

ALOCAÇÃO DOS CUSTOS DE PROJETOS DE DESPOLUIÇÃO ENTRE OS MUNICÍPIOS DA BAÍA DE GUANABARA

Gil Bracarense Leite¹

Resumo. O presente trabalho propõe uma forma de alocar custos de projetos de despoluição na baía de Guanabara entre os municípios que despejam esgotos sem tratamento em suas águas. Para esse objetivo utilizou-se o jogo do aeroporto, estrutura que modela os custos produzidos quando um conjunto de jogadores compartilha uma determinada construção e que, portanto, se adequa às características relacionadas à baía de Guanabara. A regra de alocação adotada para distribuir os custos entre os municípios foi o valor de Shapley, conceito de solução pertencente à teoria dos jogos cooperativos. Para a aplicação, foram empregados dados do Programa de Saneamento Ambiental dos Municípios do Entorno da Baía de Guanabara (PSAM), o programa de despoluição atualmente em execução e que conta primordialmente com financiamento do Banco Interamericano de Desenvolvimento (BID). Ao realizar um exercício em que o ônus desse financiamento recai sobre os poluidores (ou seja, os municípios), os resultados indicam como os custos deveriam ser compartilhados entre aqueles que não tratam seus esgotos domésticos.

Palavras-chave: baía de Guanabara, alocação de custos, jogo do aeroporto, valor de Shapley.

Abstract. This paper proposes a way to allocate costs of pollution reduction projects in Guanabara Bay between the municipalities that throw untreated sewage into its waters. For this purpose was used the airport game, a structure that models costs produced when a group of players shares building costs and therefore this fits to the characteristics related to the Guanabara Bay. The allocation rule adopted to distribute the costs among the municipalities was the Shapley value, a solution concept that belongs to the cooperative game theory. For the application were used data from the PSAM, the pollution reduction program currently in progress and that is mostly funded by the Inter-American Development Bank (IDB). When doing an exercise in which the payment is made by the polluters (i.e. the municipalities), the results indicate how the costs should be shared among the municipalities that don't treat their sewage.

Keywords: Guanabara Bay, cost allocation, airport game, Shapley value.

Área 11: Economia Agrícola e do Meio Ambiente

Classificação JEL: C71, Q53

¹ Professor da Universidade Federal Fluminense (UFF). Doutorando no Programa de Pós Graduação em Economia da Universidade Federal do Rio de Janeiro (IE/UFRJ). E-mail: gil.leite@ppge.ie.ufrj.br.

1. Introdução

A baía de Guanabara é reconhecidamente um marco de beleza cênica, importante local de lazer e fonte de atividades econômicas no Estado do Rio de Janeiro. Apesar disso, ela vem sofrendo historicamente com a excessiva poluição e consequente degradação ambiental de suas águas decorrente de fontes diversas como lançamento de efluentes industriais, terminais marítimos, estaleiros, disposição inadequada de resíduos sólidos e, principalmente, o elevado volume de esgoto doméstico com pouco ou nenhum tratamento despejado pelos municípios diretamente na baía ou nos rios que nela deságuam.

O Plano Diretor de Recursos Hídricos com informações mais recentes, Fundação COPPETEC (2014), indica uma participação de 97% do abastecimento humano na demanda de recursos hídricos na região da baía de Guanabara – sendo que no resto do Estado a média dessa participação é de 42% – o que consequentemente gera um elevado volume de esgotos domésticos poluindo as águas da baía. Ademais, segundo Instituto Trata Brasil (2014), dados de 2012 indicavam que apenas 58% das habitações dos municípios da região tinham coleta de esgoto. Obviamente esse cenário não é exclusivo da baía de Guanabara. Em todo o Brasil veem-se recursos hídricos comprometidos, tanto no aspecto quantitativo quanto qualitativo, em decorrência da poluição dos esgotos urbanos.

A precária situação do saneamento na baía de Guanabara se agravou com o crescimento demográfico acelerado refletido na intensa favelização em seu entorno e a falta de políticas públicas eficientes nas últimas décadas, acentuando seus efeitos negativos sobre as esferas econômica, social e ambiental. Para reverter esse quadro de degradação são necessários investimentos em níveis vultosos, o que traz à tona discussões sobre quem deve suportar tais custos e como deverão ser compartilhados.

Visto isso, o presente trabalho trata do problema de alocação dos custos de projetos de despoluição entre os municípios que despejam esgotos sem tratamento na baía de Guanabara. Para isso utiliza-se uma abordagem da teoria dos jogos, o valor de Shapley – conceito de solução apresentado por Shapley (1953) que tem sido aplicado com sucesso em problemas de alocação de custos – e uma estrutura conhecida como jogo do aeroporto, desenvolvida por Littlechild e Owen (1973), que trata exatamente de modelar custos de construção quando eles precisam ser compartilhados entre diferentes tipos de jogadores.

Aplicou-se o valor de Shapley e o jogo do aeroporto em dados do Programa de Saneamento Ambiental dos Municípios do Entorno da Baía de Guanabara (PSAM), que é o programa atualmente sendo executado na área da baía. O PSAM se sustenta em sua maior parte por recursos de financiamento do Banco Interamericano de Desenvolvimento (BID), além de uma parcela de responsabilidade do governo do Estado. Realizar um exercício em que o empréstimo obtido junto ao BID deve ser pago pelos municípios se justifica por três motivos. Em primeiro lugar, já existe uma contrapartida relevante atribuída à esfera de poder estadual. Segundo, pela intenção de tornar a discussão mais descentralizada no intuito de atribuir a responsabilidade de cada município poluidor que não trata seus esgotos domésticos. E por último, na construção de um cenário que pode servir de instrumento de análise para novas discussões acerca dos investimentos necessários para reverter o precário quadro de saneamento no entorno da baía.

Acredita-se que este trabalho possa trazer contribuições da teoria dos jogos ao debate que se desenvolve de forma recorrente no cenário acadêmico e na sociedade em geral acerca da poluição da baía de Guanabara, haja vista sua importância não só para o Rio de Janeiro, mas, para o Brasil como um todo. Espera-se contribuir também em termos metodológicos, pois, existe um número reduzido no Brasil de aplicações do valor de Shapley em problemas econômicos de alocação, sendo que em nenhuma delas se encontrou a abordagem do jogo do aeroporto.

Além dessa introdução, o presente artigo está dividido em mais quatro seções. Na seção dois discutem-se o valor de Shapley e o jogo do aeroporto no contexto dos problemas de alocação de custos. Na seção três descrevem-se características dos municípios que formam a baía de Guanabara, além de se detalhar alguns programas de despoluição e as fontes de dados. Na seção quatro estão os

resultados da alocação dos custos de projetos de despoluição entre os municípios. E por fim, têm-se as conclusões do artigo.

2. Metodologia

2.1 Valor de Shapley

A análise de problemas econômicos de alocação tem se baseado de forma recorrente na utilização do valor de Shapley, conceito de solução da teoria dos jogos cooperativos. Em um jogo cooperativo, segundo Myerson (1991), os jogadores podem efetivamente buscar acordos, negociar entre si e formar coalizões que lhes trazem ganhos advindos da cooperação. Sua representação se dá por meio da função característica, que é a forma pela qual se indica o valor de cada coalizão e se descreve as possibilidades de cooperação. De acordo com Mas-Colell *et al.* (1995), a função característica apresenta uma descrição dos *payoffs* disponíveis para diferentes grupos de jogadores em um contexto onde acordos de compromisso entre eles são viáveis.

Em um jogo cooperativo (N, v) , tem-se que $N = \{1, \dots, n\}$ representa o universo de jogadores, chamado de grande coalizão, e v é a função característica que descreve o valor de cada coalizão. Uma coalizão S é um subconjunto não vazio de N e para cada coalizão especifica-se um conjunto de valores $v(S) \subset \mathbb{R}^S$ contendo vetores de *payoff* de s dimensões². Segundo Montet e Serra (2003), $v(S)$ – o valor da coalizão – é exatamente a quantia que os integrantes de S dividirão entre si e é visto como o máximo *payoff* que eles poderiam garantir independente das ações tomadas pelos jogadores em $N \setminus S$.

Para encontrar o resultado do jogo (N, v) Shapley (1953) definiu o valor $\phi(v)$ como sendo uma função que associa com cada jogador i em N , um número real $\phi_i(v)$ que deve atender as condições de um conjunto de axiomas:

A1: Eficiência: $\sum_{i \in N} \phi_i(v) = v(N)$

A2: Simetria: para qualquer permutação π de v e cada jogador i tem-se que $\phi_{\pi(i)}(\pi v) = \phi_i(v)$, em que a permutação simboliza um rearranjo de jogadores no jogo.

A3: Aditividade: para quaisquer jogos v e w , $\phi_i(v + w) = \phi_i(v) + \phi_i(w)$ para todo i em N , em que o jogo $[v + w]$ é definido por $[v + w](S) = v(S) + w(S)$ para qualquer coalizão S .

A4: Jogador *dummy*. Um jogador i é *dummy* se $\phi_i(v) = v(\{i\})$, o que significa que ele não acrescenta nenhum valor adicional ao jogo, além de seu próprio valor individual.

Shapley (1953) mostrou que há um método de solução de valor único para jogos cooperativos que satisfazem esses axiomas. O valor de Shapley é a função que determina para cada jogador i o *payoff*:

$$\phi_i(v) = \sum_{S \subseteq N} \frac{(s-1)!(n-s)!}{n!} \times [v(S) - v(S - \{i\})], \forall i \in N \quad (1)$$

em que n é o número de elementos do conjunto N ; s é o número de jogadores na coalizão S ; e a expressão $v(S) - v(S - \{i\})$ representa a contribuição marginal do jogador i quando ele se associa a outros jogadores para formar a coalizão S . Como afirmou o próprio Shapley (1953), não é preciso nenhuma condição adicional, além desses axiomas, para determinar o valor de um jogo cooperativo de forma única.

Segundo Roth (1988), após a publicação de Shapley em 1953, os problemas de alocação de custos foram se consolidando como um campo fértil para a aplicação desse conceito de solução, de modo que o valor de Shapley se tornou um método amplamente utilizado na busca por uma divisão adequada de custos (ou benefícios), quando se leva em conta diferentes características dos agentes que interagem em um jogo. Entre os trabalhos que abordam jogos cooperativos, valor de Shapley e

² Recordar-se que enquanto a indicação de um conjunto se dá por letra maiúscula, S , o número de elementos desse conjunto, s , é indicado por letra minúscula. De modo que $S = \{1, \dots, s\}$.

alocação de custos têm-se, por exemplo, Straffin e Heaney (1981), Tijs e Driessen (1986) e Young (1994).

Conforme definição de Peleg e Sudholter (2003), um problema de alocação de custos em uma análise dos jogos cooperativos é indicado pelo jogo (N, c) em que N é o universo de jogadores e c é a função característica com as mesmas propriedades vistas, mas, representando agora uma função custo. Dentro da classe de jogos de custos, o presente trabalho se concentrou no jogo do aeroporto que, de acordo com Norde *et al.* (2002), modela os custos gerados quando um conjunto de jogadores de diferentes tipos se reúne para construir determinada instalação ou arcar com qualquer volume de custos. As propriedades do jogo do aeroporto o credencia como adequado para ser usado no problema de alocação dos custos de despoluição, considerando que esses custos se materializarão em projetos ou obras como, por exemplo, a construção de estações de tratamento de esgoto.

2.2 Jogo do aeroporto para alocação de custos

O jogo do aeroporto foi desenvolvido de forma pioneira por Littlechild e Owen (1973) que estudaram a alocação dos custos de construção de uma pista de pouso que atenderia a diferentes tipos de avião. Posteriormente, Fragnelli *et al.* (1999) utilizaram-no para analisar a alocação dos custos de construção de uma ferrovia na Europa. Norde *et al.* (2002) estudaram o mesmo problema, mas, sob o ponto de vista do *core* ao invés do valor de Shapley. E Fragnelli e Iandolino (2004) aplicaram o jogo do aeroporto na alocação dos custos de criação de um consórcio regional para a coleta e eliminação de resíduos sólidos urbanos na Itália³.

No jogo do aeroporto o total de jogadores $N = \{1, \dots, n\}$ pode ser dividido em tipos (ou grupos) com diferentes características, em que N_i é o conjunto de jogadores do tipo i , para $i = 1, \dots, m$, tal que $N = \bigcup_{i=1}^m N_i$; e n_i é o número de jogadores do tipo i , para $i = 1, \dots, m$, tal que $n = \sum_{i=1}^m n_i$. Para esse jogo, Littlechild e Owen (1973) estabeleceram a propriedade de que a função custo de qualquer subconjunto de jogadores é igual ao custo do maior jogador naquele subconjunto, o que pode ser formalizado como segue⁴. Considere c_i como o custo associado com um jogador do tipo i (o custo de prover uma instalação que atenda a um jogador desse tipo) e que esses tipos podem ser ordenados de modo que $0 = c_0 < c_1 < c_2 < \dots < c_m$. Com isso, um jogo sobre N pode ser definido pela função característica subaditiva: $c(\emptyset) = 0$, $c(S) = \max\{c_i\}$ (o custo da coalizão S equivale ao maior custo entre seus integrantes), onde a maximização é tomada para todo i tal que $N_i \cap S \neq \emptyset$.

Outra forma de visualizar a função custo leva em conta o custo incremental necessário para atender a cada diferente tipo de jogador, de modo que: $c(S) = b_1 + \dots + b_{j(S)}$ para cada coalizão $S \subseteq N$, onde $j(S) = \max\{j: N_j \cap S \neq \emptyset\}$. De acordo com Fragnelli *et al.* (1999), no jogo do aeroporto assume-se que os desejos dos vários tipos de jogadores são linearmente ordenados, de modo que quanto maior o tipo maior a necessidade de uma instalação mais sofisticada. Cada b_i indica o custo incremental necessário para que uma instalação utilizada pelos jogadores dos tipos N_1, \dots, N_{i-1} também possa ser utilizada pelos jogadores do tipo N_i . A relação entre o que foi apresentado nesse parágrafo e no anterior é que o custo associado com um jogador de determinado tipo i equivale à soma dos custos incrementais para alcançá-lo, ou seja, $c_i = \sum_{l=1}^i b_l$, com $b_i \geq 0$ e $i = 1, \dots, m$.

Ao interpretar a suposição de que o custo de uma coalizão equivale ao custo do maior jogador, vê-se que existem custos individuais caso cada jogador financiasse uma instalação para atender a si próprio (ao seu tipo). Contudo, ao arcar junto aos jogadores de diferentes tipos com os

³ Fragnelli *et al.* (1999), Norde *et al.* (2002) e Fragnelli e Iandolino (2004) utilizaram o jogo do aeroporto como parte integrante do jogo do custo de infraestrutura, formado pela junção do jogo do aeroporto (que trata dos custos de construção) com o jogo do custo de manutenção.

⁴ O maior jogador é aquele que tem a maior necessidade de custo. No trabalho de Littlechild e Owen (1973), por exemplo, o maior jogador é o avião de maior tamanho, que vai necessitar de uma pista de pouso mais sofisticada.

custos de uma instalação que atenda a todos, eles se defrontam com um custo total que retrata a existência de ganhos com a cooperação, pois, considera-se que a função custo é subaditiva. Para ter acesso à exata magnitude desse ganho oriundo da cooperação seria necessário analisar cada caso específico e estimar as respectivas funções custos, de modo que normalmente assume-se a hipótese geral do custo do maior jogador.

Antes da formalização da hipótese do custo do maior jogador por meio do jogo do aeroporto o conceito já havia surgido nos trabalhos de Baker (1965 apud LITTLECHILD e OWEN, 1973, p.370)⁵ e Thompson (1971 apud LITTLECHILD e OWEN, 1973, p.370)⁶ que também analisaram a forma como os custos de construção de uma pista de pouso deveriam ser divididos entre aeronaves de diferentes tipos. Em seus respectivos trabalhos, os autores sugeriram que o custo de prover uma pista de pouso depende essencialmente do maior tipo de avião que irá utilizar o aeroporto e propuseram uma regra simples para alocar custos: divide-se o custo de prover uma pista que atenderá ao menor tipo de aeronave igualmente entre o número de pousos de todos os tipos de aeronaves. Posteriormente, divide-se o custo incremental de prover uma pista que atenda ao segundo menor tipo de aeronave (ou seja, o acréscimo em relação ao custo do tipo anterior) igualmente entre o número de pousos de todos os tipos de aeronaves, menos a primeira que não necessitaria dessa melhoria. E daí por diante até chegar ao custo incremental do maior tipo de aeronave que será dividido igualmente entre o número de pousos feitos apenas por aeronaves do maior tipo.

Com essas informações, o jogo do aeroporto pode ser definido de forma resumida como segue. Suponha que são dados m conjuntos não vazios de tipos de jogadores N_1, \dots, N_m com n_1, \dots, n_m jogadores respectivamente e m números não negativos b_1, \dots, b_m . O jogo do aeroporto correspondente para N_1, \dots, N_m e b_1, \dots, b_m é o jogo cooperativo (N, c) com $N = \bigcup_{i=1}^m N_i$ e função custo c definida por $c(S) = b_1 + \dots + b_{j(S)}$ para todo $S \subseteq N$, onde $j(S) = \max\{j: N_j \cap S \neq \emptyset\}$.

O jogo do aeroporto é o modelo adotado para estabelecer o problema de alocação de custos deste trabalho. E a regra de alocação escolhida é o valor de Shapley devido às propriedades que o credenciam para isso. Contudo, Littlechild e Owen (1973) explicam que a fórmula tradicional do valor de Shapley apresentada na equação (1) é computacionalmente complexa se aplicada a jogos com as características vistas até aqui. As situações em que se divide o conjunto de jogadores em diferentes tipos (como descrito anteriormente) são aquelas onde há normalmente uma grande quantidade de jogadores, porém, a complexidade reside justamente em computar o valor de Shapley para jogos com muitos jogadores.

Nesses casos, Littlechild e Owen (1973) desenvolveram uma aproximação da fórmula original que pode ser obtida com relativa facilidade. Para isso, define-se $R_k = \bigcup_{i=k}^m N_i$ e $r_k = \sum_{i=k}^m n_i$, para $k = 1, \dots, m$. Ou seja, R_k é a união de diferentes tipos (conjuntos) de jogadores, iniciando em um k qualquer e terminando em m , o maior tipo; e r_k é a soma de todos os jogadores dentro desses conjuntos. Percebe-se que $R_1 = \bigcup_{i=1}^m N_i = N$ e $r_1 = \sum_{i=1}^m n_i = n$. Deste modo, tem-se que o valor de Shapley pode ser representado agora por:

$$\phi_j(c) = \sum_{k=1}^i \frac{(c_k - c_{k-1})}{r_k}, \text{ para } j \in N_i, i = 1, \dots, m, \quad (2)$$

em que j é o jogador, sendo que $j \in N_i$ para $i = 1, \dots, m$ significa que o jogador j pertence ao tipo i e que existem m tipos de jogadores; $k = 1, \dots, i$ representa uma sequência de tipos de jogadores até atingir o tipo i ; $c_k - c_{k-1}$ é o custo incremental de prover uma instalação que atenda ao tipo k em relação ao tipo $k - 1$; r_k é o somatório de todos os jogadores do tipos k até m , o maior tipo.

Uma demonstração simples de como se desenvolve essa fórmula é apresentada a seguir. Considera-se $j \in N_i$, com $i = 1, 2, 3$, o que por suposição implica $0 = c_0 < c_1 < c_2 < c_3$; c_k é o

⁵ BAKER, M. J. *Runway Cost Impact Study*. Relatório apresentado à Associação Local de Companhias Aéreas. Jackson, Mississipi, 1965.

⁶ THOMPSON, G. F. *Airport Costs and Pricing*. Tese de Ph.D submetida à Universidade de Birmingham, 1971.

custo incorrido por um jogador do tipo k , com $k = 1, \dots, i$; n_k é o total de jogadores do tipo k . Assim, a estrutura para o cálculo do valor de Shapley é, respectivamente, para $j \in N_1$, $j \in N_2$ e $j \in N_3$ (ou seja, para um jogador do tipo 1, do tipo 2 e do tipo 3):

$$\phi_j(c) = \sum_{k=1}^1 \frac{(c_k - c_{k-1})}{r_k} = \frac{c_1 - c_0}{n_1 + n_2 + n_3}, \text{ para } j \in N_1 \quad (3)$$

$$\phi_j(c) = \sum_{k=1}^2 \frac{(c_k - c_{k-1})}{r_k} = \frac{c_1 - c_0}{n_1 + n_2 + n_3} + \frac{c_2 - c_1}{n_2 + n_3}, \text{ para } j \in N_2 \quad (4)$$

$$\phi_j(c) = \sum_{k=1}^3 \frac{(c_k - c_{k-1})}{r_k} = \frac{c_1 - c_0}{n_1 + n_2 + n_3} + \frac{c_2 - c_1}{n_2 + n_3} + \frac{c_3 - c_2}{n_3}, \text{ para } j \in N_3 \quad (5)$$

Percebe-se exatamente a formalização da ideia de que cada custo incremental deve ser alocado entre os tipos de jogadores que usufruem ou necessitam daquela melhoria.

Como nas hipóteses do jogo do aeroporto todos os jogadores de um determinado tipo terão o mesmo valor de Shapley, Littlechild e Owen (1973) consideram que pode ser conveniente ajustar a equação (2) para que seus resultados sejam apresentados diretamente em relação ao tipo e não aos jogadores⁷. Desse modo, fazendo $\phi_j(c) = \Phi_i$ para $j \in N_i$, então,

$$\Phi_i = \Phi_{i-1} + (c_i - c_{i-1})/r_i, \quad (6)$$

em que Φ_{i-1} representa o valor acumulado até então, ou seja, a soma do valores dos tipos anteriores. A demonstração do desenvolvimento dessa fórmula para o mesmo exemplo simples anterior em que $i = 1, 2, 3$ é como segue:

$$\Phi_1 = \Phi_0 + \frac{c_1 - c_0}{r_1} = \Phi_0 + \frac{c_1 - c_0}{n_1 + n_2 + n_3} \quad (7)$$

$$\Phi_2 = \Phi_1 + \frac{c_2 - c_1}{r_2} = \Phi_1 + \frac{c_2 - c_1}{n_2 + n_3} \quad (8)$$

$$\Phi_3 = \Phi_2 + \frac{c_3 - c_2}{r_3} = \Phi_2 + \frac{c_3 - c_2}{n_3} \quad (9)$$

Littlechild e Owen (1973) apresentam ainda um caso específico e bastante útil em que existe apenas 1 jogador de cada tipo. A simplificação apresentada anteriormente na equação (6) permanece sendo utilizada de modo que se $n_i = 1$ para todo i , então:

$$\Phi_i = \Phi_{i-1} + (c_i - c_{i-1})/(n - i + 1) \quad (10)$$

Novamente apresenta-se o desenvolvimento dessa expressão para $i = 1, 2, 3$:

$$\Phi_1 = \Phi_0 + \frac{c_1 - c_0}{n - i + 1} = \Phi_0 + \frac{c_1 - c_0}{3} \quad (11)$$

$$\Phi_2 = \Phi_1 + \frac{c_2 - c_1}{n - i + 1} = \Phi_1 + \frac{c_2 - c_1}{2} \quad (12)$$

$$\Phi_3 = \Phi_2 + \frac{c_3 - c_2}{n - i + 1} = \Phi_2 + \frac{c_3 - c_2}{1} \quad (13)$$

⁷ Por exemplo, na aplicação de Littlechild e Owen (1973) 13.572 aeronaves de 11 tipos realizaram pousos e no trabalho de Fragnelli et al. (1999) 20.000 trens de 2 tipos utilizaram a estrada de ferro. Torna-se computacionalmente inviável calcular o valor de Shapley para cada jogador, porém, é muito mais prático calcular para cada tipo de jogador.

Por fim, sabendo que a função característica é representada agora por uma função custo, o último e mais importante passo é a obtenção dos seus valores. Seguindo a suposição do custo do maior jogador, $c(S) = b_1 + \dots + b_{j(S)}$ é o custo para cada coalizão $S \subseteq N$, onde $j(S) = \max\{j: N_j \cap S \neq \emptyset\}$ e $c_i = \sum_{l=1}^i b_l$ é o custo individual para cada jogador i , com $b_i \geq 0$, $i = 1, \dots, m$. O termo b_i representa o custo extra que deveria ser feito de modo que uma instalação que atendia ao tipo de jogador $i - 1$ também possa atender i , considerando que os tipos de jogadores estão linearmente ordenados. Baseando-se na proposta de Fragnelli e Iandolino (2004), para encontrar os valores b_i divide-se o valor da grande coalizão (custo total) proporcionalmente entre os jogadores de cada tipo levando em conta o critério em consideração.

Para o caso dos projetos de despoluição da baía de Guanabara considera-se como critério relevante para atribuir os custos o *volume de esgoto não tratado referido à água consumida* despejado por cada município. Assim, seja X_i o valor dessa variável para cada tipo de jogador e $c(N)$ o custo total a ser alocado, então⁸:

$$b_i = \frac{X_i}{X_1 + \dots + X_m} c(N), \text{ para } i \in \{1, \dots, m\} \quad (14)$$

Dadas as características apresentadas do jogo do aeroporto e considerando o problema em análise, percebe-se que os municípios com seus habitantes podem ser vistos como diferentes tipos de jogadores. Ademais, uma vez que há uma interdependência entre os municípios nas questões de saneamento e recursos hídricos, esse é um típico problema de alocação de custos conjuntos e, portanto, pode ser resolvido por meio do jogo do aeroporto.

3. Baía de Guanabara

3.1 Características da área

Localizada no Estado do Rio de Janeiro, a baía de Guanabara é a segunda do país em extensão, com 371 km² de superfície e perímetro de 131 km onde deságuam 55 rios e canais. A baía está inserida na bacia hidrográfica da baía de Guanabara, uma área que concentra aproximadamente 12 milhões de habitantes em 17 municípios – em suas totalidades territoriais ou em fração delas – listados na Tabela 1 junto a um conjunto diverso de dados.

⁸ Fragnelli e Iandolino (2004) apresentaram essa fórmula em um trabalho que utilizou o valor de Shapley na alocação entre diferentes municípios dos custos de coleta e tratamento de resíduos sólidos urbanos. Segundo os autores, esse método pode ser aplicado a uma ampla classe de problemas de alocação.

Tabela 1 – Municípios da bacia hidrográfica da baía de Guanabara

| Município | População (2015) | PIB (2013) | PIB per capita (2013) | Índice de coleta de esgoto (%) | Índice de esgoto tratado referido à água consumida (%) |
|----------------------|-------------------------|-------------------|------------------------------|---------------------------------------|---|
| Belford Roxo | 481.127 | 6.326.949.000 | 13.247,85 | 38,68 | 34,33 |
| Cachoeiras de Macacu | 56.290 | 1.005.106.000 | 18.067,05 | 43,45 | 0 |
| Duque de Caxias | 882.729 | 25.107.930.000 | 28.730,21 | 35,92 | 4,8 |
| Guapimirim | 56.515 | 721.475.000 | 13.188,22 | - | - |
| Itaboraí | 229.007 | 5.019.358.000 | 22.282,21 | 38,42 | 1,81 |
| Magé | 234.809 | 3.045.894.000 | 13.105,19 | 39,72 | 0 |
| Maricá | 146.549 | 7.191.559.000 | 51.533,19 | 16,58 | 5,72 |
| Mesquita | 170.751 | 1.887.434.000 | 11.090,48 | 32,07 | 7,03 |
| Nilópolis | 158.309 | 2.526.332.000 | 15.960,35 | 76,22 | 0 |
| Niterói | 496.696 | 19.908.508.000 | 40.284,31 | 94,92 | 94,92 |
| Nova Iguaçu | 807.492 | 13.261.453.000 | 16.477,64 | 35,9 | 0,05 |
| Petrópolis | 298.142 | 9.459.036.000 | 31.753,67 | 100 | 98,44 |
| Rio Bonito | 57.615 | 1.356.459.000 | 23.821,77 | - | - |
| Rio de Janeiro | 6.476.631 | 282.538.827.000 | 43.941,25 | 66,2 | 47,2 |
| São Gonçalo | 1.038.081 | 14.064.389.000 | 13.714,57 | 58,98 | 10,38 |
| São João de Meriti | 460.625 | 6.526.306.000 | 14.163,02 | 42 | 0 |
| Tanguá | 32.426 | 456.243.000 | 14.327,43 | 34 | 0 |

Fontes: IBGE (2016) e SNIS (2016)

A baía de Guanabara sempre teve destacada importância social, econômica e ambiental para a população ao seu redor, extremamente dependente dela. Mesmo com sua relevância, a baía vem sofrendo com o excesso de poluição oriunda principalmente de esgotos domésticos. A maior parte da área urbana e de alta densidade do Estado do Rio de Janeiro está ao seu redor – a chamada Região Metropolitana do Rio de Janeiro ou Grande Rio – o que traz intensa pressão aos ambientes naturais. Segundo BVRIO/FUNBIO (2013), foi nas décadas de 1950 e 1960 que a região enfrentou um intenso crescimento populacional, maior industrialização e uma ocupação desordenada de seu entorno, destacando-se o alto número de favelas, o que contribuiu e ainda contribui para a degradação ambiental da baía de Guanabara.

A maioria dos municípios da região apresenta uma situação bastante deficiente de coleta e tratamento de esgoto. De acordo com Instituto Trata Brasil (2014) para dados de 2012, mais de 16% das moradias dos municípios da região ainda não tinham água tratada e apenas 58% das habitações tinham coleta de esgoto. A Tabela 1 deixa em evidência os índices ruins relacionados tanto a coleta quanto ao tratamento de esgoto em quase todos os municípios.

De acordo BVRIO/FUNBIO (2013), a poluição da baía de Guanabara traz uma grande quantidade de problemas, tais como: reduz a viabilidade das atividades turísticas em suas águas; prejudica o lazer da população nas praias e a prática de esportes náuticos; traz obstáculos à atividade pesqueira afetando a quantidade e qualidade dos peixes; e contribui para a deterioração da saúde humana, uma vez que as águas poluídas da baía e de seus rios podem transmitir doenças.

Dado esse quadro, alguns programas de despoluição foram estabelecidos ao longo do tempo com níveis diferentes de abrangência, mas, com sucesso limitado ou apenas temporário. No início dos anos 1990, foi desenvolvido o Programa de Despoluição da Baía de Guanabara (PDBG), com apoio financeiro do BID e do Japan Bank for International Cooperation (JBIC), e recursos de US\$ 1,2 bilhão. O PDBG tinha o objetivo principal de atender necessidades prioritárias nas áreas de

saneamento básico, abastecimento de água, coleta e destinação final de resíduos sólidos, drenagem, controle industrial e monitoramento ambiental. De acordo com Lima (2006), não houve grande avanço na redução dos problemas ambientais da baía de Guanabara, sendo que o próprio relatório final do BID sobre o projeto o classificou como pouco efetivo.

Atualmente, encontra-se em execução o Programa de Saneamento Ambiental dos Municípios do Entorno da Baía de Guanabara (PSAM). Segundo SEA/INEA (2011), o PSAM busca a ampliação dos serviços de esgotamento sanitário nos municípios afluentes da baía de Guanabara visando sua recuperação ambiental e conta com recursos obtidos junto ao BID no valor de US\$ 451,98 milhões e com uma contrapartida de US\$ 188 milhões do governo estadual, totalizando gastos de US\$ 639,98 milhões. Em termos mais específicos o PSAM visa atender às seguintes metas: i) implantação e ampliação do sistema de coleta e tratamento de esgoto; ii) desenvolvimento operacional e fortalecimento institucional e; iii) promover políticas de saneamento sustentáveis nos municípios do entorno da baía. Com esse programa, a meta é passar dos atuais 27% da população atendida por serviços de tratamento de esgoto para 42%, o que revela também a necessidade de continuidade dos investimentos para que a universalização dos serviços de saneamento seja alcançada no longo prazo.

Vale dizer que a recuperação ambiental da baía de Guanabara e a esperada melhoria na qualidade de vida da população residente nos municípios no seu entorno almejadas com a implantação do PSAM, está diretamente ligado ao fato da cidade do Rio de Janeiro sediar os Jogos Olímpicos de 2016 e aos compromissos assumidos pelo governo do Estado por ocasião da escolha da cidade perante às entidades organizadoras do evento. Contudo, como aponta Instituto Trata Brasil (2014), o cronograma de implantação dos investimentos previstos no programa sofreu atrasos que inviabilizaram o cumprimento das metas antes das olimpíadas⁹.

3.2 Fonte de dados

Para alocar os custos de projetos de despoluição considera-se como variável determinante o *volume de esgoto não tratado referido à água consumida* (em 1000 m³) que cada município despejou ao longo do ano de 2013 (Tabela 2), disponível no Sistema Nacional de Informações sobre Saneamento (SNIS), base de dados do Ministério das Cidades. No que se refere aos municípios citados na seção 3.1 não foram considerados, por opção, Petrópolis pela reduzida parte territorial (formada por florestas e pequenos rios) inserida na bacia hidrográfica da baía de Guanabara e Maricá por não ter ligações diretas com as águas da baía (sua presença na bacia hidrográfica se deve às lagoas existentes em seu território). Também não foram considerados Guapimirim e Rio Bonito pela ausência de dados recentes no SNIS. Contudo, como ambos somados representam apenas 0,95% da população da área acredita-se que essas ausências não prejudicam a análise. Assim, a aplicação restringiu-se ao número máximo de 13 municípios.

Sabe-se que para aplicar o jogo do aeroporto é preciso dividir os jogadores em tipos com desejos ou necessidades similares. Pelas características deste problema de alocação, essa divisão se apresenta naturalmente na forma dos municípios (tipos) e seus habitantes (jogadores). Esses cálculos foram realizados em uma versão preliminar do trabalho, mas, geraram taxas por habitantes que tinham como valores dízimas periódicas muito próximas de zero, o que dificulta sua análise. Assim, se decidiu pela opção que se mostrou mais prática e acredita-se mais próxima da realidade: os custos sendo atribuídos à figura central de cada município, a administração municipal, pois é sob sua responsabilidade que ocorreria esse pagamento, ainda que eles pudessem ser arrecadados da maneira que cada município achasse mais conveniente. Esta aplicação se adequou melhor, portanto, ao caso especial em que existe um só jogador de cada tipo.

⁹ Conforme aponta reportagem da Folha de São Paulo de 02/07/2016, um mês antes do início dos jogos, nenhuma meta ambiental assumida para o evento foi cumprida.

Visto isso, a Tabela 2 apresenta os dados utilizados para a obtenção do valor de Shapley, com os municípios em ordem crescente em relação à variável determinante. Os dados de custos presentes na tabela, b_i e c_i , foram estabelecidos inicialmente em termos percentuais, de modo que $\sum_{i=1}^{13} b_i = 100$, para que se tenha como primeiro resultado um caso geral, indicando percentualmente o quanto seria alocado de custo para cada município, independente do seu montante, sendo que os cálculos para obtê-los estão no Anexo 1. Com os percentuais pode-se encontrar de forma direta em um segundo momento a alocação de qualquer valor.

Tabela 2 – Dados para o cálculo da alocação dos custos de projetos de despoluição na baía de Guanabara

| i | Município | Volume de esgoto não tratado referido à água consumida (1.000 m³/ano) | b_i | c_i |
|-----|----------------------|---|---------|---------|
| 1 | Tanguá | 1.241,00 | 0,1695 | 0,1695 |
| 2 | Niterói | 2.297,16 | 0,3137 | 0,4832 |
| 3 | Mesquita | 8.930,70 | 1,2195 | 1,7027 |
| 4 | Magé | 10.764,00 | 1,4699 | 3,1726 |
| 5 | Itaboraí | 11.708,18 | 1,5988 | 4,7714 |
| 6 | Cachoeiras de Macacu | 12.282,93 | 1,6773 | 6,4487 |
| 7 | Nilópolis | 12.784,00 | 1,7457 | 8,1944 |
| 8 | Belford Roxo | 20.614,47 | 2,8150 | 11,0095 |
| 9 | São João de Meriti | 32.356,00 | 4,4184 | 15,4279 |
| 10 | Duque de Caxias | 58.133,88 | 7,9385 | 23,3664 |
| 11 | Nova Iguaçu | 65.614,18 | 8,9600 | 32,3264 |
| 12 | São Gonçalo | 121.289,02 | 16,5627 | 48,8891 |
| 13 | Rio de Janeiro | 374.285,83 | 51,1109 | 100,00 |

Fontes: SNIS (2016) e Resultados da Pesquisa.

4. Resultados

4.1 Alocação de custos: caso geral

Para desenvolver o jogo, considere que exista uma construção a ser feita, como uma estação de tratamento de esgoto (ETE), e que seu custo deve ser compartilhado entre os municípios. Existem 13 tipos de jogadores – os municípios – que necessitam de uma ETE em diferentes níveis de sofisticação conforme o volume de esgoto não tratado por cada um em relação à água consumida: municípios que despejam maior volume de esgoto sem tratamento necessitam de uma ETE mais sofisticada. A construção de uma única ETE tem menor influência sobre o meio ambiente, além de significar gastos públicos menores, de modo que para os municípios é vantajoso pensar de forma conjunta nesse problema de alocação.

O jogo do aeroporto para esse problema de alocação é denotado por (N, c) , em que $N = \cup_{i=1}^{13} N_i$ e $n_i = 1$ para todo i , o que significa que há 1 jogador de cada tipo. A função custo c é definida conforme a hipótese do custo do maior jogador por $c(S) = \max\{c_i\}$ para todo i tal que $N_i \cap S \neq \emptyset$ e $c_i = \sum_{l=1}^i b_l$, com $b_i \geq 0$ e $i = 1, \dots, 13$ e com os valores b_i indicados por:

$$b_i = \frac{x_i}{x_1 + \dots + x_{13}} c(N), \text{ para } i \in \{1, \dots, 13\}, \quad (15)$$

em que X_i representa o *volume de esgoto não tratado referido à água consumida* (em 1000 m³) despejado por cada município na baía de Guanabara – listado na Tabela 2 – e $c(N)$ foi definido inicialmente como igual a 100.

Com isso, se obtém as alocações de custo do valor de Shapley em termos percentuais indicadas na Tabela 3, sendo que os cálculos estão detalhados no Anexo 2.

Tabela 3 – Valor de Shapley para os custos de projetos de despoluição da baía de Guanabara, em termos percentuais

| <i>i</i> | Município | Valor de Shapley (%) |
|----------|----------------------|----------------------|
| 1 | Tanguá | 0,0130 |
| 2 | Niterói | 0,0393 |
| 3 | Mesquita | 0,1500 |
| 4 | Magé | 0,2970 |
| 5 | Itaboraí | 0,4747 |
| 6 | Cachoeiras de Macacu | 0,6843 |
| 7 | Nilópolis | 0,9337 |
| 8 | Belford Roxo | 1,4029 |
| 9 | São João de Meriti | 2,2866 |
| 10 | Duque de Caxias | 4,2712 |
| 11 | Nova Iguaçu | 7,2579 |
| 12 | São Gonçalo | 15,5392 |
| 13 | Rio de Janeiro | 66,6501 |
| | Total | 100,00 |

Fonte: Resultados da Pesquisa

Vê-se que a maior parte do custo de construção de uma estação de tratamento (66,65%) seria alocada ao município do Rio de Janeiro. Esse resultado vem de encontro às expectativas, visto que é o município que tem a maior porção de terra margeada pela baía e tem uma população total superior à soma de todos os demais municípios, fatores que contribuem para que o município despeje o maior volume de esgotos sem tratamento em termos absolutos.

Uma exceção positiva a ser destacada é Niterói que apesar de ter a quinta maior população entre os municípios listados está entre os que teriam a menor porcentagem de alocação dos custos, com apenas 0,039%. Isso se deve aos bons números de saneamento que destoam completamente dos demais, pois, o índice de coleta de esgoto em Niterói é de 94,92% das habitações, sendo que todo o esgoto coletado é tratado. Destaca-se ainda de forma negativa o montante de custo alocado ao município de São Gonçalo (15,54%), o que equivale aproximadamente ao dobro e ao triplo dos custos alocados para Nova Iguaçu (7,26%) e Duque de Caxias (4,27%), que são municípios próximos em número de habitantes. Isso se deve ao grande volume de esgoto sem tratamento despejado em São Gonçalo, que também se sobressai negativamente por possuir um dos menores PIB *per capita* da região.

De um modo geral, contudo, percebe-se que a alocação de custos determinada pelo valor de Shapley vem seguindo a proporção populacional nesse exemplo específico, pois, municípios com mais habitantes – por despejarem maior volume de esgotos sem tratamento – estão com uma sobrecarga maior dos custos. Essa afirmação não pode ser tomada como verdade absoluta (vide o bom exemplo de Niterói), porém, é provável que a combinação de fatores como locais populosos, crescimento demográfico desordenado e presença maciça de habitações irregulares e/ou em condições precárias, como as favelas, dificultem a prestação dos serviços de saneamento.

4.2 Alocação de custos: comparação com os dados do Instituto Trata Brasil

Os custos dos projetos de despoluição mais relevantes que ocorreram na baía de Guanabara foram historicamente suportados pelos governos estadual e federal com auxílio de financiamento externo. Contudo, o estudo realizado pelo Instituto Trata Brasil (2014) pode servir de parâmetro de comparação, uma vez que apresenta uma estimativa do custo de universalização do saneamento básico na baía de Guanabara e faz uma posterior alocação desse custo entre os municípios. No referido estudo foram calculados diversos custos e benefícios da universalização do acesso ao saneamento básico nos municípios da baía de Guanabara, estimados com informações retiradas da base de dados do SNIS. Com a ressalva de que além da coleta e tratamento de esgoto, também foi levado em conta o abastecimento de água.

De acordo com Instituto Trata Brasil (2014), os custos da universalização do saneamento básico para os municípios da baía de Guanabara seriam de aproximadamente R\$ 27 bilhões em 30 anos¹⁰, sendo que as estimativas revelam uma distribuição percentual desses custos – em ordem crescente – da forma explicitada na Tabela 4, onde também estão repetidos os resultados da alocação do valor de Shapley para comparação.

Tabela 4 – Alocação de custos do estudo do Instituto Trata Brasil em termos percentuais comparado com o valor de Shapley

| Município | TrataBrasil (%) | Shapley (%) |
|----------------------|-----------------|-------------|
| Nilópolis | 0,1797 | 0,9337 |
| Tanguá | 0,2313 | 0,0130 |
| Niterói | 0,7773 | 0,0392 |
| Cachoeiras de Macacu | 0,8593 | 0,6843 |
| Mesquita | 2,1724 | 0,1500 |
| Itaboraí | 2,7423 | 0,4747 |
| Magé | 2,7695 | 0,2970 |
| São João de Meriti | 5,6689 | 2,2866 |
| Belford Roxo | 6,5236 | 1,4029 |
| Nova Iguaçu | 9,5175 | 7,2579 |
| Duque de Caxias | 11,6087 | 4,2712 |
| São Gonçalo | 14,6440 | 15,5392 |
| Rio de Janeiro | 42,3054 | 66,6501 |
| Total | 100,00 | 100,00 |

Fontes: Instituto Trata Brasil (2016) e Resultados da Pesquisa

Para os dados do Instituto Trata Brasil destaca-se novamente a pequena participação de Niterói responsável por apenas 0,78% dos custos, pois, além dos bons índices de coleta e tratamento de esgoto o município tem um atendimento de 100% da população com abastecimento de água e o

¹⁰ No referido trabalho as estimativas apontam também que os benefícios dos investimentos para universalização do saneamento seriam de R\$ 60,2 bilhões em trinta anos, de modo que os ganhos seriam expressivos. Esses ganhos abrangem: (i) a redução de despesas no sistema de saúde, (ii) o aumento da eficiência no mercado de trabalho propiciado pela queda no número de afastamento por doenças infecciosas, (iii) o aumento da produtividade do trabalho no presente e (iv) das futuras gerações, que terão escolaridade maior, dado o ganho de desempenho escolar esperado, (v) a valorização imobiliária e (vi) o aumento da renda do turismo.

mau resultado de São Gonçalo, com 14,64% dos custos, ainda que dessa vez não esteja tão distante de Duque de Caxias e Nova Iguaçu.

Em comparação aos resultados do Instituto Trata Brasil, na alocação de custos do valor de Shapley há uma penalização maior ao município que tem maior volume de esgotos não tratado, o Rio de Janeiro, variando de 42,30% para 66,65%. Do ponto de vista específico do caso da baía de Guanabara e da busca para a solução do problema em questão essa elevada porcentagem que o valor de Shapley atribui ao Rio de Janeiro pode não ser tão ruim, pois, estamos falando do município que tem um PIB muito maior que os outros e que deve ser o maior beneficiado com a limpeza da baía em números absolutos em termos de atração de turistas, opções de lazer, práticas de esporte, etc. Todavia, uma afirmação mais concreta necessitaria de análises mais aprofundadas.

4.3 Alocação de custos: valores do Programa de Saneamento Ambiental dos Municípios do Entorno da Baía de Guanabara (PSAM)

De posse das porcentagens do valor de Shapley encontradas no jogo do aeroporto desenvolvido na seção 4.1 pode-se aplicá-las agora aos dados do PSAM. Como já foi descrito, o PSAM conta com recursos do BID, cerca de US\$ 451,98 milhões, que serão complementados por recursos do governo do Estado, US\$ 188 milhões, totalizando um investimento de US\$ 639,98 milhões que visam contribuir para a reversão da degradação ambiental da baía de Guanabara.

Supondo que os municípios devem alocar entre eles os custos do financiamento obtido junto ao BID, tem-se que o valor do financiamento seria compartilhado da maneira explicitada na Tabela 5:

Tabela 5 – Alocação de custos dos recursos obtidos junto ao BID para o PSAM

| Município | Custo (US\$) |
|----------------------|---------------------|
| Tanguá | 58.919,33 |
| Niterói | 177.070,91 |
| Mesquita | 678.168,27 |
| Magé | 1.342.527,66 |
| Itaboraí | 2.145.454,74 |
| Cachoeiras de Macacu | 3.093.090,37 |
| Nilópolis | 4.220.282,92 |
| Belford Roxo | 6.340.841,65 |
| São João de Meriti | 10.334.898,21 |
| Duque de Caxias | 19.305.027,58 |
| Nova Iguaçu | 32.804.158,71 |
| São Gonçalo | 70.234.249,24 |
| Rio de Janeiro | 301.245.310,39 |
| Total | 451.980.000,00 |

Fonte: Resultados da pesquisa

Observando esses valores, uma discussão que pode surgir refere-se à representatividade desses custos na arrecadação de cada município, o que pode ter impactos na própria viabilidade financeira de um programa de despoluição. Para isso faz-se um exercício adicional em que se encontra a proporção do custo alocado para cada município em relação a sua respectiva receita orçamentária anual. Essa proporção é apresentada a título de comparação entre os municípios, todavia, ainda que possa ser um indicativo, não se pode afirmar que ela reflete a real capacidade de pagamento dos municípios, pois, uma análise mais profunda deveria levar em consideração um

conjunto maior de informações como, por exemplo, o horizonte de pagamento. A Tabela 6 apresenta essa comparação em ordem crescente¹¹.

Tabela 6 – Percentual do custo do PSAM em relação à receita orçamentária anual dos municípios

| Município | Custo/Receita (%) |
|----------------------|--------------------------|
| Niterói | 0,04 |
| Tanguá | 0,27 |
| Mesquita | 1,02 |
| Itaboraí | 1,13 |
| Duque de Caxias | 3,54 |
| Belford Roxo | 3,92 |
| Rio de Janeiro | 4,76 |
| Nilópolis | 6,27 |
| Cachoeiras de Macacu | 6,37 |
| Nova Iguaçu | 10,62 |
| São Gonçalo | 26,10 |

Fonte: IBGE (2016) e Resultados da Pesquisa

Destacam-se de forma negativa os municípios de Nova Iguaçu (10,62%) e, principalmente, São Gonçalo, onde os custos das obras de despoluição do PSAM representariam 26,10% da receita orçamentária anual. Os dados ruins em termos de coleta e tratamento de esgoto e o fato de que São Gonçalo – apesar de ser o segundo município mais populoso – é apenas o quinto em termos de receita estão entre as causas mais visíveis desse elevado valor. Positivamente destaca outra vez o município de Niterói, em que a parcela dos custos do PSAM representaria apenas 0,04% da receita anual.

Em relação à proporção dos custos do PSAM na receita orçamentária anual do município do Rio de Janeiro (4,76%), apesar de ser destacadamente em termos absolutos quem despeja o maior volume de esgotos sem tratamento na baía de Guanabara, ao se aplicar esse modelo do jogo do aeroporto seus custos não lhe trazem um peso excessivo na sua receita orçamentária anual em comparação à média dos demais municípios. Isso pode ser consequência da magnitude e diversidade das fontes de receita, uma vez que é a capital do Estado, ainda que uma afirmação concreta necessitasse de análises adicionais.

5. Conclusão

A degradação da baía de Guanabara em decorrência do despejo de esgotos domésticos é um problema que se arrasta há bastante tempo. Apesar de ser um tema de ampla repercussão na sociedade, poucos avanços foram observados. Com uma situação ambiental cada vez mais precária, serão necessários níveis de investimentos bastante volumosos para reverter esse quadro. Concomitantemente, serão necessárias também novas ideias e propostas para avançar a discussão e torná-la realidade.

Visto isso, o presente trabalho propôs uma forma de alocar os custos de projetos de despoluição na baía de Guanabara entre os municípios que despejam esgotos sem tratamento em suas águas. Para esse objetivo utilizou-se o jogo do aeroporto, estrutura que modela os custos produzidos quando um conjunto de jogadores compartilha o custo de uma obra, e a regra de

¹¹ Os municípios de Magé e São João de Meriti não constam na tabela, pois, não tinham informações recentes sobre a receita orçamentária. Os valores do financiamento do BID, em US\$, foram convertidos para Reais, ao câmbio de R\$ 3,27, de 18/07/2016.

alocação adotada para distribuir os custos entre os municípios foi o valor de Shapley, conceito de solução pertencente à teoria dos jogos cooperativos.

Para a aplicação, foram empregados dados do Programa de Saneamento Ambiental dos Municípios do Entorno da Baía de Guanabara (PSAM), o programa de despoluição atualmente em execução e que conta primordialmente com financiamento do Banco Interamericano de Desenvolvimento (BID). A maior parte dos custos recaiu sobre o município do Rio de Janeiro que é o que mais despeja esgotos sem tratamento em termos absolutos, visto ser o município mais populoso. Também se destacou o alto percentual de custo alocado para São Gonçalo que tem índices piores que os municípios de tamanho populacional semelhante.

Todavia, o bom exemplo de Niterói – mesmo sendo um dos municípios mais populosos tem pequena porcentagem dos custos – deixa em evidência que o método de alocação sugerido, ao mesmo tempo em que penaliza os maiores responsáveis em causar os custos, também premia aqueles que tratam seus esgotos com uma redução dos custos que estes deveriam suportar. Ou seja, essa discussão visa também incentivar as melhorias no saneamento, pois, deixa claro que os municípios serão recompensados por isso.

Uma limitação deste trabalho é em relação à capacidade que os municípios têm de arcar com esses custos que historicamente foram de responsabilidade dos governos estadual e federal, ainda mais quando se sabe das deficiências de receitas dos municípios brasileiros e do alto índice de pobreza para parte da população dos municípios no entorno da baía. Assim, em estudos posteriores essa análise da capacidade de suportar os custos deve ser mais aprofundada, porque pode inviabilizar o andamento dos projetos. Todavia, é uma forma de indicar e atribuir responsabilidades aos causadores dos custos para que ao menos busquem a adoção de práticas mais eficientes em relação ao saneamento. Ademais, a construção desse cenário inédito pode servir de instrumento de análise para futuras discussões acerca de novos investimentos necessários para reverter o precário quadro de saneamento no entorno da baía.

Assim, crê-se que este trabalho possa contribuir à discussão que envolve a poluição da baía de Guanabara e se arrasta há bastante tempo. Espera-se trazer contribuições também em termos metodológicos, pois, há poucas aplicações do valor de Shapley em problemas econômicos de alocação no Brasil, e em nenhuma foi encontrada a abordagem do jogo do aeroporto. Ademais, acredita-se na adequação da metodologia de alocação de custos ao tema em discussão, visto que uma obra de tão grande tamanho e complexidade poderia ser mais facilmente suportada se seus custos fossem compartilhados entre diferentes agentes, ao invés de um só.

Por fim, ressalta-se ainda a importância de discutir o tema, pois, o fato de o Brasil possuir péssimos índices de saneamento faz com que ao mesmo tempo exista um grande potencial de crescimento em seus indicadores sociais e de qualidade de vida da população e certamente a expansão do saneamento básico será crucial nesse cenário trazendo muitos benefícios à sociedade.

Referências

BVRIO/FUNBIO. *Sistemas de cotas negociáveis e o controle de efluentes industriais na baía de Guanabara*. Rio de Janeiro: Bolsa Verde do Rio de Janeiro; Fundo Brasileiro para a Biodiversidade, 2013.

FOLHA DE SÃO PAULO. Disponível em: <<http://temas.folha.uol.com.br/um-mes-para-a-olimpiada/meio-ambiente/rio-descumpre-todas-as-metas-ambientais-para-a-olimpiada.shtml>>.

Acesso em: 02 jul. 2016.

FRAGNELLI, V.; GARCÍA-JURADO, I.; NORDE, H.; PATRONE, F.; TIJS, S. How to Share Railway Infrastructure Costs? In: García-Jurado, I.; Patrone, F.; Tijss, S (Eds.). *Game Practice: Contributions from Applied Game Theory*. Kluwer: Amsterdam, 1999.

- FRAGNELLI, V.; IANDOLINO, A. A cost allocation problem in urban solid wastes collection and disposal. *Mathematical Methods of Operations Research*, v. 59, p. 447-463, 2004.
- FUNDAÇÃO COPPETEC - Laboratório de hidrologia e estudos de meio ambiente da COPPE/UFRJ. *Plano Estadual de Recursos Hídricos do Estado do Rio de Janeiro - Relatório Síntese*. Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ, 2014.
- IBGE. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Disponível em: <<http://www.cidades.ibge.gov.br/xtras/home.php>>. Acesso em: 20 mai. 2016.
- INSTITUTO TRATA BRASIL. *Benefícios econômicos da expansão do saneamento na Baía de Guanabara*. São Paulo: ITB, 2014.
- LIMA, E. C. R. *Qualidade de água da baía de Guanabara e saneamento: uma abordagem sistêmica*. 183 p. Tese de Doutorado em Planejamento Energético. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2006.
- LITTLECHILD, S. C.; OWEN, G. A Simple Expression for the Shapely Value in A Special Case. *Management Science*, v. 15, n. 2, 370-372, 1973.
- MAS-COLELL, A.; WHINSTON, M.; GREEN, J. *Microeconomic Theory*. New York: Oxford University Press, 1995.
- MONTET, C.; SERRA, D. *Game theory and economics*. New York: Palgrave Macmillan, 2003.
- MYERSON, R. B. *Game theory: an analysis of conflict*. Cambridge: Harvard University Press, 1991.
- NORDE, H.; FRAGNELLI, V.; GARCIA-JURADO, I.; PATRONE, F.; TIJS, S.; Balancedness of infrastructure cost games. *European Journal of Operational Research*, v. 136, p. 635-654, 2002.
- PELEG, B.; SUDHÖLTER, P. *Introduction to the theory of cooperative games*. New York: Springer, 2003.
- ROTH, A. Introduction to the Shapley value. In: ROTH, A. *The Shapley value: Essays in honor of Lloyd S. Shapley*. Cambridge: Cambridge University Press, 1988.
- SEA/INEA. *O estado do ambiente: indicadores ambientais do Rio de Janeiro 2010*. Rio de Janeiro: Secretaria de Estado do Ambiente, Instituto Estadual do Ambiente, 2011.
- SHAPLEY, L. S. A value for n-person games. In: KUHN, H. W.; TUCKER, A. W. *Contributions to the Theory of Games*, vol. II. Princeton: Princeton University Press, p. 307-317, 1953.
- SNIS – Sistema Nacional de Informações em Saneamento. Disponível em: <<http://app.cidades.gov.br/serieHistorica/>>. Acesso em 13 mai. 2016
- STRAFFIN, P. D.; HEANEY, J. P. Game Theory and the Tennessee Valley Authority. *International Journal of Game Theory*, v. 10, n. 1, 35-43, 1981.
- TIJS, S.; DRIESSEN, T. Game Theory and Cost Allocation Problems. *Management Science*, v. 32, n. 8, 1015-1028, 1986.

YOUNG, H.P. Cost allocation. In: AUMANS, R.J.; HART, S. *Handbook of Game Theory, volume 2*. New York: Elsevier Science, p. 1192-1235, 1994.

ANEXO 1 – Estimação dos custos para o cálculo do valor de Shapley em termos percentuais

Seja $b_i = \frac{X_i}{X_1 + \dots + X_{13}} c(N)$ e $c_i = \sum_{l=1}^i b_l$, com $b_i \geq 0$ e $i = 1, \dots, 13$ simbolizando cada município conforme indicado na Tabela 2. Considerando que X_1, \dots, X_{13} são os valores do *volume de esgoto não tratado referido à água consumida* despejado por cada município na baía de Guanabara (também contidos na Tabela 2) e que $c(N)$ foi definido como igual a 100, tem-se que a estimação dos custos para encontrar o valor de Shapley percentual conforme as hipóteses do jogo do aeroporto discutidas na seção 2.2 estão calculadas a seguir.

$$b_1 = \frac{1.241}{732.301,34} \times 100 = 0,1695; \text{ e } c_1 = b_1 = 0,1695$$

$$b_2 = \frac{2.297,16}{732.301,34} \times 100 = 0,3137; \text{ e } c_2 = b_1 + b_2 = 0,4832$$

$$b_3 = \frac{8.930,70}{732.301,34} \times 100 = 1,2195; \text{ e } c_3 = b_1 + b_2 + b_3 = 1,7027$$

$$b_4 = \frac{10.764}{732.301,34} \times 100 = 1,4699; \text{ e } c_4 = b_1 + \dots + b_4 = 3,1726$$

$$b_5 = \frac{11.708,18}{732.301,34} \times 100 = 1,5988; \text{ e } c_5 = b_1 + \dots + b_5 = 4,7714$$

$$b_6 = \frac{12.282,93}{732.301,34} \times 100 = 1,6773; \text{ e } c_6 = b_1 + \dots + b_6 = 6,4487$$

$$b_7 = \frac{12.784}{732.301,34} \times 100 = 1,7457; \text{ e } c_7 = b_1 + \dots + b_7 = 8,1944$$

$$b_8 = \frac{20.614,47}{732.301,34} \times 100 = 2,8150; \text{ e } c_8 = b_1 + \dots + b_8 = 11,0095$$

$$b_9 = \frac{32.356}{732.301,34} \times 100 = 4,4184; \text{ e } c_9 = b_1 + \dots + b_9 = 15,4279$$

$$b_{10} = \frac{58.133,88}{732.301,34} \times 100 = 7,9385; \text{ e } c_{10} = b_1 + \dots + b_{10} = 23,3664$$

$$b_{11} = \frac{65.614,18}{732.301,34} \times 100 = 8,9600; \text{ e } c_{11} = b_1 + \dots + b_{11} = 32,3264$$

$$b_{12} = \frac{121.289,02}{732.301,34} \times 100 = 16,5627; \text{ e } c_{12} = b_1 + \dots + b_{12} = 48,8891$$

$$b_{13} = \frac{374.285,83}{732.301,34} \times 100 = 51,1109; \text{ e } c_{13} = b_1 + \dots + b_{13} = 100,00$$

ANEXO 2 – Cálculo do valor de Shapley em termos percentuais

Alocações do valor de Shapley para os custos de projetos de despoluição da baía de Guanabara, em termos percentuais, considerando os dados do Anexo 1 e a equação (10) para o caso especial do jogo do aeroporto em que há um jogador de cada tipo.

$$\Phi_1 = \Phi_0 + \frac{c_1 - c_0}{n - i + 1} = \Phi_0 + \frac{c_1 - c_0}{13 - 1 + 1} = 0 + \frac{0,1695}{13} = 0,0130$$

$$\Phi_2 = \Phi_1 + \frac{c_2 - c_1}{n - i + 1} = \Phi_1 + \frac{c_2 - c_1}{13 - 2 + 1} = 0,0130 + \frac{0,4832 - 0,1695}{12} = 0,0392$$

$$\Phi_3 = \Phi_2 + \frac{c_3 - c_2}{n - i + 1} = \Phi_2 + \frac{c_3 - c_2}{13 - 3 + 1} = 0,0392 + \frac{1,7027 - 0,4832}{11} = 0,1500$$

$$\Phi_4 = \Phi_3 + \frac{c_4 - c_3}{n - i + 1} = \Phi_3 + \frac{c_4 - c_3}{13 - 4 + 1} = 0,1500 + \frac{3,1726 - 1,7027}{10} = 0,2970$$

$$\Phi_5 = \Phi_4 + \frac{c_5 - c_4}{n - i + 1} = \Phi_4 + \frac{c_5 - c_4}{13 - 5 + 1} = 0,2970 + \frac{4,7714 - 3,1726}{9} = 0,4747$$

$$\Phi_6 = \Phi_5 + \frac{c_6 - c_5}{n - i + 1} = \Phi_5 + \frac{c_6 - c_5}{13 - 6 + 1} = 0,4747 + \frac{6,4487 - 4,7714}{8} = 0,6843$$

$$\Phi_7 = \Phi_6 + \frac{c_7 - c_6}{n - i + 1} = \Phi_6 + \frac{c_7 - c_6}{13 - 7 + 1} = 0,6843 + \frac{8,1944 - 6,4487}{7} = 0,9337$$

$$\Phi_8 = \Phi_7 + \frac{c_8 - c_7}{n - i + 1} = \Phi_7 + \frac{c_8 - c_7}{13 - 8 + 1} = 0,9337 + \frac{11,0095 - 8,1944}{6} = 1,4029$$

$$\Phi_9 = \Phi_8 + \frac{c_9 - c_8}{n - i + 1} = \Phi_8 + \frac{c_9 - c_8}{13 - 9 + 1} = 1,4029 + \frac{15,4279 - 11,0095}{5} = 2,2866$$

$$\Phi_{10} = \Phi_9 + \frac{c_{10} - c_9}{n - i + 1} = \Phi_9 + \frac{c_{10} - c_9}{13 - 10 + 1} = 2,2866 + \frac{23,3664 - 15,4279}{4} = 4,2712$$

$$\Phi_{11} = \Phi_{10} + \frac{c_{11} - c_{10}}{n - i + 1} = \Phi_{10} + \frac{c_{11} - c_{10}}{13 - 11 + 1} = 4,2712 + \frac{32,3264 - 23,3664}{3} = 7,2579$$

$$\Phi_{12} = \Phi_{11} + \frac{c_{12} - c_{11}}{n - i + 1} = \Phi_{11} + \frac{c_{12} - c_{11}}{13 - 12 + 1} = 7,2579 + \frac{48,8891 - 32,3264}{2} = 15,5392$$

$$\Phi_{13} = \Phi_{12} + \frac{c_{13} - c_{12}}{n - i + 1} = \Phi_{12} + \frac{c_{13} - c_{12}}{13 - 13 + 1} = 15,5392 + \frac{100 - 48,8891}{1} = 66,6501$$