

Aufgabe 2

Untersuchen Sie die Konvergenz der folgenden Integrale:

a) $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^4} dx$

b) $\int_0^4 \frac{2}{\sqrt{x}} dx$

Lösung 2a

$$\begin{aligned}\lim_{a \rightarrow \infty} \int_1^a \frac{1}{x^4} dx &= \lim_{a \rightarrow \infty} \left[-\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{x^3} \right]_1^a \\ &= \lim_{a \rightarrow \infty} \underbrace{-\frac{1}{3a^3}}_{=0} + \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{3}\end{aligned}$$

Lösung 2b

$$\begin{aligned}\lim_{a \rightarrow 0} \int_a^4 \frac{2}{\sqrt{x}} dx &= \lim_{a \rightarrow 0} \int_a^4 2x^{-1/2} dx \\ &= \lim_{a \rightarrow 0} \left[4x^{1/2} \right]_a^4 \\ &= \lim_{a \rightarrow 0} 4 \cdot 2 - 4a^{1/2} \\ &= 8 - \underbrace{\lim_{a \rightarrow 0} 4a^{1/2}}_{=0} \\ &= 8\end{aligned}$$