

Aufgabe 1

Für die Ereignisse A , B und C aus einem Ereignissystem gilt

$$P(A) = 0,5 \quad P(B) = 0,2 \quad P(C) = 0,3$$

$$P(A \cap B \cap C) = 0,02 \quad P(A \cup B) = 0,6 \quad P(A \cup C) = 0,6 \quad P(B \cap C) = 0,1$$

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten für:

- a) $P(B \cup C)$
- b) $P(A \cap C)$
- c) $P(A \cap B)$
- d) $P(A \cup B \cup C)$

Lösung 1

Die Wahrscheinlichkeiten für die gegebenen Ereignismengen aus dem Ereignissystem sind:

a)

$$P_a(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C) = 0,2 + 0,3 - 0,1 = 0,4$$

b)

$$P_b(A \cap C) = P(A) + P(C) - P(A \cup C) = 0,5 + 0,3 - 0,6 = 0,2$$

c)

$$P_c(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0,5 + 0,2 - 0,6 = 0,1$$

d)

$$\begin{aligned} P_d(A \cup B \cup C) &= P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) \\ &\quad + P(A \cap B \cap C) \\ &= 0,5 + 0,2 + 0,3 - 0,1 - 0,2 - 0,1 + 0,02 \\ &= 0,62 \end{aligned}$$

Aufgabe 2

Eine Spieler bzw. eine Spielerin wirft zwei verschiedenfarbige „faire“ Würfel. Sind die Augenzahlen gleich und gerade, erhält sie/er einen Gewinn von 6 Euro. Sind die Augenzahlen aber gleich und ungerade, muss der Spieler bzw. die Spielerin 6 Euro an die Bank zahlen. Sind die Augenzahlen beider Würfel ungleich und stellt deren Summe eine ungerade Zahl dar, verliert der Spieler bzw. die Spielerin 3 Euro. Ansonsten (ungleiche Augenzahlen bei gerader Summe) beträgt der Gewinn 3 Euro. Wählen Sie eine zweckmäßige Zufallsvariable X aus.

- a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für die Werte der Zufallsvariable.
- b) Berechnen Sie anschließend den Erwartungswert für X .

Lösung 2

Aufgabe 3

Die Zufallsvariable X besitze den Erwartungswert $E(X) = 2$. Berechnen Sie den Erwartungswert der folgenden linearen Transformationen:

- a) $Z_1 = 2X - 3$
- b) $Z_2 = -0,5X + 2$
- c) $Z_3 = 10X$
- d) $Z_4 = 2$

Lösung 3

Aufgabe 4

An einem Schwimmwettbewerb nehmen 20 Schwimmer:innen teil. Darunter sind 12 Auszubildende und 8 Schüler:innen.

- a) Wie wahrscheinlich ist es, dass die ersten drei Plätze nur von Auszubildenden eingenommen werden?
- b) Die Zufallsvariable X sei nun die „Anzahl der Auszubildenden unter den ersten drei Plätzen“. Welches der folgenden Ereignisse ist am Wahrscheinlichsten:
 - i. 1 Auszubildende:r unter den ersten drei
 - ii. 2 Auszubildende unter den ersten drei
 - iii. 3 Auszubildende unter den ersten drei

Lösung 4

Hierbei handelt es sich strenggenommen nicht um ein Laplace Experiment, da keine gleichmäßige, zufällige Verteilung der Ereignisse angenommen werden kann. Gehen wir jedoch davon aus, dass die Sieger:innen des Wettbewerbs bereits im Vorfeld durch Zufall entschieden werden, so können wir die Wahrscheinlichkeiten wie folgt berechnen:

$$P_a = \frac{12}{20} \cdot \frac{11}{19} \cdot \frac{10}{18}$$