

Aufgabe 3

Sei der Vektorraum V und $d : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch

$$d(\vec{x}, \vec{y}) = \begin{cases} 0 & \text{für } x = y \\ 1 & \text{für } x \neq y \end{cases}$$

Zeige, dass d eine Metrik in V ist.

Lösung 3

Die Abbildung d ist eine Metrik, da sowohl

$$d(\vec{x}, \vec{y}) = 0 \Leftrightarrow \vec{x} = \vec{y} \quad \checkmark$$

gilt, als auch die Dreiecksungleichung

$$d(\vec{x}, \vec{y}) \leq d(\vec{x}, \vec{z}) + d(\vec{y}, \vec{z}) \quad \forall \vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \in V.$$