
Aufgabe 3

Ist die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} \cos(x) & \text{für } x \leq \pi \\ \frac{\sin(x)}{x-\pi} & \text{für } x > \pi \end{cases}$$

stetig?

Lösung 3

Wir betrachten die Grenzwerte der Funktion $f(x)$ an der Grenze $x \rightarrow \pi$:

$$\lim_{x \uparrow \pi} f(x) = \lim_{x \uparrow \pi} \cos(x) = \cos(\pi) = -1$$

$$\lim_{x \downarrow \pi} f(x) = \lim_{x \downarrow \pi} \frac{\sin(x)}{x-\pi} \stackrel{L'H}{=} \lim_{x \downarrow \pi} \frac{\cos(x)}{1} = -1$$

\uparrow
 $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

\Rightarrow Die Funktion ist an der Stelle π stetig.