Escuela Politécnica Nacional

Algebra Lineal

- Jean Arencio
- GR10

- 21/07/2021
- Jean Arencio

Examen 1

1. Utilice sólo propiedades del determinante para verificar que:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} \underset{-C_1+C_3\to C_3}{\overset{-C_1+C_2\to C_2}{=}} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & b-a & c-a \\ a^2 & b^2-a^2 & c^2-a^2 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & b-a & c-a \\ a^2 & (b-a)(b+a) & (c-a)(c+a) \end{vmatrix}$$

$$\underset{\frac{1}{c-a}C_3\to C_3}{\overset{\frac{1}{b-a}C_2\to C_2}{=}} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 1 \\ a^2 & b+a & c+a \end{vmatrix} \cdot (b-a)(c-a)$$

Resolvemos el determinante actual $= (b-a)(c-a)(c+a-(b+a))$

$$\det = (b-a)(c-a)(c-b) \; //$$

2. Use la parte (a) y propiedades del determinante para calcular (justifique su respuesta).

$$\begin{vmatrix} 8 & a^2 & a \\ 8 & b^2 & b \\ 8 & c^2 & c \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 8 & a^2 & a \\ 8 & b^2 & b \\ 8 & c^2 & c \end{vmatrix} \overset{\frac{1}{8}C_1\to C_1}{=} 8 \cdot \begin{vmatrix} 1 & a^2 & a \\ 1 & b^2 & b \\ 1 & c^2 & c \end{vmatrix}$$

$$C_2 \ominus C_3 \quad = 8 \cdot (-1) \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$$

$$= 8 \cdot (-1) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$$

por la propiedad de determinante; $\det(A^T) = \det(A)$ //

por el literal a o (1) tenemos:

$$= -8\,(b-a)(c-a)(c-b)\ //$$

3. Use la parte (a) y propiedades del determinante para calcular. (Justifique su respuesta.

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 5 & 25 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 5 & 25 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 5 \\ 1 & 9 & 25 \end{vmatrix}$$

Por la prop. de los determinantes: $\det(A) = \det(A^T)$ //

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 5 \\ (-1)^2 & (3)^2 & (5)^2 \end{vmatrix}$$

Si igualamos la matriz del literal (1) con la matriz actual tenemos:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 5 \\ (-1)^2 & (3)^2 & (5)^2 \end{vmatrix}$$

Tal que:

$$a = -1,\ b = 3 \ y \ c = 5\ //$$

y posee el mismo determinante

$$(b-a)(c-a)(c-b) = (3-(-1))(5-(-1))(5-3) = (4)\cdot(6)\cdot(2)$$

$$= 24 \cdot 2$$

$$\det = 48\ //$$