

## Aufgabe 2

Berechnen Sie mit Hilfe des Differenzenquotienten die Ableitung der folgenden Funktionen an einem Punkt  $x_0$ .

a)  $j(x) = 3x$

b)  $k(x) = x^2 + 5$

c)  $l(x) = x^3 + 1$

### Lösung 2

Der Differenzenquotient von  $f$  in  $x_0$  ist definiert als

$$\Delta(x) := \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

#### Lösung 2a

$$\begin{aligned}\Delta(x) &\stackrel{\text{def}}{=} \frac{3x - 3x_0}{x - x_0} \\ &= \frac{3 \cdot (x - x_0)}{x - x_0} \\ &= 3\end{aligned}$$

#### Lösung 2b

$$\begin{aligned}\Delta(x) &\stackrel{\text{def}}{=} \frac{x^2 + 5 - (x_0^2 + 5)}{x - x_0} \\ &= \frac{x^2 - x_0^2}{x - x_0} \\ &= \frac{(x + x_0) \cdot (x - x_0)}{x - x_0} \\ &= x + x_0\end{aligned}$$

#### Lösung 2c

$$\begin{aligned}\Delta(x) &\stackrel{\text{def}}{=} \frac{x^3 + 1 - (x_0^3 + 1)}{x - x_0} \\ &= \frac{x^3 - x_0^3}{x - x_0} \\ &= \frac{(x^2 + x \cdot x_0 + x_0^2) \cdot (x - x_0)}{x - x_0} \\ &= x^2 + x \cdot x_0 + x_0^2\end{aligned}$$