

## Aufgabe 8

Die Spur einer quadratischen Matrix  $A = (a_{ij})$  ist definiert durch

$$\text{Spur}(A) = \sum_{i=1}^n a_{ii}.$$

- a) Zeigen Sie, dass die Spur eine lineare Abbildung darstellt.
- b) Sei  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  und  $B = A^T$ . Verifizieren Sie  $\text{Spur}(AB) = \text{Spur}(BA)$ .
- c) Zeigen Sie, dass  $\text{Spur}(AB) = \text{Spur}(BA)$ , wobei  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  und  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ .
- d) Zeigen Sie, dass  $\text{Spur}(A^T A) = 0$  genau dann, wenn  $A = (0)$ .
- e) Man zeige weiter:  $\text{Spur}(ABC) = \text{Spur}(BCA)$ , aber i.a.  $\text{Spur}(ABC) \neq \text{Spur}(BAC)$ .

## Lösung 8