

## Aufgabe 1

Die störungsfreie Laufzeit  $X$  (in Stunden) eines Computers in einem Betrieb besitze folgende Dichtefunktion:

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot e^{-a \cdot x} & \text{für } x \geq 0 \text{ und } a = 0,02 \\ 0 & \text{für } x < 0 \end{cases}$$

- a) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion.
- b) Berechnen Sie für  $X$ 
  - i. den Erwartungswert
  - ii. die Varianz
  - iii. den Median
- c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Maschine
  - i. höchstens 30 Stunden ohne Störung läuft?
  - ii. mindestens 40, aber höchstens 80 Stunden ohne Störung läuft?
  - iii. mindestens 40 Stunden läuft, wenn sie bereits 20 Stunden gelaufen ist?

## Lösung 1

## Aufgabe 2

Gegeben sei folgende zweidimensionale Dichtefunktion zweier Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$ :

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 2x + \frac{2}{3}y & \text{für } -0,5 \leq x \leq 0,5; 1 \leq y \leq 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- a) Berechnen Sie die Randverteilung ( $f_X(x)$  und  $f_Y(y)$ ) für beide Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$ .
- b) Sind die Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$  stochastisch unabhängig?
- c) Berechnen Sie aus der Randverteilung
- d) den Erwartungswert  $E[Y]$  sowie
- e) die Varianz  $Var[Y]$ .

## Lösung 2

### Aufgabe 3

Eine Maschine produziert Bolzen, deren Durchmesser normalverteilt sind mit Mittelwert 9,8 mm und Standardabweichung 0,10 mm. Eine andere Maschine bohrt Löcher in einer Metallplatte, deren Durchmesser normalverteilt sind mit Mittelwert 10,0 mm und Standardabweichung 0,08 mm. Die beiden Durchmesser dürfen als unabhängig betrachtet werden.

- Welche Verteilung beschreibt den Abstand zwischen Bolzen und Loch in einer Metallplatte?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein beliebig ausgewählter Bolzen in ein beliebig ausgewähltes Loch passt?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit ergibt sich bei einer zufälligen Auswahl von Bolzen und Loch eine Verbindung mit zu viel Spiel, wenn der Unterschied zwischen Durchmesser des Lochs in der Metallplatte und Bolzendurchmesser höchstens 0,5 mm betragen darf?

## Lösung 3

### Aufgabe 4

Bei einem Produktionsvorgang werden Zylinder in den ausgefrästen Kreis eines Metallsockels eingepasst. Die beiden Teile werden rein zufällig aus den bisher produzierten Zylindern bzw. ausgefrästen Metallplatten ausgewählt. Der Durchmesser des Zylinders ist (in mm) nach  $N(24,9; (0,03)^2)$ -verteilt, der Durchmesser des in den Metallsockel eingefrästen Kreises ist nach  $N(25; (0,04)^2)$ -verteilt. Der Zylinder kann noch eingepasst werden, falls die lichte Weite der Durchmessers (= Durchmesser des gefrästen Kreis - Durchmesser des Zylinders) nicht mehr als 0,2mm beträgt.

- Berechnen Sie
  - den Erwartungswert
  - die Varianzder Zufallsvariablen "lichte Weite des Durchmessers".
- In wie viel Prozent aller Fälle lässt sich der Zylinder nicht in die Metallplatte einpassen?

## Lösung 4