

Aufgabe 9

Zeigen Sie mithilfe der Determinanten, dass die folgenden 3 Ebenen keinen eindeutigen Schnittpunkt haben.

$$E_1 : x + z = 4$$

$$E_2 : 3x - 2y + 2z = 1$$

$$E_3 : 2y + z = 11$$

Lösung 9

Die Ebenen E_1, E_2 und E_3 haben genau dann keinen (eindeutigen) Schnittpunkt, wenn gilt

$$\det(\vec{n}_1, \vec{n}_2, \vec{n}_3) = 0.$$

Die gegebenen Ebenengleichungen lassen sich als folgendes LGS schreiben:

$$(LGS) \begin{cases} (E_1) 1 \cdot x + 0 \cdot y + 1 \cdot z = 4 \\ (E_2) 3 \cdot x - 2 \cdot y + 2 \cdot z = 1 \\ (E_3) 0 \cdot x + 2 \cdot y + 1 \cdot z = 11 \end{cases}$$

Für die Determinante gilt nun:

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = -2 + 6 - 4 = 0$$

Daraus folgt, dass die Ebenen keinen eindeutigen Schnittpunkt haben.