Extremwertprobleme mit Nebenbedingung

Lagrange-Multiplikator

Extremstellen von Funktionen mit mehreren Veränderlichen

Stetigkeit

Taylorpolynom

Vektorfelder

Tangentialebenen, Richtungsableitungen

Gradient

$$\operatorname{grad}\left(f(x,y)\right) = \nabla f(x,y) = \begin{pmatrix} f_x(x,y) \\ f_y(x,y) \end{pmatrix}$$

Tangentialebene

$$T(x,y) = f(x_0,y_0) + f_x(x_0,y_0)\cdot(x-x_0) + f_y(x_0,y_0)\cdot(y-y_0)$$
$$T(x,y) = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ f(x_0,y_0) \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ f_x(x_0,y_0) \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ f_y(x_0,y_0) \end{pmatrix}$$

Richtungsableitung

$$D_{\vec{v}}\left(f\left(x_0,y_0\right)\right) = \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = \langle \nabla f, \vec{v} \rangle \quad \text{mit} \quad \|\vec{v}\| = 1$$

Normieren

$$\vec{v} = \frac{\vec{a}}{\|\vec{a}\|}$$

Richtung des steilsten Anstiegs

$$\vec{v}_{\max} = \frac{\nabla f}{\|\nabla f\|}$$

Wert der maximalen Steigung

$$D_{\vec{v}_{\max}}\left(f\left(x_0, y_0\right)\right) = \langle \nabla f, \vec{v}_{\max} \rangle = \left\| \nabla f\left(x_0, y_0\right) \right\|$$

Kurvenintegral, Potentialfunktion

Mehrdimensionale Integration

Polarkoordinaten

$$\iint f(x, y)\,\mathrm{d}(x, y) = \iint f(r\cos\varphi, r\sin\varphi) \cdot r\,\mathrm{d}(\varphi, r)$$

Kreisfläche: $A = \pi \cdot r^2$

Kugelkoordinaten

$$\iiint f(x, y, z)\,\mathrm{d}(x, y, z) = \iiint f\left(r\cos\varphi\sin\theta, r\sin\varphi\sin\theta, r\cos\theta\right) \left|r^2\sin\theta\right|\,\mathrm{d}(\theta, \varphi, r)$$

Kugelvolumen: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$

Schwerpunkte

Implizite Funktionen

Differenzialgleichungen und Anfangswertprobleme