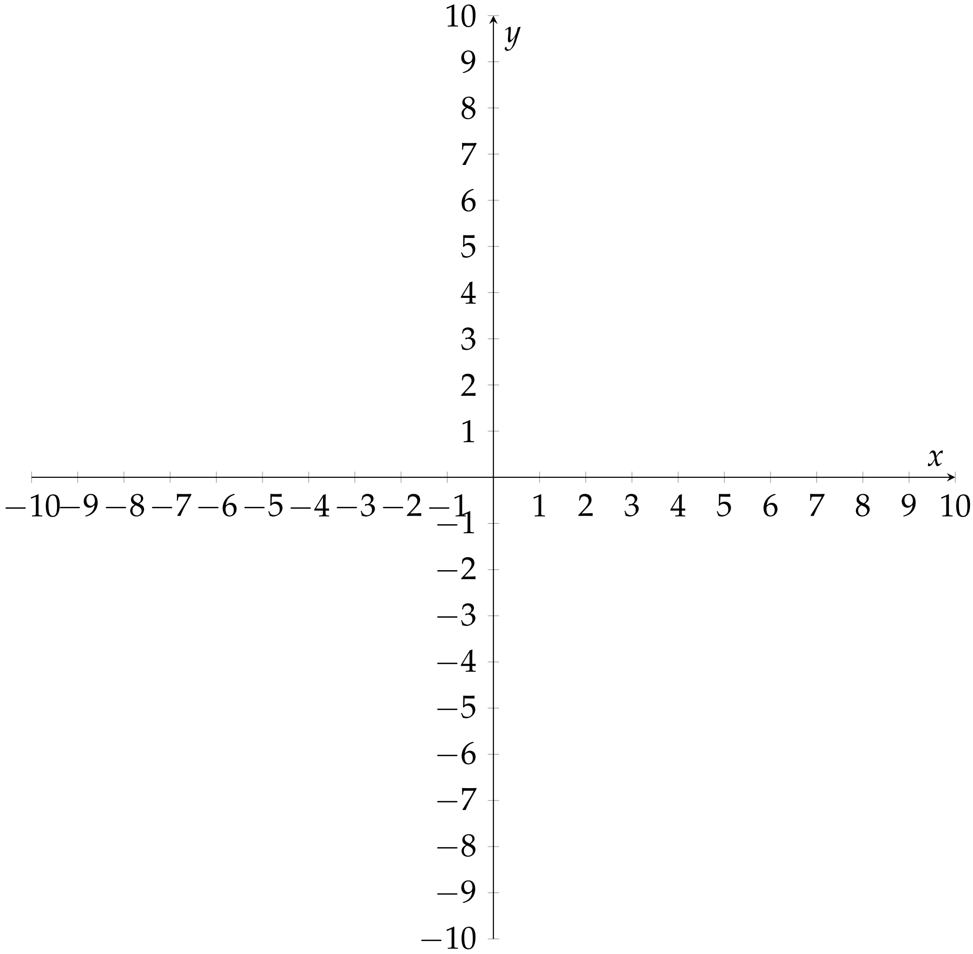
Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Fläche, die begrenzt ist durch die Parabeln

$$y^2 = 4 - x \qquad \text{und} \qquad y^2 = 4 - 4x$$

Lösung 1



Aufgabe 2

Gegeben seien die Funktionen

$$f(x) = 5 - \frac{5}{\pi^2}x^2 \qquad \text{und} \qquad g(x) = 4\cos\left(\frac{x}{2}\right)$$

a) Berechnen Sie die von den beiden Funktionen begrenzte Fläche.

b) Bestimmen Sie anschließend den Schwerpunkt der eingeschlossenen Fläche.

Hinweise: Die Schnittstellen der beiden Funktionen sind die Nullstellen. Nutzen Sie zur Berechnung der Fläche ggfls. die Symmetrie der Funktionen.

Lösung 2

Berechne Nullstellen der Funktionen

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ \Leftrightarrow 5 - \frac{5}{\pi^2}x^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow 0 &= \frac{5}{\pi^2}x^2 - 5 \end{aligned}$$

Aufgabe 3

Berechnen Sie das Volumen unterhalb der Funktion

$$f(x,y) = x^2 + y^2 + 1$$

über das folgende Integrationsgebiet

$$G = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\}.$$

Lösung 3

Aufgabe 4

Sei die Funktion $f(x,y) = x \cdot y$ sowie das Integrationsgebiet

$$G = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0,\ y \geq 0,\ x^2 + y^2 \leq 2,\ y \leq x^2\}$$

gegeben. Berechnen Sie das zugehörige Volumen.

Lösung 4

Aufgabe 5

Gegeben ist der Integrationsbereich

$$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4,\ x \leq 0,\ y \geq 0\}.$$

Berechnen Sie mit Hilfe der Polarkoordinaten

$$\int_A y \cdot (x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}\, dA$$

Lösung 5