

Escuela Politécnica Nacional

Álgebra Lineal

Jean Pierre Armas

GR10

21/07/2021

Intensivo

Examen 1

2. Considere a \mathbb{R}^2 con la operación suma definida de la siguiente manera

$$x \oplus y = (x_1, x_2) \oplus (y_1, y_2) = (x_1 + y_1 + 17, x_2 + y_2 + 17)$$

donde $x, y \in \mathbb{R}^2$ y el producto por un escalar definido por:

$$\alpha \odot x = \alpha \odot (x_1, x_2) = (17\alpha + \alpha x_1 - 17, 17\alpha + \alpha x_2 - 17)$$

donde $\alpha \in \mathbb{R}$.

Con las operaciones de suma y producto definidas sobre \mathbb{R}^2 , demuestre o refute si se satisfacen las siguientes propiedades.

1. Existencia del elemento neutro aditivo

Sea $x \in \mathbb{R}^2$ vamos a suponer que existe 0_E por lo tanto

$$x \oplus 0_E = x$$

$$(x_1, x_2) \oplus (a, b) = (x_1, x_2)$$

$$(x_1 + a + 17, x_2 + b + 17) = (x_1, x_2)$$

$$\begin{cases} x_1 + a + 17 = x_1 \\ x_2 + b + 17 = x_2 \end{cases}$$

$$x_1 + a + 17 = x_1$$

$$a + 17 = 0$$

$$a = -17$$

$$x_2 + b + 17 = x_2$$

$$b + 17 = 0$$

$$b = -17$$

Por lo tanto, existe 0_E tal que.

$$0_E = (-17, -17)$$

"La educación y la corteza abren todas las puertas"

2. Existencia del elemento inverso aditivo.

Sea $x \in \mathbb{R}$, suponemos que existe \hat{x} tal que:



$$\Rightarrow x \oplus \hat{x} = 0 \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow (x_1, x_2) \oplus (c, d) = (-17, -17)$$

$$\Rightarrow (x_1 + c + 17, x_2 + c + 17) = (-17, -17)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 + c + 17 = -17 & \textcircled{1} \\ x_2 + d + 17 = -17 & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad x_1 + c + 17 = -17$$

$$x_1 + c = -34$$

$$c = -34 - x_1 //$$

$\textcircled{2}$

$$x_2 + d + 17 = -17$$

$$x_2 + d = -34$$

$$d = -34 - x_2 //$$

En conclusión, existe $\hat{x} \oplus (-x)$ tal que:

$$\hat{x} = (-34 - x_1, -34 - x_2) //$$

3. Distributiva del producto

Sea $x, y \in \mathbb{R}^2$ y $\alpha \in \mathbb{K}$ vamos a demostrar:

$$\alpha \odot (x \oplus y) = \alpha \odot x \oplus \alpha \odot y$$

$$\alpha \odot (x \oplus y) = \alpha \odot ((x_1, x_2) \oplus (y_1, y_2))$$

$$= \alpha \odot (x_1 + y_1 + 17, x_2 + y_2 + 17)$$

$$= (17\alpha + \alpha(x_1 + y_1 + 17) - 17, 17\alpha + \alpha(x_2 + y_2 + 17) - 17)$$

$$= (17\alpha + \alpha x_1 + \alpha y_1 + 17\alpha - 17, 17\alpha + \alpha x_2 + \alpha y_2 + 17\alpha - 17) //$$

$$\alpha \odot x \oplus \alpha \odot y = (17\alpha + \alpha x_1 - 17, 17\alpha + \alpha x_2 - 17) \oplus (17\alpha + \alpha y_1 - 17, 17\alpha + \alpha y_2 - 17) //$$

$$= (34\alpha + \alpha x_1 + \alpha y_1 - 34 + 17, 34\alpha + \alpha x_2 + \alpha y_2 - 34 + 17)$$

$$\textcircled{2} = (34\alpha + \alpha x_1 + \alpha y_1 - 17, 34\alpha + \alpha x_2 + \alpha y_2 - 17) //$$

$$\textcircled{1} = \textcircled{2}$$

Por lo tanto, queda demostrado que:

$$\alpha \odot (x \oplus y) = \alpha \odot x \oplus \alpha \odot y //$$

1 debes ser el cambio que deseas ver en el mundo:

2. Asociatividad del producto

Sea $x \in R^2$ y $\alpha, \beta \in K$, vamos a demostrar que:

$$x \otimes (\beta \otimes x) = (\alpha \beta) \otimes x$$

0.5