Aufgabe 8

Durch 3 Punkte (x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2) soll eine Kurve der Form

$$y = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^3$$

gelegt werden. Stellen Sie das lineare Gleichungssystem auf und untersuchen Sie, in welchem der beiden folgenden Fälle die Lösung eindeutig ist.

a) $(x_0, y_0) = (-1, 0)$, $(x_1, y_1) = (0, 0)$, $(x_2, y_2) = (2, 6)$

b) $(x_0, y_0) = (-1, -1)$, $(x_1, y_1) = (0, 0)$, $(x_2, y_2) = (1, 1)$

Lösung 8

Das lineare Gleichungssystem sei allgemein:

$$y_0 = a_0 + a_1 x_0 + a_2 + x_0^3$$

$$y_1 = a_0 + a_1 x_1 + a_2 + x_1^3$$

$$y_2 = a_0 + a_1 x_2 + a_2 + x_2^3$$

Lösung 8a

Die erweiterte Koeffizientenmatrix:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 8 & 6 \end{pmatrix}$$

Wobei die Ergebnisspalte nicht relevant für die Untersuchung der Lösbarkeit ist.

$$\det \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 8 \end{pmatrix} = 6$$

$\Rightarrow$ Das Gleichungssystem ist eindeutig lösbar, da die Determinante ungleich Null ist.

Lösung 8b

Nach dem gleichen Vorgehen gilt:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\det \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = 0$$

$\Rightarrow$ Das Gleichungssystem ist **nicht** oder **nicht eindeutig** lösbar, da die Determinante ungleich Null ist.