global usando cada uma das funções wavelet especificadas.

Em particular, a escolha do nível de aproximação está relacionada ao período analisado da inflação global, onde a medida do núcleo correspondente foi obtida através da subtração do detalhe 1 (D1), detalhe 2 (D2) e detalhe 3 (D3) da inflação global (Lahura e Vega, 2011). Com base na restrição do tamanho da amostra, a pesquisa identificou duas famílias de wavelet para análise do núcleo da inflação, dotadas da sensibilidade para análise dos dados disponíveis, bem como avaliou um conjunto de medidas que não analisam os detalhes de 1 até 3. O principal propósito dessas estimações não considerarem os detalhes D1, D2 e D3 (correspondentes aos movimentos entre 2 e 4 meses, entre 4 e 8 meses, e entre 8 e 16 meses), estão relacionados a remoção da maior parte dos componentes transitórios da inflação (que determinam a volatilidade de curto prazo), o que constitui-se em uma propriedade desejável de uma medida de núcleo de inflação que procura preservar em sua essência as características de longo prazo da série, ou seja, os fatores que são responsáveis pela persistência da inflação ao longo do tempo. Esse processo pode ser repetido usando cada uma das 12 funções wavelet sugeridas, tal que podemos obter medidas alternativas de núcleo de inflação.

Em conformidade com Baqaee (2010) e Dowd et. al (2010), para a derivação das medidas de núcleo de inflação baseado nas wavelet foi utilizado como referência para taxa de inflação global o Índice de Preço ao Consumidor Amplo (IPCA). Todas as medidas de núcleo oficialmente utilizadas pelo Banco Central do Brasil são calculadas a partir do IPCA que representa o índice de inflação oficial adotado no sistema de metas de inflação, portanto, servirão de padrão de referência para comparação com as derivadas wavelet.

As medidas de núcleo da inflação oficialmente utilizadas pelo Comitê de Política Monetária, que utilizaremos como medidas de comparação com as derivadas wavelet são: o núcleo por exclusão (IPCA-EX2), o núcleo de dupla ponderação (IPCA-DP) e o núcleo de médias aparadas com suavização (IPCA-MS).

Para a construção do núcleo por exclusão (IPCA-EX2) são eliminados os itens que apresentam maiores volatilidades ao longo da amostra, ou seja, são excluídos os itens cuja volatilidade relativa é superior a dois desvios-padrão em pelo menos dois dos três sub-períodos da amostra. O núcleo IPCA-EX2 exclui 12 dos 52 itens que compõe o IPCA, sendo que dez pertencem ao grupo Alimentação no Domicílio e dois ao dos Preços Administrados por Contrato e Monitorados.

O núcleo de médias aparadas com suavização (IPCA-MS), por sua vez, elimina 20% dos itens que apresentam variações extremas e recalcula o índice de inflação utilizando apenas a parte central da distribuição. Como alguns preços controlados apresentam variações elevadas mais infrequentes, poderia haver uma eliminação sistemática destes itens, provocando uma subestimação do cálculo do núcleo. Para evitar este problema, o BC suaviza essas variações em doze parcelas iguais.

Diferente do núcleo por exclusão (IPCA-EX2) e do núcleo de médias aparadas com suavização (IPCA-MS), que excluem os itens mais voláteis do índice global, o núcleo de dupla ponderação (IPCA-DP) inclui todos os itens, porém dá um peso menor para aqueles que apresentam maior volatilidade. Assim, os pesos originais de cada item do IPCA são ponderados novamente considerando-se sua respectiva volatilidade.

Na Tabela 1 estão representadas as estatísticas descritivas do principal indicador de inflação utilizado como referência (IPCA) e as medidas de núcleo dele derivadas utilizadas oficialmente pelo Banco Central e as medidas propostas derivadas pelo método wavelet.

**Tabela 1: Medida de Inflação e de Núcleo de Inflação**

Medidas de Inflação	Unidade	Nº Obs.	Média	Mínimo	Máximo	Desvio Padrão	Normalidade
IPCA	% a.m	233	0,5321	-0,5100	3,0200	0,4034	0,0000
IPCA-EX2	% a.m	233	0,5175	-0,1700	1,7100	0,3063	0,0000
IPCA-MS	% a.m	233	0,5163	-0,0700	1,5100	0,2378	0,0000
IPCA-DP	% a.m	233	0,5098	-0,3500	1,9500	0,2982	0,0000
db(4)	% a.m	233	0,5274	-0,0792	1,2645	0,2357	0,0000
db(5)	% a.m	233	0,5303	0,1661	1,8436	0,2783	0,0000
db(6)	% a.m	233	0,5299	-0,0316	1,3164	0,2431	0,0000
db(7)	% a.m	233	0,5308	0,1107	1,8150	0,2756	0,0000
db(8)	% a.m	233	0,5318	-0,0238	1,4488	0,2526	0,0000
db(9)	% a.m	233	0,5314	0,0673	1,7341	0,2705	0,0000
db(10)	% a.m	233	0,5316	0,0155	1,5622	0,2565	0,0000
Sym(4)	% a.m	233	0,5312	0,1860	1,9818	0,2829	0,0000
Sym (5)	% a.m	233	0,5299	-0,0093	1,6682	0,2597	0,0000
Sym (6)	% a.m	233	0,5313	0,0428	1,7517	0,2646	0,0000
Sym (7)	% a.m	233	0,5304	0,0040	1,6543	0,2609	0,0000
Sym (8)	% a.m	233	0,5320	-0,0469	1,3718	0,2498	0,0000

Fonte: Elaboradas pelo Autor utilizando os dados disponíveis no IPEA-DATA.

Nota: As estimativas para as wavelets foram feitas utilizando o software Matlab 7.8.0.

Na Tabela 2 são apresentados os resultados da aplicação dos testes Dickey Fuller Aumentado (ADF) e Phillips-Perron test (PP) às séries dos núcleos e do IPCA, considerando a hipótese nula de que a série observada apresenta raiz unitária (é não estacionária).

**Tabela 2: Teste de Raiz Unitária**

Medidas de Inflação	ADF	PP	1% level	5% level	10% level	Prob.
IPCA	-7,1920***	-7,1949***	-3,4585	-2,8738	-2,5734	0,0000
IPCA-EX2	-6,8640***	-6,6718***	-3,4585	-2,8738	-2,5734	0,0000
IPCA-DP	-6,5726***	-6,5544***	-3,4585	-2,8738	-2,5734	0,0000
IPCA-MS	-5,3770***	-5,2322***	-3,4585	-2,8738	-2,5734	0,0000
db(4)	-4,1059***	-3,3126***	-3,4587	-2,8739	-2,5734	0,0012
db(5)	-4,5292***	-3,6841***	-3,4587	-2,8739	-2,5734	0,0002
db(6)	-3,4845***	-3,4636***	-3,4588	-2,8740	-2,5735	0,0092
db(7)	-3,6171***	-3,4876***	-3,4588	-2,8740	-2,5735	0,0061
db(8)	-3,5893***	-3,4769***	-3,4591	-2,8741	-2,5735	0,0067
db(9)	-3,5317***	-3,5036***	-3,4591	-2,8741	-2,5735	0,0080
db(10)	-3,5975***	-3,4336**	-3,4588	-2,8740	-2,5735	0,0065
sym(4)	-5,6428***	-3,5589***	-3,4588	-2,8740	-2,5735	0,0000
sym(5)	-4,3746***	-3,4284**	-3,4588	-2,8740	-2,5735	0,0004
sym(6)	-3,8453***	-3,2860**	-3,4588	-2,8740	-2,5735	0,0029
sym(7)	-3,4380**	-3,4009**	-3,4588	-2,8740	-2,5735	0,0107
sym(8)	-11,253***	-3,0042**	-3,4586	-2,8739	-2,5734	0,0000

Fonte: Elaborado pelo Autor

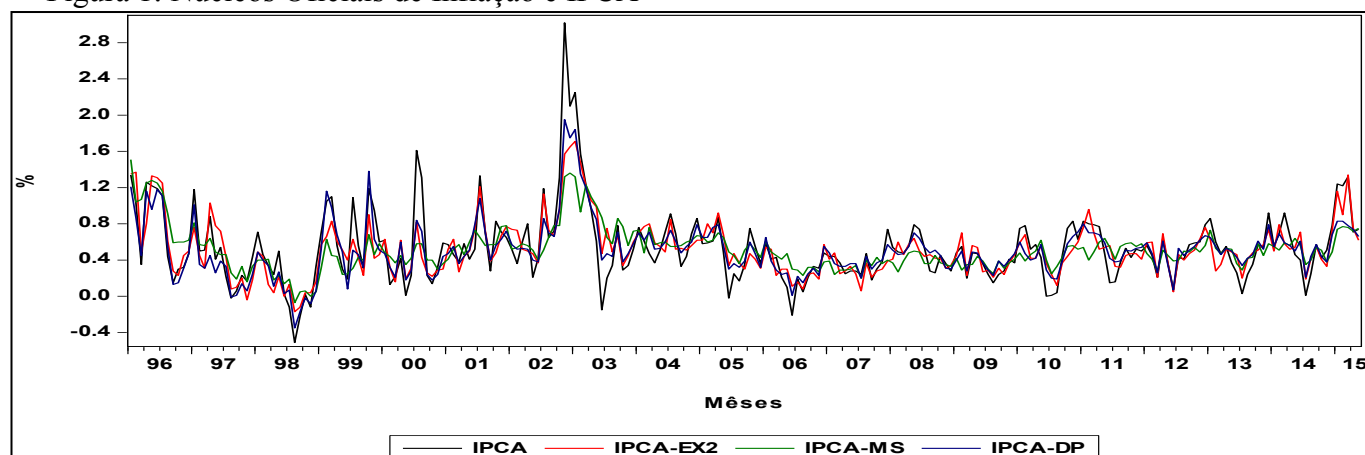
Nota: Augmented Dickey-Fuller test (ADF); Phillips-Perron test (PP)

\*\*\* e \*\* indicam que se rejeita a hipótese nula ao nível de significância de 1% e 5%, respectivamente.

As estatísticas rejeitam a hipótese de raiz unitária, indicando que todas as séries são classificadas como estacionária por ambos os testes ao nível de significância de 5% e 1%.

A Figura 1 descreve o comportamento da taxa de inflação medida pelo IPCA e as três medidas oficiais de núcleos de inflação dela derivadas, utilizadas pelo Banco Central.

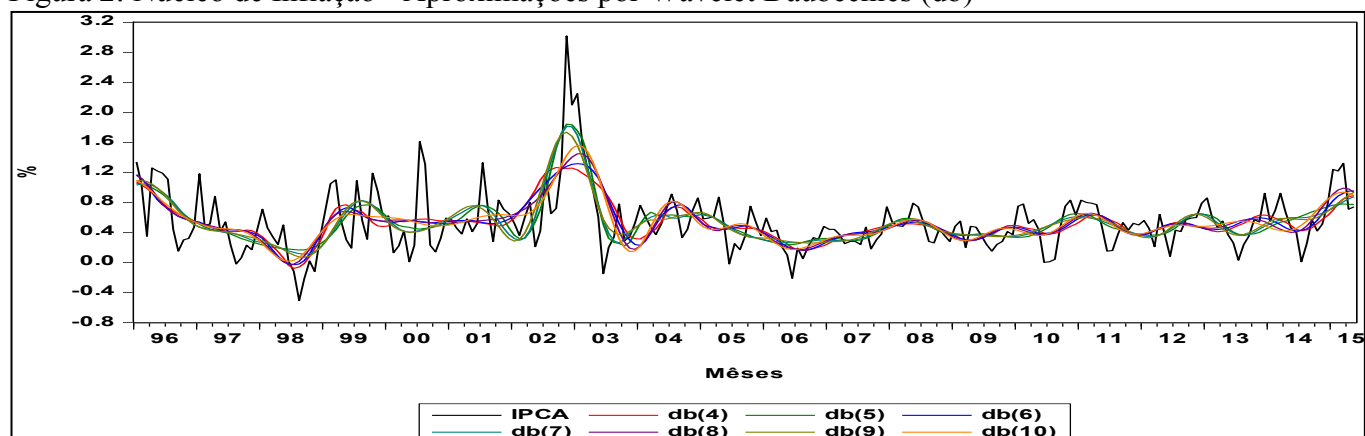
Figura 1: Núcleos Oficiais de Inflação e IPCA



Fonte: Elaboração pelo Autor a partir de dados do IPEA-DATA

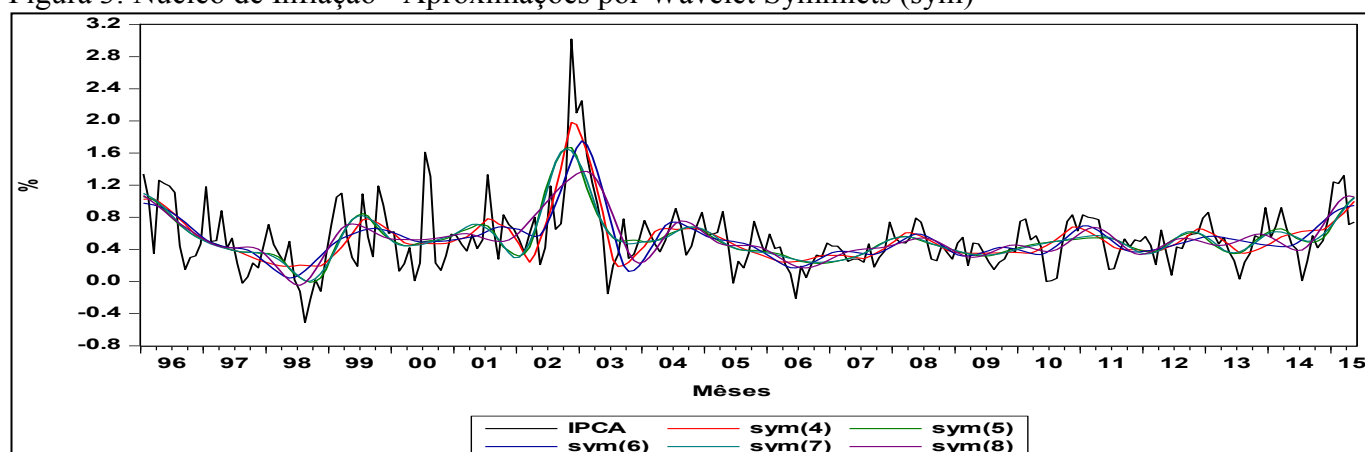
As Figuras 2 e 3 descrevem a evolução do conjunto de medidas de núcleo de inflação derivadas das distintas funções wavelet.

Figura 2: Núcleo de Inflação - Aproximações por Wavelet Daubechies (db)



Fonte: Elaboração própria a partir de dados do IPEA-DATA

Figura 3: Núcleo de Inflação - Aproximações por Wavelet Symmlets (sym)



Fonte: Elaboração própria a partir de dados do IPEA-DATA

Tendo selecionado o tipo de wavelet apropriado e aplicando o algoritmo à série original (IPCA), conseguimos decompor o sinal original em duas séries: uma série de “aproximação”, que destaca a alta escala, os componentes de baixa frequência (ou padrão subjacente ou tendência) da série original; e, uma série “detalhe”, que destaca a escala baixa, componentes de alta frequência (ou ruído) da série original.

Podemos então tomar a série aproximada obtida no nível 1 e filtrá-la novamente: isso nos dá uma aproximação do nível 2. Podemos repetir o processo quantas vezes forem desejadas: ao filtrar a aproximação do nível 2 obtemos a aproximação de nível 3, e assim por diante. Cada vez que o filtro é aplicado (ou aumenta-se o nível de aproximação) remove-se da série os componentes de alta frequência, preservando-se os componentes de baixa escala em nossa série de aproximação, assim conseguimos obter uma medida "mais limpa" que representa o padrão subjacente de baixa frequência ou tendência.

Assim, é possível pensar na aplicação de wavelet como envolvendo tanto a escolha da forma wavelet [Daubechies (db) e Symmlets (sym)] e uma escolha do nível de aproximação (nível 3). Ao aplicarmos esse método de forma recursiva para a série de inflação original IPCA até o nível 3 conseguimos obter uma série aproximada a qual representa a medida de núcleo da inflação desejada.

Ao se comparar o comportamento de cada medida de núcleo com o do próprio IPCA, percebe-se que as séries no longo prazo se movem na mesma direção, no entanto, não é possível verificar a priori a influência de uma série sobre a outra. Essa análise dever ser feita formalmente com a aplicação de critérios mais rigorosos de avaliação, os quais serão abordados na seção que segue.

#### 4 Critérios de avaliação das medidas de núcleo de inflação

A literatura sobre núcleos de inflação tem apresentado várias definições sobre a relevância destas medidas, dentre as quais ganham destaque a de corroborar para determinar a tendência da inflação, e apoiar a atividade de estimação e previsão da inflação de longo-prazo. Bryan et al. (1997) sugerem que o núcleo pode ser visto como uma medida que desvenda a verdadeira tendência subjacente da inflação. Eckstein (1981) define o núcleo como a inflação de longo-prazo estimada na ausência de choques e com a demanda neutra, ou seja, no estado estacionário. Quah e Vahey (1995), por sua vez, consideram que as medidas de núcleo revelam a componente da inflação que está embutida nas expectativas de inflação e que não exercerão nenhum impacto sobre o produto no longo prazo.

Levando em conta esses conceitos gerais, conclui-se que, em essência, uma boa medida de núcleo de inflação corresponde a desagregação do índice de preços cheio em dois componentes: um transitório que reflete choques exógenos e que produz seus efeitos no curto prazo e, um persistente, que mostra a tendência do nível de preços no longo prazo. Desta maneira, espera-se que uma boa medida de núcleo de inflação seja aquela que consiga discriminar com eficiência a parte persistente e de longo prazo de um indicador de inflação.

Não existe um único critério que permita selecionar um indicador que melhor represente um núcleo de inflação. A performance das medidas de núcleo pode ser avaliada usando alguns critérios que a literatura tem apontado como sendo características desejáveis que esses indicadores devem apresentar. Deste modo, cada núcleo deve ser avaliado dentro de um conjunto de critérios para determinar em que contexto a medida pode ser usada. Smith (2004), Cogley (2002), Hansson et. al. (2008) destacam os critérios que são comumente utilizados para definir uma boa medida de núcleo de inflação, a saber: i) a ausência de viés; ii) a capacidade de capturar a tendência inflacionária; iii) e ser um bom previsor da taxa de inflação. Com alguns critérios definidos pela literatura econômica, o passo seguinte será o de submeter os núcleos produzidos pelas distintas metodologias, a um conjunto de testes para determinar se estas medidas derivadas do indicador de inflação (IPCA) estão, efetivamente, cumprindo o seu propósito.

##### 4.1 Ausência de viés

O primeiro critério importante definido pela literatura, que uma medida de núcleo da inflação deve atender, é ser não enviesado em relação à medida de inflação, ou seja, no longo prazo a média do núcleo será igual à média da inflação:

$$E(\pi_t^*) = E(\pi_t) \quad (27)$$

Assumindo que as séries da inflação  $\{\pi_t\}_{t=1}^T$  e do núcleo  $\{\pi_t^*\}_{t=1}^T$  são estacionária, o procedimento utilizado para decidir se o núcleo satisfaz o critério de ausência de viés é aplicar um teste F para verificar se a hipótese nula conjunta de que  $\alpha = 0$  e  $\beta = 1$  é atendida pela seguinte regressão:

$$\pi_t = \alpha + \beta \pi_t^* + \varepsilon_t \quad (28)$$

Onde:  $\pi_t$  representa a inflação global no tempo  $t$ ;  $\pi_t^*$  representa a medida de núcleo de inflação no tempo  $t$ ;  $\varepsilon_t$  representa o choque aleatório que apresenta média zero, variância constante, e são individualmente serialmente não correlacionados, isto é,  $\varepsilon_t \sim iid(0, \sigma)$ . Se a hipótese nula não for rejeitada, isso sugere que a medida de núcleo de inflação é não enviesada, ou seja, significa que a média do núcleo e da inflação são iguais no longo prazo. A ausência de viés garante que o núcleo não irá subestimar nem superestimar a inflação, refletindo seu verdadeiro padrão de comportamento.

A Tabela 3 apresenta uma síntese das principais estatísticas de teste para verificar a ausência de viés entre a média da inflação e das medidas de núcleo.

**TABELA 3 – Resultado dos testes para ausência de viés das medidas de núcleo de inflação**

Medidas de Núcleo de Inflação	Intercepto ( $\alpha$ )	Inclinação ( $\beta$ )	F-Test Probabilidade	R <sup>2</sup>	Razão de Médias	Razão de Variância
IPCA-EX2	-0,039758 (0,0283) (0,1620)	1,1050 (0,0471) (0,0000)	0,0000	0,7038	0,973	0,576
IPCA-NDP	-0,09612 (0,0216) (0,2312)	1,2323 (0,0367) (0,0000)	0,0000	0,8296	0,958	0,546
IPCA-MS	-0,0848 (0,0450) (0,0606)	1,1950 (0,0792) (0,0000)	0,0000	0,4962	0,970	0,347
db(4)	-0,0136 (0,05187) (0,7929)	1,0345 (0,0897) (0,0000)	0,0000	0,3653	0,991	0,341
db (5)	-0,00009 (0,0411) (0,9812)	1,0052 (0,0687) (0,0000)	0,0000	0,4809	0,997	0,476
db (6)	-0,0076 (0,0503) (0,8804)	1,0184 (0,0862) (0,0000)	0,0000	0,3764	0,996	0,363
db (7)	-0,000039 (0,0420) (0,9993)	1,00025 (0,0701) (0,0000)	0,0000	0,4690	0,998	0,467
db(8)	-0,00184 (0,0481) (0,9695)	1,0040 (0,0817) (0,0000)	0,0000	0,3952	0,999	0,392
db(9)	-0,00008 (0,0432) (0,9835)	1,0029 (0,0726) (0,0000)	0,0000	0,4522	0,999	0,450
db(10)	-0,0032 (0,0469) (0,9452)	1,0071 (0,0795) (0,0000)	0,0000	0,4099	0,999	0,404
sym(4)	-0,0008 (0,0401) (0,9842)	1,0031 (0,0667) (0,0000)	0,0000	0,4946	0,998	0,492
sym(5)	-0,0079 (0,0451) (0,8626)	1,0191 (0,0772) (0,0000)	0,0000	0,4302	0,996	0,414
sym(6)	-0,0021 (0,0447) (0,9635)	1,0053 (0,0754) (0,0000)	0,0000	0,4347	0,999	0,430
sym(7)	-0,0061 (0,0453) (0,8921)	1,0147 (0,0768) (0,0000)	0,0000	0,4306	0,997	0,418
sym(8)	-0,0023 (0,0489) (0,9626)	1,0045 (0,0832) (0,0000)	0,0000	0,3869	1,000	0,383

Fonte: Elaboração pelo Autor

Notas: Os valores entre parênteses representam, respectivamente, o desvio padrão e o p-value para a significância dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ . A razão de médias representa a razão entre a média do núcleo de inflação e a média do IPCA; A razão de variância representa a razão entre a variância do núcleo e a variância do IPCA.

Como é possível constatar pela análise da razão de médias, a maioria das medidas de núcleo demonstra que suas médias estão muito próximas ou são idênticas à média da inflação medida pelo IPCA, pois apresentam um coeficiente muito próximo ou igual à unidade. Chama atenção a maior exatidão

apresentada pelas medidas de núcleo com base nas wavelet, quando comparadas às demais medidas de núcleo oficialmente utilizadas.

Com relação à razão de variância, observa-se que as medidas de wavelet encontram sistematicamente abaixo das demais medidas de núcleo oficialmente utilizadas, indicando uma menor variabilidade e portanto um melhor grau de ajustamento.

A tabela 3 também reproduz os coeficientes individuais da regressão e erro padrão que são utilizados para obter a estatística de teste t individual e de teste F para verificar se a hipótese nula conjunta de que  $\alpha = 0$  e  $\beta = 1$  é atendida pelas distintas equações de regressão, que analisam os distintos indicadores de núcleo de inflação. Considerando um nível de significância de 5%, observa-se que os indicadores de núcleo oficiais demonstram-se altamente viesados, dado que o parâmetro  $\beta$  estimado é significativamente superior a unidade, sugerindo que a estimação da regressão para o IPCA-EX2, IPCA-MS e IPCA-DP tendem a subestimar o verdadeiro valor da inflação. Os coeficientes  $\beta$ 's das estimativas baseadas em wavelet, de um modo geral, atendem a hipótese nula conjunta com um maior grau de exatidão, pois se encontram estatisticamente muito próximos à unidade, indicando uma melhor performance para a estimativa da inflação dado que o viés é insignificante.

Iniciando com uma avaliação baseada na tendência, pode-se considerar que a uma medida adequada de núcleo de inflação deve apresentar a mesma média da série original que a gerou, uma menor variância e uma ausência de viés. De um modo geral, as medidas de núcleo baseadas em wavelet demonstraram melhor desempenho em todos os quesitos quando comparados aos indicadores oficiais de núcleo.

## 4.2 Grau de ajustamento

Também é necessário especificar como ocorre a dinâmica de ajustamento entre a inflação e o núcleo no longo prazo, pois se o ajuste ocorre por movimentos na inflação em direção ao núcleo, então existe uma razão para se esperar que a inflação vá diminuir e se aproximar do núcleo quando esta estiver acima do núcleo. Esta idéia é formalizada pelo modelo proposto por Mehra e Reilly (2009), como segue:

$$\pi_{t+h} - \pi_t = a_0 + \lambda_h (\pi_t - \pi_t^*) + \sum_{j=1}^k a_j \pi_{t-j} + e_{1,t+h} \quad (29)$$

$$\pi_{t+h}^* - \pi_t^* = b_0 + \lambda_h^* (\pi_t - \pi_t^*) + \sum_{j=1}^k b_j \pi_{t-j}^* + e_{2,t+h} \quad (30)$$

Onde:  $\pi_{t+h}$  e  $\pi_{t+h}^*$  são, respectivamente, a inflação e núcleo h períodos à frente;  $a_j$  e  $b_j$  são parâmetros; k é o número de defasagens; e,  $e_{1,t+h}$  e  $e_{2,t+h}$  são distúrbios aleatórios com média zero. Os coeficientes  $\lambda_h$  e  $\lambda_h^*$  determinam, respectivamente, como acontece o ajustamento da inflação e do núcleo h períodos à frente, quando ocorre um desvio entre a inflação e o núcleo no período t. Assim, quando a inflação estiver acima do núcleo, espera-se que a inflação diminua ( $\lambda_h < 0$ ) e que o núcleo não seja afetado ( $\lambda_h^* = 0$ ), pois neste caso a diferença entre os dois é eliminada basicamente por movimentos na inflação em direção ao núcleo.

A dinâmica de ajustamento da inflação implica que o ajuste de longo prazo ocorre através de mudanças na inflação e não no núcleo, ou seja, o núcleo serve como um indicador de ajuste para a inflação.

A Tabela 4 apresenta os coeficientes de ajustamento estimados a partir das equações (29) e (30).

Quando se considera as medidas de núcleo oficiais IPCA-EX2, observa-se que o resultado do teste t mostra que o coeficiente de ajustamento da inflação  $\lambda_h$  é negativo e que o coeficiente de ajustamento do núcleo  $\lambda_h^*$  é estatisticamente igual a zero para  $h = 3$  e  $h = 12$ . Isto indica que, quando existe um desvio entre o IPCA e este núcleo, é o IPCA que se move em direção ao núcleo, e não o contrário.

Com relação ao IPCA-DP e o IPCA-MS, podemos observar que  $\lambda_h$  e  $\lambda_h^*$  são ambos negativos para todos os horizontes considerados, e grande parte deles são ambos estatisticamente significativos, contrariando a hipótese original. Com isso, tanto o IPCA como o próprio núcleo diminuem quando ocorre um desvio entre eles, sugerindo que nesses horizontes o núcleo não constitui um bom indicador de ajuste para a inflação. O IPCA-EX2 apresenta o mesmo padrão de comportamento para o  $h = 6$  e  $h = 9$ .

**TABELA 4 – Resultado do teste t para os coeficientes de ajustamento da inflação e do núcleo**

Núcleo	Estatísticas	h = 3		h = 6		h = 9		h = 12	
		$\lambda_h$	$\lambda_h^*$	$\lambda_h$	$\lambda_h^*$	$\lambda_h$	$\lambda_h^*$	$\lambda_h$	$\lambda_h^*$
IPCA-EX2	Coefficiente	-0,7772	0,1159	-1,2141	-0,2482	-1,0588	-0,02873	-0,8147	0,0583
	Erro Padrão	(0,1257)	(0,0879)	(0,1278)	(0,0962)	(0,1312)	(0,0998)	(0,1303)	(0,0935)
	p-value	(0,0000)	(0,1882)	(0,0000)	(0,0105)	(0,0000)	(0,0044)	(0,0000)	(0,5338)
	R <sup>2</sup>	0,2890	0,1264	0,4871	0,2415	0,3674	0,2014	0,3163	0,1927
IPCA-DP	Coefficiente	-1,0389	-0,1712	-1,4974	-0,6275	-1,4206	-0,5045	-0,9350	-0,3060
	Erro Padrão	(0,1594)	(0,1137)	(0,1689)	(0,1223)	(0,1683)	(0,1260)	(0,1726)	(0,1267)
	p-value	(0,0000)	(0,1335)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0001)	(0,0000)	(0,0165)
	R <sup>2</sup>	0,3003	0,1790	0,4674	0,3269	0,4260	0,2715	0,2894	0,2530
IPCA-MS	Coefficiente	-0,7275	-0,0402	-0,9837	-0,0835	-0,8940	-0,05993	-0,7276	-0,0599
	Erro Padrão	(0,0973)	(0,4010)	(0,1027)	(0,0461)	(0,1041)	(0,0479)	(0,1023)	(0,0479)
	p-value	(0,0000)	(0,3178)	(0,0000)	(0,0715)	(0,0000)	(0,2130)	(0,0000)	(0,2130)
	R <sup>2</sup>	0,3337	0,1060	0,4897	0,2540	0,3861	0,2901	0,3457	0,3409
Db4	Coefficiente	-0,9847	0,0021	-1,1859	0,0126	-0,8040	-0,0098	-0,5468	-0,0214
	Erro Padrão	(0,0737)	(0,0243)	(0,7689)	(0,0387)	(0,0945)	(0,0455)	(0,0959)	(0,0482)
	p-value	(0,0000)	(0,9295)	(0,0000)	(0,7436)	(0,0000)	(0,8296)	(0,0000)	(0,6580)
	R <sup>2</sup>	0,5352	0,2032	0,6515	0,3613	0,3832	0,3423	0,2982	0,4507
Db5	Coefficiente	-1,0680	0,0264	-1,1358	-0,0570	-0,6386	0,0199	-0,4697	0,0820
	Erro Padrão	(0,0767)	(0,0364)	(0,0893)	(0,0540)	(0,1078)	(0,06270)	(0,1058)	(0,0687)
	p-value	(0,0000)	(0,4693)	(0,0000)	(0,2923)	(0,0000)	(0,7512)	(0,0000)	(0,2336)
	R <sup>2</sup>	0,5526	0,2911	0,5828	0,5016	0,2935	0,5489	0,2604	0,4906
Db6	Coefficiente	-0,9752	0,0281	-1,1592	0,0226	-0,7921	-0,0187	-0,5534	-0,0486
	Erro Padrão	(0,0744)	(0,0249)	(0,0781)	(0,0399)	(0,0945)	(0,0469)	(0,0954)	(0,0500)
	p-value	(0,0000)	(0,2611)	(0,0000)	(0,5716)	(0,0000)	(0,6902)	(0,0000)	(0,3320)
	R <sup>2</sup>	0,5280	0,2145	0,6375	0,3708	0,3786	0,4452	0,3014	0,4560
Db7	Coefficiente	-1,0835	0,0202	-1,1657	-0,0359	-0,6369	-0,0351	-0,4275	0,0235
	Erro Padrão	(0,0748)	(0,0332)	(0,0867)	(0,0428)	(0,1067)	(0,0496)	(0,1056)	(0,0552)
	p-value	(0,0000)	(0,5437)	(0,0000)	(0,4017)	(0,0000)	(0,4803)	(0,0001)	(0,6703)
	R <sup>2</sup>	0,5688	0,3340	0,6023	0,4631	0,2945	0,5630	0,2498	0,5887
Db8	Coefficiente	-0,9655	0,0064	-1,1331	0,0122	-0,7693	-0,0100	-0,5476	-0,0392
	Erro Padrão	(0,0754)	(0,0242)	(0,0802)	(0,0399)	(0,0958)	(0,0477)	(0,0960)	(0,0516)
	p-value	(0,0000)	(0,7902)	(0,0000)	(0,7611)	(0,0000)	(0,8339)	(0,0000)	(0,4484)
	R <sup>2</sup>	0,5182	0,2619	0,6199	0,4105	0,3660	0,4864	0,2984	0,4787
Db9	Coefficiente	-1,0961	0,0320	-1,1860	-0,0195	-0,6568	-0,0319	-0,4116	0,0206
	Erro Padrão	(0,0728)	(0,0322)	(0,0839)	(0,0423)	(0,1049)	(0,0486)	(0,1046)	(0,0535)
	p-value	(0,0000)	(0,3219)	(0,0000)	(0,6457)	(0,0000)	(0,5129)	(0,0001)	(0,7003)
	R <sup>2</sup>	0,5850	0,3167	0,6201	0,4382	0,3042	0,5408	0,2470	0,5765
Db10	Coefficiente	-0,9619	0,0463	-1,1241	0,0287	-0,7461	-0,0367	-0,5388	-0,0710
	Erro Padrão	(0,0764)	(0,0287)	(0,0817)	(0,0451)	(0,0975)	(0,0527)	(0,0973)	(0,0568)
	p-value	(0,0000)	(0,1083)	(0,0000)	(0,5243)	(0,0000)	(0,4872)	(0,0000)	(0,2128)
	R <sup>2</sup>	0,5117	0,2445	0,6104	0,4202	0,3525	0,4890	0,2931	0,4593
Sym4	Coefficiente	-1,0612	0,0165	-1,1263	-0,0466	-0,6355	-0,0149	-0,5101	0,0535
	Erro Padrão	(0,0789)	(0,0388)	(0,0917)	(0,0566)	(0,1089)	(0,0657)	(0,1062)	(0,0715)
	p-value	(0,0000)	(0,6817)	(0,0000)	(0,4115)	(0,0000)	(0,8208)	(0,0000)	(0,4553)
	R <sup>2</sup>	0,5389	0,2881	0,5705	0,5020	0,2899	0,5385	0,2706	0,4736
Sym5	Coefficiente	-1,1169	-0,0787	-1,2258	-0,0502	-0,6820	0,0530	-0,4419	0,1239
	Erro Padrão	(0,0712)	(0,0310)	(0,0810)	(0,0478)	(0,1039)	(0,0552)	(0,1034)	(0,0587)
	p-value	(0,0000)	(0,0117)	(0,0000)	(0,2944)	(0,0000)	(0,3380)	(0,0000)	(0,0360)
	R <sup>2</sup>	0,6020	0,2672	0,6445	0,4394	0,3144	0,4975	0,2558	0,4764
Sym6	Coefficiente	-0,9376	0,0697	-1,0971	0,0156	-0,7357	-0,0624	-0,5604	-0,0694
	Erro Padrão	(0,0792)	(0,0315)	(0,0853)	(0,0487)	(0,0994)	(0,0564)	(0,0983)	(0,0610)
	p-value	(0,0000)	(0,1276)	(0,0000)	(0,7490)	(0,0000)	(0,2692)	(0,0000)	(0,2565)
	R <sup>2</sup>	0,4869	0,2579	0,5866	0,4414	0,3435	0,5125	0,2983	0,4753
Sym7	Coefficiente	-1,1178	-0,0674	-1,2167	-0,0603	-0,6905	0,0477	-0,4310	0,1213
	Erro Padrão	(0,0707)	(0,0303)	(0,0811)	(0,0471)	(0,1032)	(0,0545)	(0,1033)	(0,0585)
	p-value	(0,0000)	(0,2274)	(0,0000)	(0,2019)	(0,0000)	(0,3826)	(0,0000)	(0,2394)
	R <sup>2</sup>	0,6054	0,2571	0,6415	0,4414	0,3186	0,5128	0,2531	0,4968
Sym8	Coefficiente	-0,9719	0,0257	-1,1594	0,0167	-0,7857	-0,0213	-0,5360	-0,0436
	Erro Padrão	(0,0751)	(0,0263)	(0,0786)	(0,0421)	(0,0952)	(0,0493)	(0,0962)	(0,0526)
	p-value	(0,0000)	(0,3290)	(0,0000)	(0,6921)	(0,0000)	(0,6662)	(0,0000)	(0,4332)
	R <sup>2</sup>	0,5224	0,1925	0,6357	0,3676	0,3740	0,4567	0,2941	0,4611

Fonte: Elaborado pelo Autor

Nota: O número de defasagens k foi escolhido com base no critério de informação de Akaike (AIC) para o máximo de 6 defasagens.

Ao tomarmos em conta o desempenho apresentados pelas distintas medidas de núcleo derivados das funções wavelet constatamos que rigorosamente  $\lambda_h$  é negativo e estatisticamente significativo, e que o coeficiente de ajustamento do núcleo  $\lambda_h^*$  são estatisticamente igual a zero para todos os horizontes considerados, convergindo com as expectativas levantadas pelas hipóteses iniciais. O que indica que

qualquer desvio entre o IPCA e o núcleo é corrigido por movimentos no IPCA em direção ao núcleo, sendo o núcleo o padrão de referência para movimentos no indicador de inflação.

Percebe-se que a direção de ajustamento depende da medida de núcleo e do horizonte escolhido. Em todos os casos o coeficiente de ajustamento da inflação  $\lambda_h$  foi negativo e estatisticamente significativo, o que sinaliza que o IPCA é influenciado pelos núcleos em todos os horizontes de tempo, entretanto, alguns núcleos também são influenciados pela inflação em determinados horizontes de tempo. Basicamente, este padrão de comportamento foi identificado nas medidas de núcleo oficiais utilizados pelo Banco Central, o que é indesejável uma vez que impossibilita a utilização destas medidas como indicadores da trajetória de longo prazo da inflação, tendo em vista que um desvio entre a inflação e o núcleo pode ser corrigido tanto por movimento do núcleo como da inflação, o que não deixa claro qual é o efeito do núcleo sobre a inflação.

De um modo geral, isso significa que as informações contidas no *gap* entre o indicador de inflação (IPCA) e a medidas de núcleo de inflação baseada em funções wavelet dão suporte a idéia de que as medidas de núcleo baseadas em wavelet se comportam melhor que as medidas de núcleo oficialmente usadas pelo Banco Central sobre distintos horizontes de tempo, constituindo um melhor instrumento para a orientação da política monetária.

### 4.3 Previsões para as taxas de inflação

Como a política monetária produz seu efeito sobre a economia com defasagem, o Banco Central procura analisar a dinâmica de comportamento futuro da inflação antes de estabelecer qualquer medida de política. Assim, se a previsão com uma medida de núcleo conseguir produzir resultados satisfatórios para a previsão da inflação futura, então existe evidências de que esta medida deve ser usada como um instrumento auxiliar na formulação da política monetária.

Assim, utilizaremos o experimento de previsão para avaliar a capacidade preditiva das distintas medidas de núcleo em antecipar o IPCA futuro. A expectativa é de que as medidas de núcleo mais apropriadas apresentem um erro de previsão menor em sua tarefa de antecipar a inflação futura.

Então, após avaliar a consistência das distintas medidas de núcleo de inflação, resta analisar a capacidade das medidas em prever a inflação futura. Com vistas a cumprir este propósito foi utilizado o seguinte modelo:

$$\pi_t = \alpha\pi_{t-1} + \beta\pi_{t-1}^* + \sum_{j=1}^{12} \gamma_j D_j + \varepsilon_{t+h} \quad (31)$$

Onde,  $\pi_t$  representa o IPCA no período  $t$ ;  $\pi_{t-1}$  o IPCA no período  $t-1$ ;  $\beta\pi_{t-1}^*$  medida de núcleo defasado  $t-1$ ;  $D_j$  dummies sazonais; e,  $\varepsilon_{t+h}$  são distúrbios aleatórios com média zero.

Para avaliar a capacidade preditiva das medidas de núcleo será considerado um experimento de previsão fora da amostra, ou seja, a amostra será dividida em dois períodos, o período de ajuste (1996.01-2013.05), no qual os dados são usados para identificar e estimar o modelo de previsão, e o período de teste (2013.06-2015.05), cujos dados são utilizados para verificar a precisão das previsões do modelo.

Um modelo de regressão foi estimado para cada um dos núcleos de inflação considerados, e foram analisadas as previsões para um horizonte de 24 meses (2013.06-2015.05). Na Tabela 5 estão representados os testes estatísticos de consistência do modelo, bem como, os principais critérios de consistência de previsões utilizados pela literatura para efetuar comparação do desempenho dos distintos modelos de previsão.

Considerando o coeficiente de determinação  $R^2$ , é possível perceber que os modelos de previsão baseados nos núcleos derivados das funções wavelet, de um modo geral, apresentam um melhor grau de ajustamento, quando comparados com as medidas de núcleo oficiais utilizadas pelo Banco Central.

Com relação aos critérios de consistência para a previsão, os indicadores da Raiz do Erro Quadrático Médio (REQM) e do Erro Absoluto Médio (EAM) são significativamente menores para as previsões baseadas nas wavelet, com destaque para a db(6), db(9), sym(5), sym(6) e sym(8) que apresentam os menores erros entre a inflação original e a inflação estimada.



Tabela 5: Indicadores de Consistência para a Previsão de Inflação

Núcleo de Inflação	REQM	EAM	C.Theil	P.Viés	P.Var	R <sup>2</sup>
IPCA-DP	0,2693	0,2236	0,2075	0,0127	0,0764	0,4992
IPCA-EX2	0,2712	0,2262	0,2081	0,0120	0,0549	0,4983
IPCA-MS	0,2531	0,2065	0,1978	0,0128	0,0761	0,5023
db(4)	0,2424	0,1940	0,1850	0,0061	0,0803	0,5672
db(5)	0,2434	0,1923	0,1868	0,0049	0,1414	0,6132
db(6)	0,2353	0,1801	0,1757	0,0003	0,0473	0,5688
db(7)	0,2376	0,1885	0,1814	0,0043	0,1100	0,6135
db(8)	0,2396	0,1835	0,1775	0,0038	0,0418	0,5726
db(9)	0,2327	0,1861	0,1765	0,0026	0,0822	0,6119
db(10)	0,2408	0,1835	0,1789	0,0069	0,0808	0,5974
sym(4)	0,2412	0,1918	0,1837	0,0021	0,1107	0,6104
sym(5)	0,2384	0,1951	0,1818	0,0071	0,0733	0,6076
sym(6)	0,2411	0,1805	0,1794	0,0051	0,0804	0,6143
sym(7)	0,2381	0,1923	0,1820	0,0080	0,0866	0,6045
sym(8)	0,2145	0,1622	0,1581	0,0124	0,0562	0,5954

Fonte: Elaborado pelo Autor.

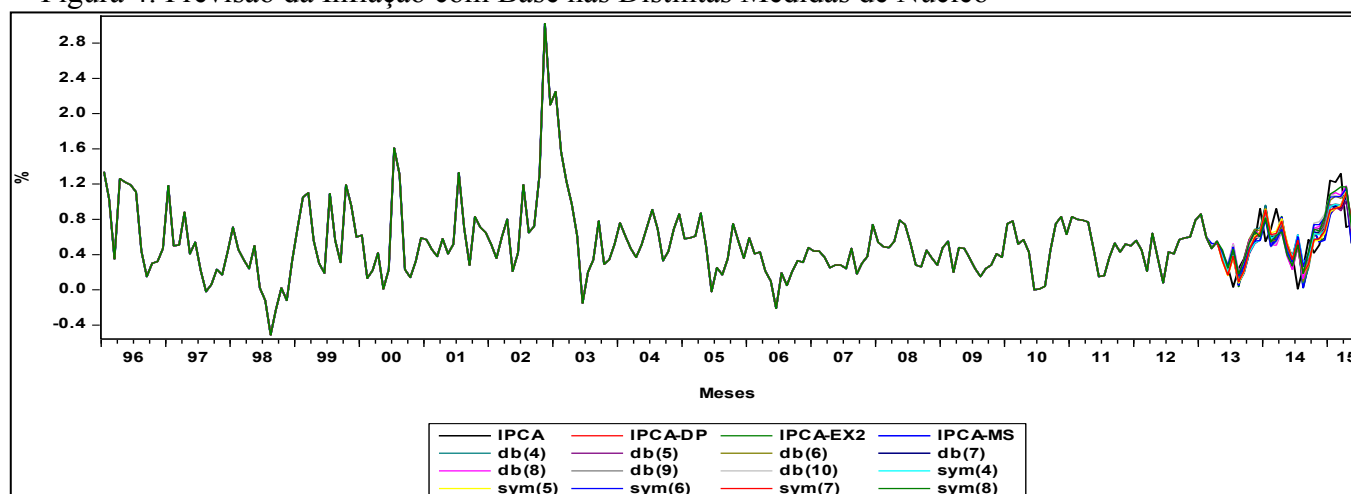
Nota: Raiz do Erro Quadrático Médio (REQM); Erro Absoluto Médio (EAM); Coeficiente de Theil (C.Theil); Proporção do Viés (P.Viés); Proporção da Variância (P.Var); Grau de Ajustamento dos Modelos Estimados (R<sup>2</sup>).

O Coeficiente de Theil, a medida de Viés e a Proporção de Variância também indicam os menores valores para os distintos critérios de previsão analisados para as medidas de núcleo com base nas funções wavelet. Tais evidências reforçam a idéia de que as séries aproximadas com base em wavelet apresentam previsões mais robustas e com maior precisão quando comparadas às séries de núcleo oficiais utilizadas pelo Banco Central, reforçando os resultados analisados anteriormente que sugerem que os núcleos wavelet demonstram melhor capacidade preditiva para a inflação no longo prazo.

Considerando apenas os indicadores para as medidas de núcleo utilizadas pelo Banco Central, constata-se que os apresentados pelo IPCA-MS são os melhores sob todos os aspectos, quando comparado aos indicadores do IPCA-EX2 e IPCA-DP, indicando sua melhor capacidade preditiva dentre os núcleos oficiais para previsões de longo prazo da inflação.

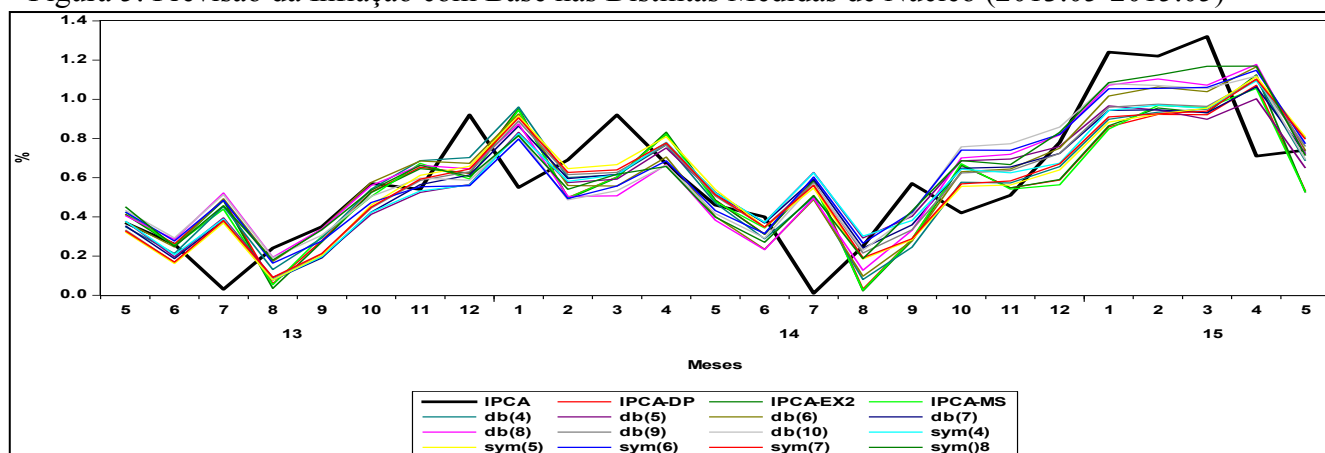
As Figuras 4 e 5 apresentam as previsões de inflação geradas pelos distintos modelos que consideraram os distintos indicadores para medidas de núcleo de inflação.

Figura 4: Previsão da Inflação com Base nas Distintas Medidas de Núcleo



Fonte: Elaboração própria a partir de dados do IPEA-DATA

Figura 5: Previsão da Inflação com Base nas Distintas Medidas de Núcleo (2013.05-2015.05)



Fonte: Elaboração própria a partir de dados do IPEA-DATA

Verifica-se que as distintas previsões de núcleo de inflação, de um modo geral, acompanham a tendência do IPCA, porém com distintos graus de ajustamento. As medidas de núcleo com base nas funções wavelets demonstram uma sintonia mais fina com a tendência do IPCA, pois apresentaram no geral menor viés com relação ao erro de previsão. Dentre as medidas de núcleo oficiais, utilizadas pelo Banco Central, o IPCA-MS demonstrou uma melhor sintonia com o IPCA.

## 5 Conclusão:

Este artigo teve como propósito a utilização do método de wavelet para a estimação de uma medida de núcleo de inflação para o Brasil. Considerando que a política monetária opera sob o regime de metas de inflação, a identificação de um indicador que consiga separar o sinal do ruído, ou seja, identificar qual a parte da inflação é persistente, e qual é meramente transitória é fundamental para estabelecer as regras de política monetária e o sucesso do controle da inflação.

Na prática, os bancos centrais realizam esta tarefa utilizando as chamadas “medidas de núcleo de inflação”. Uma medida adequada de núcleo tende a ser compatível com as duas funções básicas, ou seja, trata-se de uma boa representação para a tendência de inflação, e um bom predictor para a inflação futura.

Tomando em conta o período para análise 1996.01 – 2015.05, o artigo propôs-se a construir uma medida alternativa de núcleo de inflação, as chamadas “Medidas de Núcleo de Inflação baseada em funções Wavelet” (MIW) e “Análise de Resolução Múltipla” (ARM). Medidas de núcleo foram construídas procurando capturar movimentos de longo prazo na inflação, ou seja, movimentos que ocorrem durante longo período de tempo e contem informação de baixa frequência.

Não existe um único critério que permita selecionar um indicador que melhor represente um núcleo de inflação, nesse contexto, o desempenho das medidas de núcleo de inflação foram avaliadas usando alguns critérios que a literatura tem apontado como sendo características desejáveis que indicadores de núcleo de inflação devem apresentar, e que são comumente utilizados para definir uma boa medida de núcleo de inflação, a saber: i) a ausência de viés; ii) a capacidade de capturar a tendência inflacionária; iii) e ser um bom predictor da taxa de inflação.

Comparações com os núcleos de inflações oficiais utilizados pelo Banco Central e medidas baseadas em regressões procuram testar sua eficácia em seguir a tendência da inflação e sua capacidade de prever a inflação futura.

Considerando o critério ausência de viés, as medidas de núcleo baseadas em wavelet destacam-se por apresentar média equivalente ao indicador de inflação global, menor variância dentre as medidas de núcleo, e os coeficientes  $\beta$ 's das estimativas baseadas em wavelet, de um modo geral, atendem a hipótese nula conjunta com um maior grau de exatidão, pois se encontram estatisticamente muito próximos à unidade, indicando uma melhor performance para a estimativa da inflação, caracterizando-se pela ausência de viés.

Com relação ao grau de ajustamento, ao tomarmos em conta o desempenho apresentados pelas distintas medidas de núcleo derivados das funções wavelets constatamos que o coeficiente de ajustamento da inflação  $\lambda_h$  é negativo e estatisticamente significativo, e que o coeficiente de ajustamento do núcleo  $\lambda_h^*$  são estatisticamente igual a zero para todos os horizontes considerados, convergindo com as expectativas levantadas pelas hipóteses consideradas. O que indica que qualquer desvio entre o IPCA e o núcleo é corrigido por movimentos no IPCA em direção ao núcleo, sendo o núcleo o padrão de referência para movimentos no indicador de inflação.

A análise dos modelos de previsão, que levou em conta os principais critérios de consistência de previsões utilizados pela literatura para efetuar comparação do desempenho dos distintos modelos de previsão, sugerem que, sob todos os aspectos, as evidências reforçam a idéia de que as séries aproximadas com base nas funções wavelet apresentam previsões mais robustas e com maior precisão quando comparadas às séries de núcleo oficiais utilizadas pelo Banco Central, indicando sua melhor capacidade preditiva dentre os núcleos considerados para previsões de longo prazo da inflação.

De um modo geral, os resultados sugerem que as medidas baseadas em wavelet para o Brasil demonstram um melhor desempenho que a abordagem tradicional de núcleo de inflação, pois apresentam uma performance superior em termos de análise de longo prazo e também podem auxiliar na melhora das projeções de curto prazo, indicando que o método wavelet constitui um instrumento promissor para futuras pesquisas de núcleo de inflação, e que deve ser considerado pelos gestores de política para orientar e melhorar a eficiência na formulação da política monetária.

## Referencias

- Armas, A., L. Vallejos and M. Vega (2011), "Indicadores tendenciales de inflación y su relevancia como variables indicativas de política monetaria", *Revista de Estudios Económicos*, 21, 27-56, BCRP.
- Baqae, D. Using wavelets to measure core inflation: The case of New Zealand. *The North American Journal of Economics and Finance*, 21(3):241–255, 2010.
- BANCO CENTRAL DO BRASIL. Relatório de Inflação. Brasília, dez 2009. v. 11, n. 4. Disponível em: <<http://www.bcb.gov.br/htms/relinf/port/2009/12/ri200912P.pdf>>. Acesso em: 17 out 2011.
- \_\_\_\_\_. Relatório de inflação. Technical Report v. 13, No 2-3, Banco Central do Brasil. Comitê de Política Monetária, 09 2011.
- Blanchard, O. and Quah, D. (1989), "The Dynamic Effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances", *American Economic Review*, vol. 79(4), 655-73, September.
- Blinder, A. S. Measuring short-run inflation for central bankers - commentary. *Review*, (May):157–160, 1997.
- Bryan, M. F., and S. G. Cecchetti (1994) "Measuring core inflation". Pp. 195-215 in N. Gregory Mankiw (ed.) *Monetary Policy*. Chicago: Chicago University Press.
- Bryan, M. F., S. G. Cecchetti, and R. L. Wiggins, III (1997) "Efficient inflation estimation." *NBER Working Paper No. 6183*.
- Calderon, A. P. (1964), "Intermediate Spaces and Interpolation, the Complex Method", *Studia Mathematica*, 24, 113-90.
- Cecchetti, S. G. (1997) "Measuring short-run inflation for central bankers." *Federal Reserve Bank of St. Louis Review* (May-June 1997): 143-155.
- Cogley, T. A simple adaptive measure of core inflation. *Journal of Money, Credit, and Banking*, 34(1):94–113, February 2002.
- Crowley, P. M. An intuitive guide to wavelets for economists. Aug 2005.
- Crowley, P. M. A guide to wavelets for economists. *Journal of Economic Surveys*, 21(2):207–267, 2007.
- Daubechies, I. *Ten lectures on wavelets*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1 edition, jun 1992. 22
- Diebold, F. and R. Mariano (1995), "Comparing Predictive Accuracy", *Journal of Business and Economic Statistics*, 13(3), 253-263.
- Dowd, K., Cotter, J., e Loh, L. U.s. core inflation: A wavelet analysis. *Macroeconomic Dynamics*, 15(04):513–536, june, 2010.

- Eckstein, O. (1981) *Core Inflation*. Englewood-Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Gençay, R., Seuk, F., e Whitcher, B. Systematic risk and timescales. *Quantitative Finance*, 3(2):108–116, 2003.
- Grossmann, A. and Morlet, J. (1984), “Decomposition of Hardy Functions into Square Integrable Wavelets of Constant Shape”, *SIAM Journal of Mathematical Analysis*, 15, 723-36.
- Haar, A. (1910), “Zur Theorie der Orthogonalen Funktionensysteme”, *Mathematische Annalen*, 69, 3371-71.
- Hansson, J., Johansson, J., e Palmqvist, S. Why do we need measures of underlying inflation? *Sveriges Riksbank Economic Review*, 2:23–41, 2008.
- Helder, J., e Jin, H. Long memory in commodity futures volatility: A wavelet perspective. *Journal of Futures Markets*, 27(5), 2007.
- Johansen, S. Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in Gaussian vector autoregressive models. *Econometrica*, 59(6):1551–80, November 1991.
- Johansen, S. Likelihood-based inference in cointegrated vector autoregressive models. *Econometric Theory*, 14(04):517–524, 1998.
- Kaiser, Gerald (1994), “A friendly guide to wavelets”, SBoston: Birkhauser, 1994, 300 p.
- Lahura, E., e Vega, M. Evaluation of wavelet-based core inflation measures: Evidence from Peru. Documentos de Trabajo 320, Departamento de Economía - Pontificia Universidad Católica del Perú, 2011.
- Mallat, S. G. Multiresolution approximations and wavelet orthonormal bases of  $l(r)$ . *American Mathematical Society*, 315(1), September 1989.
- Mallat, S. G. (1998) \A Wavelet Tour of Signal Processing", San Diego: Academic Press.
- Masset, P. Analysis of financial time-series using fourier and wavelet methods. *SSRN eLibrary*, 2008.
- MEHRA, Y. P.; REILLY, D. Short-term headline-core inflation dynamics. *Economic Quarterly*, Federal Reserve Bank of Richmond, v. 95, n. 3, p. pp. 289–313, Summer 2009.
- Minella, A. Monetary policy and inflation in brazil (1975-2000): a var estimation. Working Papers Series 33, Central Bank of Brazil, Research Department, Nov 2001.
- Pesaran, M. and A. Timmermann (1992), “A Simple Nonparametric Test of Predictive Performance”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 10(4), 461-465.
- Percival, D. B., e Walden, A. *Wavelet Methods for Time Series Analysis (Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics)*. Cambridge University Press, feb 2000.
- Quah, D. and S. Vahey (1995), “Measuring Core Inflation”, *Economic Journal*, 105(432), 1130-1144, September.
- Ribba, A. (2003), “Permanent-transitory decompositions and traditional measures of core inflation”, *Economics Letters*, Elsevier, vol. 81(1), 109-116, October.
- Schleicher, C. (2002), Schleicher, PC., “An Introduction to Wavelets for Economists”, Bank of Canada: Working Paper 2002-3. 32 p.
- SILVA FILHO, T. N. T. d.; FIGUEIREDO, F. M. R. Has core inflation been doing a good job in brazil? *Revista Brasileira de Economia*, v. 65, n. 2, p. 207–233, June 2011.
- Sims, C. A., Stock, J. H., e Watson, M. W. Inference in linear time series models with some unit roots. *Econometrica*, 58:113–144, January 1990.
- Smith, J. (2004), “Weighted Median Inflation: Is this Core Inflation?”, *Journal of Money Credit and Banking* 36(2), 253-263.
- Stock, J. H., e Watson, M. W. Forecasting output and inflation: The role of asset prices. NBER Working Papers 8180, National Bureau of Economic Research, Inc, March 2001.
- Woodford, M. Optimal interest-rate smoothing. *Review of Economic Studies*, 70(4): 861–886, 2003. ISSN 1467-937X. doi: 10.1111/1467-937X.00270.
- Valdivia, L. y L. Vallejos (2000), “Inflación Subyacente en el Perú”, *Revista de Estudios Económicos*, 6, 26-43, BCRP.
- Ysusi, C. Analysis of the dynamics of mexican inflation using wavelets. Working Papers 2009-09, Banco de México, 2009.