

Aufgabe 7

Bestimmen Sie mit der Projektionsformel $p = \frac{\langle x, y \rangle}{\langle y, y \rangle} \cdot y$ im unitären Raum \mathbb{C}^2 die Projektion von $x = (1 + i; 2 + i)^T$ auf $y = (1 - i; -1)^T$.

Lösung 7

Nach Definition 3.108 ist das Standardskalarprodukt in \mathbb{C}^2 definiert als $\langle a, b \rangle = a_1 \overline{b_1} + a_2 \overline{b_2}$.

Es folgt mit der gegebenen Projektionsformel

$$\begin{aligned} p &= \frac{\langle x, y \rangle}{\langle y, y \rangle} \cdot y \\ &\stackrel{\text{def}}{=} \frac{(1+i)(1-i) + (2+i)(-1)}{(1-i)(1-i) + (-1)(-1)} \cdot \begin{pmatrix} 1-i \\ -1 \end{pmatrix} \\ &= \frac{-2+i}{3} \cdot \begin{pmatrix} 1-i \\ -1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} + i \\ \frac{2-i}{3} \end{pmatrix} \end{aligned}$$