

Aufgabe 1

Der durchschnittliche Kraftstoffverbrauch (in Liter/100 km) von Autos eines bestimmten Typs kann durch eine $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$ -verteilte Zufallsvariable mit $\mu \geq 0$ und $\sigma > 0$ beschrieben werden. Der Hersteller gibt an, dass Fahrzeuge diesen Types einen Durchschnittsverbrauch von weniger als 8,5 Liter/100 km haben.

Entscheiden Sie, welches der folgenden Testverfahren zur Überprüfung der Aussage des Herstellers zu einem Signifikanzniveau $\alpha \in (0; 1)$ geeignet ist. Begründen Sie ihre Antwort.

- 1) der t -Test mit den Hypothesen $H_0 : \mu \leq 8,5$ gegen $H_1 : \mu > 8,5$
- 2) der Gauß-Test mit den Hypothesen $H_0 : \mu \geq 8,5$ gegen $H_1 : \mu < 8,5$
- 3) der t -Test mit den Hypothesen $H_0 : \mu \geq 8,5$ gegen $H_1 : \mu < 8,5$
- 4) der t -Test mit den Hypothesen $H_0 : \mu = 8,5$ gegen $H_1 : \mu \neq 8,5$

Lösung 1

Aufgabe 2

Das durchschnittliche Geburtsgewicht von Kindern von Nichtraucherinnen beträgt 3.500 g. In einer Studie soll gezeigt werden, dass das Geburtsgewicht von Kindern, deren Mütter starke Raucherinnen sind, im Durchschnitt niedriger ist als 3.500 g. Dazu wird das Geburtsgewicht von n Kindern gemessen, deren Mütter während der Schwangerschaft täglich mehr als 20 Zigaretten rauchten. Wir nehmen dabei an, dass die Geburtsgewichte als Realisierungen unabhängiger Zufallsvariablen mit gleicher Normalverteilung $\mathcal{N}(\mu; 350^2)$ modelliert werden können.

- a) Formulieren Sie eine geeignete Hypothese und Alternative um die obige Behauptung „statistisch nachzuweisen“.
- b) Zu welchem Ergebnis kommt der Test bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 5\%$, wenn bei den 20 Kindern ein durchschnittliches Geburtsgewicht von $\bar{x}_{20} = 3.200$ g gemessen wurde?
- c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird mit der in b) ermittelten Entscheidungsregel eine Fehlentscheidung getroffen, wenn im Fall $n = 20$ das durchschnittliche Geburtsgewicht in Wirklichkeit 3.400 g beträgt?

Lösung 2

Aufgabe 3

Ein Unternehmer vertritt die Meinung, dass ein von ihm eingeführtes Geschäftsmodell den Umsatz seines Unternehmens gesteigert hat. Vor der Einführung des Modells

hat das Unternehmen einen Umsatz von durchschnittlich 2,45 Mio. Euro pro Monat erwirtschaftet. In den acht Monaten seit Einführung des neuen Modells wurden folgende monatlichen Umsätze (in Mio. Euro) erzielt:

Monat	1	2	3	4	5	6	7	8
Umsatz	2,39	2,55	2,51	2,45	2,62	2,53	2,41	2,59

- a) Bestimmen Sie einen geeigneten Test zur Überprüfung der Aussage des Unternehmens. Gehen Sie hierbei davon aus, dass man die Monatsumsätze als Realisationen stochastisch unabhängiger, jeweils $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$ -verteilter Zufallsvariablen mit $\mu \in \mathbb{R}$ und $\sigma > 0$ ansehen kann.
- b) Können Sie die Aussage des Unternehmens anhand der gegebenen Daten zum Niveau $\alpha = 0,05$ bestätigen?

Lösung 3

Aufgabe 4

Ein Sportlehrer hat eine Schulklasse in 2 Mannschaften aufgeteilt. Während die 1. Mannschaft gegen die Nachbarklasse Fußball spielt, trainiert die 2. Mannschaft Kugelstoßen. Nach einem Monat werden die Leistungen im Kugelstoßen verglichen.

Die 11 Schülerinnen und Schüler der 1. Mannschaft erzielen im Durchschnitt eine Weite von 6,54 m mit einer empirischen Stichprobenvarianz von 1,68 m². Die 16 Schülerinnen und Schüler der 2. Mannschaft erzielen im Durchschnitt eine Weite von 7,85 m mit einer empirischen Stichprobenvarianz von 2,04 m.

Ist der Unterschied der Mittelwerte signifikant bei einem Signifikanzniveau von 5%?

Hinweis: Sie können die Gleichheit der unbekannten Varianz voraussetzen.

Lösung 4