

## Aufgabe 5

Untersuchen Sie die Konvergenz der folgenden Integrale und berechnen Sie deren Wert, wenn sie konvergent sind:

a)  $\int_0^{\infty} e^{-x} dx$

b)  $\int_0^{\infty} \cos(x) dx$

### Lösung 5a

$$\begin{aligned}\int_0^{\infty} e^{-x} dx &= \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b e^{-x} dx \\ &= \lim_{b \rightarrow \infty} [-e^{-x}]_0^b \\ &= \lim_{b \rightarrow \infty} (-e^{-b} + e^0) \\ &= \lim_{b \rightarrow \infty} (-e^{-b}) + 1 \\ &= 1\end{aligned}$$

Das Integral konvergiert gegen 1.

### Lösung 5b

$$\begin{aligned}\int_0^{\infty} \cos(x) dx &= \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b \cos(x) dx \\ &= \lim_{b \rightarrow \infty} [\sin(x)]_0^b \\ &= \lim_{b \rightarrow \infty} (\sin(b) - \sin(0)) \\ &= \lim_{b \rightarrow \infty} (\sin(b) - 0) \\ &= \underbrace{\lim_{b \rightarrow \infty} \sin(b)}_{\text{existiert nicht}}\end{aligned}$$

Das Integral divergiert.