Aufgabe 1

Lassen sich folgende Funktionen im Nullpunkt stetig ergänzen und wenn ja, wie?

a) $f(x,y) = \frac{x \cdot y^2}{x^2+y^8}$

b) $f(x,y) = \frac{x^3+x^2-y^4+y^2}{x^2+y^2}$

Lösung 1

Aufgabe 2

Berechnen Sie die Gradienten der folgenden Funktionen

a) $f(x,y) = x \cdot y + x - 2y - 2$

b) $g(x,y) = e^{(x-1)^2+(y-2)^2}$

c) $h(x,y) = \frac{x-y}{x+y}$

Lösung 2

Aufgabe 3

Bestimmen Sie die Tangentailebene der Funktion

$$f(x,y) = x \cdot \ln(y) \cdot e^{xy} + 1$$

im Punkt

$$(x_0, y_0) = (1, 1)$$

in vektorieller und analytischer Form.

Lösung 3

Aufgabe 4

Gegeben seien die Funktionen $f(x,y) = x \cdot y^2 - (2x+3y)^2$, der Punkt $(x_0|y_0) = (2|-2)$ und der Vektor $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie

a) den Gradienten von f an der Stelle (x_0, y_0).

b) die Gleichung für die Tangentailebene von f an der Stelle (x_0, y_0).

c) die Richtungsableitung von f an der Stelle (x_0, y_0) in Richtung des Vektors $\overrightarrow{a}$.

d) die Richtung an der Stelle (x_0, y_0), in der die Richtungsableitung von f maximal wird und den Wert in dieser Richtung.

e) die Richtung an der Stelle (x_0, y_0), für die die Richtungsableitung Null ist.

Lösung 4

Aufgabe 5

Gegeben seien die Funktion

$$f(x, y) = 100 \cdot x^3 \cdot y + \frac{1}{y}$$

und der Punkt $P = (x_0|y_0) = (2|0{,}2)$. Berechnen Sie

a) das vollständige Differential von f an der Stelle P.

b) die maximale Fehlerfortpflanzung $|\Delta z_{max}|$, wenn x_0 um 0,01 und y_0 um 0,02 schwanken.

Lösung 5