

1.4 Aufgaben

Aufgabe 1

Überprüfen Sie mithilfe von Wahrheitstafeln, ob die folgenden Aussageformen allgemeingültig sind.

a)

$$(A \vee B) \Rightarrow ((\neg A \vee B) \wedge (A \Rightarrow \neg A))$$

$(A$	\vee	$B)$	\Rightarrow	$((\neg$	A	\vee	$B)$	\wedge	$(A$	\Rightarrow	\neg	$A))$
w	w	w	f	f	w	w	w	f	w	f	f	w
w	w	f	f	f	w	f	f	f	w	f	f	w
f	w	w	w	w	f	w	w	w	f	w	w	f
f	f	f	w	w	f	w	f	w	f	w	w	f
1.	2.	1.	5.	2.	1.	3.	1.	4.	1.	3.	2.	1.

Die Aussage ist nicht allgemeingültig.

b)

$$(A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Leftrightarrow ((A \wedge B) \Rightarrow C)$$

$(A$	\Rightarrow	$(B$	\Rightarrow	$C)$	$) \Leftrightarrow ($	$(A$	\wedge	$B)$	\Rightarrow	$C)$
w	w	w	w	w	w	w	w	w	w	w
w	f	w	f	f	w	w	w	w	f	f
w	w	f	w	w	w	w	f	f	w	w
w	w	f	w	f	w	w	f	f	w	f
f	w	w	w	w	w	f	f	w	w	w
f	w	w	f	f	w	f	f	w	w	f
f	w	f	w	w	w	f	f	f	w	w
f	w	f	w	f	w	f	f	f	w	f
1.	3.	1.	2.	1.	4.	1.	2.	1.	3.	1.

Die Aussage ist allgemeingültig.

Aufgabe 2

Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke:

a)

$$\begin{aligned}
 & (A \Rightarrow B) \vee ((A \wedge B) \Leftarrow B) \\
 \Leftrightarrow & \neg A \vee B \vee \neg B \vee (A \wedge B) \\
 \Leftrightarrow & B \vee \neg B \\
 \Leftrightarrow & T
 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
 (A \wedge B) &\Leftarrow ((A \Rightarrow B) \wedge B) \\
 \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B) \wedge B) &\Rightarrow (A \wedge B) \\
 \Leftrightarrow ((\neg A \vee B) \wedge B) &\Rightarrow (A \wedge B) \\
 \Leftrightarrow \neg((\neg A \vee B) \wedge B) &\vee (A \wedge B) \\
 \Leftrightarrow \neg((\neg A \wedge B) \vee (B \wedge B)) &\vee (A \wedge B) \\
 \Leftrightarrow \neg((\neg A \wedge B) \vee B) &\vee (A \wedge B) \\
 \Leftrightarrow \neg B &\vee (A \wedge B) \\
 \Leftrightarrow \neg B &\vee A
 \end{aligned}$$

Aufgabe 3

Erstellen Sie für die folgende logische Aussageform α eine Wahrheitstafel:

$$\alpha = \neg(A \Leftrightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow (\neg A \vee C) \wedge (B \wedge \neg C)$$

\neg	$(A$	\Leftrightarrow	$(B$	\Rightarrow	$C)$	$) \Rightarrow ($	\neg	A	\vee	$C)$	\wedge	$(B$	\wedge	\neg	$C)$
f	w	w	w	w	w	w	f	w	w	w	f	w	f	f	w
w	w	f	w	f	f	f	f	w	f	f	f	w	w	w	f
f	w	w	f	w	w	w	f	w	w	w	f	f	f	f	w
f	w	w	f	w	f	w	f	w	f	f	f	f	f	w	f
w	f	f	w	w	w	f	w	f	w	w	f	w	f	f	w
f	f	w	w	f	f	w	w	f	w	f	w	w	w	w	f
w	f	f	f	w	w	f	w	f	w	w	f	f	f	f	w
w	f	f	f	w	f	f	w	f	w	f	f	f	f	w	f
4.	1.	3.	1.	2.	1.	5.	2.	1.	3.	1.	4.	1.	3.	2.	1.

Wann ist die Aussage wahr?

wahr				falsch			
A	B	C	α	A	B	C	α
w	w	w	w	w	w	f	f
w	f	w	w	f	w	w	f
w	f	f	w	f	f	w	f
f	w	f	w	f	f	f	f

Geben Sie eine disjunktive und eine konjunktive Normalform an.

$$\text{DNF von } \alpha : (A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge \neg B \wedge C) \vee (A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C)$$

Die konjunktive Normalform ergibt sich über die DNF von $\neg\alpha$, welche man zunächst aufstellen muss.

DNF von $\neg\alpha : (A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge B \wedge C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C)$

Danach lässt sich durch Invertierung und Anwendung von deMorgan die KNF konstruieren:

$$\begin{aligned}\neg\alpha &\Leftrightarrow (A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge B \wedge C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C) \\ \equiv \neg[\neg\alpha] &\Leftrightarrow \neg[(A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge B \wedge C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C)] \\ \equiv \alpha &\Leftrightarrow \neg(A \wedge B \wedge \neg C) \wedge \neg(\neg A \wedge B \wedge C) \wedge \neg(\neg A \wedge \neg B \wedge C) \wedge \neg(\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C) \\ \equiv \alpha &\Leftrightarrow (\neg A \vee \neg B \vee C) \wedge (A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge (A \vee B \vee \neg C) \wedge (A \vee B \vee C)\end{aligned}$$

Aufgabe 4

Gegeben seien die folgenden Aussagen:

- A: Die Sonne scheint.
- B: Ein Auftrag liegt vor.
- C: Miss Peel übt Karate.
- D: Miss Peel besucht Mr. Steed.
- E: Mr. Steed spielt Golf.
- F: Mr. Steed luncht mit Miss Peel.

Bestimmen Sie für folgende Aussagen die zugehörigen aussagenlogischen Formeln:

- a) Wenn die Sonne scheint, dann spielt Mr. Steed Golf.
- b) Wenn die Sonne nicht scheint und kein Auftrag vorliegt, dann luncht Mr. Steed mit Miss Peel.
- c) Entweder übt Miss Peel Karate oder sie besucht Mr. Steed.
- d) Miss Peel übt Karate genau dann, wenn Mr. Steed Golf spielt oder ein Auftrag vorliegt.
- e) Entweder scheint die Sonne und Mr. Steed spielt Golf oder Miss Peel besucht Mr. Steed und dieser luncht mit ihr.
- f) Es trifft nicht zu, dass Miss Peel Mr. Steed dann besucht, wenn ein Auftrag vorliegt.
- g) Genau dann, wenn kein Auftrag vorliegt, luncht Mr. Steed mit Miss Peel.