

Aufgabe 1

384 zufällig ausgewählte Personen wurden nach ihrem Unfall in einer bestimmten Angelegenheit befragt. Zur statistischen Auswertung wurden die Urteile jeweils in eine von 6 Kategorien eingeordnet und in folgender Tabelle dargestellt:

Kategorie	I	II	III	IV	V	VI
Anzahl der Urteile	58	61	72	67	57	69

Testen Sie mit einem geeigneten Testverfahren zum Niveau $\alpha = 0,05$, ob in der Grundgesamtheit alle sechs Kategorien gleich wahrscheinlich sind.

Lösung 1 Chi-Quadrat-Anpassungstest

Der Chi-Quadrat-Anpassungstest vergleicht die beobachteten Häufigkeiten O_i in den Klassen mit den erwarteten Häufigkeiten E_i unter der Annahme, dass die Zahlen gleichverteilt sind.

Bei einer Gleichverteilung der Urteile über die $d = 6$ Kategorien, erwarten wir, dass jede Klasse etwa $E_i = \frac{n}{d} = \frac{384}{6} = 64$ Urteile enthält.

Die Chi-Quadrat-Teststatistik D wird wie folgt berechnet:

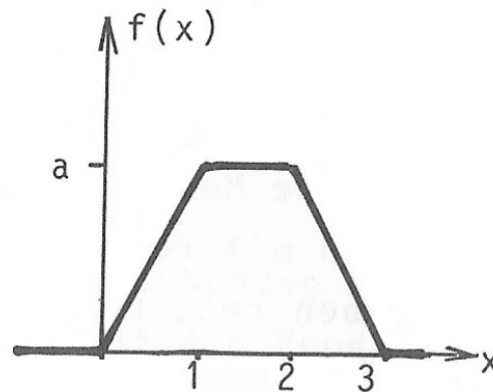
$$\begin{aligned} D &= \sum_{i=1}^d \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \\ &= \sum_{i=1}^6 \frac{(O_i - 64)^2}{64} \\ &= \frac{1}{64} (6^2 + 3^2 + 8^2 + 3^2 + 7^2 + 5^2) \\ &= 3 \end{aligned}$$

Diesen Wert vergleichen wir mit dem 0,95-Quantil der Chi-Quadrat-Verteilung für $d - 1 = 5$ Freiheitsgrade.

Da $D = 3 < 11,07 = \chi_{5; 0,95}$ können wir die Nullhypothese nicht ablehnen.

Aufgabe 2

Von einer Zufallsvariablen X wird vermutet, dass sie die nebenstehende Dichte f besitzt mit $f(x) = 0$ für $x \notin [0; 3]$.



- a) Bestimmen Sie die Konstante a so, dass f eine Dichte ist.
- b) Testen Sie die Vermutung mit folgender Stichprobe zum Niveau $\alpha = 0,05$:

Klasse	abs. Häufigkeit
$[0; 1]$	15
$(1; 2]$	29
$(2; 3]$	6

Lösung 2

Aufgabe 3

Bei der Bestimmung des Geburtsgewichts von 100 Mädchen ergaben sich folgende gerundeten Werte:

Gewicht in kg	2,7	2,8	2,9	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
Anzahl der Mädchen	6	8	11	13	14	11	13	8	9	7

Testen Sie zum Niveau $\alpha = 0,05$ die Hypothese das Geburtsgewicht folgt einer

- a) Gleichverteilung in $[2,65; 3,65]$.
- b) Normalverteilung.

Lösung 3