Aufgabe 3

Untersuchen Sie das folgende Integral auf Konvergenz

$$\int_3^\infty \frac{x-2}{x^4-x^3+13x^2-4x+3}\,dx$$

Lösung 3

Da nach dem Integralkriterium das Konvergenzverhalten eines Integrals dem einer Summe folgt, gleiche

$$\lim_{a\to\infty}\int_3^a \frac{x-2}{x^4-x^3+13x^2-4x+3}\,dx$$

$$\sum_{n=3}^{\infty}\frac{1}{x^2} \geq \sum_{n=3}^{\infty}\frac{x-2}{x^4-x^3+13x^2-4x+3} \geq \sum_{n=3}^{\infty}\frac{1}{x^4}$$

$$\sum_{n=3}^{\infty}\frac{1}{x^2} = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{x^2} - \frac{5}{4} = \frac{\pi^2}{6} - \frac{5}{4}$$

$$\sum_{n=3}^{\infty}\frac{1}{x^4} = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{x^4} - \frac{17}{16}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{x^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

$$\sum_{n=3}^{\infty}\frac{x-2}{x^4-x^3+13x^2-4x+3} = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{x-2}{x^4-x^3+13x^2-4x+3} - \frac{1}{12}$$