

Aufgabe 1

Bei einer Geschwindigkeitskontrolle registrierte die Verkehrspolizei, dass 20% der Fahrzeuge mit überhöhter Geschwindigkeit fuhren. 20% der Fahrer und Fahrerinnen, die aufgrund der zu hohen Geschwindigkeit angehalten wurden, standen unter Alkoholeinfluss. Von den übrigen Kraftfahrern und -fahrerinnen, die nicht zu schnell fuhren, wurden mittels Stichproben ermittelt, dass 5% von ihnen ebenfalls zu hohe Promillewerte Alkohol aufwiesen.

- Wie viel Prozent aller Kraftfahrer und -fahrerinnen, die die betreffende Kontrolle passiert haben, standen unter Alkoholeinfluss?
- Wie viel Prozent der Kraftfahrer und -fahrerinnen, die Alkohol getrunken hatten, fuhren zu schnell?

Lösung 1

Hinweis: Wir nehmen an, dass die Polizei alle Fahrzeuge, bei denen eine überhöhte Geschwindigkeit registriert wurde, auch angehalten hat, also „Registrieren“ und „Anhalten“ gleichbedeutend sind.

Wir lesen $P(S) = 0,2$ ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Auto zu schnell war und $P(A|S) = 0,2$, dass der Fahrer dabei alkoholisiert war. Dann ist $P(\bar{S}) = 0,8$ die Wahrscheinlichkeit, dass ein Auto nicht zu schnell war und dem Text entnehmen wir weiter, dass $P(A|\bar{S}) = 0,05$ die Wahrscheinlichkeit ist, dass der Fahrer dabei alkoholisiert war.

Der Anteil der Fahrenden, welche unter Alkoholeinfluss standen $P(A)$, setzt sich nun wie folgt zusammen:

$$\begin{aligned} P(A) &= P(S) \cdot P(A|S) + P(\bar{S}) \cdot P(A|\bar{S}) \\ &= 0,2 \cdot 0,2 + 0,8 \cdot 0,05 \\ &= 0,08 = 8\% \end{aligned}$$

Der Anteil der Fahrenden, welche unter Alkoholeinfluss zu schnell fuhren $P(S|A)$ ist

$$\begin{aligned} P(S|A) &= \frac{P(S) \cdot P(A|S)}{P(S) \cdot P(A|S) + P(\bar{S}) \cdot P(A|\bar{S})} \\ &= \frac{0,2 \cdot 0,2}{0,2 \cdot 0,2 + 0,8 \cdot 0,05} \\ &= \frac{1}{2} = 50\%. \end{aligned}$$

Aufgabe 2

Eine Fabrik stellt ein Gerät her, welches einen elektronischen Schalter enthält. Dieser Schalter wird von zwei Firmen A und B bezogen, wobei 60% aller Schalter von A und 40% aller Schalter von B stammen. Erfahrungsgemäß sind 5% aller A-Schalter und 2% aller B-Schalter defekt. Die Endkontrolle der Fabrik akzeptiert jeden intakten Schalter und fälschlicherweise auch 5% der defekten Schalter jeder Firma.

- a) Modellieren Sie die Situation durch ein geeignetes mehrstufiges Experiment und bestimmen Sie in diesem Modell die Wahrscheinlichkeit, dass ein Gerät in den Verkauf gelangt und einen defekten Schalter besitzt.
- b) Ein Kunde beanstandet einen gekauften Schalter. Wie wahrscheinlich ist es, dass der Schalter
 - i. von Firma A stammt?
 - ii. von Firma B stammt?

Lösung 2

Aufgabe 3

Auf einem Tisch stehen n äußerlich nicht unterscheidbare Urnen U_1, U_2, \dots, U_n wobei in Urne U_i genau i weiße und $n - i$ andersfarbige Kugeln sind. Aus einer zufällig ausgewählten Urne werde eine Kugel gezogen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Kugel weiß ist?

Lösung 3

Aufgabe 4

Für die Ereignisse A, B gelte:

$$P(A) = 0,4 \quad P(B) = 0,3 \quad \text{und} \quad P(A \cap B) = 0,12$$

- a) Sind die Ereignisse A und B stochastisch unabhängig?
- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse
 - i. \bar{A}
 - ii. $A \cup B$
 - iii. $A \cap \bar{B}$
 - iv. $\bar{A} \cup \bar{B}$

Lösung 4

Aufgabe 5

Zwei Abwasserpumpen arbeiten völlig unabhängig voneinander (Redundanz). Nach Auswertung der Wartungshefte zeigt sich, dass die neue Pumpe eine Ausfallwahrscheinlichkeit von 5%, die ältere von 10% hat. Die Wahrscheinlichkeit für den gleichzeitigen Ausfall beider Pumpen beträgt 0,5%. Da ein Notbetrieb mit einer Pumpe nur kurzzeitig möglich ist, ist die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten dieses Notbetriebes gesucht.

Lösung 5